

UNIVERZITA PARDUBICE  
DOPRAVNÍ FAKULTA JANA PERNERA

BAKALÁŘSKÁ PRÁCE

2021

Dominik Josef Kretschmer

Univerzita Pardubice  
Dopravní fakulta Jana Pernera

Analýza spotřeby energie při jízdě elektrické jednotky  
Bakalářská práce

Univerzita Pardubice  
Dopravní fakulta Jana Pernera  
Akademický rok: 2020/2021

# ZADÁNÍ BAKALÁŘSKÉ PRÁCE

(projektu, uměleckého díla, uměleckého výkonu)

Jméno a příjmení: **Dominik Josef Kretschmer**  
Osobní číslo: **D17661**  
Studijní program: **B3709 Dopravní technologie a spoje**  
Studijní obor: **Elektrotechnické a elektronické systémy v dopravě**  
Téma práce: **Analýza spotřeby energie při jízdě elektrické jednotky**  
Zadávající katedra: **Katedra elektrotechniky, elektroniky a zabezpečovací techniky v dopravě**

## Zásady pro vypracování

Práce se bude zabývat analýzou spotřeby energie při jízdě elektrické jednotky na několika konkrétních tratích.

- Pro každou trať bude proveden teoretický výpočet spotřeby energie, který bude porovnán s naměřenými daty.
- Z naměřených dat bude statisticky vyhodnoceno množství odebrané a rekuperované energie, energie pomocných pohonů a jejich poměr k trakční spotřebě.

Rozsah pracovní zprávy:

Rozsah grafických prací:

Forma zpracování bakalářské práce: **tištěná/elektronická**

Seznam doporučené literatury:

Základní literatura:

- Baslar, J., Mrkvička, J.: Trakční vozidla závislá I, 1. vydání, NADAS Praha 1982
- Herzáň F., Habarada D., Mrkvička J.: Mechanika dopravy kolových vozidel, Praha NADAS 1989
- Navrátil J.: Vliv vozidlového odporu na trakční výpočty. Bakalářská práce DFJP 2011
- Předpis V7 „Trakční výpočty“
- Jansa F.: Dynamika a energetika elektrické trakce. NADAS, 1980.
- Jansa F.: Trakční mechanika a energetika kolejové dopravy. Dopravní nakladatelství Praha 1959

Vedoucí bakalářské práce:

**Ing. Ladislav Mlynařík, Ph.D.**

Katedra elektrotechniky, elektroniky a zabezpečovací techniky v dopravě

Datum zadání bakalářské práce: **1. března 2021**

Termín odevzdání bakalářské práce: **17. května 2021**

L.S.

---

**doc. Ing. Libor Švadlenka, Ph.D.**  
děkan

---

**Ing. Dušan Čermák, Ph.D.**  
vedoucí katedry

Prohlašuji:

Tuto práci jsem vypracoval samostatně. Veškeré literární prameny a informace, které jsem v práci využil, jsou uvedeny v seznamu použité literatury.

Byl jsem seznámen s tím, že se na moji práci vztahují práva a povinnosti vyplývající ze zákona č. 121/2000 Sb., autorský zákon, zejména se skutečností, že Univerzita Pardubice má právo na uzavření licenční smlouvy o užití této práce jako školního díla podle § 60 odst. 1 autorského zákona, a s tím, že pokud dojde k užití této práce mnou nebo bude poskytnuta licence o užití jinému subjektu, je Univerzita Pardubice oprávněna ode mne požadovat přiměřený příspěvek na úhradu nákladů, které na vytvoření díla vynaložila, a to podle okolností až do jejich skutečné výše.

Beru na vědomí, že v souladu s § 47b zákona č. 111/1998 Sb., o vysokých školách a o změně a doplnění dalších zákonů (zákon o vysokých školách), ve znění pozdějších předpisů, a směrnicí Univerzity Pardubice č. 9/2012, bude práce zveřejněna v Univerzitní knihovně a prostřednictvím Digitální knihovny Univerzity Pardubice.

V Pardubicích dne 20. srpna 2021

Dominik Josef Kretschmer

## **PODĚKOVÁNÍ**

Rád bych touto cestou poděkoval vedoucímu mé bakalářské práce Ing. Ladislavu Mlynaříkovi, Ph.D. za odborné vedení, čas, cenné rady a trpělivost při konzultacích a vypracování závěrečné práce.

V Pardubicích dne 20. srpna 2021

Dominik Josef Kretschmer

## **ANOTACE**

Závěrečná práce se zabývá analýzou spotřeby elektrické energie při jízdě elektrické jednotky. Jejím cílem je porovnání naměřených dat s teoretickými výpočty. Teoretická část se zabývá objasněním základních pojmů jako je elektrická jednotka a její elektrická výzbroj, klasifikací jízdních odporů a poté rekuperací elektrické energie. Na teoretickou část navazuje praktická pasáž, která nejprve počítá s naměřenými daty, čímž zjistí množství spotřebované a vrácené energie a dále tyto hodnoty porovnává s teoreticky vypočítanými daty ze stejných tras.

## **KLÍČOVÁ SLOVA**

Elektrická jednotka, jízdní odpory, elektrická energie, rekuperace

## **TITLE**

**Analysis of consumption energy of traction electrical rail vehicle**

## **ANNOTATION**

The final thesis deals with the analysis of electricity consumption while driving an electric unit. Its goal is to compare the measured data with theoretical calculations. The theoretical part deals with the clarification of basic concepts such as the electrical unit and its electrical equipment, the classification of driving resistances and then the recovery of electricity. The theoretical part is followed by a practical passage, which first calculates the measured data, which determines the amount of energy consumed and returned and then compares these values with the theoretically calculated data from the same routes.

## **KEYWORDS**

Electrical rail vehicle, vehicle resistance, electrical energy, recuperation

## OBSAH

ÚVOD.....	10
1 ELEKTRICKÁ JEDNOTKA.....	11
1.1 ELEKTRICKÁ VÝZBROJ JEDNOTKY .....	13
1.2 TRAKČNÍ A BRZDNÁ CHARAKTERISTIKA VOZIDLA .....	14
2 KLASIFIKACE JÍZDNÍCH ODPORŮ .....	16
2.1 VOZIDLOVÉ ODPORY .....	16
2.1.1 Odpor z valení kola.....	16
2.1.2 Odpor v ložiskách .....	16
2.1.3 Odpor prostředí.....	17
2.1.4 Měrný vozidlový odpor .....	17
2.2 TRAŤOVÉ ODPORY .....	18
2.2.1 Odpor ze sklonu trati .....	19
2.2.2 Odpor z průjezdu tunelem .....	20
2.2.3 Odpor z jízdy obloukem .....	20
2.2.4 Redukovaný sklon trati .....	21
2.3 SOUČINITEL ROTAČNÍCH HMOT .....	22
2.4 POHYBOVÁ ROVNICE.....	23
3 REKUPERACE ELEKTRICKÉ ENERGIE.....	24
3.1 ELEKTRODYNAMICKÁ BRZDA .....	24
4 NAMĚŘENÁ DATA.....	26
4.1 POSTUP VÝPOČTŮ NAMĚŘENÝCH DAT .....	27
4.2 TRASA PRAHA MASARYKOVO – KOLÍN, PRAHA LIBEŇ – KOLÍN .....	29
4.3 TRASA STRANČICE – PRAHA HL. N., STRANČICE – PRAHA HL. N.....	32
4.4 TRASA PRAHA HL. N. – MILOVICE, MILOVICE – PRAHA HL. N. ....	35
4.5 CELKOVÝ SOUHRN VÝSLEDKŮ Z NAMĚŘENÝCH DAT .....	38
5 TEORETICKÉ VÝPOČTY SPOTŘEBY ENERGIE .....	40
5.1 PRINCIP TEORETICKÝCH VÝPOČTŮ .....	40
5.2 TRASA PRAHA MASARYKOVO – KOLÍN, PRAHA LIBEŇ – KOLÍN .....	43



5.3	TRASA STRANČICE – PRAHA HL. N., PRAHA HL. N. – STRANČICE.....	45
5.4	TRASA PRAHA HL. N. – MILOVICE, MILOVICE – PRAHA HL. N. ....	48
5.5	CELKOVÝ SOUHRN VÝSLEDKŮ TEORETICKY VYPOČÍTANÝCH DAT ..	52
6	POROVNÁNÍ NAMĚŘENÝCH A VYPOČÍTANÝCH DAT .....	53
	ZÁVĚR.....	55
	SEZNAM POUŽITÉ LITERATURY .....	57
	SEZNAM OBRÁZKŮ .....	58
	SEZNAM TABULEK.....	60
	SEZNAM PŘÍLOH .....	61

# ÚVOD

V poslední době výrazně stoupá meziroční spotřeba elektrické energie ve všech odvětvích, a to o jednotky procent. V důsledku této skutečnosti je snaha snížit spotřebu stále vyšší. Snížení lze dosáhnout efektivním využíváním elektrické energie. Toto šetření energie vede k nižším výdajům za spotřebu a zejména k ochranně životního prostředí, vzhledem k faktu, že dominantní složku výroby elektrické energie tvoří dodnes stále fosilní paliva. Pro zlepšení efektivity spotřeby je nutné zvýšit účinnost. Jedním ze způsobů, jak toho docílit, je rekuperace, tedy možnost přeměny kinetické energie vozidla na elektrickou energii, kterou lze dále využívat. Na toto je přizpůsobena elektrická jednotka řady 471.

Cílem bakalářské práce je porovnat naměřená data, která byla zaznamenána na konkrétních trasách, získat informace ohledně spotřebované a rekuperované energie a tyto údaje následně porovnávat s teoreticky vypočítanými hodnotami.

Struktura bakalářské práce je rozdělena na teoretickou a praktickou část. Teoretická část je rozdělena na tři hlavní kapitoly, které se dále dělí na podkapitoly. První kapitola obsahuje technické údaje o elektrické jednotce řady 471 a teoretické poznatky o její elektrické výzbroji. V druhé kapitole autor představuje skupiny jízdních odporů působících proti pohybu vozidla, které se dělí na vozidlové a traťové odpory. Ve třetí části je specifikováno rekuperační brzdění jednotky a popsán princip brzdění pomocí elektrodynamické brzdy.

Na teoretickou část navazuje část praktická, která je rozdělena do čtyř kapitol. Ve čtvrté kapitole jsou nejprve stručně popsány postupy pro výpočty s naměřenými daty a dále v ní jsou tyto hodnoty zobrazeny v grafické podobě v závislosti na ujeté vzdálenosti od počátku trasy. Pátá kapitola obsahuje teoretické výpočty pro konkrétní trasy, které jsou naměřeny. V poslední části autor porovnává změřená data s teoreticky vypočítanými hodnotami

# 1 Elektrická jednotka

Po konci ekonomické životnosti elektrických jednotek řady 451 v letech 1979–1983 bylo nutné zahájit vývoj nového nástupce této řady. Původním nástupcem měla být řada 470 ale po nerealizovaných dodávkách těchto jednotek započal vývoj nových elektrických jednotek 471, které navázaly na prototypy řady 470. Jedná se o dvoupodlažní jednotku, která se skládá ze tří vozů. Původně se souprava měla skládat ze čtyř částí. Nakonec však výrobci zůstali u hnacího vozu, řídicího vozu a u jednoho vloženého vozu. První trakční vůz této nové řady byl vyroben v roce 1997, avšak první kompletní vozová jednotka byla Českým drahám předána až v roce 2000.

Jedná se o spolehlivé vozy, které jsou plně srovnatelné se západoevropským standardem. Jednotky této řady jsou využívány pro stejný hlavní provozní účel jako její předchůdci 451 a 452, slouží tedy výhradně pro příměstskou osobní dopravu nejčastěji v okolí Prahy [9].



Obr. 1: Elektrická jednotka řady 471

Zdroj: Švestka, 2004

V následující tabulce jsou uvedené základní technické parametry jednotlivých vozů a celé soupravy:

Tab. 1: *Technické údaje elektrické jednotky řady 471*

Technické údaje celé soupravy řady 471

Výrobce	ČKD Vagonka, Škoda Transportation
Sériová výroba od roku	1997
Trakční systém	3 kV =
Délka přes nárazníky	79 200 mm
Výška se staženými sběrači	4 635 mm
Minimální poloměr oblouku	120 m
Uspořádání pojezdu	Bo' Bo' + 2' 2' + 2' 2'
Služební hmotnost	155,4 t
Trvalý výkon	2 000 kW
Maximální rychlost	140 km/h
Počet míst (sezení + stání)	643

Technické údaje hnacího vozu řady 471

Délka přes nárazníky	26 400 mm
Uspořádání pojezdu	Bo' Bo'
Služební hmotnost	62,7 t
Maximální tažná síla	180 kN
Regulace výkonu	IGBT tranzistory
Trvalý výkon	2 000 kW
Maximální rychlost	140 km/h

Technické údaje vloženého vozu řady 071

Délka přes nárazníky	26 400 mm
Uspořádání pojezdu	2' 2'
Služební hmotnost	47,3 t

Technické údaje řídicího vozu řady 971

Délka přes nárazníky	26 400 mm
Uspořádání pojezdu	2' 2'
Služební hmotnost	47,3 t

## 1.1 Elektrická výzbroj jednotky

Elektrická jednotka řady 471 je určena pro provoz na tratích se stejnosměrnou napájecí soustavou 3 kV. Hnací vůz má čtyři dvojkolí umístěná ve dvou podvozcích, z nichž každé dvojkolí je poháněno individuálně. Pohon nám zajišťují 4 třífázové šestipólové asynchronní trakční motory s kotvou nakrátko a s vlastní ventilací. Motory, mají speciální konstrukci v podobě dvojitého statorového vinutí a jsou zapojeny do dvojité hvězdy. Maximální výkon každého z nich je 500 kW. Vzhledem k tomu, že jsou tyto elektrické stroje určené pro třífázové střídavé napětí, jsou nedílnou součástí hnacího vozu také dvě měničové skříně, které se nacházejí v přední a zadní strojovně. V každé z nich se nachází čerpadlo, ventilátor pro chladicí systém měničů, kondenzátory vstupního filtru, měřící a ochranná zařízení, procesorová regulace měniče ale také dva střídače, jejichž úkolem je převést stejnosměrné napětí, resp. stejnosměrný proud na střídavé napětí a proud. Trakční střídače se skládají z 12 vysokonapěťových bezpotenciálových modulů IGBT umístěných na vodním chladiči. Použití tranzistorů IGBT umožnilo zvýšení spínací frekvence šířkově pulzní modulace na 800 Hz. Rozložení napájecího napětí je v jedné skříně řešeno zapojením dvou měničů do série, aby nedošlo k překročení jejich maximálního napěťového namáhání. Každý motor je pak napájen z jedné poloviny střídače.

Součástí skříně v přední strojovně je také primární měnič s oddělovacím transformátorem a usměrňovačem, čímž je vytvořena izolovaná stejnosměrná síť 540 V, která slouží pro napájení pomocných pohonů. Dále se v přední měničové skříně nachází pulzní měnič elektrodynamické brzdy a další dva sekundární měniče pro motor kompresoru a ventilátor brzdového odporu, které jsou opět osazeny prvky IGBT. Pomocné pohony jsou rovněž třífázové asynchronní motory napájené regulovatelným napětím a kmitočtem, čímž zajistíme řízení rozběhu a otáček. Palubní síť a řídicí systém je napájen z baterie, která je dobývána z měniče 540/24 V.

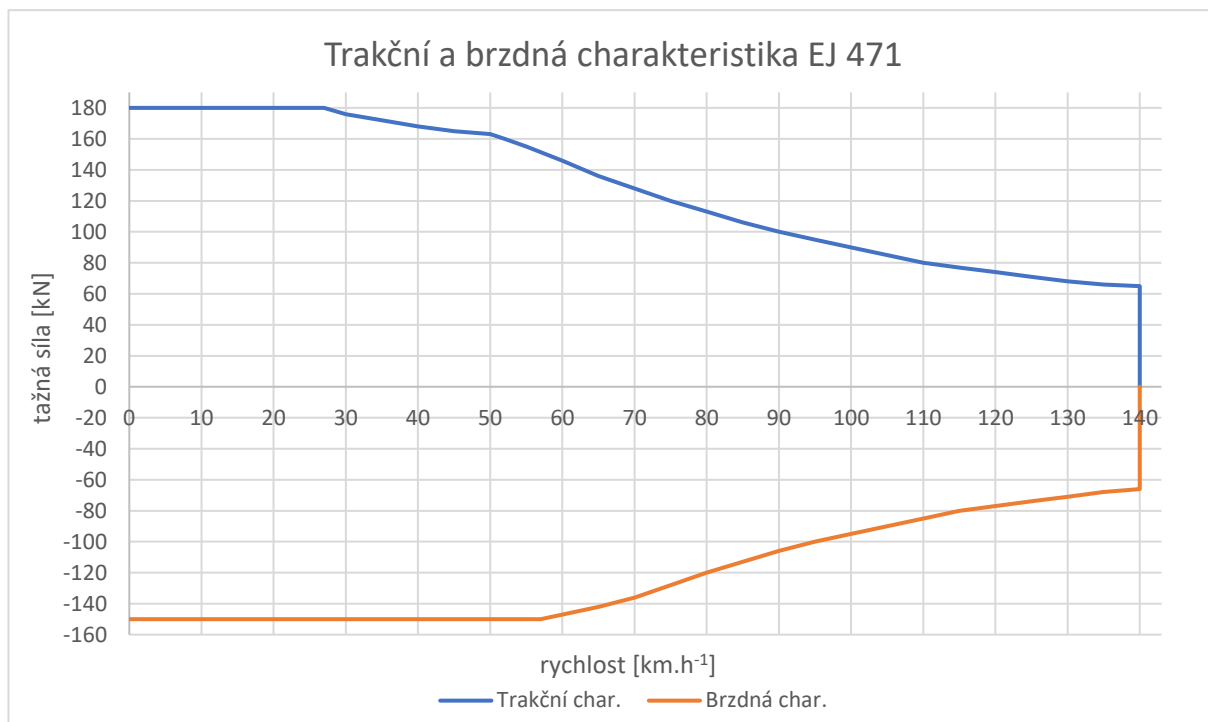
Řízení je mikroprocesorové a jednotlivé vozy jsou vybaveny vlastními počítači, které spolu komunikují po datové sběrnici. Soupravu 471 je možné řídit třemi způsoby. První režim ARR je založen na předem navolené rychlosti, kterou souprava bude udržovat. Druhý způsob je manuální a řídí jej sám strojvedoucí pomocí hlavní páky, kterou ovládá i brzdění vlaku. Poslední systém řízení je AVV, čímž zajistíme automatické vedení vlaku.

Napájení trakčních pohonů probíhá přes polopantografový sběrač ŠKODA 3 LP 40/S, umístěný na střeše ve snížené části hnacího vozu. Elektrická energie je dále přiváděna přes vstupní odrušovací filtr sestavený z kondenzátoru a tlumivky. Za tímto filtrem se nachází hlavní vypínač typu N1B4G3 s vypínacím proudem 1250 A. Silové obvody jsou chráněny bleskojistkou proti atmosférickému přepětí. Před první a druhou měničovou skříní se nachází vstupní filtr dělený na dvě části, který tak vytváří kapacitní dělič pro rozdělení napětí troleje na dvě poloviny 2x 1500 V. Trakční obvod se uzavírá přes nápravové sběrače.

Do praktických výpočtů je velice důležité zahrnout výkonové a mechanické ztráty, které vznikají v trakčním obvodu při přeměně elektrické energie odebírané z troleje na mechanickou energii, jež pohání dvojkolí hnacího vozu. Nejméně významnými ztrátami jsou ty, které vznikají ve vstupním odrušovacím filtru, kde se ztratí maximálně 1 % z celkové odebírané energie. S použitím kvalitních polovodičových prvků IGBT je účinnost použitých střídačů velice vysoká a dosahuje hodnoty 97 %. Výrazně nižší jsou účinnosti trakčních asynchronních motorů jejichž střední hodnota se pochybuje se okolo 88 %. Poslední složkou, kterou je nutné brát v potaz při výpočtech, jsou mechanické ztráty vznikající při přenosu energie mezi hřídelí motoru a nápravou vozidla. Tato účinnost je rovna 98 %. Pro získání celkové účinnosti trakčního obvodu hnacího vozu je nutné tyto dílčí typy ztrát pronásobit, čímž získáme hodnotu 0,83, se kterou bude nezbytné počítat v trakčních výpočtech [9].

## 1.2 Trakční a brzdná charakteristika vozidla

Základním prostředkem pro porovnávání hlavních provozních vlastností vozidel jsou trakční charakteristiky. Trakční charakteristika jako taková zobrazuje závislost tažné síly na obvodu kol  $F_t$ , kterou je schopno vozidlo vyvinout v závislosti na rychlosti, kterou se vozidlo v daný časový okamžik pohybuje. Brzdná charakteristika vozidla má totožný tvar jako trakční charakteristika s tím rozdílem, že brzdná síla má záporné znaménko. Průběhy jsou omezeny maximální rychlostí a maximální tažnou či brzdou silou, jež vozidlo může z konstrukčních důvodů vyvinout. V následujícím obrázku lze pozorovat grafické znázornění obou průběhů pro elektrickou jednotku 471:



Obr. 2: *Trakční a brzdňá charakteristika EJ 471*

Zdroj: Vlastní zpracování dle Široký, 2007

## 2 Klasifikace jízdních odporů

Za jízdní odpory se považují skupiny sil, které působí proti směru pohybu vozidla. Tyto síly nelze považovat jako brzdné, jelikož nejsou vyvolány záměrně. Celkově se jízdní odpory dělí do dvou hlavních skupin na vozidlové odpory a traťové odpory [1].

### 2.1 Vozidlové odpory

Tyto jízdní odpory jsou reprezentovány zejména technickým stavem vozidla a jeho konstrukcí. Mezi dílčí odpory, které jsou součástí celkového vozidlového odporu, patří odpor z valení kola, odpor v nápravových ložiskách a odpory, které vznikají působením vnějšího prostředí.

#### 2.1.1 Odpor z valení kola

Tento odpor vzniká při odvalování kola po kolejnici. Při stání i pohybu vozidla se deformují dvě stýkající se tělesa. Prvním z nich je dvojkolí, které je vyrobeno z podstatně tvrdšího materiálu než kolejnice, která je druhým tělesem. To vede k tomu, že se dvojkolí vlivem tíhy vozidla vtlačí do kolejnice. Z toho vyplývá, že se tělesa nedotýkají v bodě, nýbrž v malé plošce s elipsovitým tvarem. Do vzorce pro výpočet měrného vozidlového odporu z valení kola vstupuje mnoho faktorů, jak již zmíněná tuhost a drsnost koleje a kolejnice, průměr kol, velikost svislé kolové síly a také rychlost jízdy vozidla. Při výpočtech se obvykle používá měrný odpor z valení kola, jehož hodnoty se pohybují v rozmezí 0,2 až 0,6 N.kN<sup>-1</sup> [2].

#### 2.1.2 Odpor v ložiskách

Velikost odporu v ložiskách je ovlivněna zejména typem použitých ložisek, teplotou během provozu, druhem a kvalitou maziva a velikostí svislé kolové síly, která zatěžuje ložiska, ale je snížena o tíhu vlastního dvojkolí. Všechny tyto zmíněné faktory ovlivňují výpočet odporu. V dnešní době výrazně převažuje použití valivých ložisek oproti kluzným, jejichž odpor je značně ovlivňován teplotou okolního prostředí. Při rozjezdu o teplotách nad bodem mrazu, měrný odpor nepřevyšuje 7 N.kN<sup>-1</sup> ale při teplotách nižších než 0°C se tato hodnota dostává až k 15N.kN<sup>-1</sup>. Po rozjezdu vozidla se extrémní hodnoty měrného odporu v ložiskách ustálí v rozmezí 0,3 až 1 N.kN<sup>-1</sup> [2].



### 2.1.3 Odpor prostředí

Odpor vnějšího prostředí, nebo jinak řečeno odpor vzduchu, vzniká v důsledku obtékání tělesa v daném látkovém prostředí. Tento odpor má významný vliv na výsledný vozidlový odpor především při vyšších rychlostech. Obecně lze tento odpor vypočítat pomocí vztahu:

$$O_{vz} = \frac{1}{2} \cdot c_x \cdot S \cdot \rho_{vz} \cdot V^2 \quad [\text{N}] \quad (1)$$

kde:

$\rho$  – měrná hustota prostředí [ $\text{kg} \cdot \text{m}^{-3}$ ], pro vzduch je tato hodnota rovna  $1,25 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$ ;

$c_x$  – představuje bezrozměrný tvarový součinitel odporu vzduchu, který charakterizuje tvar vozidla z pohledu jeho obtékání vzduchem. Tento součinitel se pohybuje od 0,2 do 1;

$S$  – velikost čelní plochy vozidla [ $\text{m}^2$ ];

$V$  – relativní rychlost vozidla vůči prostředí [ $\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$ ], získání této rychlosti není v praktických podmínkách jednoduché, proto se pro měření odporu pro vyšší rychlosti využívají aerodynamické tunely;

### 2.1.4 Měrný vozidlový odpor

Vzhledem k složitosti matematických předpisů pro dílčí výpočty vozidlových odporů se zavádí pojem měrný vozidlový odpor, který je složeným polynomem druhého stupně:

$$o_v = a + b \cdot V + c \cdot V^2 \quad [\text{N} \cdot \text{kN}^{-1}] \quad (2)$$

kde:

$a$  – koeficient pro odpor z valení kola;

$b$  – koeficient pro odpor v ložiskách;

$c$  – koeficient pro odpor vnějšího prostředí;

$V$  – rychlost vozidla;

Koeficienty  $a$ ,  $b$ ,  $c$  se vypočítají pomocí metody nejmenších čtverců z prakticky naměřených hodnot při výběhových zkouškách vozidla. Tento vztah je důležitý hlavně pro grafické znázornění průběhu vozidlového odporu v závislosti na rychlosti vozidla a výpočet

potřebných trakčních parametrů vozidla. Pokud není předpis zaveden, je nutné měrný vozidlový odpor dopočítat podle podobného hnacího vozidla, případně použít vztah z předpisu V7 pro konkrétní hnací vozidlo [3].

Pro elektrickou jednotku 471 rozlišujeme polynom pro hnací vůz:

$$o_v = 1,11 + 0,0185 \cdot V + 0,0006 \cdot V^2 \quad [\text{N.kN}^{-1}] \quad (3)$$

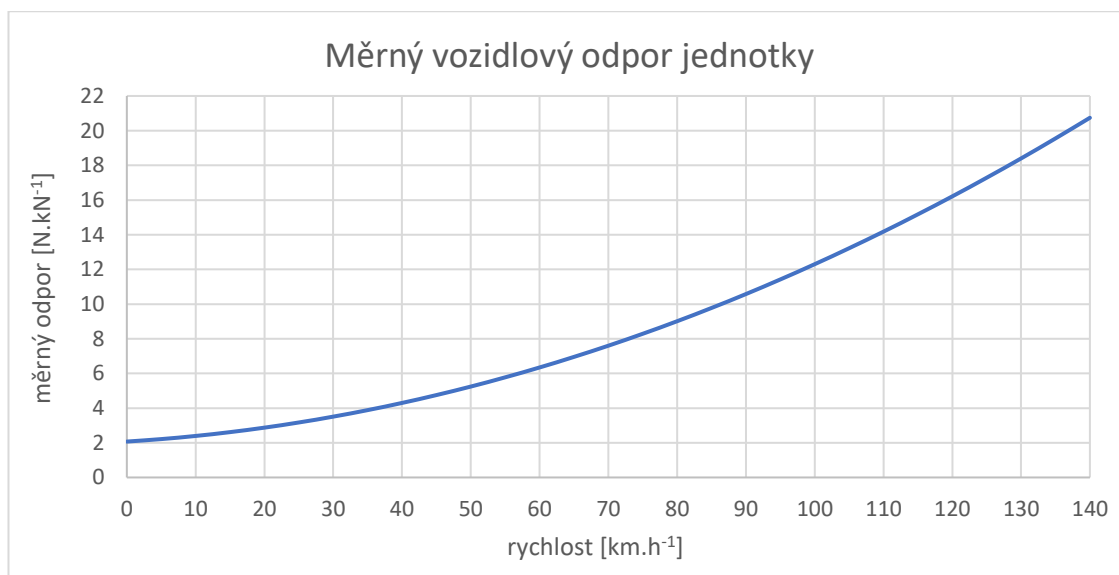
Polynom pro řídicí vůz s vloženým vozem:

$$o_v = 0,96 + 0,0061 \cdot V + 0,000177 \cdot V^2 \quad [\text{N.kN}^{-1}] \quad (4)$$

kde:

$V$  – rychlost vozidla [ $\text{km.h}^{-1}$ ];

Na Obr. 3. je grafické znázornění měrného vozidlového elektrické jednotky 471.



Obr. 3: Měrný vozidlový odpor EJ 471

Zdroj: Vlastní zpracování

## 2.2 Traťové odpory

Jedná se o druhou skupinu jízdnicích odporů, které jsou ovlivňovány zejména železniční infrastrukturou. Oproti vozidlovým odporům, které jsou závislé na rychlosti vozidla, jsou tyto odpory závislé pouze na traťových poměrech. Mezi dílčí odpory patří odpor ze sklonu tratě, odpor z jízdy v tunelu a odpor z jízdy obloukem. Hodnota traťového odporu může při splnění určitých podmínek působit ve směru pohybu vozidla.

### 2.2.1 Odpor ze sklonu trati

Z fyzikálního hlediska se jedná o klasický případ tělesa na nakloněné rovině. Tento sklon se vyjadřuje v jednotkách promile [‰], čímž se ve výsledku číselně vyjadřuje změna výšky koleje v metrech, která se obvykle vztahuje na základnu o délce 1000 m. Odpor ze sklonu trati nám udává vztah:

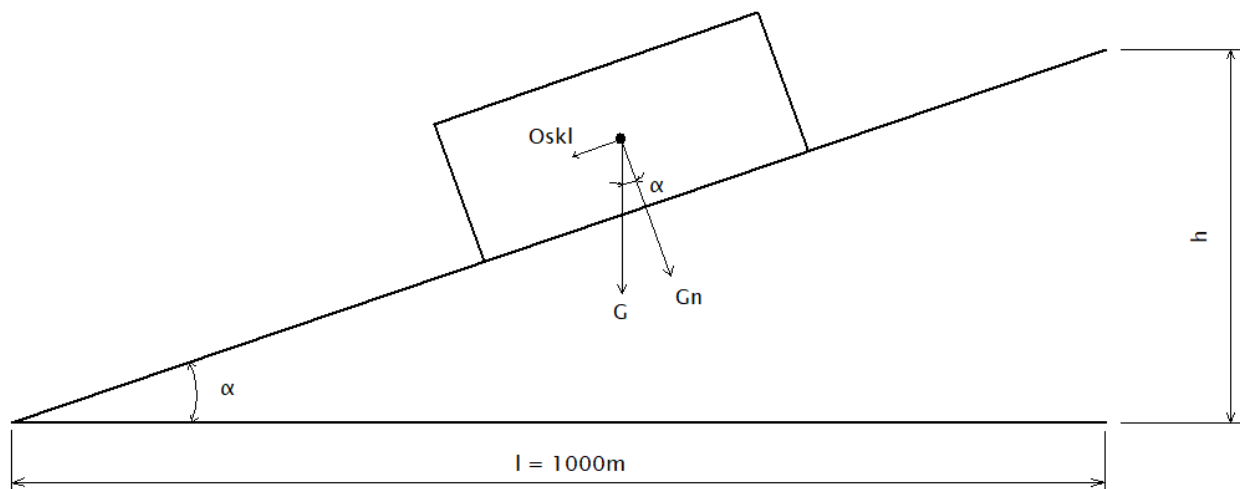
$$O_{skl} = M + g + s \quad [N] \quad (5)$$

kde:

$M$  – hmotnost vozidla [t];

$g$  – tíhové zrychlení [ $m \cdot s^{-2}$ ];

$s$  – sklon [‰];



Obr. 4: *Odpor ze sklonu trati*

Zdroj: Vlastní zpracování dle Mlynařík, 2011

Síly, které působí na vozidlo při jízdě do stoupání, jsou znázorněny na obr. 4. Vzhledem k malému úhlu  $\alpha$  můžeme považovat  $\tan \alpha$  a  $\sin \alpha$  za rovnající se goniometrické funkce, a proto můžeme na základě podobnosti trojúhelníků pro sklon napsat následující vztah:

$$tg \alpha \approx \sin \alpha = \frac{Oskl}{G} = \frac{h}{l} \quad [-] \quad (6)$$

Po jednoduchých úpravách rovnice získáme vztah:

$$s = o_s = 1000 \frac{h}{l} \quad [‰] \quad (7)$$

kde:

$s$  – sklon [‰];

$Oskl$  – odpor ze sklonu [N];

$o_s$  – měrný odpor ze sklonu [N.kN<sup>-1</sup>];

$G$  – tíhová síla [N];

$h$  – rozdíl výšky koleje [m];

$l$  – vzdálenost základny [m];

Měrný odpor ze sklonu na trati je přímo roven sklonu v promilích. Tuto získanou hodnotu můžeme následně používat v trakčních výpočtech. Při jízdě po spádu tento odpor nepůsobí proti směru pohybu vozidla jako ostatní, nýbrž ve směru pohybu a ve výpočtech se objevuje se záporným znaménkem. Sklon na hlavních tratích dosahuje až do hodnot 15 ‰ [4].

### 2.2.2 Odpor z průjezdu tunelem

Tento traťový odpor působí vždy proti směru pohybu vozidla. Vzniká v uzavřeném prostoru tunelu, kde dochází ke zhoršenému obtékání vozidla vzduchem než při pohybu vozidla ve volném prostoru mimo něj. Při jízdě tunelem dochází k víření vzduchu kolem vozidla, což to má za následek jeho vytlačování ve směru jízdy vozidla. Tím vzniká odpor z jízdy tunelem, který má různé velikosti a závisí zejména na rozměrech tunelového profilu. Hodnota pro tunel kterým prochází jedna kolej je 2 N.kN<sup>-1</sup> [5].

### 2.2.3 Odpor z jízdy obloukem

Pokud kolejové vozidlo projíždí obloukem vzniká odporová síla, kterou nelze zanedbat. Při tomto pohybu se musí vozidlo natáčet zároveň kolem středu oblouku. V ustálené poloze se vozidlo natáčí vůči koleji okolo jednoho určitého bodu. Při tomto jevu vznikají mezi kolejnicemi a koly třecí síly, na které má největší vliv poloměr oblouku,

rychlost jízdy, součinitel tření mezi koly a kolejnicemi i konstrukční provedení pojezdu vozidla. Pro konkrétní vozidlo o dané hmotnosti se pro odpor z jízdy obloukem používá předpis [6]:

$$O_R = M + g + o_r \quad [\text{N}] \quad (8)$$

kde:

$M$  – hmotnost kolejového vozidla [t];

$g$  – tíhové zrychlení [ $\text{m}\cdot\text{s}^{-2}$ ];

$o_r$  – měrný odpor z oblouku [ $\text{N}\cdot\text{kN}^{-1}$ ];

Pro přehlednost a jednoduchost výpočtů se pro získání hodnoty měrného odporu z jízdy obloukem používají tzv. Röcklovy vzorce:

$$o_r = \frac{650}{R-55} \quad [\text{N}\cdot\text{kN}^{-1}] \quad (9)$$

$$o_r = \frac{500}{R-30} \quad [\text{N}\cdot\text{kN}^{-1}] \quad (10)$$

kde:

$R$  – poloměr oblouku [m];

Z těchto vztahů je zřejmé, že respektují pouze poloměr oblouku. V tuzemských podmínkách se pro hlavní tratě používá vztah (9) a pro vedlejší tratě vztah (10).

#### 2.2.4 Redukovaný sklon trati

Pro zjednodušení trakčních výpočtů se používá redukovaný sklon trati, který pro výpočty postačí. V praxi to vypadá tak, že se odpory měrných traťových odporů z jízdy obloukem a tunelem převádějí na sklon trati, který je ke skutečnému sklonu trati připočten následovně:

$$s_r = \frac{s \cdot l + o_{obl} \cdot l_{obl} + o_{tun} \cdot l_{tun}}{l} \quad [\%] \quad (11)$$

kde:

$s$  – skutečný sklon tratě [%];

$l$  – celková délka měřeného úseku [m];

$l_{tun}$  – délka projížděného tunelu [m];

$o_{tun}$  – měrný odpor z průjezdu obloukem [N.kN<sup>-1</sup>];

$l_{obl}$  – délka oblouku [m];

$o_{obl}$  – měrný odpor z jízdy obloukem [N.kN<sup>-1</sup>];

Z teoretického pohledu se jedná o přidání pomyslných sklonů, které jsou vztaženy na celkovou délku zkoumaného úseku. Tento znázorněný vztah pro redukovaný sklon lze přímo dosadit do pohybové rovnice vozidla [1].

### 2.3 Součinitel rotačních hmot

Vzhledem k tomu, že vozidlo obsahuje i několik rotačních částí jako například dvojkolí, alternátory, převodovky, brzdové kotouče a rotory trakčních motorů, tak musíme při výpočtech zohledňovat i kinetickou energii těchto rotačních pohybů. Pro roztočení rotačních hmot musí být vyvinuta určitá mechanická práce, která se následně přepočítává na ekvivalentní posuvný pohyb, čímž získáme bezrozměrnou jednotku  $\rho$ . Z toho vyplývá, že se na celkové kinetické energii vozidla nepodílí jenom posuvný pohyb jeho hmotnosti ale i tento součinitel, kterým teoreticky navýšíme hmotnost vozidla. Pro získání součinitele rotačních hmot se používá metoda volného výběhu vozidla. Součinitel lze z daných konstrukčních parametrů vypočítat pro každé určité vozidlo, avšak pro jednotlivé druhy vozidel byl statisticky určen průměrný součinitel rotačních hmot, který se obvykle pohybuje mezi těmito hodnotami [2]:

Tab. 2: Hodnoty součinitele rotačních hmot

Konstrukce vozidla	Součinitel rotačních hmot
Elektrické lokomotivy	$\rho = 0,25$ až $0,30$
Motorové lokomotivy	$\rho = 0,20$ až $0,25$
<b>Elektrické a motorové jednotky</b>	<b><math>\rho = 0,07</math> až <math>0,15</math></b>
Osobní vozy	$\rho = 0,06$
Nákladní vozy ložené	$\rho = 0,06$

## 2.4 Pohybová rovnice

Šetření jízdy vlaku by bylo při uvažování všech vlivů, které na něj působí příliš obtížné a složité na popsání, proto je třeba zavést určitá zjednodušení, které tyto vlivy s malým účinkem přehlídí a zjednoduší nám tím trakční výpočty. Na vozidlo působí mnoho sil ve svislém i podélném směru. Ve výpočtech se budou brát v potaz pouze síly rovnoběžné se směrem pohybu vlaku a síly tíhové. Určují se ze statických charakteristik. Pro teoretické úvahy je možno stanovit pojem ideální vozidlo, na které bude pohlíženo jako na homogenní celek se soustředěnou hmotností do jeho těžiště. Pokud vůz nebo soupravu vozidel nahradí jeden hmotný bod, zanedbává vzájemné pohyby mezi dílčími vozy soupravy např. síly ve spřáhlech.

Celkovou tažná síla se vypočítá pomocí vztahu:

$$F_t = m_v \cdot (1 + \rho) \cdot a + O_v + O_t + B \quad [\text{N}] \quad (12)$$

kde:

$m_v$  – celková hmotnost všech vozidel řazených ve vlaku [kg];

$\rho$  – součinitel rotačních hmot [-];

$a$  – zrychlení vlaku ve směru jízdy [ $\text{m}\cdot\text{s}^{-2}$ ];

$O_v$  – celkový vozidlový odpor všech řazených vozidel [N];

$O_t$  – celkový traťový odpor všech řazených vozidel [N];

$B$  – celková brzdící síla [N];

### 3 Rekuperace elektrické energie

Pokud je potřeba aby vozidlo zmenšilo svoji rychlost nebo zastavilo, je nutné pohybovou energii, která žene soupravu vpřed, zmařit nebo jí přeměnit na energii jiného druhu. Abychom toho docílili, musí na vozidlo působit zpomalující síly proti směru jeho pohybu. Přírozenou zpomalovací silou je skupina jízdních odporů, která však není dostačující a k zastavení by došlo na adekvátně dlouhé vzdálenosti. Je proto třeba zavést umělou sílu, která způsobí záměrné brzdění vozidla. Brzdění je tedy umělé zvýšení vozidlového odporu za účelem snížení rychlosti vlaku až do případného zastavení. Dříve při použití elektrického brzdění, byly využívány pouze brzdové odporníky k přeměně kinetické energie vozidla na teplo, které vytvořené teplo mařily a tím pádem docházelo k velkým ztrátám. S nástupem nových technologií, zejména ve výkonové elektronice, se hojně setkáváme s výrazem rekuperace, která umožňuje toto množství kinetické energie znovu využít takzvaným rekuperačním brzděním a způsobí tím výrazné úspory energie. V podstatě jde o proces přeměny kinetické energie vozidla zpět na využitelnou elektrickou energii. Z technologického hlediska jízdy je možno rekuperaci rozdělit na zastavovací brzdění a spádové brzdění, kdy je udržována konstantní rychlost při jízdě vlaku na urychlujícím spádu. Pokud je urychlující síla větší než jízdní odpory, je možné na tomto úseku využít přeměnu mechanické energie a elektrickou.

Tento aspekt zaleží na mnoha faktorech, zejména na elektrické výzbroji hnacího vozu, která musí být k rekuperaci uzpůsobena. Také na tom, zda je možné v daném úseku rekuperaci provádět. Dále je nutné vytvořenou energii nějakým způsobem spotřebovat, což lze zajistit například vrácením energie zpět do napájecí sítě, využít ji pro vlastní spotřebu vozidla nebo ji ukládat do akumulátorů, čehož se využívá zejména v automobilové dopravě [9].

#### 3.1 Elektrodynamická brzda

Součástí brzdového systému elektrické jednotky 471 jsou čtyři hlavní typy brzd a to ruční, pneumatická, elektrodynamická a elektromagnetická kolejnicová brzda. Primárně je k brzdění používána rekuperační elektrodynamická brzda (EDB). Základem EDB je využití trakčního motoru v generátorickém režimu. Pohon vlaku tvoří asynchronní třífázové motory,

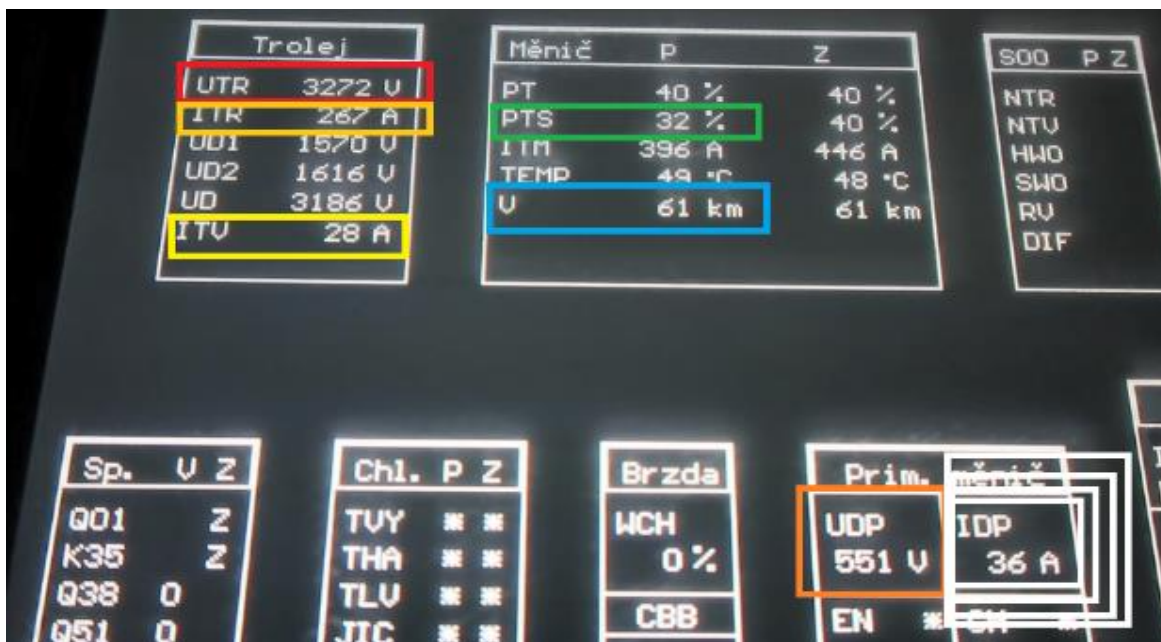


které začínají přeměňovat mechanickou energii na elektrickou, pokud skluz klesne pod 0 a změní se v záporný. Z odborného hlediska je nutné zajistit, aby mechanické otáčky, tedy úhlová rychlost rotoru, byla vyšší než synchronní úhlová rychlost točivého magnetického pole stroje. Tím se vytvoří kroutící moment působící proti směru rotace zařízení. V tomto režimu stroj odebírá ze sítě jalový výkon a dodává zpět do sítě výkon činný.

Tento druh brzdění je však omezen maximální hodnotou napětí troleje, která činí 3500 V. Přednostně se tedy využívá rekuperační EDB, a to až do hodnoty maximálního vstupního napětí troleje, kdy se rekuperace vypíná a vytvořenou energii je nutné zmařit v brzdových odporových, z čehož vyplývá, že elektrodynamická brzda jednotky může pracovat i odporovém režimu. Jednou ze dvou největších výhod používání EDB, kromě snížení energetické náročnosti železniční dopravy, je snížení opotřebení části brzdového systému. Vzhledem k tomu, že při tomto brzdění nedochází ke styku třecích ploch můžeme konstatovat, že se teoreticky jedná o systém, při kterém nedochází k žádnému opotřebení mechanických částí. Základem pro sledování provozních vlastností všech typu brzd je brzdná charakteristika. Maximální záporná brzdná síla elektrodynamické brzdy použité v elektrické jednotce řady 471 je -150 kN, což je patrné z Obr. 2. [10].

## 4 Naměřená data

Naměřená data byla získána přepisováním hodnot z videozáznamů palubní desky, které byly pořizovány přímo z kabiny strojvedoucího. Data důležitá pro následující výpočty jsou zobrazeny na obrázku 5.



Obr. 5: Obrázek z videozáznamu palubní desky

Zdroj: Vlastní zpracování

1 Praha-Libeň - Kolín solo panták, ARR, VIDEO 7585, 7586, 7587									
čas [s]	napětí troleje [V]	proud troleje [A]	proud topení [A]	poměrný tah skutečný [%]	skutečná rychlost [km/h]	napětí PP DC (560V) [V]	proud PP (560V) [A]	zastávka	
171	167	3204	179	28	25	45	551	35	
172	168	3196	267	25	40	49	550	35	
173	169	3196	267	25	40	49	550	35	
174	170	3212	200	25	28	49	551	35	
175	171	3212	200	25	28	49	551	35	
176	172	3200	269	25	34	52	551	35	
177	173	3200	269	25	34	52	551	35	
178	174	3204	253	25	34	54	551	35	
179	175	3204	253	25	34	54	551	35	
180	176	3208	364	25	34	56	551	35	
181	177	3208	364	25	34	56	551	35	
182	178	3204	369	28	34	57	551	35	
183	179	3204	369	28	34	57	551	35	
184	180	3260	272	28	34	59	551	35	
185	181	3260	272	28	34	59	551	35	
186	182	3272	267	28	32	61	551	36	
187	183								
188	184								
189	185								

Obr. 6: Data přepsaná do tabulky

Zdroj: Vlastní zpracování

Video bylo každou vteřinu pozastaveno, aby z něj bylo možné přepsat hodnoty jako je čas, napětí troleje, proud troleje, proud topení, poměrný skutečný tah, skutečná rychlost, napětí a proud z měniče sloužícího pro pomocné pohony a umístění zastávek. Tato data pro jednu měřenou trasu jsou součástí jednoho excelovského souboru.

#### 4.1 Postup výpočtů naměřených dat

S naměřenými daty bylo nutné dále pracovat, aby se došlo k požadovanému výsledku, tedy k celkové energetické náročnosti úseku a poměru rekuperované energie k odebrané energii z troleje. Nejprve byla dopočítána dráha pomocí aktuální skutečné rychlosti a předchozí ujeté vzdálenosti:

$$s_x = \left\{ \left( \left[ \frac{v_{skut}}{3,6} \right] * 1 \right) / 1000 \right\} + s_{x-1} \quad [\text{km}] \quad (13)$$

kde:

$v_{skut}$  – skutečná rychlost vozidla [ $\text{km.h}^{-1}$ ];

$s_{x-1}$  – předchozí ujetá dráha [km];

Dále bylo třeba spočítat příkon z troleje a příkon topení, který je odebírán přímo z troleje, proto můžeme zavést následující vztahy:

$$P_{tr} = (U_{tr} \cdot I_{tr}) / 1000 \quad [\text{kW}] \quad (14)$$

kde:

$U_{tr}$  – napětí z troleje [V];

$I_{tr}$  – proud troleje [A];

$$P_{top} = (U_{tr} \cdot I_{top}) / 1000 \quad [\text{kW}] \quad (15)$$

kde:

$U_{tr}$  – napětí troleje [V];

$I_{top}$  – proud topení [A];

Pro výpočet příkonu pomocných pohonů bylo potřeba navíc počítat s účinností oddělovacího transformátoru, usměrňovače a střídače, jejichž součin činí 0,96, čímž se

musela výsledná hodnota příkonu podělit. Vztah pro příkon odebraný z troleje pro pomocné pohony:

$$P_{pp} = [(U_{pp} \cdot I_{pp}) / 1000] / 0,96 \quad [\text{kW}] \quad (16)$$

kde:

$U_{pp}$  – napětí primárního měniče [V];

$I_{pp}$  – proud primárního měniče [A];

Předpis pro výpočet spotřebované elektrické energie je následující:

$$E_{el} = (1 / 3600) \cdot P_{tr} \quad [\text{kWh}] \quad (17)$$

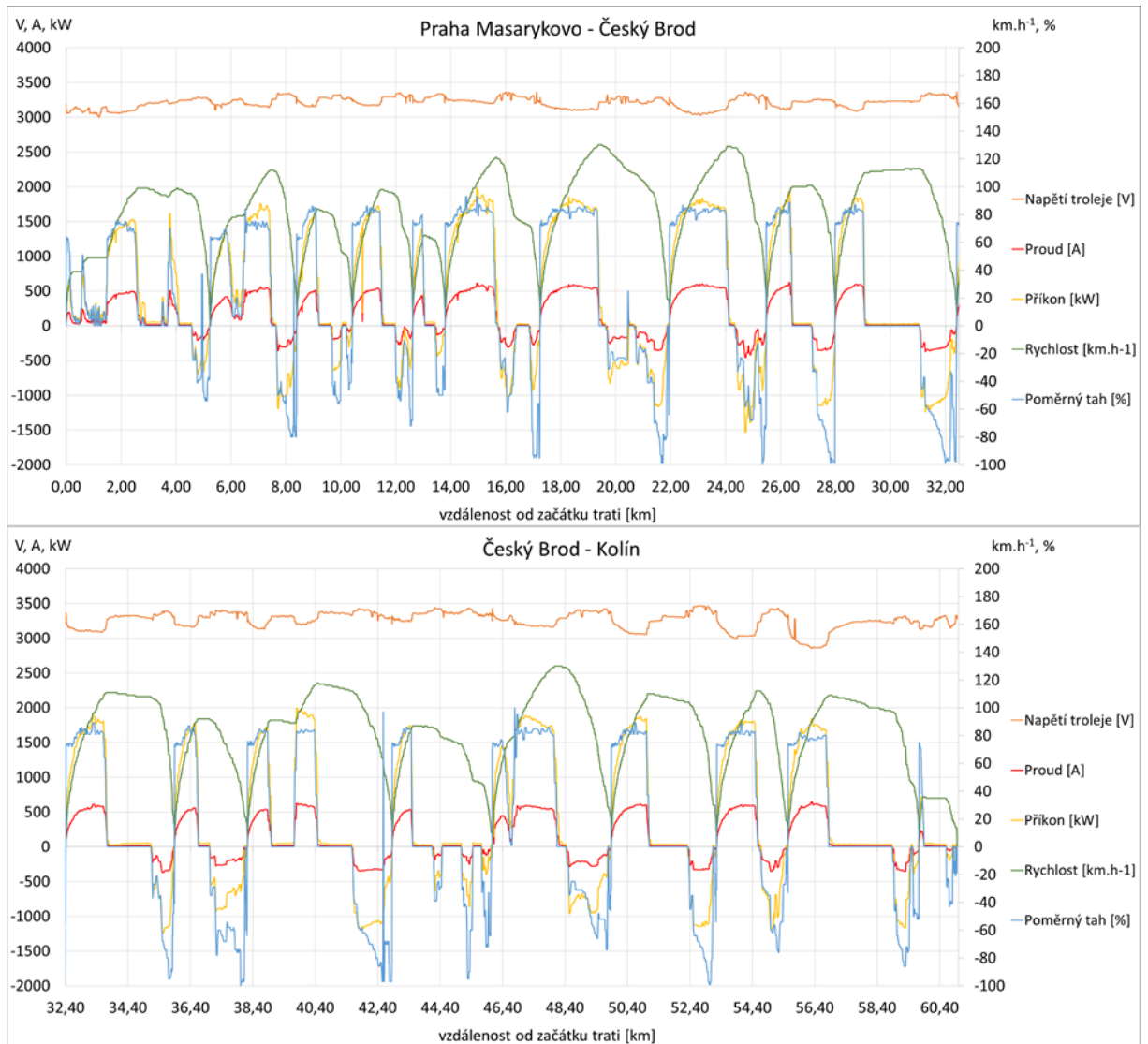
kde:

$P_{tr}$  – příkon z troleje [kW];

Při dosazení příkonů pro pomocné pohony a topení dojdeme k obdobnému výsledku jako v případě dosazení příkonu z troleje. Pokud všechny hodnoty spotřebované energie za jednu vteřinu sečteme, získáme celkové energetické náročnosti úseku, pomocných pohonů a topení.

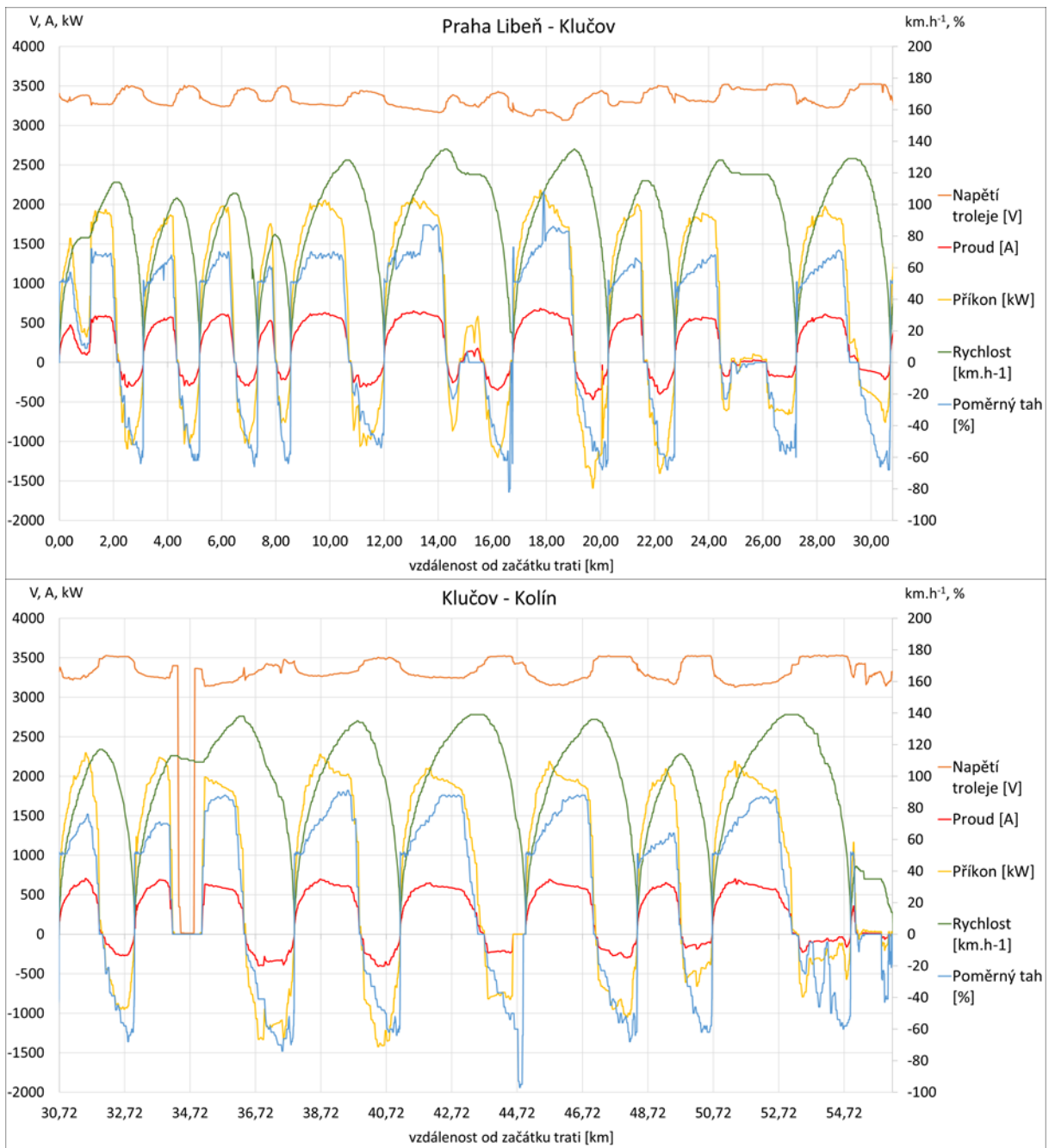
Při brzdění vlaku je primárně využito rekuperační elektrodynamické brzdy (EDB), která využívá trakční motory v generátorickém režimu a začíná přeměňovat mechanickou energii na elektrickou. S tím se musí pracovat i při výpočtech s naměřenými daty, takže sečteme pouze hodnoty energetických náročností v době, kdy vlak brzdí, čímž získáme celkové množství rekuperované elektrické energie. V tomto režimu vlak vytváří elektrickou energii, která pokrývá napájení pomocných pohonů, topení, ale také vrací její značnou část zpět do troleje, ze které může být využívána dalším vozidlem v daném úseku. Výsledkem těchto výpočtů je celková energetická náročnost daného měřeného úseku a také poměr odebírané elektrické energie z troleje, rekuperované energie vrácené do troleje, rekuperované energie spotřebované ve vozidle a odebrané energie z troleje, která slouží pro pomocné pohony a topení vlaku.

## 4.2 Trasa Praha Masarykovo – Kolín, Praha Libeň – Kolín



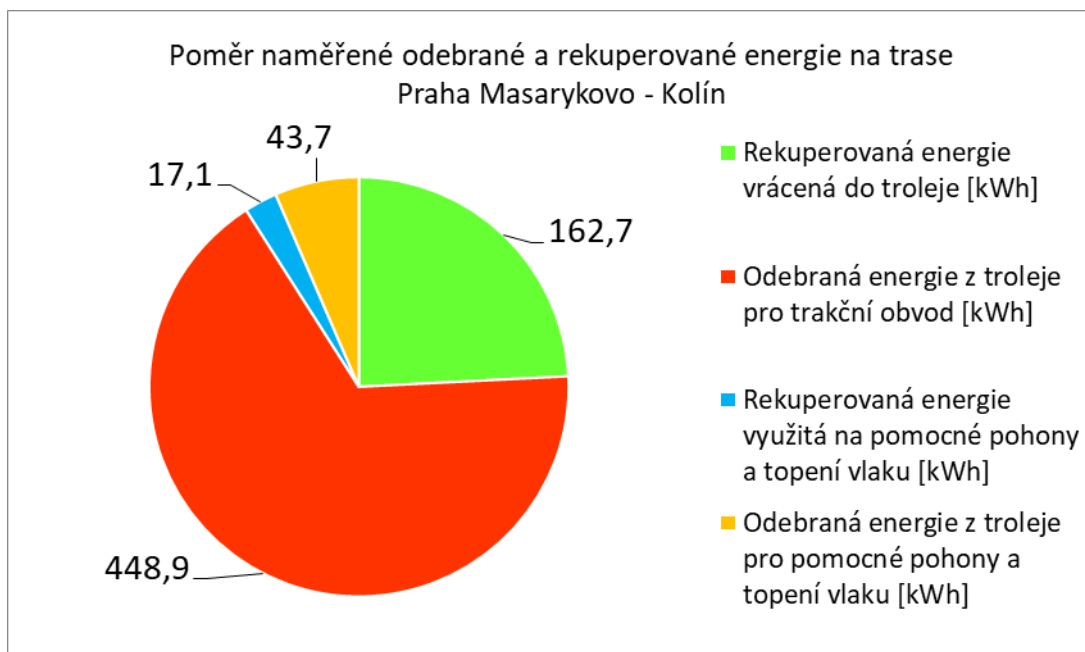
Obr. 7: Průběh naměřených dat v závislosti na dráze na trase Praha Masarykovo – Kolín

Zdroj: Vlastní zpracování



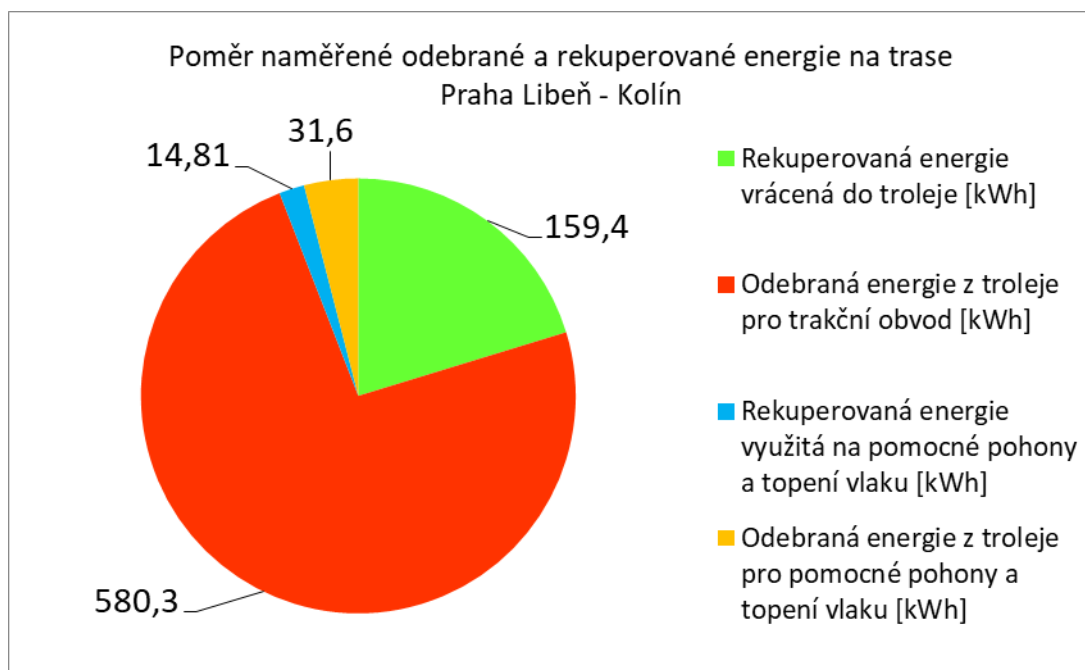
Obr. 8: Průběh naměřených dat v závislosti na dráze na trase Praha Libeň – Kolín

Zdroj: Vlastní zpracování



Obr. 9: Poměr odebrané a rekuperované energie na trase Praha Masarykovo – Kolín

Zdroj: Vlastní zpracování

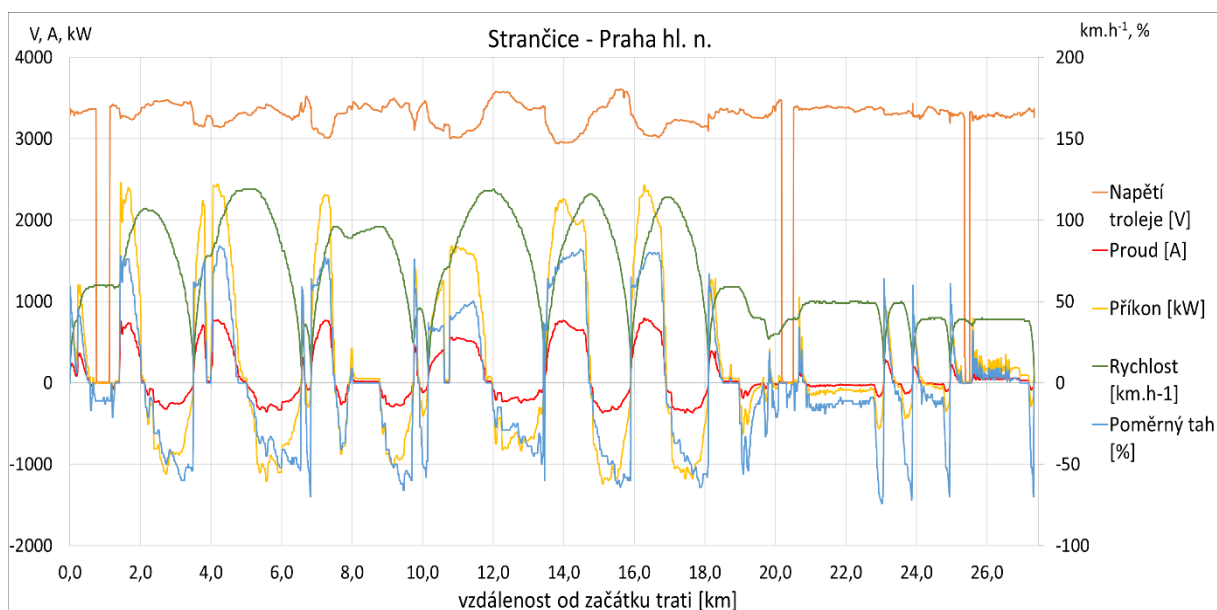


Obr. 10: Poměr odebrané a rekuperované energie na trase Praha Libeň – Kolín

Zdroj: Vlastní zpracování

Z naměřených průběhů skutečné rychlosti v závislosti na dráze je na první pohled patrné, že trasa na obrázku 7 byla výrazně pomalejší oproti trase Praha Libeň – Kolín, kde se vlak častěji rozjíždí na svou maximální rychlost. S tím roste i množství odebíraného proudu, resp. příkonu. V případě rychlejší jízdy byla celková odebraná energie z troleje pro trakční obvody vyšší o více než 100 kWh, než tomu bylo u výrazně úspornější jízdy ze stanice Praha Masarykovo do Kolína, přičemž množství rekuperované energie je prakticky totožné. Na obrázcích 7 a 8 lze dále pozorovat kolísání napětí troleje vzhledem k tomu, že se jedná o měkký zdroj napětí. Pokud vlak zrychluje, musí odebírat vyšší proud než oproti pobytu ve stanici, tím pádem napětí troleje klesá. Při jízdě s konstantní rychlostí se napětí postupně ustálí až do stavu, kdy vlak začíná brzdit primárně pomocí elektrodynamické rekuperační brzdy, kdy vrací proud do troleje, čímž způsobí vzrůst napětí v troleji. Pokles napětí na nulu je pokaždé způsoben stažením sběrače v projížděném úseku.

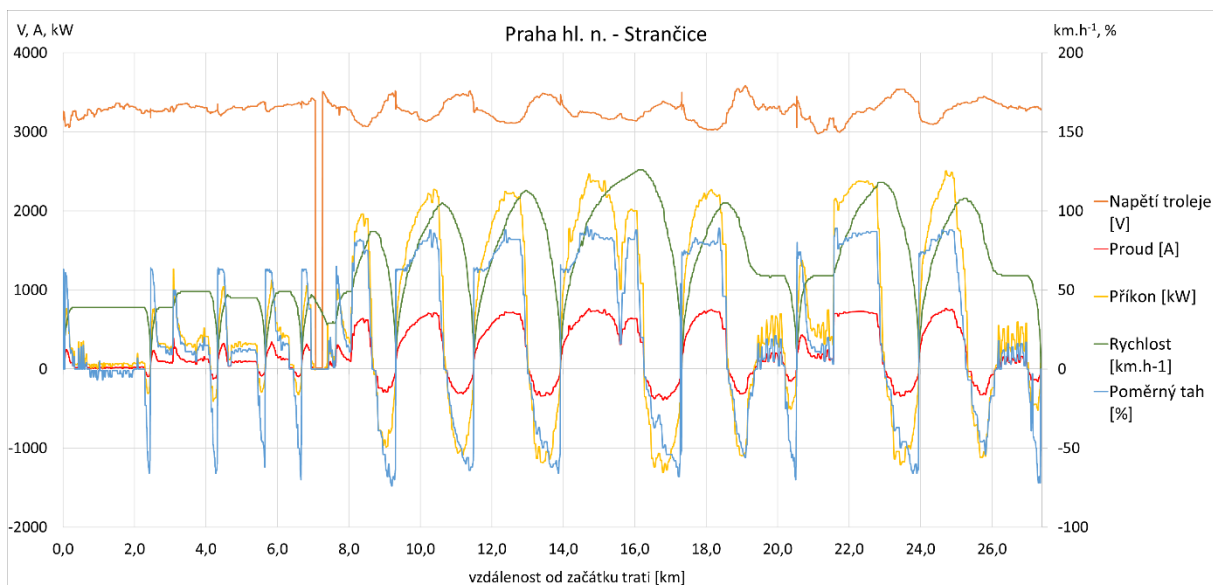
### 4.3 Trasa Strančice – Praha hl. n., Strančice – Praha hl. n.



Obr. 11: Průběh naměřených dat v závislosti na dráze na trase Strančice - Praha hl. n.

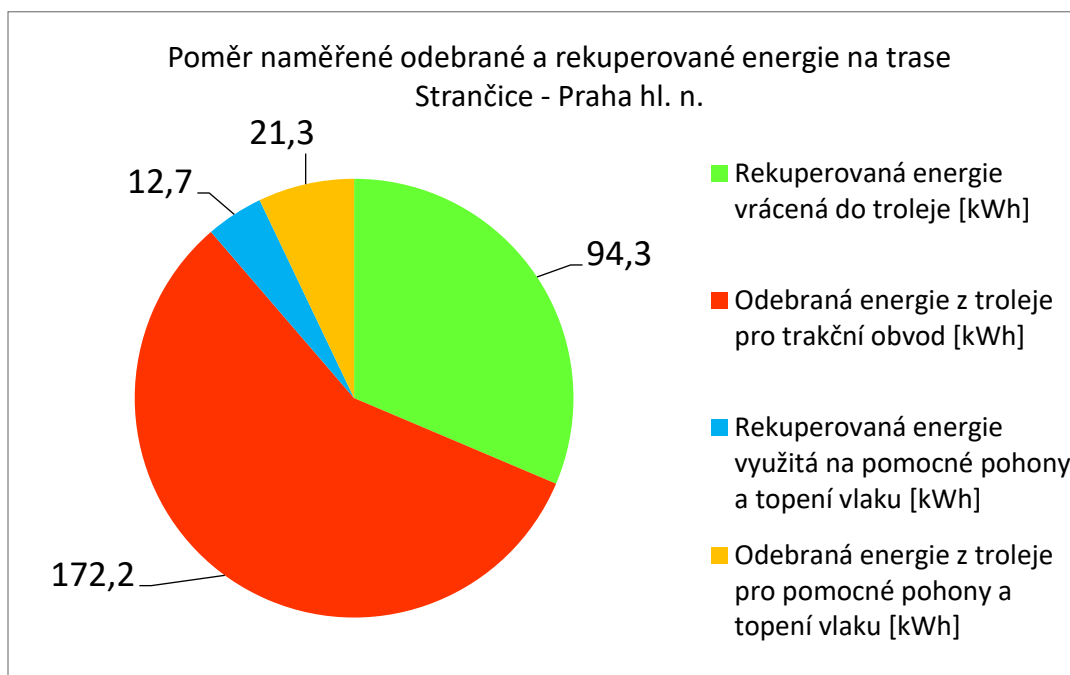
Zdroj: Vlastní zpracování





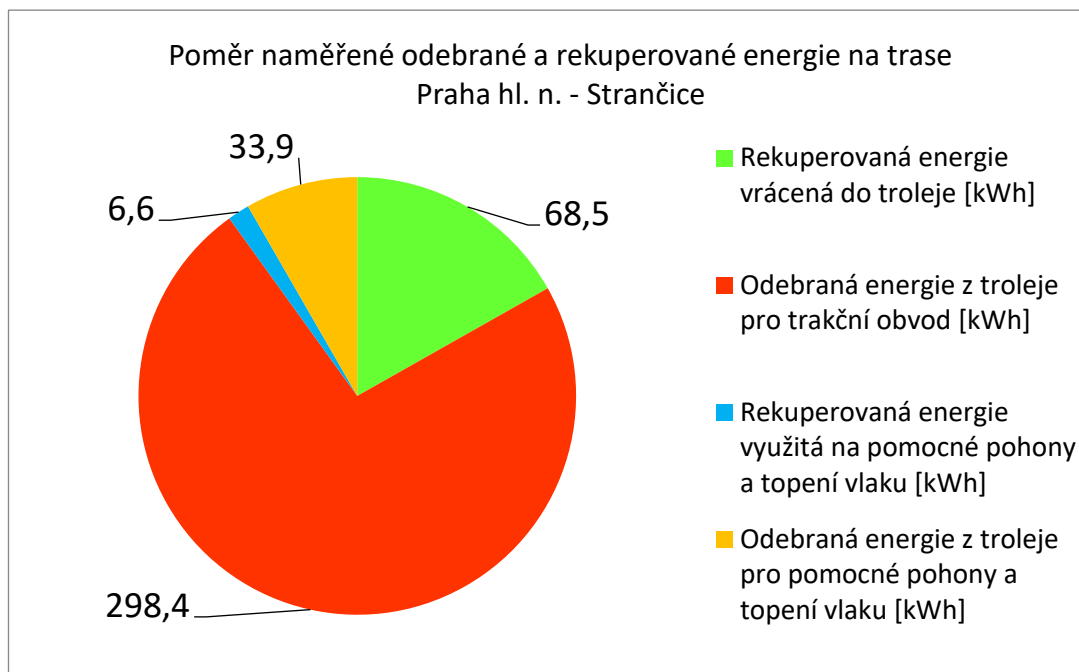
Obr. 12: Průběh naměřených dat v závislosti na dráze na trase Praha hl. n. - Strančice

Zdroj: Vlastní zpracování



Obr. 13: Poměr odebrané a rekuperované energie na trase Strančice - Praha hl. n.

Zdroj: Vlastní zpracování

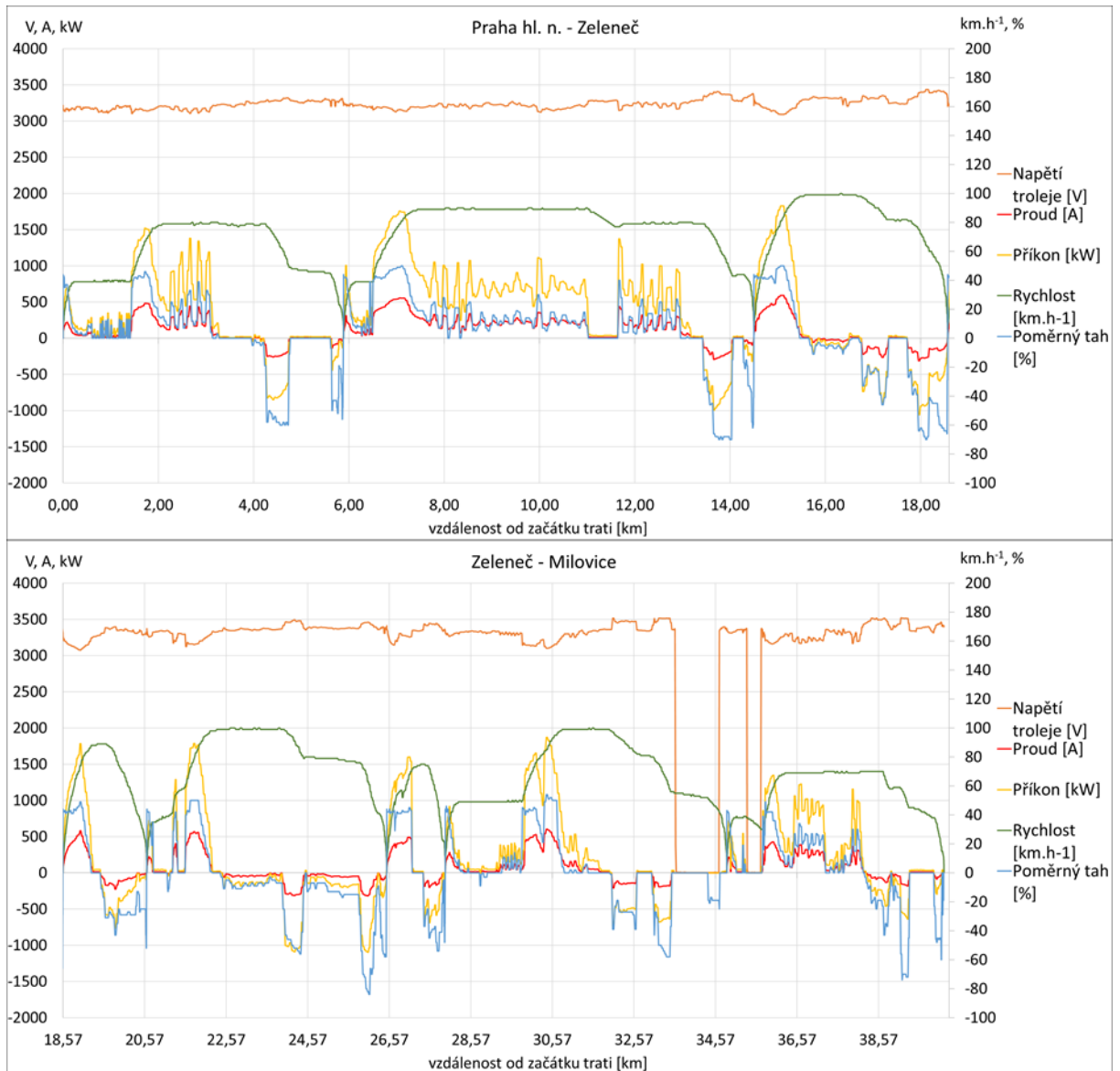


Obr. 14: Poměr odebrané a rekuperované energie na trase Praha hl. n. - Strančice

Zdroj: Vlastní zpracování

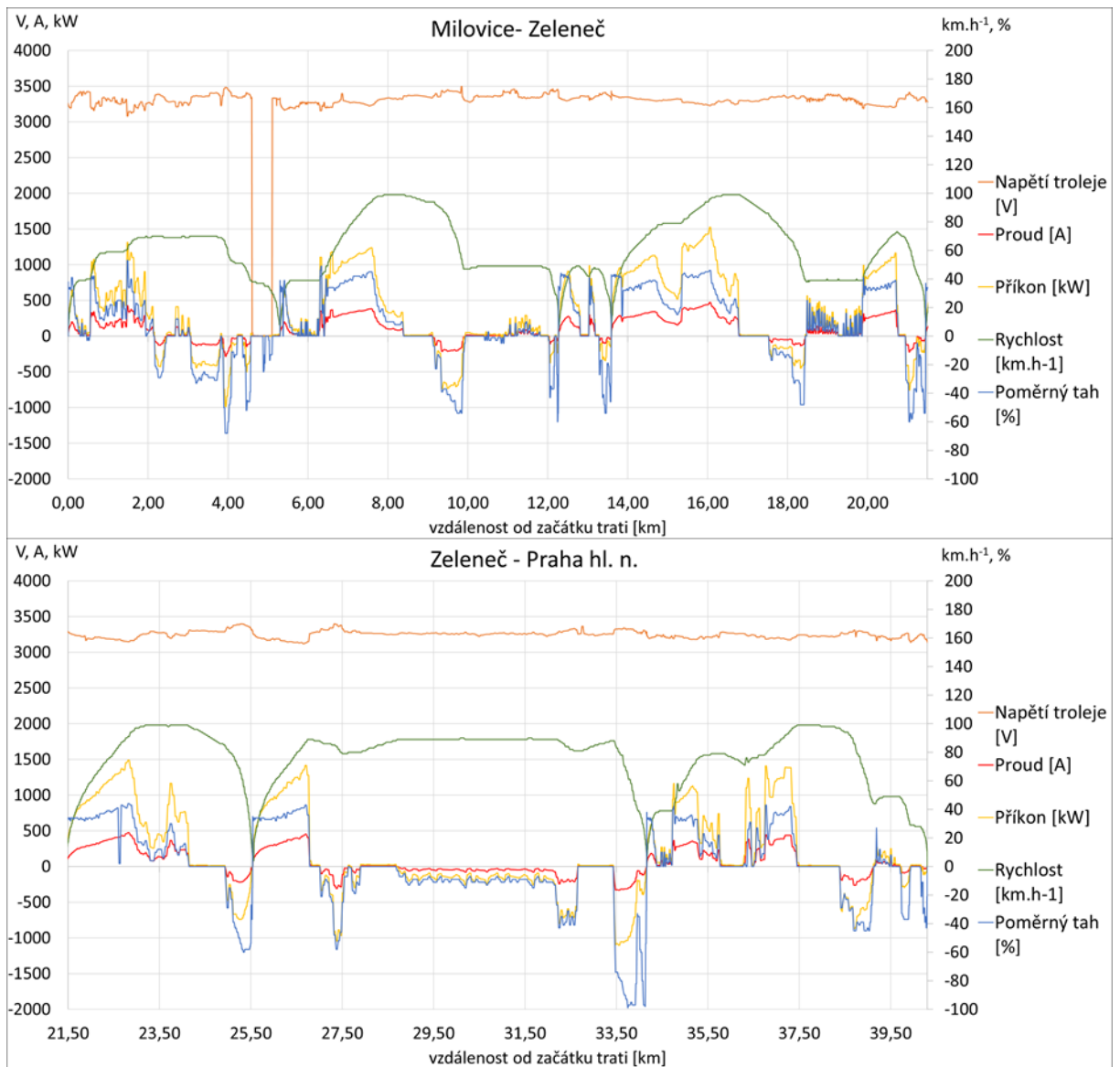
Při porovnání tras zobrazených v kapitolách 4.3 a 4.4 se dá velice snadno zjistit, že jde o profilově rozdílné cesty, jelikož na trati z Prahy do Strančic se jedná o jízdu do sklonu prakticky po celou dobu jízdy, zatímco v opačném směru se vlak pochybuje stále z kopce. Tento fakt výrazně ovlivní výsledné spotřeby energií. Záporný sklon z energetického hlediska značně usnadňuje pohyb vozidla. Pro udržení konstantní rychlosti je třeba častěji brzdit a pro rozjezdy je spotřebováno mnohem méně elektrické energie, proto se musí do stanice brzdit daleko více, oproti jízdě do kopce. Při pohledu na obrázky 12 a 14 je zřejmé, že rekuperovaná energie je o desítky kWh vyšší na trase Strančice – Praha hl. n. Na trase Praha hl. n. – Strančice je tato energie výrazně nižší a převyšuje odebraná energie z troleje.

#### 4.4 Trasa Praha hl. n. – Milovice, Milovice – Praha hl. n.



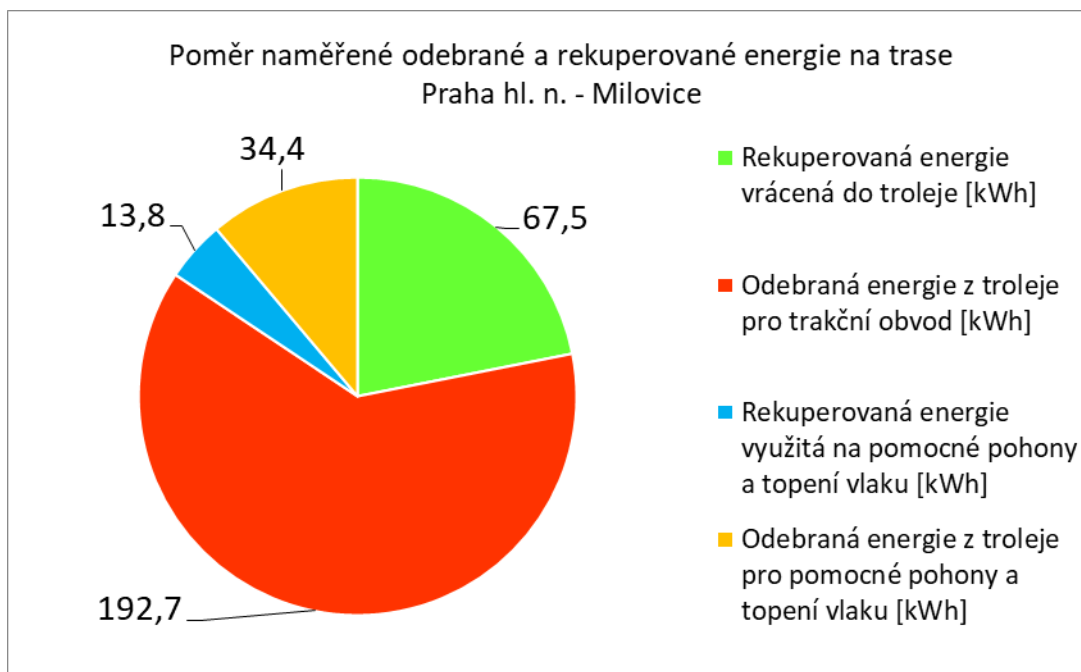
Obr. 15: Průběh naměřených dat v závislosti na dráze na trase Praha hl. n. - Milovice

Zdroj: Vlastní zpracování



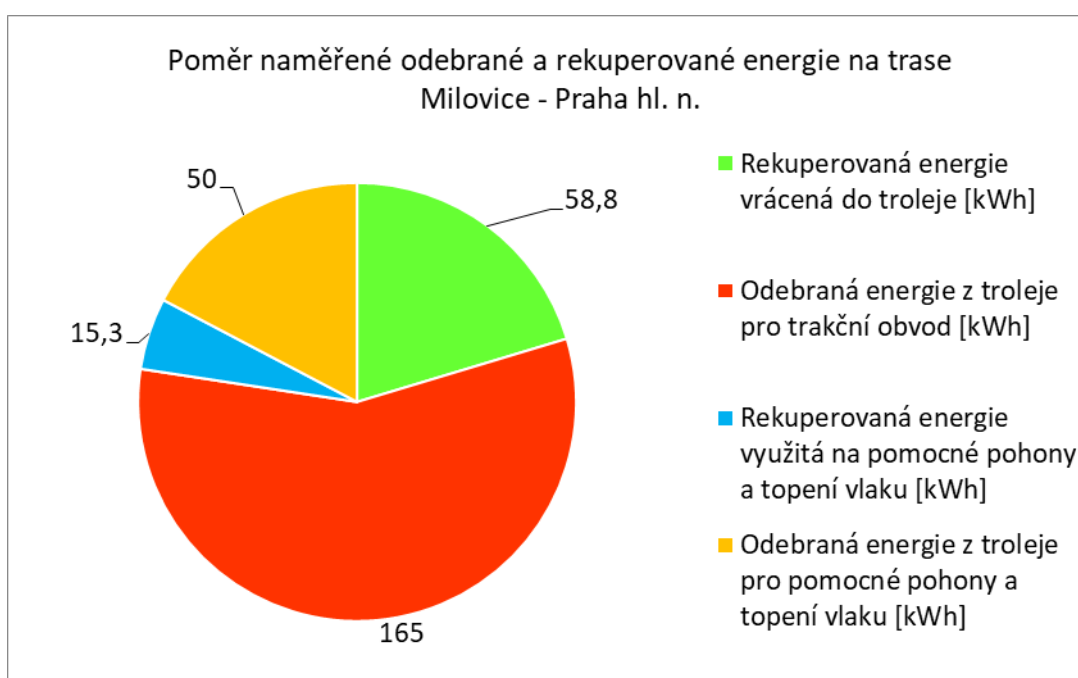
Obr. 16: Průběh naměřených dat v závislosti na dráze na trase Milovice - Praha hl. n.

Zdroj: Vlastní zpracování



Obr. 17: Poměr odebrané a rekuperované energie na trase Praha hl. n. - Milovice

Zdroj: Vlastní zpracování



Obr. 18: Poměr odebrané a rekuperované energie na trase Milovice – Praha hl. n.

Zdroj: Vlastní zpracování

Trasy Praha hl. n. – Milovice a zpět se profilově nijak výrazně neliší kromě úseku mezi zastávkami Praha Horní Počernice a Čelákovice Jiřina. Na obrázcích 15 a 16 lze pozorovat úseky, kde se vlak snaží udržovat konstantní rychlosti pomocí její automatické regulace. Ve zmiňované části trati je ve směru do Milovic vyšší sklon, tudíž vlak nárazově odebírá proud z troleje pro udržení dané rychlosti. V opačném směru, kdy se vlak pohybuje se záporným sklonem, je z obrázku 16 zjevné, že vlak lehce přibrzdí, aby nepřekročil povolenou rychlost. Toto důkladné šetření úseku vede k nepatrným rozdílům ve výsledných poměrech odebrané a rekuperované energie.

#### 4.5 Celkový souhrn výsledků z naměřených dat

V následující tabulce jsou zobrazeny celkové energetické náročnosti měřených úseků, odebrané množství energie, rekuperované množství energie a spotřeby pro topení a pomocné pohony vlaku, které, když se sečtou s vrácenou energií do troleje, získá se celkové množství energie, kterou vlak při brzdění vytvoří. Pokud by hnací vůz nebyl vybaven rekuperační brzdou, všechna tato energie by se musela mařit například v odpornících a o její velikost by se navýšila celková spotřeba elektrické energie projížděného úseku.

Tab. 3: *Celkový souhrn výsledků z naměřených dat*

##### Trasa Praha Masarykovo – Kolín

Celková energetická náročnost úseku	329,9 kWh
Celkový příkon odebraný z troleje	492,7 kWh
Vrácená rekuperovaná energie do troleje	162,7 kWh
Příkon z troleje odebraný pro topení a pomocné pohony	43,7 kWh
Rekuperovaná energie využitá pro topení a pomocné pohony	17,1 kWh

##### Trasa Praha Libeň - Kolín

Celková energetická náročnost úseku	452,5 kWh
Celkový příkon odebraný z troleje	611,9 kWh
Vrácená rekuperovaná energie do troleje	159,4 kWh
Příkon z troleje odebraný pro topení a pomocné pohony	31,6 kWh
Rekuperovaná energie využitá pro topení a pomocné pohony	14,8 kWh

Trasa Strančice – Praha hl. n.

Celková energetická náročnost úseku	99,2 kWh
Celkový příkon odebraný z troleje	193,5 kWh
Vrácená rekuperovaná energie do troleje	94,3 kWh
Příkon z troleje odebraný pro topení a pomocné pohony	21,3 kWh
Rekuperovaná energie využitá pro topení a pomocné pohony	12,7 kWh

Trasa Praha hl. n - Strančice

Celková energetická náročnost úseku	263,8 kWh
Celkový příkon odebraný z troleje	332,3 kWh
Vrácená rekuperovaná energie do troleje	68,5 kWh
Příkon z troleje odebraný pro topení a pomocné pohony	33,9 kWh
Rekuperovaná energie využitá pro topení a pomocné pohony	6,6 kWh

Trasa Praha hl. n. - Milovice

Celková energetická náročnost úseku	159,5 kWh
Celkový příkon odebraný z troleje	227,1 kWh
Vrácená rekuperovaná energie do troleje	67,5 kWh
Příkon z troleje odebraný pro topení a pomocné pohony	34,4 kWh
Rekuperovaná energie využitá pro topení a pomocné pohony	13,9 kWh

Trasa Milovice - Praha hl. n.

Celková energetická náročnost úseku	156,9 kWh
Celkový příkon odebraný z troleje	215,8 kWh
Vrácená rekuperovaná energie do troleje	58,8 kWh
Příkon z troleje odebraný pro topení a pomocné pohony	50 kWh
Rekuperovaná energie využitá pro topení a pomocné pohony	15,3 kWh

## 5 Teoretické výpočty spotřeby energie

Teoretické výpočty byly provedeny pro stejné trasy, na kterých bylo uskutečněno měření a slouží k vzájemnému porovnání. Vše bylo opět počítáno pomocí tabulkového procesoru Microsoft Excel.

### 5.1 Princip teoretických výpočtů

Jako první musel být proveden výpočet síly působící proti jízdě, případně po směru jízdy vlaku. Ze znalosti polynomu pro měrný vozidlový odpor, redukovaného sklonu tratě a součinitele rotačních hmot lze pro tuto sílu psát následující vztah:

$$F_o = m \cdot \rho \cdot \frac{(1,11+0,0185v_x+0,0006v_x^2+0,96+0,0061v_x+0,000177v_x^2+s_{skl})}{1000} \quad [\text{kN}] \quad (18)$$

kde:

$m$  – celková hmotnost vozidla [t];

$\rho$  – součinitel rotačních hmot [-];

$v$  – aktuální rychlost vozidla [ $\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$ ];

$s_{skl}$  – redukovaný sklon [%o];

Pro zjištění tažné síly na obvodu kol je třeba nejprve znásobit trakční i brzdnu charakteristiku hodnotou 0,7 vzhledem k tomu, že se při jízdě vlaku většinou nevyužívá maximálních možných hodnot tažné síly patrné z průběhu na Obr.2. Znamená to tedy, že se vozidlo pohybuje s poměrným skutečným tahem 70 % po celou dobu výpočtů. Tažnou sílu na obvodu kol vypočítá vztah:

$$F_a = (F_t \cdot 0,7) - F_o \quad [\text{kN}] \quad (19)$$

kde:

$F_t$  – tažná síla [kN];

$F_o$  – síla působená skupinou jízdnicích odporů [kN];



Při zpomalování vlaku na trati, případně brzdění do stanice, je ve výpočtech použito konstantní záporné odrychlení  $-0,8 \text{ m.s}^{-2}$ . Zrychlení vozidla v daný časový okamžik se vypočítá následujícím způsobem:

$$a_x = \frac{F_a}{m \cdot \rho} \quad [\text{m.s}^{-2}] \quad (20)$$

kde:

$F_a$  – tažná síla na obvodu kol [kN];

$m$  – celková hmotnost vozidla [t];

$\rho$  – součinitel rotačních hmot [-];

Pro skutečnou aktuální rychlost vozidla v daný čas je nutné dosadit do výpočtů předchozí rychlost a zrychlení:

$$v_x = [v_{x-1} + (a_{x-1} \cdot 1)] \cdot 3,6 \quad [\text{km.h}^{-1}] \quad (21)$$

kde:

$v_{x-1}$  – předchozí rychlost vozidla [ $\text{m.s}^{-1}$ ];

$a_{x-1}$  – předchozí zrychlení vozidla [ $\text{m.s}^{-2}$ ];

Ze znalosti skutečné rychlosti a předchozí ujeté vzdálenosti je možné vypočítat ujetou dráhu vozidla, pomocí které se orientujeme na trase. Podle dráhy je možné určovat, kdy může vlak zrychlovat a kdy musí začít brzdít, aby přesně dorazil do následující stanice.

Zavádí se proto vztah:

$$s_x = \left\{ \frac{\left( \frac{v_x}{3,6} \right) \cdot 1}{1000} \right\} + s_{x-1} \quad [\text{km}] \quad (22)$$

kde:

$v_x$  – aktuální rychlost vozidla [ $\text{km.h}^{-1}$ ];

$s_{x-1}$  – předchozí uražená vozidla [km];

Pro výkon na obvodu kol stačí znásobit tažnou sílu na obvodu kol a skutečnou rychlost. Výkon vypočítá vztah:

$$P_{kol} = v_x \cdot F_a \quad [\text{kW}] \quad (23)$$

kde:

$v_x$  – aktuální rychlost vozidla [ $\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$ ];

$F_a$  – tažná síla na obvodu kol [kN];

Při počítání odebíraného příkonu z troleje je nutné brát v potaz výkonové a mechanické ztráty na zařízeních, které ovlivňují celkový výkon  $P_{kol}$ . Celkovou účinností je třeba vydělit tažnou sílu na obvodu kol. Pokud však vozidlo brzdí, je díky možnosti rekuperace tok energie opačný, tudíž se příkonem stává mechanická energie vytvořená na obvodu kol a do troleje putuje výkon zkrácený právě účinností trakčního obvodu:

$$P_{tr} = P_{kol} / (0,98 \cdot 0,88 \cdot 0,99 \cdot 0,97) \quad [\text{kW}] \quad (24)$$

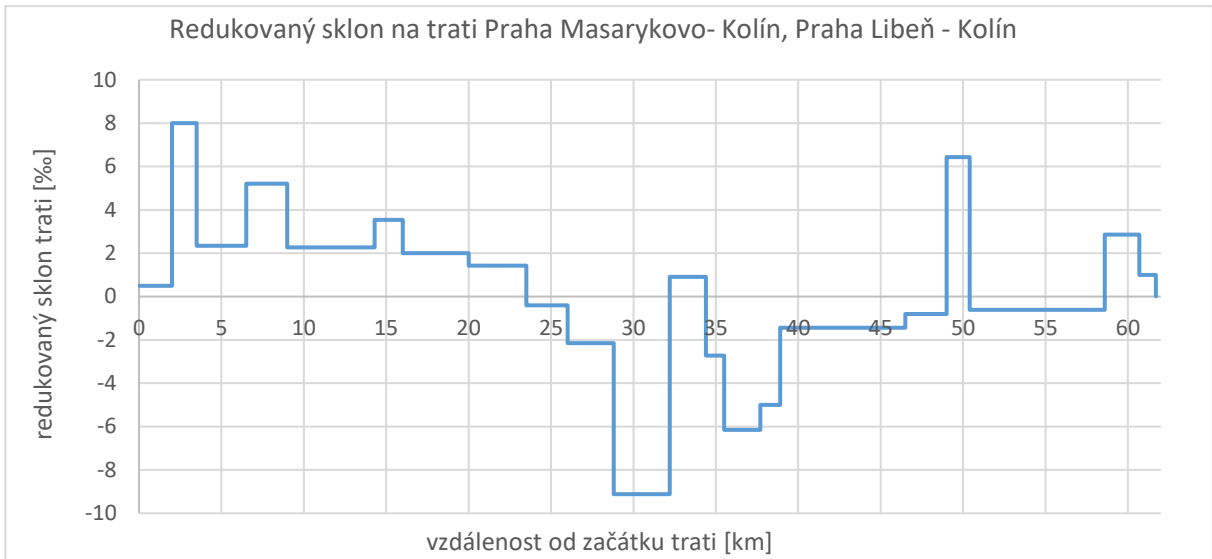
$$P_{tr\ rek} = P_{kol} * (0,98 \cdot 0,88 \cdot 0,99 \cdot 0,97) \quad [\text{kW}] \quad (25)$$

kde:

$P_{kol}$  – tažná síla na obvodu kol [kW];

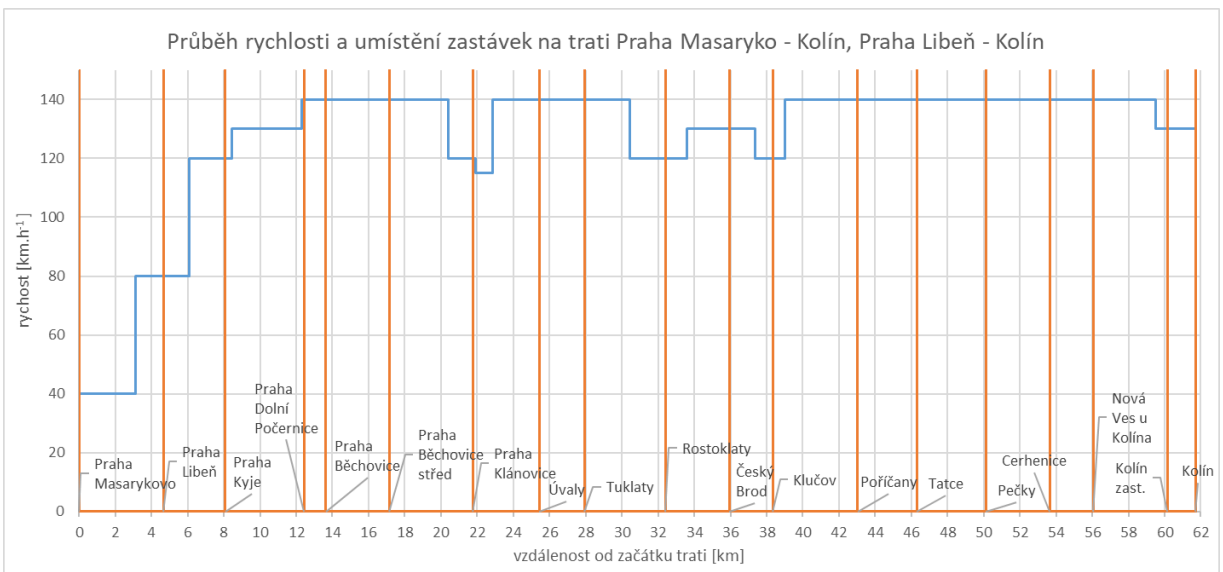
Pro zjištění celkové energetické náročnosti daného úseku a poměrů odebrané a rekuperované energie, je postup obdobný jako v případě výpočtů u reálně naměřených dat. Do teoretických výpočtů nebudou zahrnuty energetické spotřeby pomocných pohonů ani spotřeba, která by pokrývala vytápění vlaku.

## 5.2 Trasa Praha Masarykovo – Kolín, Praha Libeň – Kolín



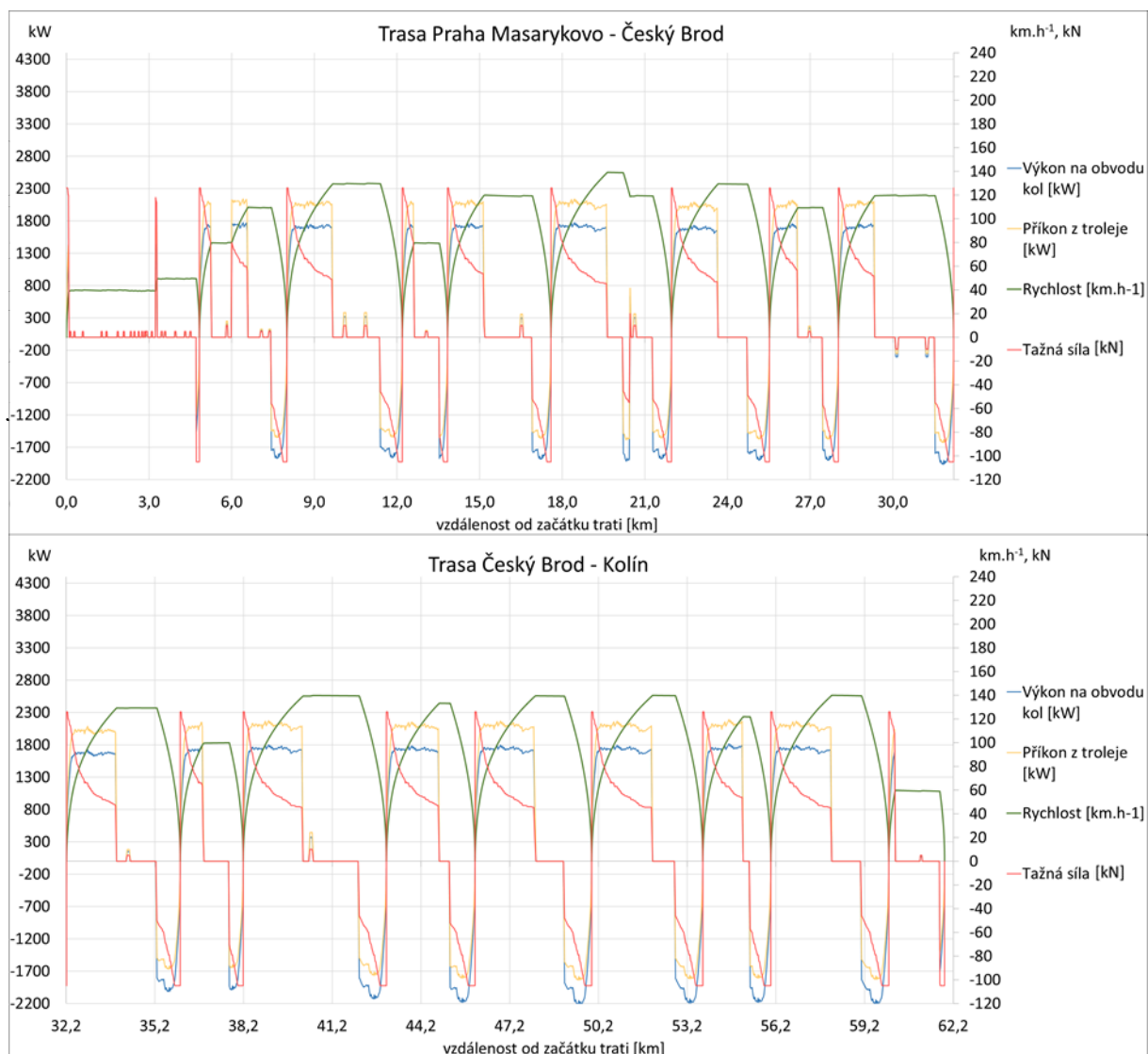
Obr. 19: Redukovaný sklon pro trasy Praha Masarykovo – Kolín a Praha Libeň – Kolín

Zdroj: Vlastní zpracování



Obr. 20: Průběh rychlosti a umístění stanic pro trasy Praha Masarykovo – Kolín, Praha Libeň – Kolín

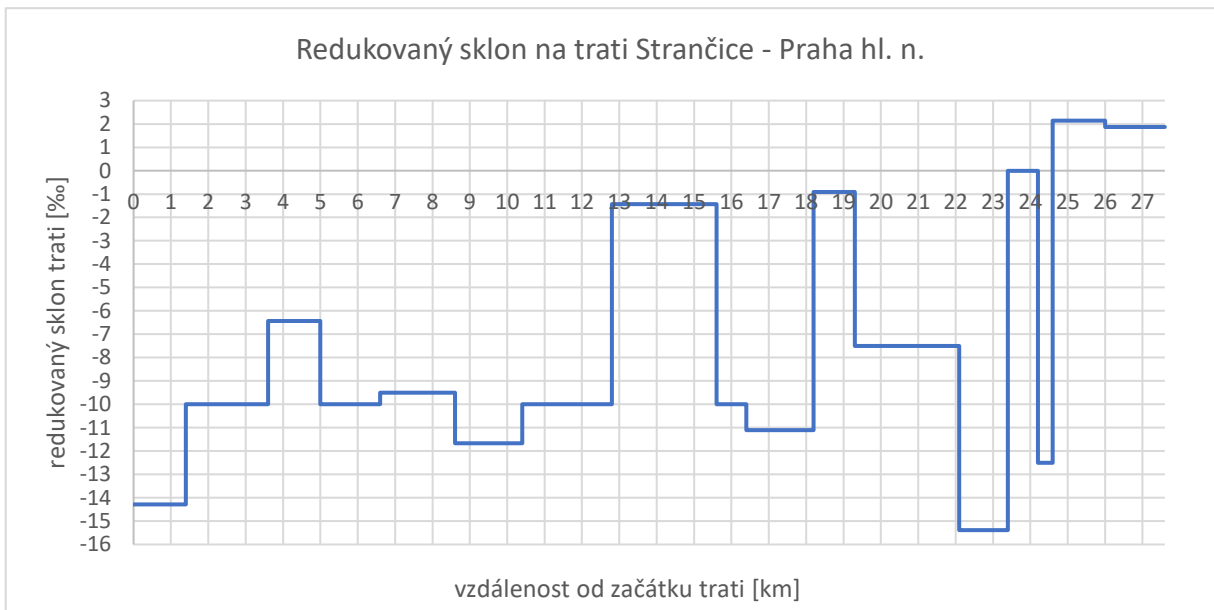
Zdroj: Vlastní zpracování



Obr. 21: Průběh teoreticky vypočítaných dat na trase Praha Masarykovo – Kolín a Praha Libeň – Kolín

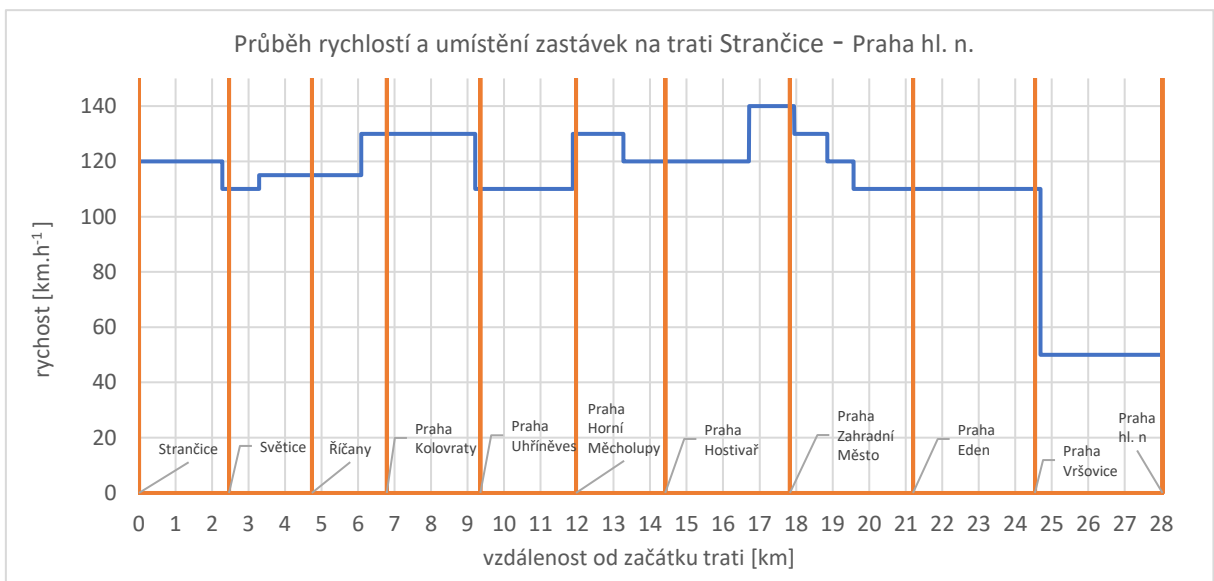
Zdroj: Vlastní zpracování

### 5.3 Trasa Strančice – Praha hl. n., Praha hl. n. – Strančice



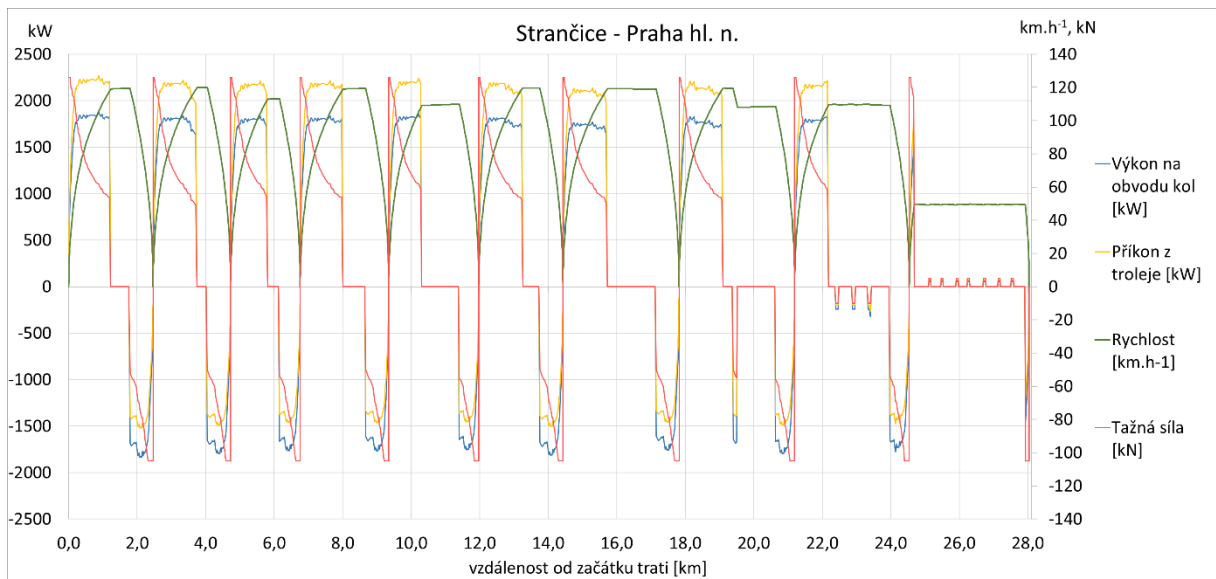
Obr. 22: Redukovaný sklon na trase Strančice – Praha hl. n.

Zdroj: Vlastní zpracování



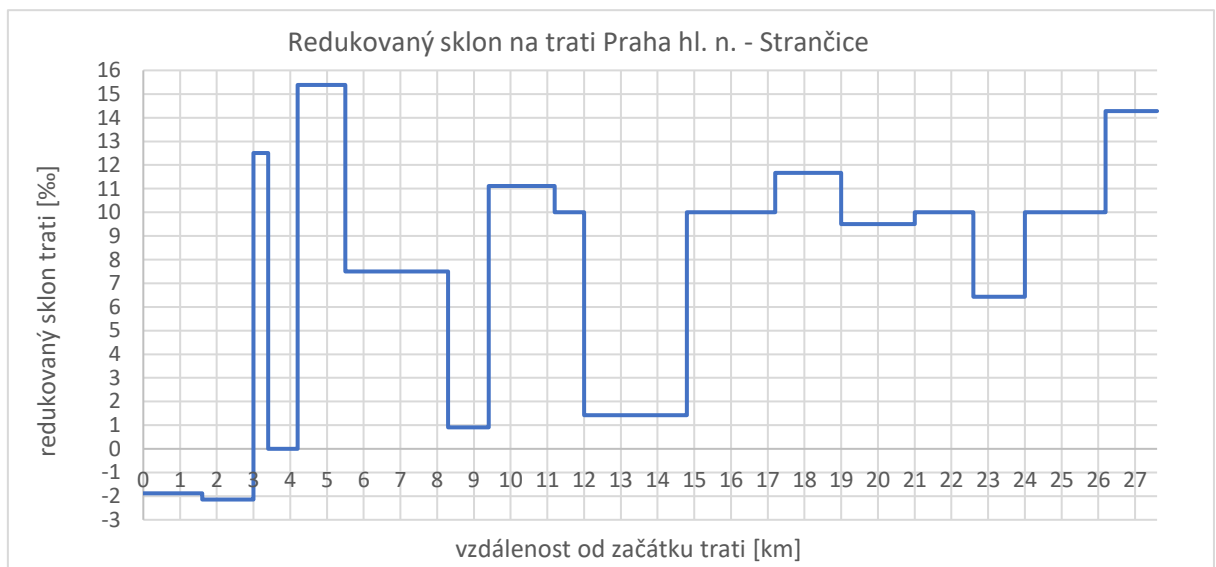
Obr. 23: Průběh rychlosti a umístění stanic na trase Strančice – Praha hl. n.

Zdroj: Vlastní zpracování



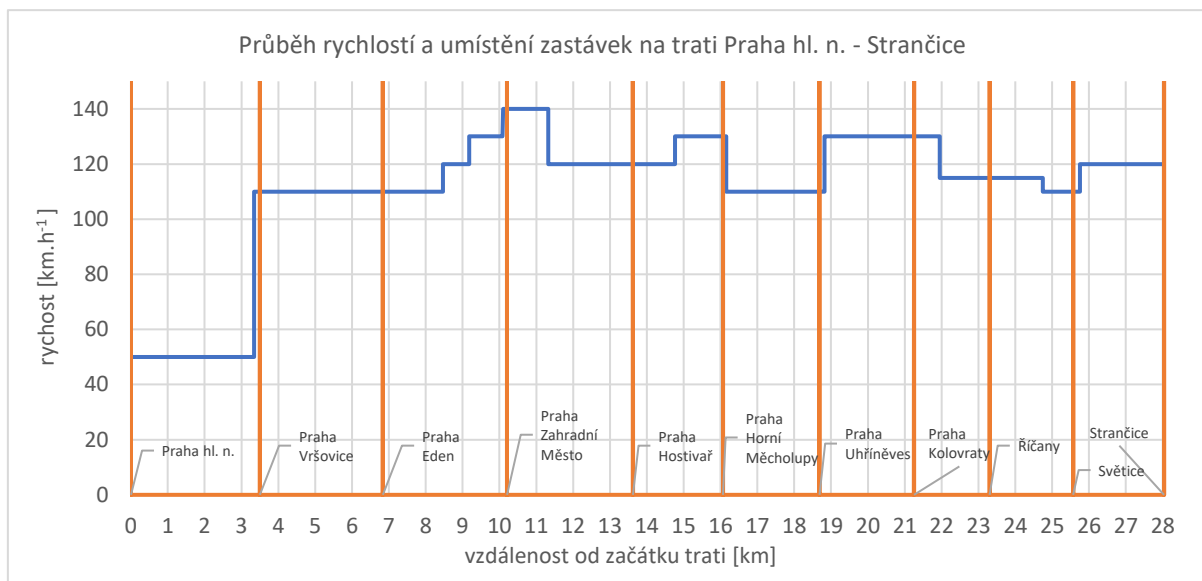
Obr. 24: Průběh teoreticky vypočítaných dat na trase Strančice – Praha hl. n.

Zdroj: Vlastní zpracování



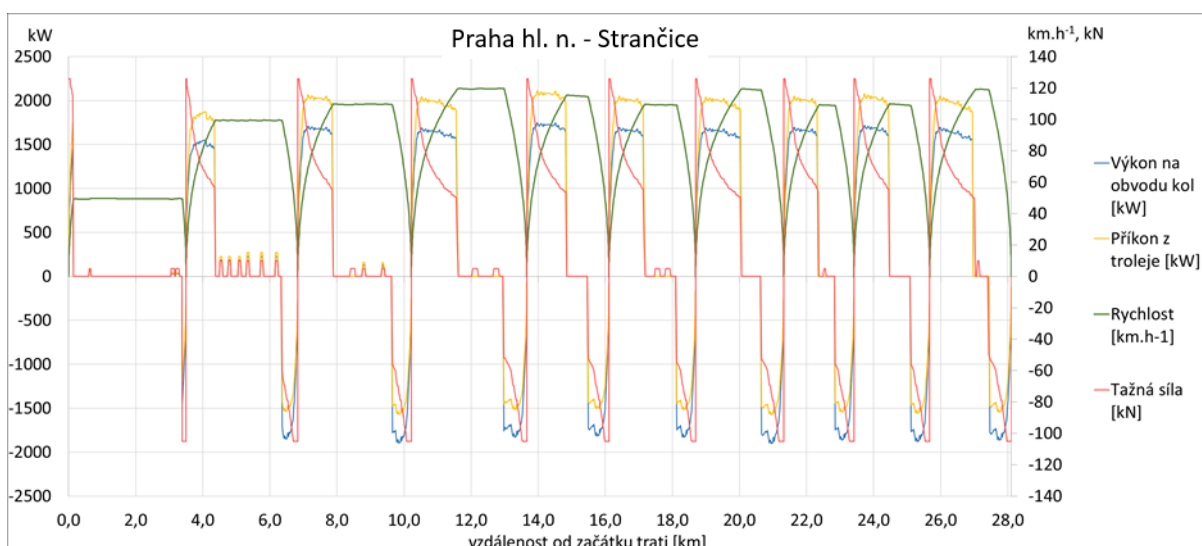
Obr. 25: Redukovaný sklon na trase Praha hl. n. – Strančice

Zdroj: Vlastní zpracování



Obr. 26: Průběh rychlosti a umístění stanic na trase Praha hl. n. – Strančice

Zdroj: Vlastní zpracování

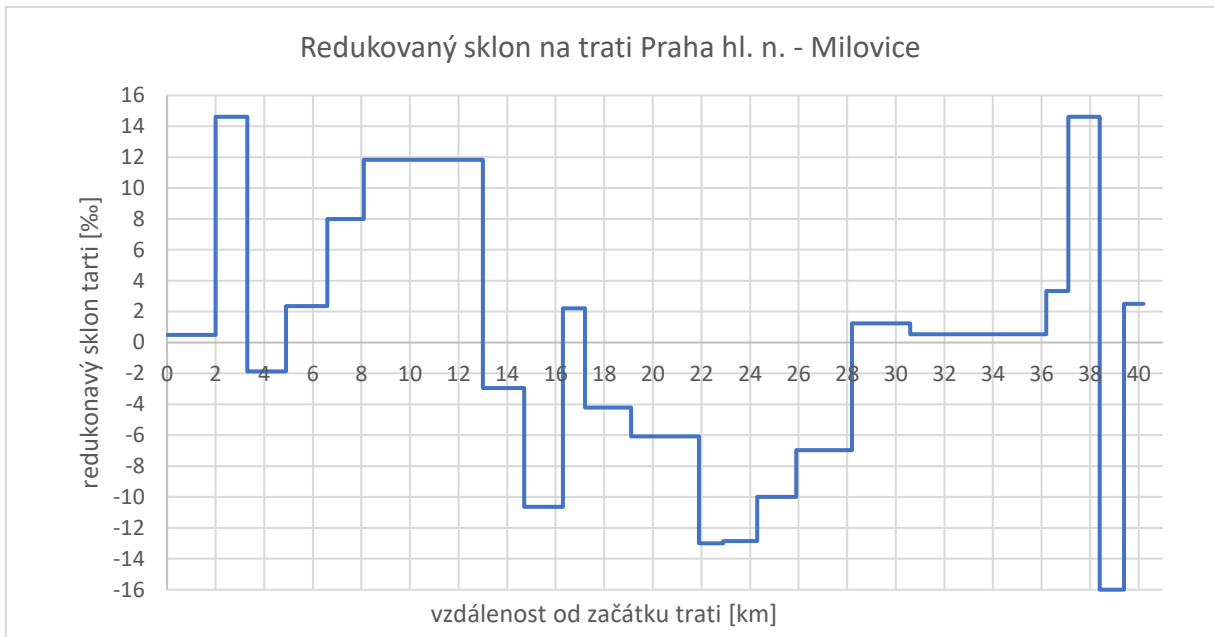


Obr. 27: Průběh teoreticky vypočítaných dat na trase Praha hl. n. – Strančice

Zdroj: Vlastní zpracování

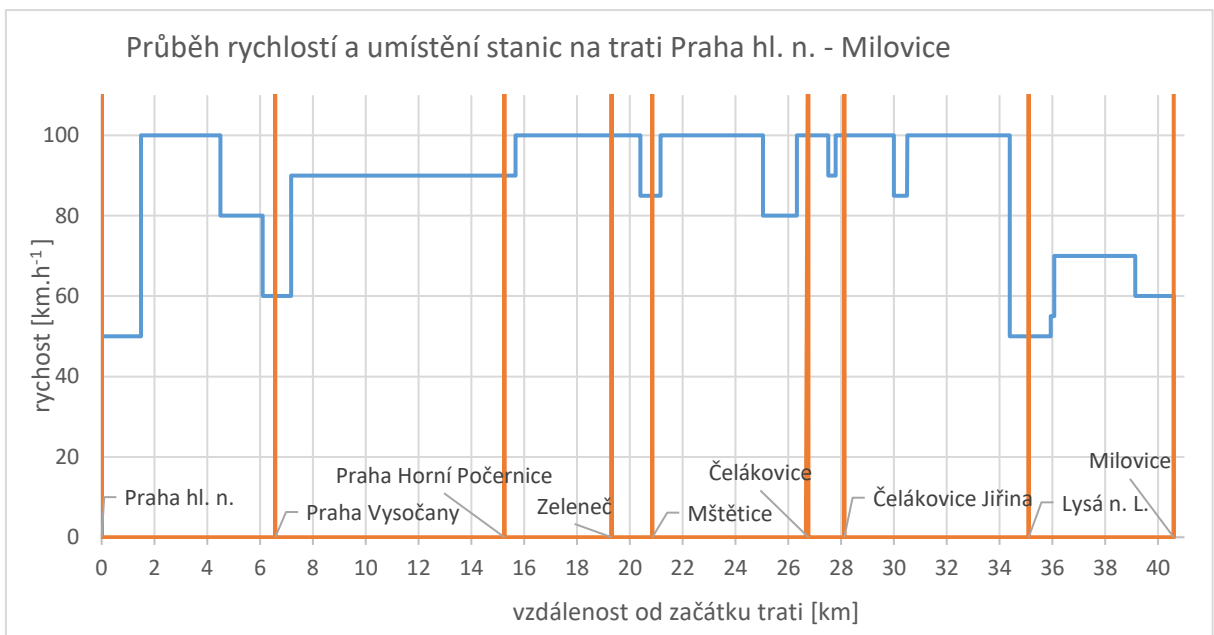
Z obrázků 22 a 25 je na první pohled patrný rozdíl v profilu obou tratí. To se projevilo zejména na trase Praha hl. n. – Strančice, kdy bylo pro udržení konstantní rychlosti nutné skokově zvětšit příkon v několika krátkých časových intervalech. V opačném směru mělo nastávat k mírnému brzdění, jak tomu bylo v případě naměřených dat. U teoreticky vypočítaných hodnot to však nebylo potřebné a k tomuto brzdění dochází pouze při delším projížděném úseku konstantní rychlostí mezi 22 a 24 kilometrem. To vede k téměř shodným výsledkům u těchto dvou výrazně profilově odlišných tratích.

## 5.4 Trasa Praha hl. n. – Milovice, Milovice – Praha hl. n.



Obr. 28: Redukovaný sklon na trase Praha hl. n. – Milovice

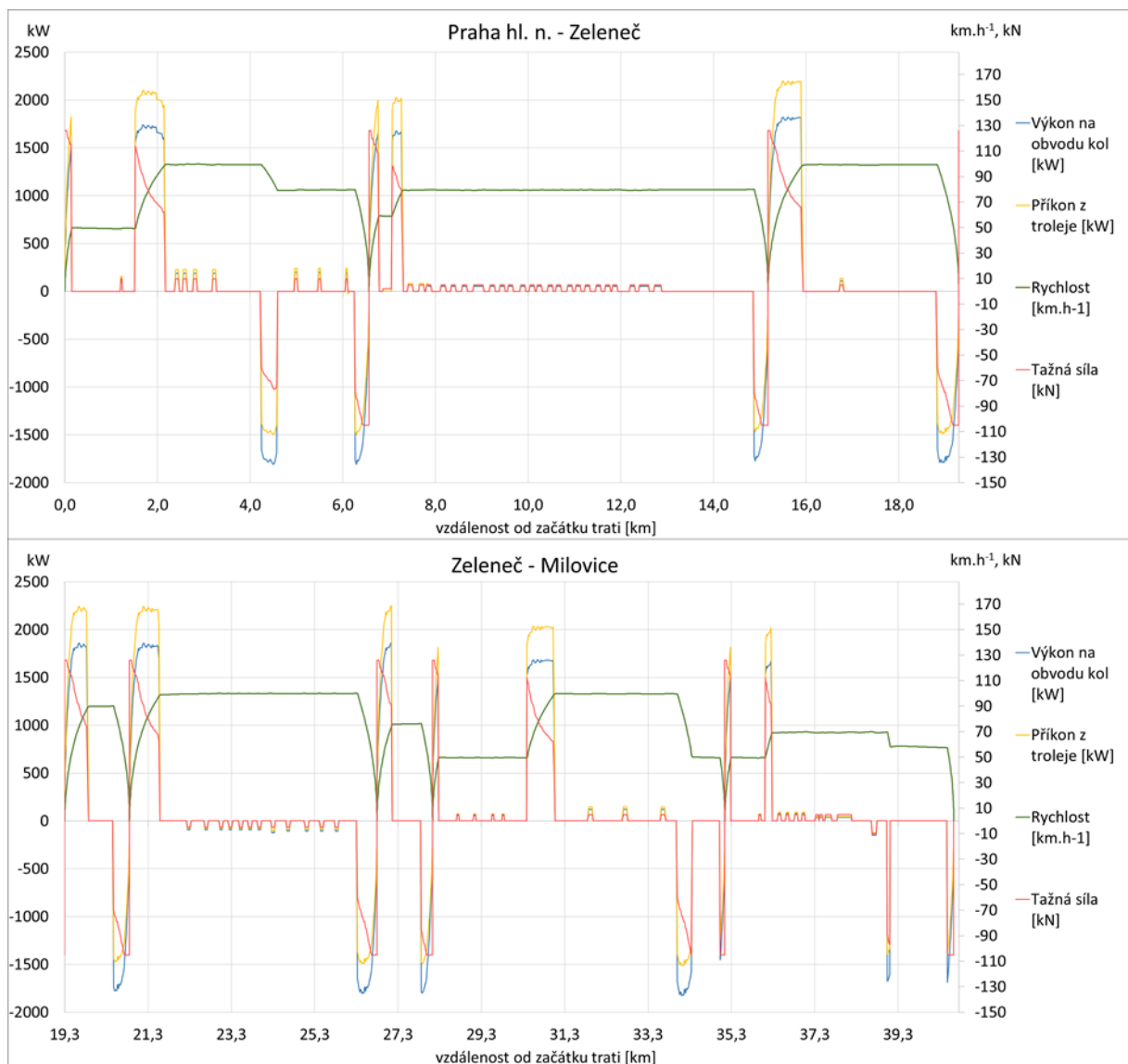
Zdroj: Vlastní zpracování



Obr. 29: Průběh rychlosti a umístění stanic na trase Praha hl. n. – Milovice

Zdroj: Vlastní zpracování





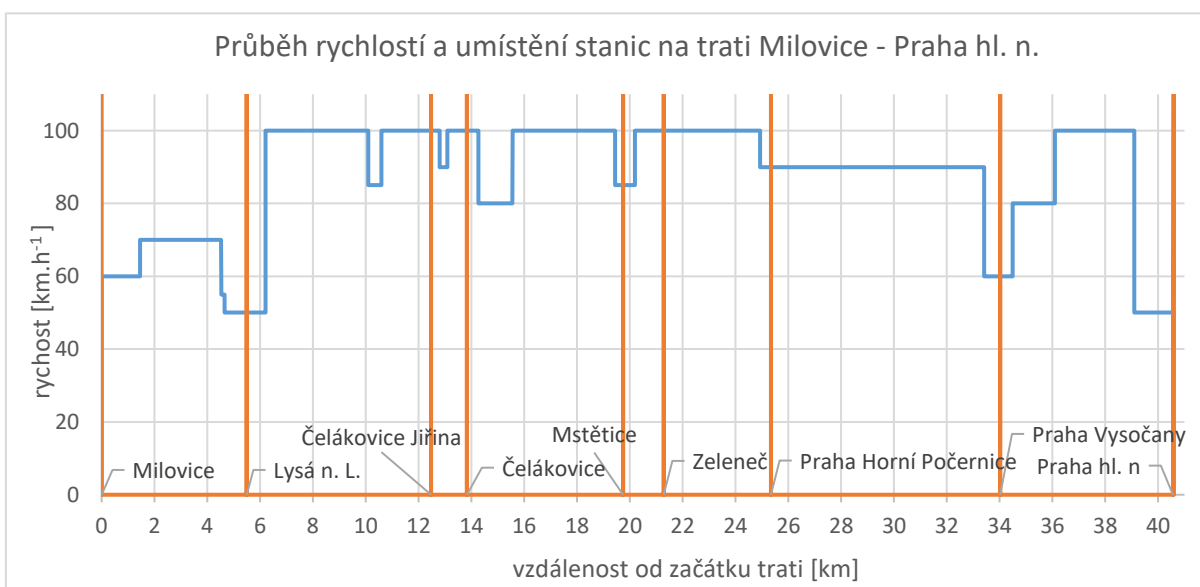
Obr. 30: Průběh teoreticky vypočítaných dat na trase Praha hl. n. – Milovice

Zdroj: Vlastní zpracování



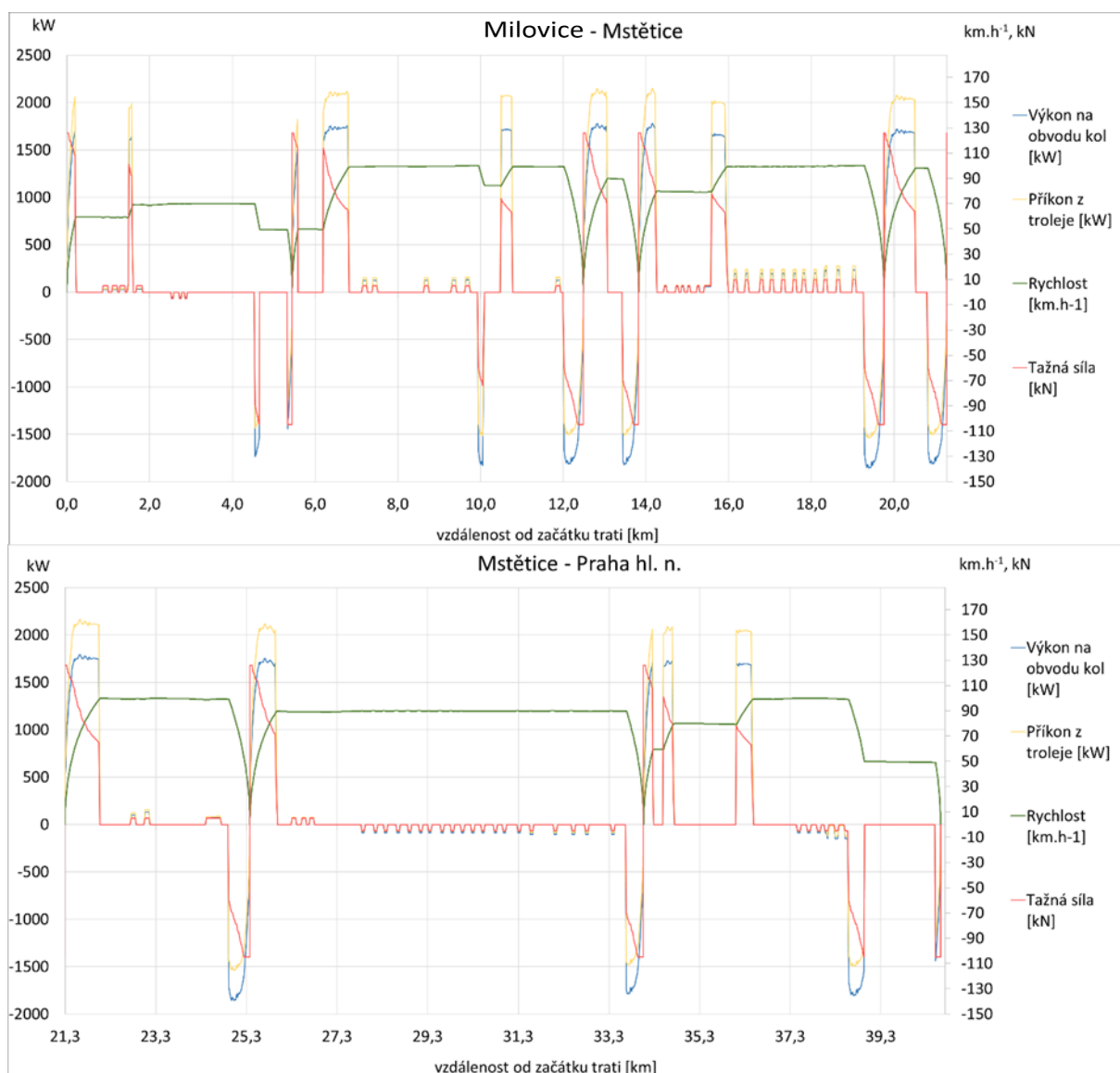
Obr. 31: Redukovaný sklon na trase Milovice – Praha hl. n.

Zdroj: Vlastní zpracování



Obr. 32: Průběh rychlosti a umístění stanic na trase Milovice – Praha hl. n.

Zdroj: Vlastní zpracování



Obr. 33: Průběh teoreticky vypočítaných dat na trase Milovice – Praha hl. n.

Zdroj: Vlastní zpracování

Snahu udržovat vozidlo s konstantní rychlostí lze dokonale pozorovat mezi zastávkami Praha Vysočany a Praha Horní Počernice. Při jízdě ve směru do Milovic je zmiňovaný úsek ve značném sklonu, tudíž bylo zapotřebí odebrat příkon z troleje pro udržení maximální traťové rychlosti, zatímco ve směru z Milovic do Prahy, kdy vlak jede z kopce, se muselo v krátkých časových intervalech zpomalovat, aby nebyla povolená rychlost překročena. Při pohledu na všechny průběhy tažné síly v závislosti na dráze lze rozpoznat trakční a brzdou charakteristiku, podle které vozidlo zrychluje, případně zpomaluje.

## 5.5 Celkový souhrn výsledků teoreticky vypočítaných dat

Tab. 4: Celkový souhrn výsledků z teoreticky vypočítaných dat

<u>Trasa Praha Masarykovo - Kolín</u>	
Celková energetická náročnost úseku	342,4 kWh
Příkon odebráný z troleje	577,7 kWh
Vrácená rekuperovaná energie do troleje	235,2 kWh
<u>Trasa Praha Libeň - Kolín</u>	
Celková energetická náročnost úseku	338,9 kWh
Příkon odebráný z troleje	571,1 kWh
Vrácená rekuperovaná energie do troleje	232,2 kWh
<u>Trasa Strančice - Praha hl. n.</u>	
Celková energetická náročnost úseku	152,6 kWh
Příkon odebráný z troleje	261,8 kWh
Vrácená rekuperovaná energie do troleje	109,2 kWh
<u>Trasa Praha hl. n. - Strančice</u>	
Celková energetická náročnost úseku	168,6 kWh
Příkon odebráný z troleje	280,5 kWh
Vrácená rekuperovaná energie do troleje	111,9 kWh
<u>Trasa Praha hl. n. - Milovice</u>	
Celková energetická náročnost úseku	78,2 kWh
Příkon odebráný z troleje	149,5 kWh
Vrácená rekuperovaná energie do troleje	71,3 kWh
<u>Trasa Milovice - Praha hl. n.</u>	
Celková energetická náročnost úseku	92,1 kWh
Příkon odebráný z troleje	168,5 kWh
Vrácená rekuperovaná energie do troleje	76,4 kWh

## 6 Porovnání naměřených a vypočítaných dat

Tab. 5: Celkové porovnání naměřených dat s teoreticky vypočítanými hodnotami

<b><u>Trasa Praha Masarykovo - Kolín</u></b>	<b><u>Teoretické hodnoty</u></b>	<b><u>Naměřené hodnoty</u></b>
Celková energetická náročnost úseku [kWh]	342,4	269,2
Příkon odebráný z troleje pro trakční obvod [kWh]	577,7	449
Vrácená rekuperovaná energie do troleje [kWh]	235,2	179,8
<b><u>Trasa Praha Libeň - Kolín</u></b>		
	-	
Celková energetická náročnost úseku [kWh]	338,9	406,1
Příkon odebráný z troleje pro trakční obvod [kWh]	571,1	580,3
Vrácená rekuperovaná energie do troleje [kWh]	232,2	174,2
<b><u>Trasa Strančice - Praha hl. n.</u></b>		
Celková energetická náročnost úseku [kWh]	152,6	65,2
Příkon odebráný z troleje pro trakční obvod [kWh]	261,8	172,2
Vrácená rekuperovaná energie do troleje [kWh]	111,9	107
<b><u>Trasa Praha hl. n. - Strančice</u></b>		
Celková energetická náročnost úseku [kWh]	168,6	223,3
Příkon odebráný z troleje pro trakční obvod [kWh]	280,5	298,4
Vrácená rekuperovaná energie do troleje [kWh]	109,2	75,1
<b><u>Trasa Praha hl. n. - Milovice</u></b>		
Celková energetická náročnost úseku [kWh]	78,2	111,4
Příkon odebráný z troleje pro trakční obvod [kWh]	149,5	192,7
Vrácená rekuperovaná energie do troleje [kWh]	71,3	81,3
<b><u>Trasa Milovice - Praha hl. n.</u></b>		
Celková energetická náročnost úseku [kWh]	92,1	91,7
Příkon odebráný z troleje pro trakční obvod [kWh]	168,5	165,8
Vrácená rekuperovaná energie do troleje [kWh]	76,4	74,1

Při porovnání tras Praha Masarykovo – Kolín a Praha Libeň – Kolín se výsledky naměřených a teoretických dat shodují pouze u druhé zmiňované trasy, protože u teoretických výpočtů se vždy počítalo se zrychlením na maximální traťovou rychlost, čehož nebylo dosahováno na měřené trase Praha Masarykovo – Kolín, kde se vozidlo pohybovalo výrazně pomaleji, a tím pádem odebíralo mnohem méně elektrické energie z troleje. V těchto dvou úsecích je teoretická rekuperovaná vrácená energie do troleje značně vyšší než naměřená. To je způsobeno tím, že teoretické výpočty počítají s tím, že vlak všechnu mechanickou energii, vytvořenou při brzdění, přemění na elektickou a vrátí zpět do troleje,

zatímco v praktických podmínkách vlak může využívat mechanické brzdy, případně odporovou elektrodynamickou brzdu. U zbývajících tras je celkové naměřené množství rekuperované vrácené elektrické energie totožné s teoreticky vypočítanými hodnotami.

Největší rozdíl je na trase Strančice – Praha hl. n., který je u teoretických výpočtů způsoben dvěma rozjezdy na maximální traťovou rychlost ze stanic Praha Zahradní Město a Praha Eden. V naměřených datech se vlak rozjíždí pouze na rychlost  $60 \text{ km}\cdot\text{h}^{-1}$ , tudíž odebere daleko méně elektrické energie. Hodnoty na trase Milovice – Praha hl. n. jsou prakticky identické.

## Závěr

Cílem bakalářské práce bylo porovnat teoreticky vypočítaná data na určitých trasách, opatřit informace ohledně množství spotřebované a rekuperované elektrické energie a následně tyto údaje porovnávat s prakticky naměřenými hodnotami, které byly získány natáčením palubní desky přímo v kabině strojvedoucího.

V první řadě byla popsána elektrická výzbroj elektrické jednotky řady 471 a její mechanické vlastnosti. Dále autor píše o jízdních odporech, které mohou působit proti směru ale také ve směru pohybu vozidla. Následně je popsán princip rekuperačního brzdění elektrodynamickou brzdou.

K porovnání výsledků byly využity teoreticky vypočítané hodnoty a naměřená data, která byla přepsána z videozáznamů palubní desky vlaku. Pro teoretické výpočty bylo nutné zanalyzovat každou trať, na které probíhalo měření. Pro rozbor bylo potřeba zjistit maximální traťové rychlosti v daných částech tratě a rozmístění vlakových zastávek. Dále byly pomocí vztahu z teoretické části dopočítány redukované sklony na trati v závislosti na ujeté vzdálenosti. Tato šetření byla pro každou trasu znázorněna v grafické podobě. Nezbytnou součástí výpočtů byla trakční a brzdná charakteristika, pomocí které lze určit tažnou či brzdnu sílu při dané rychlosti. V další části práce již byly provedeny výpočty, díky kterým autor zjistil příkon odebíraný z troleje a rekuperovanou energii vrácenou do troleje. Z těchto veličin byla dopočítána celková energetická náročnost úseku v kWh.

U prakticky naměřených dat bylo nutné každou vteřinu přepsat potřebné hodnoty z videozáznamu palubní desky do tabulky. Z připravených hodnot v tabulkách byly dopočítány příkony pro trakční obvod, topení a pomocné pohony vlaku, ze kterých byly následně spočítány energetické náročnosti stejným způsobem jako u teoreticky vyčítaných dat.

Z důvodu značné složitosti nebyly v teoretických výpočtech počítány spotřeby elektrické energie pokrývající pomocné pohony a topení vlaku. Ty by byly předmětem jiného výzkumu. V důsledku této skutečnosti se pomocné spotřeby a topení vlaku nezahrnovaly do porovnávání mezi naměřenými a teoretickými daty.

Z prakticky získaných dat je patrné, že elektrická jednotka řady 471 je schopna rekuperací uspořit až 30 % elektrické energie na tratích, kde není žádné velké převýšení. Při jízdě na trasách, které jsou převážně do kopce je tato hodnota výrazně nižší. Pokud se však vozidlo pohybuje značnou část úseku se záporným sklonem, je schopno ušetřit až 40 % elektrické energie. Z porovnání teoreticky vypočítaných dat s naměřenými hodnotami je patrné, že pokud vlak bude v praktických podmínkách využívat maximální traťové rychlosti, výsledky celkových energetických náročností úseků se budou téměř shodovat. Je tedy možné tento princip teoretických výpočtů aplikovat i na jiné tratě. V situaci, kdy však vozidlo těchto rychlostí nedosahuje, se teoretické hodnoty energetických náročností úseků výrazně liší od prakticky naměřených dat.



## Seznam použité literatury

- [1] MICHÁLEK T., ZELENKA J.: *Trakční mechanika*. Pardubice: Univerzita Pardubice, Dopravní fakulta Jana Pernera, 2018 [cit. 2019-10-28]. ISBN 978-80-7560-175-9
- [2] HERZÁŇ, F., HABARADA, D., MRKVIČKA, J.: *Mechanika dopravy koľajových vozidel*. Praha: NDS, 1989
- [3] *Trakční výpočty*. Předpis ČSD V7. Praha: NDS, 1980
- [4] Mlynařík, L.: *Elektrická trakce 1*. Pardubice: Univerzita Pardubice, Dopravní fakulta Jana Pernera, 2011
- [5] Široký, J.: *Mechanika v dopravě 1 - kolejová vozidla*. Ostrava: Vysoká škola báňská-Technická univerzita Ostrava, 2003
- [6] Doleček, R.: *Energetika kolejové dopravy*. Pardubice: Univerzita Pardubice, Dopravní fakulta Jana Pernera, 2012
- [7] ŠIROKÝ, J.: *Přehled parametrů vybraných vozidel závislé vozby. Informační systémy v dopravě* [online]. Ostrava Poruba, 2007 [cit. 2016-02-11]. Dostupné z: [http://homen.vsb.cz/~s1i95/mvd/vozidla\\_e.htm](http://homen.vsb.cz/~s1i95/mvd/vozidla_e.htm)
- [8] ŠVESTKA, D.: 471. *Atlas Lokomotiv* [online]. 2004 [cit. 2016-03-21]. Dostupné z: <http://www.atlaslokomotiv.net/loko-471.html>
- [9] ŠIMAN, P.: *Možnosti úspory trakční elektrické energie a motorové nafty závislé na železniční infrastruktuře*. In: *Vědeckotechnický sborník ČD č. 22/2006* [online]. Olomouc, 2006 [cit. 2019-10-28]. Dostupné z: <https://vts.cd.cz/documents/168518/195375/2202.pdf/6e52a8e7-9e43-4737-b75fde1e81f95075>
- [10] DANZER J.: *Elektrická trakce 8. – Elektrické ovládání brzd*. Plzeň, Západočeská univerzita, 2007

## Seznam obrázků

Obr. 1: Elektrická jednotka řady 471 .....	11
Obr. 2: Trakční a brzdná charakteristika EJ 471 .....	15
Obr. 3: Měrný vozidlový odpor EJ 471 .....	18
Obr. 4: Odpor ze sklonu trati .....	19
Obr. 5: Obrázek z videozáznamu palubní desky .....	26
Obr. 6: Data přeepsaná do tabulky.....	26
Obr. 7: Průběh naměřených dat v závislosti na dráze na trase Praha Masarykovo – Kolín....	29
Obr. 8: Průběh naměřených dat v závislosti na dráze na trase Praha Libeň – Kolín .....	30
Obr. 9: Poměr odebrané a rekuperované energie na trase Praha Masarykovo – Kolín.....	31
Obr. 10: Poměr odebrané a rekuperované energie na trase Praha Libeň – Kolín .....	31
Obr. 11: Průběh naměřených dat v závislosti na dráze na trase Strančice - Praha hl. n.....	32
Obr. 12: Průběh naměřených dat v závislosti na dráze na trase Praha hl. n. - Strančice .....	33
Obr. 13: Poměr odebrané a rekuperované energie na trase Strančice - Praha hl. n. ....	33
Obr. 14: Poměr odebrané a rekuperované energie na trase Praha hl. n. – Strančice .....	34
Obr. 15: Průběh naměřených dat v závislosti na dráze na trase Praha hl. n. - Milovice.....	35
Obr. 16: Průběh naměřených dat v závislosti na dráze na trase Milovice - Praha hl. n.....	36
Obr. 17: Poměr odebrané a rekuperované energie na trase Praha hl. n. - Milovice .....	37
Obr. 18: Poměr odebrané a rekuperované energie na trase Milovice – Praha hl. n. ....	37
Obr. 19: Redukovaný sklon pro trasy Praha Masarykovo – Kolín a Praha Libeň – Kolín.....	43
Obr. 20: Průběh rychlosti a umístění stanic pro trasy Praha Masarykovo – Kolín, Praha Libeň – Kolín .....	43
Obr. 21: Průběh teoreticky vypočítaných dat na trase Praha Masarykovo - Kolín a Praha Libeň – Kolín .....	44
Obr. 22: Redukovaný sklon na trase Strančice – Praha hl. n. ....	45

Obr. 23: <i>Průběh rychlosti a umístění stanic na trase Strančice – Praha hl. n.</i> .....	45
Obr. 24: <i>Průběh teoreticky vypočítaných dat na trase Strančice – Praha hl. n.</i> .....	46
Obr. 25: <i>Redukovaný sklon na trase Praha hl. n. - Strančice</i> .....	46
Obr. 26: <i>Průběh rychlosti a umístění stanic na trase Praha hl. n. - Strančice</i> .....	47
Obr. 27: <i>Průběh teoreticky vypočítaných dat na trase Praha hl. n. - Strančice</i> .....	47
Obr. 28: <i>Redukovaný sklon na trase Praha hl. n. - Milovice</i> .....	48
Obr. 29: <i>Průběh rychlosti a umístění stanic na trase Praha hl. n. - Milovice</i> .....	48
Obr. 30: <i>Průběh teoreticky vypočítaných dat na trase Praha hl. n. – Milovice</i> .....	49
Obr. 31: <i>Redukovaný sklon na trase Milovice - Praha hl. n.</i> .....	50
Obr. 32: <i>Průběh rychlosti a umístění stanic na trase Milovice – Praha hl. n.</i> .....	50
Obr. 33: <i>Průběh teoreticky vypočítaných dat na trase Milovice – Praha hl. n.</i> .....	51

## Seznam tabulek

Tab. 1: <i>Technické údaje elektrické jednotky řady 471</i> .....	12
Tab 2: <i>Hodnoty součinitele rotačních hmot</i> .....	22
Tab 3: <i>Celkový souhrn výsledků z naměřených dat</i> .....	38
Tab 4: <i>Celkový souhrn výsledků z teoreticky vypočítaných dat</i> .....	52
Tab 5: <i>Celkové porovnání naměřených dat s teoreticky vypočítanými hodnotami</i> .....	53

## **Seznam příloh**

Příloha A – Obsah vloženého CD

- Soubory s naměřenými daty
- Soubory s teoreticky vypočítanými daty