

Univerzita Pardubice  
Fakulta ekonomicko-správní

Pojištění více osob  
Bc. Petra Kutílková

Diplomová práce

2021

Univerzita Pardubice  
Fakulta ekonomicko-správní  
Akademický rok: 2020/2021

## ZADÁNÍ DIPLOMOVÉ PRÁCE (projektu, uměleckého díla, uměleckého výkonu)

Jméno a příjmení: **Petra Kutilková**  
Osobní číslo: **E190120**  
Studijní program: **N0413A050009 Ekonomika a management**  
Studijní obor: **Management finančních institucí**  
Téma práce: **Pojištění více osob**  
Zadávající katedra: **Ústav matematiky a kvantitativních metod**

### Zásady pro vypracování

Cílem diplomové práce je zaměřit se na životní pojištění více osob tzv. „joint life insurance“, které jsou určeny k pokrytí párů nebo partnerství v případě úmrtí některého z partnerů. Práce modeluje přežití dvou a více osob a kalkulaci pojistného pro „joint life insurance“ pojištění. Porovnání kompletní nabídky životních pojištění pro více osob v ČR. Výhody a nevýhody pojištění více osob.

Osnova:

- Pojistný trh v ČR.
- Životní pojištění.
- Úmrtnostní tabulky.
- Modelování úmrtnosti (stochastické modelování).
- Modelace přežití dvou a více osob.
- Kalkulace pojistného.
- Porovnání nabídky životního pojištění v ČR.
- Výhody a nevýhody pojištění více osob.

Rozsah pracovní zprávy: **50**  
Rozsah grafických prací: **-**  
Forma zpracování diplomové práce: **tištěná/elektronická**

**Seznam doporučené literatury:**

CIPRA, Tomáš. Finanční a pojistné vzorce. Praha: Grada, 2006. Finanční trhy a instituce. ISBN 80-247-1633-X.  
DICKINSON, D. C., HARDY, M. R., & WATERS, H. R. Actuarial mathematics for life contingent risks. Cambridge University Press, 2013. ISBN 978-1107044074.  
DUCHÁČKOVÁ, Eva. Principy pojištění a pojišťovnictví. 3. vyd., přeprac. Praha: Ekopress, 2009. ISBN 978-80-86929-51-4.  
KOSCHIN, Felix. Aktuárská demografie: (úmrtnost a životní pojištění). Praha: Vysoká škola ekonomická, 1997. ISBN 80-7079-112-8.  
Úmrtnostní tabulky ČSÚ. Český statistický úřad ČSÚ [online]. Dostupné z: [https://www.czso.cz/csu/czso/umrtnostni\\_tabulky](https://www.czso.cz/csu/czso/umrtnostni_tabulky).

Vedoucí diplomové práce: **RNDr. Ján Gogola, Ph.D.**  
Ústav matematiky a kvantitativních metod

Datum zadání diplomové práce: **1. září 2020**  
Termín odevzdání diplomové práce: **30. dubna 2021**

L.S.

---

**prof. Ing. Jan Stejskal, Ph.D.**  
děkan

---

**Mgr. Libor Koudela, Ph.D.**  
vedoucí ústavu

V Pardubicích dne 1. září 2020

Prohlašuji:

Tuto práci jsem vypracovala samostatně. Veškeré literární prameny a informace, které jsem v práci využila, jsou uvedeny v seznamu použité literatury.

Byla jsem seznámena s tím, že se na moji práci vztahují práva a povinnosti vyplývající ze zákona č. 121/2000 Sb., o právu autorském, o právech souvisejících s právem autorským a o změně některých zákonů (autorský zákon), ve znění pozdějších předpisů, zejména se skutečností, že Univerzita Pardubice má právo na uzavření licenční smlouvy o užití této práce jako školního díla podle § 60 odst. 1 autorského zákona, a s tím, že pokud dojde k užití této práce mnou nebo bude poskytnuta licence o užití jinému subjektu, je Univerzita Pardubice oprávněna ode mne požadovat přiměřený příspěvek na úhradu nákladů, které na vytvoření díla vynaložila, a to podle okolností až do jejich skutečné výše.

Beru na vědomí, že v souladu s § 47b zákona č. 111/1998 Sb., o vysokých školách a o změně a doplnění dalších zákonů (zákon o vysokých školách), ve znění pozdějších předpisů, a směrnicí Univerzity Pardubice č. 7/2019 Pravidla pro odevzdávání, zveřejňování a formální úpravu závěrečných prací, ve znění pozdějších dodatků, bude práce zveřejněna prostřednictvím Digitální knihovny Univerzity Pardubice.

V Pardubicích dne 30.4.2021

Bc. Petra Kutílková

## PODĚKOVÁNÍ

Tímto bych ráda poděkovala vedoucímu mé diplomové práce RNDr. Jánů Gogolovi, Ph.D. za odbornou pomoc, ochotu a cenné rady, které mi pomohly při zpracování diplomové práce. Dále bych chtěla poděkovat své rodině a přátelům za velkou podporu při celém studiu.

## ANOTACE

*Tato diplomová práce se zabývá pojištěním více osob, kdy je kvantifikován dopad závislých a nezávislých životů na výši jednorázového netto pojistného za pomoci Gompertz-Makahamova modelu. Budeme zkoumat, jak tuto výši netto pojistného u různých typů životního pojištění dokáže ovlivnit délku života žití v páru, a jak ho dokáže ovlivnit tzv. heart break syndrome.*

## KLÍČOVÁ SLOVA

*pojištění, úmrtnost, závislé životy, syndrom zlomeného srdce, Markovův proces*

## TITLE

*Insurance of multiple lives*

## ANNOTATION

*This diploma thesis deals with joint-life insurance, which quantifies the impact of dependent and independent lives on the amount of single et premium with the help of the Gompertz-Makeham model. We will examine how this amount of net premiums for different types of life insurance can be affected by the life expectancy of living in a couple, and how it can be affected by the so-called heart break syndrome.*

## KEYWORDS

*insurance, mortality, dependent lifetimes, heart break syndome, Markov models*

## OBSAH

ÚVOD.....	13
1 POJIŠŤOVNICTVÍ A JEHO DEFINICE.....	14
1.1 Historie pojištění.....	15
1.2 Členění pojištění.....	16
1.3 Pojistný trh v české republice.....	17
1.4 Pojistný trh celosvětově.....	18
2 ŽIVOTNÍ POJIŠTĚNÍ.....	19
2.1 Základní podoby životního pojištění.....	19
2.2 Pojištění více osob.....	21
2.3 Základní principy pojistně-matematických výpočtů.....	21
2.4 Kalkulace pojistného.....	22
3 AKTUÁRSKÁ DEMOGRAFIE.....	24
3.1 Míra úmrtnosti.....	24
3.2 Graduace úmrtnosti - Gompertz-Makehamova metoda.....	26
4 POJIŠTĚNÍ VÍCE OSOB.....	27
4.1 Produkty životního pojištění závislá na životě dvou osob.....	27
4.2 Označení a popis aktuárských funkcí.....	28
5 MARKOVŮV PROCES.....	32
5.1 Model živý-mrtvý.....	33
5.2 Vícestavový model pro nezávislé délky životů dvojice osob.....	33
5.3 Více stavový model pro závislé délky životů dvojice osob.....	37
6 PRAKTICKÁ ČÁST DIPLOMOVÉ PRÁCE.....	42
6.1 Data.....	42
6.2 Výpočet pojistného.....	43
7 POROVNÁNÍ VÝSLEDKŮ.....	70
8 POJIŠTĚNÍ VÍCE OSOB NA TRHU V ČESKÉ REPUBLICE.....	80

9	VÝHODY A NEVÝHODY POJIŠTĚNÍ VÍCE OSOB .....	81
	ZÁVĚR .....	82
	POUŽITÁ LITERATURA .....	85
	PŘÍLOHY .....	87



## SEZNAM ILUSTRACÍ

Obrázek 1: Model živý-mrtvý.....	33
Obrázek 2: Vícestavový model pro nezávislé délky životů dvou osob .....	34
Obrázek 3: Míra úmrtnosti mužů a žen .....	37
Obrázek 4: Markovský model úmrtnosti při závislosti na rodinném stavu .....	39
Obrázek 5: Míra úmrtnosti belgické populace.....	42
Obrázek 6: Grafy závislosti výše netto pojistného na délce smlouvy n a věku dvojice .....	47
Obrázek 7: Grafy závislosti výše netto pojistného na délce smlouvy n a věku dvojice .....	49
Obrázek 8: Grafy závislosti výše netto pojistného na délce smlouvy n a věku dvojice .....	50
Obrázek 9: Grafy závislosti výše netto pojistného na délce smlouvy na věku dvojice .....	53
Obrázek 10: Grafy závislosti výše netto pojistného na délce smlouvy na věku dvojice .....	54
Obrázek 11: Grafy závislost na výše netto pojistného na délce smlouvy n a věku dvojice .....	56
Obrázek 12: Graf výše vdovského důchodu v závislosti na věku dvojice.....	57
Obrázek 13: Graf výše vdoveckého důchodu v závislosti na věku dvojice.....	58
Obrázek 14: Vícenásobný stavový model pro závislé délky životů .....	60
Obrázek 15: Míra úmrtnosti mužů a žen .....	61
Obrázek 16: Grafy výše vdovského důchodu v závislosti na věku dvojice.....	69
Obrázek 17: Jednoduché 3D grafy Joint-life annuity .....	71
Obrázek 18: Graf poměru N/Z životy pro dvojice ve stejném věku - Joint-life annuity .....	71
Obrázek 19: Jednoduché 3D grafy - Last survivor annuity .....	72
Obrázek 20: Graf poměru N/Z životy pro dvojice ve stejném věku - Last survivor annuity .....	73
Obrázek 21: 3D graf Last-survivor anuity .....	74
Obrázek 22: Jednoduché 3D grafy Joint-life insurance.....	74
Obrázek 23: Graf poměru N/Z životy pro dvojice ve stejném věku - Joint-life insurance.....	75
Obrázek 24: Jednoduché 3D grafy Last survivor insurance .....	75
Obrázek 25: Graf poměru N/Z životy pro dvojice ve stejném věku Last survivor insurance .....	76
Obrázek 26: Jednoduché 3D grafy Reversionary annuity .....	76
Obrázek 27: Graf poměru N/Z životy pro dvojice ve stejném věku Reversionary annuity .....	77
Obrázek 28: Jednoduché 3D grafy Reversionary annuity .....	78
Obrázek 29: Graf poměru N/Z životy pro dvojice ve stejném věku Reversionary annuity .....	78
Obrázek 30: Semi-Markovův proces .....	83
Obrázek 31: Intenzity úmrtnosti u vdovy a vdovce.....	84

## SEZNAM TABULEK

Tabulka 1: Hodnoty středních délek života mužů a žen na území ČR.....	25
Tabulka 2: Parametry Gompertz-Makehamova modelu.....	42
Tabulka 3: Parametry Gompertz-Makehamova modelu v závislosti na stavu jedince.....	43
Tabulka 4: Parametry nastavení pojistné smlouvy Joint-life insurance .....	80

## SEZNAM ZKRATEK A ZNAČEK

ČR	Česká republika
EU	Evropská unie
EPV	Expected present value
PČ	Pojistná částka
ČNB	Česká národní banka
ČKP	Česká kancelář pojistitelů
ČAP	Česká asociace pojišťoven

## ÚVOD

Zní to jako klišé, když někdo říká, že se mu přece nemůže nic stát, nebo že se mu nikdy nic nestalo. K čemu by pak sloužil celý pojistný trh? Je to právě pojištění náhody. Zkrátka zaplatíme za to, že když nastane náhodná událost, dostaneme odškodné. Životní pojištění na trhu zastupuje určitou jistotu v pokrytí výpadku příjmu, ať už u živitele rodiny, nebo jiného člena rodiny, především, aby po něm nezůstaly nezaopatřené závazky.

**Cílem této práce je zaměřit se na životní pojištění páru v různých formách pojistných smluv a následně porovnat výši pojistného v případě závislého a nezávislého života.**

Přestože muži mají všeobecně vyšší míru úmrtnosti, závislost délky života nám silně ovlivňuje tzv. heart break syndrome, který postihuje většinu lidí, kteří ztratí milovanou osobu.

Práce je členěna na teoretickou část, která je zpočátku souhrnnou definicí pojištění z odborné literatury, přiblížení pojistné matematiky, aktuárské demografie a Markovova procesu a na praktickou část, kde budeme kvantifikovat jednorázové netto pojistné na základě jediné dostupné matice dat z úmrtnostního experimentu Belgické populace z roku 1991. Tato tabulka zobrazuje odhady parametrů Gompertz-Makehamova modelu. Data jsou vhodná například pro stanovení odpovídající výše vdovského důchodu, který je součástí sociálního zabezpečení, nebo pro potřeby pojišťoven v rámci soukromého pojištění.

Praktická část je prvně založena na výpočtech jednorázového netto pojistného v případě závislých životů, následně v případě nezávislých životů. V další kapitole je potom komparován poměr mezi výši pojistného v případě závislých životů a nezávislých životů, kde budeme sledovat, jestli pojistné není podhodnocené či nadhodnocené z hlediska rizika úmrtí. Dále je zde věnována pozornost nabídce těchto pojistných produktů v rámci českého pojistného trhu a shrneme si také výhody a nevýhody těchto produktů.

V závěru se zaměřím na celkové zhodnocení výsledků a doporučení pro praxi v ČR.

Součástí příloh je také CD, kde je možné nalézt tabulky hodnot výpočtů jednorázového netto pojistného z praktické části, a to s vyšší přesností, než je v tištěné práci v Příloze C. Dále také program v R pro výpočet netto pojistného a 3D grafy výsledků poměru závislých a nezávislých životů.

# 1 POJIŠŤOVNICTVÍ A JEHO DEFINICE

Finanční trh v České republice je plný finančních domů. Jedno z největších odvětví tvoří právě pojišťovnictví. Jedná se o specifickou peněžní službu, kdy pojistitel poskytuje ochranu za úplatu, jinak řečeno pojistné, a v případě pojistné události vyplácí pojistníkovi pojistné plnění za vzniklou újmu na majetku nebo zdraví. Předmětem činnosti pojišťoven je tedy přebírat na sebe smluvně definovaná rizika svých klientů. Vlivem těchto rizik totiž může nastat dramatický škodný průběh, který je pro pojištěného neúnosný. Pojišťovna je pak schopna tyto újmy za úplatu zvládnout a taktéž to učinit výnosným předmětem podnikání.

Pojištění je tedy nástroj finanční eliminace negativních důsledků nahodilosti. Velmi zásadní skutečností je, že nahodilost nelze ovlivnit, můžeme ale finančně eliminovat dopad těchto nahodilých událostí. Není tedy dopředu jasné, zda příslušná událost nastane, není dopředu zřejmý časový okamžik nastání této události, někdy není jasné, který subjekt bude příslušnou událostí zasažen a často není ani známá velikost toho dopadu.[8]

Jinak by se dalo říct, že je to jedna z možností řešení negativních důsledků, se kterými se lidé běžně setkávají. Nabídka pojistných produktů na trhu je rozmanitá, a je schopna pokrýt celé spektrum různých typů rizik. Ať už se jedná o újmy na zdraví, nebo na majetku. V dnešní době, vlivem velkého technologického pokroku, se vyvíjejí nové skutečnosti, a potom snadno dochází ke zvyšování rizikovosti.[9]

Je nutné si také definovat několik pojmů, se kterými se můžeme v pojišťovnictví setkat:

- Pojistitel – právnická osoba, která je podle zákona oprávněná provozovat pojišťovací činnost,
- Pojistník – fyzická nebo právnická osoba, která s pojistitelem uzavřela pojistnou smlouvu,
- Pojištěný – fyzická osoba, na jejíž život a zdraví se pojištění vztahuje,
- Obmyšlený – fyzická nebo právnická osoba určená pojistníkem, které vznikne právo na pojistné plnění v případě smrti pojištěného,
- Pojistné plnění – finanční obnos vyplacený pojistníkovi za pojistnou událost. [2]

## 1.1 Historie pojištění

Počátky pojištění se datují již kolem roku 2500 před Kristem. Tehdy ve starém Egyptě kameníci uzavírali dohody, o společném krytí nákladů na pohřeb v případě smrti svého člena. Náklady se pak hradily z pravidelně inkasovaných příspěvků účastníků. V antickém Řecku, roku 400 před naším letopočtem zase existovalo sociální pojištění, které krylo následky vážného zdravotního poškození z války. Kladli velký důraz nejprve na zajištění důstojného pohřbu a následně na zajištění pozůstalých.

Nový rozvoj přišel koncem 10. století u středomořského námořního obchodu. V té době byla námořní doprava velmi riskantní, protože byla omezená o navigační zařízení, nedokonalostí přepravních lodí, ale hlavně i rizikem pirátství a neustálých válek. Díky tomu se ve Středomoří vytvořilo námořní pojištění.

První pojistná smlouva je ale zachována z roku 1379, kdy se v Portugalsku vytvářela vzájemná společenství plavců s povinným přístupem. Tímto bylo v Evropě zahájena éra námořního práva a komerčního námořního pojištění. Pojišťování lodí se ale řadí mezi velká rizika, a proto začali později pomýšlet na členění těchto rizik, tzv. zajišťování. Počátky zajišťování se tedy datují do 14. století v Anglii a Itálii.

Rozvoj rentových důchodů zapříčila první pojistná událost, ze dne 9. července 1584. Jednalo se o pojištění Williama Gibbonse na období 1 roku a pojistnou částku 382 liber. Pojištěný zemřel před uplynutím pojistné doby.

Rok 1699 je významným rokem pro počátky pojišťovnictví, protože vznikla první komerční životní pojišťovna, londýnská Společnost pro pojišťování vdov a sirotků. Provozovala pouze pojištění smrti a výplata byla vyplácena buď jednorázově nebo formou důchodu.

Absolutní revoluce v životním pojištění nastala v 18. století, kdy anglický vědec Edmont Hailey zpracoval na základě zkoumání farních zápisů o narození a úmrtí obyvatel první úmrtnostní tabulky. V roce 1756 odmítli pojistit vzhledem k věku 46 letého matematika Jamese Dodsona pro velké riziko. Prostudoval tedy všechny dostupné informace a data o délce lidského života a vytvořil tabulky premiových sazeb, které při výpočtu pojistného zohlednily věk a pojistnou dobu. Výše pojistného se tak rozprostřela mezi mladší a starší pojištěné, kdy starší účastníci pojištění platili více a mladší naopak méně. Tento princip se používá dodnes.

Koncem 18. století už vznikaly pojišťovací společnosti i jinde než v Anglii. Rozvoj výroby a obchodu zapříčinil i růst možných rizik, které už nemohla jedna pojišťovna sama ustát. Díky tomu vznikla v roce 1852 první Kolínská zajišťovací společnost na německém území.

Počátky pojištění v České republice jsou doloženy z konce 17. století, kdy Jan Kryštof Bořek podal návrh na založení povinného požárního pojištění budov, který kladl důraz na založení protipožárního fondu v každém městě. Skutečné pojištění se zde ale začalo provozovat v roce 1827, kdy byl v Praze založen Císařsko-královský privilegovaný český společný náhradu škody ohněm svedené pojišťovací ústav. Ten byl zanedlouho přejmenován na První českou vzájemnou pojišťovnu v Praze, jejíž hlavním předmětem činnosti bylo požární pojištění nemovitostí a od roku 1909 potom i životní pojištění. Na konci 19. století už byly české pojišťovny dostatečně silné a finančně stabilní. Největší pojistnou událostí můžeme považovat požár Národního divadla v srpnu 1881.

V roce 1945 došlo k znárodnění celkem 733 pojišťoven, pojišťovacích spolků a zahraničních reprezentací. Dne 28.5.1991 nastala demonopolizace českého pojistného trhu. Byl přijat zákon č. 185/1991 Sb. o pojišťovnictví, který umožňoval provozovat pojišťovací činnost na území České republiky všem subjektům, kteří splňují předpisem stanovené podmínky pro provozování této činnosti. [10]

Pro Český pojistný trh je velmi charakteristickým rysem rychlý růst od jeho vzniku, což se odráželo v hodnotách ukazatelů, které zobrazují předepsané pojistné. Bylo možné pozorovat pětinasobný růst ve výši předepsaného pojistného za životní pojištění v období 1991-2000. Naproti tomu ale český trh ovlivnily ve vývoji velké pojistné události, jako například rozsáhlé povodně z roku 2002. Další významný vliv na vývoj měl například i vstup České republiky do Evropské unie. Tím se ČR dostala do jednotného evropského pojišťovacího trhu a přijala regulační opatření platná v rámci EU.[6]

## **1.2 Členění pojištění**

Pojištění může mít všeobecně mnoho podob, na trhu je nyní velmi rozmanitá nabídka. Základní členění z právního hlediska je na pojištění dobrovolné a povinné.

### **1.2.1 Dobrovolné pojištění**

Je sjednáváno na základně rozhodnutí zájemce o pojištění. Může se jednat o pojištění životní, které kryje újmu na zdraví pojištěné osoby, nebo pojištění neživotní, které kryje újmy na majetku pojištěné osoby. Neživotní pojištění můžeme blíže specifikovat jako pojištění neživotní neboli úrazové, dále majetkové, pojištění finančních zráta a zárub a v neposlední řadě také pojištění odpovědnosti za škody.

### **1.2.2 Povinné pojištění**

Povinné pojištění se ještě dále člení na povinně smluvní nebo zákonné pojištění, kdy povinně smluvní pojištění je určeno právním předpisem, který udává povinnost sjednání pojistné smlouvy pro dané subjekty. Některá povinně smluvní pojištění jsou upravena podrobněji, kdy je v právním předpise určen obsah a konstrukce pojistné smlouvy, například minimální limity pro pojistná plnění. Zákonné pojištění zase pro příslušné subjekty stanovuje zákon. Obecně tento typ pojištění neodpovídá v pravém slova smyslu pojištěním, proto nemůže být zařazen do nabídky komerčního pojištění. Především z důvodu nesplnění jednoho z charakteristických rysů, a to skutečnosti, že příspěvek do kolektivní rezervy se odvíjí od velikosti rizika a u zákonného pojištění je výše pojistného určena pevně. Jedná se například o odpovědnost z provozu vozidla neboli povinné ručení, nebo zemědělské pojištění.[7]

## **1.3 Pojistný trh v české republice**

Pojistný trh České republiky je regulovaný tuzemskou centrální bankou. Pojišťovny zde provozují svou činnost na základě povolení od České národní banky. Toto povolení je nezbytné i pro činnost pojišťoven a zajišťoven z třetích států, kdy na základě jednotného evropského pasu působí pojišťovny se sídlem v jiném členském státě EU než České republice. Důležitou součástí pojistného trhu je distribuce pojištění, tu vykonávají pojistní zprostředkovatelé na základě registrace u České národní banky. Takový zprostředkovatel pojištění musí splňovat podmínky jako je bydliště na území ČR, plnoletost, bezúhonnost a minimálně maturitní vzdělání a vykonání zkoušky. Teprve potom může být zapsán do seznamu pojistných zprostředkovatelů pod ČNB. Registrace je také podmínkou pro provozování činnosti samostatného likvidátora pojistných událostí. Všechny tyto seznamy jsou volně dostupné na webových stránkách ČNB.

Dalším subjektem na pojistném trhu v ČR je Česká kancelář pojistitelů, která plní povinnosti společné pojistitelům provozujícím pojištění odpovědnosti z provozu vozidla,



známé jako povinné ručení. ČAP se stará o kontrolu plateb souvisejících s povinným ručením napříč celý pojistným trhem, pro všechny pojišťovny. Pokud někdo z klientů nezaplatí povinné ručení, ČAP ihned odesílá dopis s oznámením a pokutou. Stejně tak hlídá škodní průběh, bonus a malus.

Roli hlavního regulátora ale hraje především Ministerstvo financí, které se stará o tvorbu zákonů regulujících oblast pojišťovnictví a také dohlíží na činnost ČNB.

Jelikož je Česká republika členem Evropské unie je třeba zmínit i Evropský orgán dohledu pro pojišťovnictví a zaměstnanecké penzijní pojištění. Jeho hlavním úkolem je zlepšení fungování vnitřního trhu EU, především zajištěním vysoké, účinné a jednotné úrovně regulace a dohledu s ohledem na různé zájmy všech členských států a na rozdílnou povahu finančních institucí a chránit veřejné zájmy, jako je stabilita finančního systému, průhlednost trhů a finančních produktů a ochrana pojistníků, účastníků penzijních systémů a oprávněných osob.[14]

#### **1.4 Pojistný trh celosvětově**

Z pohledu celosvětového pojistného trhu můžeme říci, že historicky lze sledovat tři významná pojišťovací centra. Což je Japonsko, Západní Evropa a Severní Amerika. Kdy každé centrum má rozlišnou strukturu svého působení. Například v Japonsku připadá zhruba 80 % celkového pojistného na životní pojištění. To poukazuje na to, že japonská společnost myslí dopředu a využívají životní pojištění jako preferovanou možnost tvorby rezervy na stáří, a přesto mají míru úspor domácností nadprůměrnou, ve srovnání s jinými vysoce vyspělými zeměmi. Naopak v USA zase převažuje podíl neživotního pojištění, a to hlavně pojištění odpovědnosti. V Evropské unii se struktura pojistných produktů liší. Některé státy mají převahu neživotního pojištění, jiné zase životního pojištění. Co je ale patrné, tak z dlouhodobého horizontu pozorujeme na pojistném trhu vývojový trend. Dominují zde hlavně průmyslově vyspělé země. [9]

Struktura pojistného trhu může být ovlivněna hned několika faktory. Například aktuální situací na trhu, obecnými ekonomickými podmínkami nebo legislativními podmínkami. Strukturu pojistného trhu může ovlivnit i rozsah rizik, které kryje stát, jako jsou například dávky sociálního zabezpečení nebo různé státní fondy. [8]

## 2 ŽIVOTNÍ POJIŠTĚNÍ

Jak už bylo výše zmíněno, princip pojištění spočívá v pojistné ochraně za úplatu, kdy v případě pojistné události dojde k výplatě plnění. Velmi silnou stránku pojištění tvoří právě životní pojištění, které poskytuje plnění v případě újmy na zdraví. Hlavní složkou tohoto pojištění je úmrtí. Základem by mělo být pokrytí všech závazků pojištěného, aby v případě nečekané události po něm nezbyly dluhy, či nezaopatřená rodina. Součástí pak můžou být i další připojištění, například invalidita, úrazy případně závažná onemocnění. Na druhou stranu se životní pojištění dříve používalo i jako pojištění dožití, respektive pojištění se spořicí složkou, která pak sloužila jako rezerva na důchod. Ovšem tento produkt už dostaly do pozadí jiné efektivnější formy spoření. [8]

### 2.1 Základní podoby životního pojištění

Životní pojištění má více podob, může se jednat o pojištění na smrt, na dožití a smíšené pojištění, nebo potom připojištění úrazové nebo nemocenské. Blíže si potom definujeme nejzákladnější podoby životního pojištění, které jsou nejčastěji využívány na českém i zahraničním trhu. K životnímu pojištění také dají sjednat různá další připojištění:

- úrazové,
- invalidní,
- připojištění vážných chorob,
- připojištění pracovní neschopnosti,
- připojištění hospitalizace.

#### 2.1.1 Pojištění pro případ smrti

Pojištění pro případ smrti [*whole life insurance*]. Pojišťovna vyplatí sjednanou pojistnou částku na konci pojistného roku, v němž osoba pojištěná ve věku  $x$  zemře. V případě nastání pojistné události - úmrtí, vyplatí pojišťovna plnění - pojistnou částku, okamžitě, nikoliv až na konci pojistného roku. V české praxi je tento typ pojištění používán pro účely pohřebních nákladů.

### 2.1.2 Dočasné pojištění pro případ smrti

Dočasné pojištění pro případ smrti [*term insurance*]. Pojišťovna vyplatí sjednanou pojistnou částku na konci pojistného roku, v němž pojištěná osoba ve věku  $x$  zemře. Pokud dojde k úmrtí po uplynutím pojistné doby  $n$  let, pojištění zanikne bez náhrady. Tento typ pojištění je často využíván jako zajištění úvěru, kdy si banka obvykle vyžádá od dlužníka pojištění smrti, kde je banka oprávněnou osobou. Je totiž možné ho uzavřít i na klesající pojistnou částku, kdy pojistná částka klesá lineárně s výší úvěrové jistiny.[2]

### 2.1.3 Pojištění pro případ dožití

Pojištění pro případ dožití [*pure endowment*]. Pojišťovna vyplatí sjednanou pojistnou částku, pokud se pojištěná osoba ve věku  $x$  dožije konce sjednané doby  $n$  let. Pokud pojištěná osoba zemře před koncem pojistné doby, pojištění zanikne bez náhrady. V praxi se obvykle sjednává výhrada vrácení pojistného v případě smrti pojištěného

### 2.1.4 Smíšené životní pojištění

Smíšené životní pojištění [*endowment*]. Pojišťovna vyplatí sjednanou pojistnou částku na konci pojistného roku, v němž pojištěná osoba ve věku  $x$  zemře, nejpozději však při dožití konce sjednané pojistné doby  $n$  let. Pojistné se vyplácí podle toho, která z těchto událostí nastane dřív.[1]

### 2.1.5 Důchodové pojištění

Důchodové pojištění [*whole life annuity*]. Tento typ pojištění funguje na principu doživotního důchodu, kdy pojišťovna vždy na počátku, tj. předlůhnní důchod, nebo na konci, tj. polhůnní důchod, pojistného roku vyplácí důchod v předem sjednané výši, pokud je osoba ve věku  $x$  naživu.

### 2.1.6 Pojištění dočasného důchodu

Pojištění dočasného důchodu [*temporary annuity*]. V rámci tohoto typu pojištění pojišťovna vyplácí důchod sjednané výše vždy na počátku pojistného roku, pokud osoba pojištěná ve věku  $x$  stále žije a neuplynula sjednaná pojistná doba  $n$  let. Počáteční hodnoty dočasného důchodu se používají i při výpočtu běžného pojistného.[2]

## 2.2 Pojištění více osob

Skupinové pojištění neboli pojištění více osob, kdy v rámci jedné pojistné smlouvy je chráněno pojistným krytím více osob. Obvykle se jedná o rodinné pojištění, pojištění skupiny zaměstnanců, majitelů platebních karet či členy určitého spolku. Výhodou těchto skupinových smluv je především nižší cena z důvodu nižších nákladů pojistitele, jednodušší administrativa, jednodušší underwriting nebo případné daňové výhody.

V tomto typu pojištění plnění závisí na životě či smrti dvou a více osob. Můžeme je definovat např. jako  $(X, Y)$ , kdy prvním členem je muž a druhým žena. [2]

## 2.3 Základní principy pojistně-matematických výpočtů

Z hlediska podnikání je pro každý finanční dům na trhu klíčové, aby mu přinesl zisk, stejně tak jako v případě každého jiného oboru podnikání. Z hlediska pojišťoven je proto podstatné zvolit si správný způsob inkasování pojistného. V pojištění osob vycházíme při stanovení výše pojistného z těchto základních principů.

### 2.3.1 Princip solidarity

Princip solidarity spočívá v tom, že se pojistné plnění pojistníkovi vyplácí z pojistného všech pojištěných.

### 2.3.2 Princip fiktivního souboru

Převážně se používá v případech, kdy při výpočtech nepoužíváme pravděpodobnosti nastání příslušných jevů. Podle tohoto principu je počet osob uzavírajících ve věku  $x$  jistý typ pojištění roven hodnotě  $l_x$  z používané úmrtnostní tabulky.

### 2.3.3 Princip ekvivalence

Tento princip je základní pro všechny pojistné výpočty, a to jak v životním, tak v neživotním pojištění. Princip ekvivalence vychází z požadavku, aby příjmy a výdaje pojišťovny byly v rovnováze. V praxi obvykle zachován není, neboť skutečné příjmy obvykle přesáhnou výdaje a zisk nad rámec pak pojišťovna vyúčtuje jako zisk akcionářům. [17]

## 2.4 Kalkulace pojistného

Výše pojistného vychází z principu ekvivalence, z toho vyplývá, že netto pojistné by nám mělo plně pokrýt všechna budoucí pojistná plnění, která mohou nastat v rámci životního pojištění. Důležitým hlediskem je čas, který musí být ve výpočtu zohledněn, neboť životní pojištění se obvykle sjednává dlouhodobě. Stejně tak důležité je i zohlednění pravděpodobnosti, že určité riziko nastane. [8]

Při výpočtu je nutné zohlednit mnoho dalších parametrů, předchází mu pečlivá analýza celého pojistného produktu a jeho správy. Zohledňuje se tam například struktura provizního systému makléřů, minimální a průměrná výše pojistného, struktura odbytného, procentuální rozložení způsobu placení, odhadované počty předčasně ukončených smluv, náklady na zdravotní prohlídky, administrativní náklady a v neposlední řadě také tempo růstu inflace. [10]

### 2.4.1 Jednorázové netto pojistné

Jednorázové netto pojistné je dáno současnou hodnotou očekávaných částek, které bude muset pojišťovna v rámci pojištění vyplatit. Tyto očekávané částky se určují na základě přijaté úmrtnostní tabulky a diskontování se provádí pomocí pojistně-technické úrokové míry, která je platná v okamžiku uzavření pojistné smlouvy.

### 2.4.2 Běžné netto pojistné

Klasickou situací z praxe je platba pojistného jako pravidelných stejných splátek. V běžném pojištění si chce pojistník splátkami zajistit jednorázovou jednotkovou částku nebo jednotkovou výplatu důchodu. Předpokládáme, že těmito pravidelnými splátkami si chce pojištění osoba ve věku  $x$  zajistit ve věku  $x+n$  jednotkovou pojistnou částku nebo jednotkový důchod.

### 2.4.3 Brutto pojistné

Pojistné rozšířené o složky na pokrytí správních nákladů pojišťovny, to je brutto pojistné. Případně je rozšiřováno ještě o bezpečnostní přírážku, která většinou zahrnuje do pojistného implicitně uplatněním příslušných věkových posunů v úmrtnostní tabulce.

#### 2.4.4 Pojistně technická úroková míra

Tuto specifickou úrokovou míru používají pojišťovny pro své výpočty v rámci pojistných sazeb. Pokud je hodnota úrokové míry příliš nízká, tak zvyšuje pojistné sazby, naopak příliš vysoká snižuje pojistné sazby. Pojišťovna se totiž může kvůli nízké úrokové míře snadno dostat do potíží v rámci konkurence a při vysoké úrokové míře inkasované pojistné nemusí být postačující pro vytvoření potřebných rezerv pojišťoven. V České republice byla pojistně-technická úroková míra stanovena vyhláškou Ministerstva financí naposledy v roce 2000. Od roku 2006 stanovuje maximální výši technické úrokové míry Česká národní banka. [17]

$$v = \frac{1}{(1+i)} \quad (2.1)$$

V životním pojištění se převážně počítají počáteční hodnoty k okamžiku uzavření určitého typu pojištění, přičemž se diskontuje s použitím diskontního faktoru neboli odúročitele. Diskontní faktor označujeme  $v$  a zvolenou technickou úrokovou míru  $i$ .

### 3 AKTUÁRSKÁ DEMOGRAFIE

#### 3.1 Míra úmrtnosti

Úmrtnost, to je jedna ze složek, kterou se zabývá demografie neboli zkoumání lidské populace. Tu můžeme chápat jako skupinu lidí žijící na určitém území. Prostou charakteristikou úmrtnosti může být počet zemřelých za určitý časový interval. [12]

V prvních letech života je úmrtnost velmi vysoká. Můžou totiž nastat komplikace hned u porodu, případně potom různá onemocnění kojence nebo vrozené vady, které snižují šance na přežití. Naopak v průběhu dětských let je úmrtnost malá a prudký nárůst úmrtnosti začíná u puberty a trvá až do třiceti let věku jedince. Prakticky od těch třiceti let začíná exponenciální nárůst úmrtnosti, kdy vliv na úmrtí a dožití přebírají různé ekonomické a sociální faktory. [2]

Úmrtnost se dá charakterizovat nejjednodušeji prostřednictvím počtu zemřelých osob za určitý časový interval. Počet zemřelých za časový interval  $\langle t_0, t_1 \rangle$  se zpravidla značí velkým písmenem  $M$  s pravým dolním indexem  $t_0$  a levým dolním indexem, který udává délku toho intervalu, označení by potom vypadalo následovně

$${}_{t_1-t_0}M_{t_0}. \quad (3.1)$$

Protože se v demografii obvykle čas měří v letech, můžeme stejné označení zapsat bez levého dolního indexu jako

$$M_{t_0}, \text{ když } t_1 = t_0 + 1. \quad (3.2)$$

Tento ukazatel úmrtnosti nemusí být ovšem v každé situaci dostačující, určující je také proměnná velikost populace. Velikost populace se v průběhu roku několikrát mění, ať už je to kvůli úmrtí, nebo kvůli narození, případně i stěhování. Proto se obvykle volí přepočtení na jeden „člověkorok“, tzn. vzít v úvahu dobu, kdy jsou členové populace vystaveni riziku úmrtí. To lze vyjádřit vzorcem

$$\int_{t_0}^{t_1} S(t) dt, \quad (3.3)$$

kde  $S(t)$  je velikost populace v časovém okamžiku  $t$ . Pro praktický výpočet je důležité učinit předpoklad, že úmrtí, narození, přistěhování a odstěhování jsou rozložena v rovnoměrně v čase, a pak každý z narozených, zemřelých, přistěhovaných a vystěhovaných prožije v průměru v populaci polovinu intervalu  $\langle t_0, t_1 \rangle$ . Předpokládáme interval délky jednoho

časového roku, tedy  $\langle t, t+1 \rangle$ ; pak za platnosti uvedených předpokladů můžeme dobu expozice vyjádřit jako:

$$\begin{aligned} S(t) + \frac{N_t + M_t + I_t - E_t}{2} &= \frac{S(t)}{2} + \frac{S(t) + N_t - M_t + I_t - E_t}{2} = \\ &= \frac{S(t)}{2} + \frac{S(t+1)}{2} = \frac{S(t) + S(t+1)}{2} = \bar{S}_t \end{aligned} \quad (3.4)$$

$N_t$ ,  $M_t$ ,  $I_t$  a  $E_t$  značí popořadě počet narozených, počet zemřelých, přistěhovalých a odstěhovaných během roku  $t$ . Symbol  $\bar{S}_t$  označuje tzv. střední stav v roce  $t$ .

Z historického hlediska se na počátku našeho letopočtu obecná míra úmrtnosti pohybovala okolo 40 % kdy střední délka života byla zhruba 25 let. Postupem času se promítaly pouze nepatrné změny, na počátku 19. století byla míra úmrtnosti zhruba 35 % a střední délka života překročila 30 let. Vlivem demografické revoluce neboli také obecným zákonem vývoje populace se během následujících 150 let míra úmrtnosti změnila razantně.

*Tabulka 1: Hodnoty středních délek života mužů a žen na území ČR*

rok	$e^0(0)$	
	m	ž
1875	33	37
1900	39	42
1930	54	58
1950	64	69
1960	68	73
1970	66	73
1980	67	74
1981	67	74
1982	67	74
1983	67	74
1984	67	74
1985	67	75
1986	67	75
1987	68	75
1988	68	75
1989	68	75
1990	68	75

*Zdroj: [12]*



### 3.2 Graduace úmrtnosti - Gompertz-Makehamova metoda

Intenzita úmrtnosti může být často velmi kolísavá. Je to snadno viditelné v grafu při menším časovém intervalu. Kolísavost způsobují náhodné odchylky a je tedy přirozené tu nepravidelnou empirickou křivku vyhladit neboli odhadnout střední hodnoty. Důležitou podmínkou je ale obezřetnost, aby se úroveň a tendence hodnot nezkreslily. [12]

Jednou z metod je analytické vyrovnání, které prokládá vyrovnávanými posloupnostmi matematické křivky je např. Gompertz-Makehamova metoda. Využívá se pro velké vyhlazení, zkrátka ničí tvar. Je vhodná právě jen pro určité věky. [2]

Míru úmrtnosti popisovaná Gompertz-Makehamovým modelem je daná předpisem:

$$\mu_x = A + B \cdot c^x, \text{ kde } x \geq 0, B > 0, c > 1. \quad (3.5)$$

Označme  $T_x$  budoucí délku života jedince ve věku  $x$ .

Pak pro pravděpodobnost  ${}_t p_x = P(T_x > t)$  platí:

$$\begin{aligned} {}_t p_x &= \exp \left\{ - \int_0^t \mu_{x+s} ds \right\} = \exp \left\{ - \int_0^t (A + B \cdot c^{x+s}) ds \right\} = \\ &= \exp \left\{ - \left[ As + \frac{B \cdot c^{x+s}}{\ln c} \right]_0^t \right\} = \exp \left\{ - \left[ At + \frac{B}{\ln c} (c^{x+t} - c^x) \right] \right\} = \\ &= \exp \{-At\} \cdot \exp \left\{ - \frac{B}{\ln c} \cdot c^x (c^t - 1) \right\} = (\exp\{-A\})^t \cdot \left( \exp \left\{ - \frac{B}{\ln c} \right\} \right)^{c^x \cdot (c^t - 1)} = \\ &= s^t \cdot g^{c^x \cdot (c^t - 1)}, \end{aligned} \quad (3.6)$$

kde  $s = \exp(-A)$  a  $g = \exp \left\{ - \frac{B}{\ln c} \right\}$ .

## 4 POJIŠTĚNÍ VÍCE OSOB

Matematické výpočty životního pojištění kombinují finanční matematiku a matematické modelování úmrtnosti, neboť pojistná událost, která může nastat v rámci životního pojištění spočívá právě buď v úmrtí, nebo dožití se určitého věku pojištěného. Z hlediska pojistné matematiky lze klasifikovat jedince dvěma stavy, a to je „naživu“ anebo „zemřelý.“ O obou těchto stavech lze jednoznačně rozhodnout a přechod mezi nimi je pouze jednosměrný. Za pomoci pravděpodobnostních nástrojů jsme schopni určit pravděpodobnostní model úmrtí, který nám odpovídá na otázky typu „s jakou pravděpodobností zemře 50letá žena před dožitím věku 60“ a podobně. Díky těmto odpovědím jsme pak schopni ovládnout výpočetní metodiku životního pojištění osob. [2]

### 4.1 Produkty životního pojištění závislá na životě dvou osob

Pojistný trh nabízí široké spektrum produktů v rámci pojištění osob, je proto třeba si blíže specifikovat ty, které budou následně využity v praktické části, tj. produkty závislá na životě dvou osob.

#### 4.1.1 Důchod pro dvojici osob

Důchod pro dvojici osob [*joint life annuity*] funguje na principu důchodu, kdy pojišťovna v průběhu pojistné doby vyplácí důchod v předem sjednané výši, pokud jsou oba pojištění naživu. Lze sjednat na dobu do konce života (*whole life*), nebo tzv. *term annuity*, tj. na určitý počet let  $n$ .

#### 4.1.2 Důchod pro poslední přeživší z dvojice osob

Důchod pro poslední přeživší [*last survivor annuity*] funguje na principu důchodu, kdy pojišťovna v průběhu pojistné doby vyplácí důchod v předem sjednané výši, pokud je alespoň jedna pojištěná osoba naživu. Lze sjednat na dobu do konce života (*whole life*), nebo tzv. *term annuity*, na určitý počet let  $n$ .

#### 4.1.3 Vdovský anebo vdovecký důchod

Vdovský anebo vdovecký důchod [*reversionary annuity*] funguje na principu důchodu, kdy pojišťovna v průběhu pojistné doby vyplácí důchod v předem sjednané výši, pokud pojištěná osoba X zemře ve věku  $x$  a pojištěná osoba Y je ve věku  $y$  naživu. Lze sjednat na dobu do konce života pozůstalého (*whole life annuity*), nebo tzv. *term annuity*, na určitý počet let  $n$ .

#### 4.1.4 Pojištění dvojice osob

Pojištění dvojice osob (nejčastěji manželů) [*joint life insurance*], vyplácí pojistnou částku v předem sjednané výši, která je vyplacena v případě smrti prvního z pojištěných.

#### 4.1.5 Pojištění posledního přeživšího

Pojištění pro posledního pozůstalého [*last survivor insurance*], vyplácí pojistnou částku v předem sjednané výši, která je vyplacena v případě smrti druhého z pojištěných. [5]

### 4.2 Označení a popis aktuárských funkcí

Předpokládejme, že při sjednání smlouvy, tzn. na počátku, jsou osoby  $x$  a  $y$  naživu. Budoucí doby života osob  $x$  a  $y$  označme  $T_x$  a  $T_y$ . Zdefinujme si další dvě náhodné proměnné, které představují časy do první a druhé smrti.

$$\text{Doba do prvního úmrtí} \quad T_{xy} = \min(T_x, T_y)$$

$$\text{Doba do posledního úmrtí} \quad T_{\overline{xy}} = \max(T_x, T_y)$$

Dolní indexy  $xy$  označujeme jako *joint life status* a  $\overline{xy}$  jako *last survivor status*.  $T_{xy}$  a  $T_{\overline{xy}}$  jsou tedy náhodné proměnné představující čas do vypršení joint life statusu a last survivor statusu. Je velmi užitečné pozorovat, že pouze pokud uvažujeme dva životy, tak buď

1. ( $x$ ) zemře jako první, a to způsobí, že hodnoty  $T_x$  a  $T_{xy}$  budou stejné a v důsledku toho budou i hodnoty  $T_y$  a  $T_{\overline{xy}}$  stejné, nebo
2. ( $y$ ) zemře jako první, a to způsobí, že hodnoty  $T_y$  a  $T_{xy}$  budou stejné a v důsledku toho budou i hodnoty  $T_x$  a  $T_{\overline{xy}}$  stejné.

Takže bez ohledu na pořadí úmrtí odpovídá realizovaná hodnota  $T_x$  jednomu z  $T_{xy}$  a  $T_{\overline{xy}}$  a realizovaná hodnota  $T_y$  druhému.

Mezi důležité důsledky těchto pozorování patří následující vztahy:

$$T_x + T_y = T_{xy} + T_{\overline{xy}} \quad (4.1)$$

$$v^{T_x} + v^{T_y} = v^{T_{xy}} + v^{T_{\overline{xy}}} \quad (4.2)$$

$$\bar{a}_{\overline{T_x}|} + \bar{a}_{\overline{T_y}|} = \bar{a}_{\overline{T_{xy}}|} + \bar{a}_{\overline{T_{\overline{xy}}}|} \quad (4.3)$$

Opatření týkající se více životů mají svůj vlastní standardní zápis pro pravděpodobnosti a pro důchodové a pojistné funkce. Zápis je rozšířením standardně zavedeného zápisu v životním pojištění. Níže uvedený seznam ukazuje nový zápis pro pravděpodobnosti, vždy podle definice slovy a ve smyslu náhodné proměnné  $T_{xy}$  nebo  $T_{\overline{xy}}$ .

$${}_t p_{xy} = \Pr[(x) \text{ a } (y) \text{ jsou oba naživu po } t \text{ letech}] = \Pr[T_{xy} > t]$$

$${}_t q_{xy} = \Pr[(x) \text{ a } (y) \text{ nejsou oba naživu po } t \text{ letech}] = \Pr[T_{xy} \leq t]$$

$$\begin{aligned} {}_{u|t} q_{xy} &= \Pr[(x) \text{ a } (y) \text{ jsou oba naživu po } u \text{ letech, ale nejsou oba naživu po } u + t \text{ letech}] \\ &= \Pr[u < T_{xy} \leq u + t] \end{aligned}$$

$${}_t q_{xy}^1 = \Pr[(x) \text{ zemře dříve než } (y) \text{ a to v rámci } t \text{ let}] = \Pr[T_x \leq t \text{ a } T_x < T_y]$$

$${}_t q_{xy}^2 = \Pr[(x) \text{ zemře později než } (y) \text{ a to v rámci } t \text{ let}] = \Pr[T_y < T_x \leq t]$$

$${}_t p_{\overline{xy}} = \Pr[\text{alespoň jeden z } (x) \text{ a } (y) \text{ žije po } t \text{ letech}] = \Pr[T_{\overline{xy}} > t]$$

$${}_t q_{\overline{xy}} = \Pr[(x) \text{ a } (y) \text{ jsou oba mrtví po } t \text{ letech}] = \Pr[T_{\overline{xy}} \leq t]$$

Číslo „1“ nad  $x$   ${}_t q_{xy}^1$  znamená, že nás zajímá pravděpodobnost, že  $(x)$  zemře jako první. [5]

Zdefinujeme si obecné funkce potřebné k aktuárským výpočtům. Pro každý produkt životního pojištění více osob uvádíme označení pro jeho očekávanou současnou hodnotu (*EPV* – *expected present value*) jako funkci  $T_{xy}$  nebo  $T_{\overline{xy}}$ . Při výpočtu předpokládáme konstantní technickou úrokovou sazbu  $i$ . Budeme používat anglické názvy, které jsou běžné i pro pojistnou praxi v ČR:

**Joint life annuity** – představuje *EPV* spojitého ročního důchodu, dokud jsou oba jedinci  $(x)$  a  $(y)$  naživu:

$$\bar{a}_{xy} = E \left[ \bar{a}_{\overline{T_{xy}}|} \right] \quad (4.4)$$

**Joint life term annuity** – představuje *EPV* spojitého ročního důchodu, dokud jsou oba jedinci ( $x$ ) a ( $y$ ) naživu, ovšem ne déle, než je trváním pojistné doby  $n$  let:

$$\bar{a}_{xy:\bar{n}|} = E \left[ \bar{a}_{\min(T_{xy}, n)} \right] \quad (4.5)$$

**Joint life insurance** – představuje *EPV* pojistné částky vyplacené ihned v případě smrti jednoho z osob ( $x$ ) a ( $y$ )

$$\bar{A}_{xy} = E [v^{T_{xy}}] \quad (4.6)$$

**Joint life term insurance** – představuje *EPV* pojistné částky vyplacené ihned v případě smrti jednoho z osob ( $x$ ) a ( $y$ ), časově omezené trváním pojistné doby  $n$  let:

$$\bar{A}_{xy:\bar{n}|} = E [v^{\min(T_{xy}, n)}] \quad (4.7)$$

**Last survivor annuity** – představuje *EPV* spojitého ročního důchodu, dokud je alespoň jeden z ( $x$ ) a ( $y$ ) naživu:

$$\bar{a}_{xy} = E \left[ \bar{a}_{T_{\overline{xy}}|} \right] \quad (4.8)$$

**Last survivor term annuity** – představuje *EPV* spojitého ročního důchodu, dokud je alespoň jeden z ( $x$ ) a ( $y$ ) naživu, ovšem ne déle, než je trváním pojistné doby  $n$ :

$$\bar{a}_{xy:\bar{n}|} = E \left[ \bar{a}_{\min(T_{\overline{xy}}, n)} \right] \quad (4.9)$$

**Last survivor insurance** – představuje *EPV* pojistné částky vyplacené ihned v případě smrti druhého z osob ( $x$ ) a ( $y$ ):

$$\bar{A}_{xy} = E [v^{T_{\overline{xy}}}] \quad (4.10)$$

**Last survivor term insurance** – představuje *EPV* pojistné částky vyplacené ihned v případě smrti druhého z osob ( $x$ ) a ( $y$ ), časově omezené trváním pojistné doby  $n$  let:

$$\bar{A}_{xy:\bar{n}|} = E [v^{\min(T_{\overline{xy}}, n)}] \quad (4.11)$$

**Reversionary annuity  $x|y$**  – představuje *EPV* spojitého ročního důchodu, počínaje smrtí ( $x$ ), pokud je ( $y$ ) stále naživu a trvá až do doby úmrtí ( $y$ ):

$$\bar{a}_{x|y} = E \left[ v^{T_x} \bar{a}_{\overline{T_y - T_x}} I(T_x < T_y) \right] \quad (4.12)$$

**Reversionary term annuity  $x|y$**  – představuje *EPV* spojitého ročního důchodu, počínaje smrtí ( $x$ ), pokud je ( $y$ ) stále naživu a trvá až do doby úmrtí ( $y$ ), ovšem ne delší dobu, než je trvání pojistné doby  $n$  let:

$$\bar{a}_{x|y:\bar{n}|} = E \left[ (v^{T_x} \bar{a}_{\overline{T_y - T_x}}) I(T_x < \min(T_y, n)) \right] \quad (4.13)$$

**Reversionary annuity  $y|x$**  – představuje *EPV* spojitého ročního důchodu, počínaje smrtí ( $y$ ), pokud je ( $x$ ) stále naživu a trvá až do doby úmrtí ( $x$ ):

$$\bar{a}_{y|x} = E \left[ (v^{T_y} \bar{a}_{\overline{T_x - T_y}}) I(T_y < T_x) \right] \quad (4.14)$$

**Reversionary term annuity  $y|x$**  – představuje *EPV* spojitého ročního důchodu, počínaje smrtí ( $y$ ), pokud je ( $x$ ) stále naživu a trvá až do doby úmrtí ( $x$ ), ovšem ne delší dobu, než je trvání pojistné doby  $n$  let:

$$\bar{a}_{y|x:\bar{n}|} = E \left[ v^{T_y} \bar{a}_{\overline{T_x - T_y}} I(T_y < \min(T_x, n)) \right] \quad (4.15)$$

Proč počítáme spojitý důchod? Výpočet spojitého důchodu je takový kompromis mezi výpočtem předlůtního a polhůtního důchodu, protože platí nerovnosti

$$a_x < a_x^{(m)} < \bar{a}_x < \ddot{a}_x^{(m)} < \ddot{a}_x$$

kde  $m$  je frekvence plateb důchodu (annuity) např.  $m = 12$  měsíčně,  $m = 4$  čtvrtletně.

Všechny výrazy a vztahy v této části platí pro jakékoliv modely závislosti mezi  $T_x$  a  $T_y$ . Naším cílem je nyní určit vhodné modely pro budoucí životy a odvodit výrazy pro *EPV* budoucích plateb. Poté můžeme vypočítat jednorázové netto pojistné, kde budeme předpokládat, buď že jsou délky životů dvojice nezávislé anebo závislé náhodné veličiny.[5]

## 5 MARKOVŮV PROCES

Andrej Andrejevič Markov (\*1856) je ruský matematik, který se významně podílel na vědě a studoval teorii pravděpodobnosti. Studoval na Petrohradské univerzitě fakultu matematiky a fyziky, kde také získal titul Ph.D. V oblasti jeho zájmu byla teorie čísel a matematická analýza. Je také považován za zakladatele školy pro studium konstruktivní matematiky. Stal se průkopníkem velké třídy stochastických procesů, které po něm byly následně i pojmenovány. [16]

Stochastický proces se spojitým časem  $\{X(t) : t \geq 0\}$ , který nabývá hodnoty ze spočetného prostoru stavů  $\Omega$  se nazývá Markovův proces  $\Leftrightarrow \forall i, j \in \Omega, \forall s \geq 0, t > 0$  a platí  $P(X(s+t) = j | X(s) = i \text{ a celou historii procesu přes } s) = P(X(s+t) = j | X(s) = i)$ . Tedy pokud je daný vývoj procesu  $\{X(t) : t \geq 0\}$  do současnosti  $s$ , tak pravděpodobnostní opis jeho chování v libovolném budoucím okamžiku závisí jenom na současném stavu  $X(s) = i$  a nikoliv na předchozí historii procesu. Proces má tzv. „bezpaměťovou vlastnost.“

Toto je varianta markovské vlastnosti pro spojitý čas. Markovův proces  $\{X(t) : t \geq 0\}$  je časově homogenní  $\Leftrightarrow \forall i, j \in \Omega$  existuje taková pravděpodobnostní funkce přechodu  $p_{ij}(\cdot)$ , že  $P(X(s+t) = j | X(s) = i) = p_{ij}(t)$  pro  $\forall s \geq 0, t > 0$ , nezávisle na  $s$ . Tedy, pro časově homogenní Markovův proces  $\{X(t) : t \geq 0\}$  pokud je daný jeho vývoj do současnosti  $s$ , pravděpodobnostní opis jeho chování v budoucnosti závisí jenom na současném stavu  $X(s) = i$  a nezávisí ani na předchozí historii procesu ani na čase  $s$ .

Některé děje v pojišťovnictví je potřeba modelovat jako nehomogenní Markovův proces. Za tímto účelem zobecníme některé myšlenky, které známe o homogenním procesu. Nechť  $\{X(t) : t \geq 0\}$  je nehomogenní Markovův proces, který nabývá hodnoty z počtetného prostoru stavů  $\Omega$ . Nechť  $i, j \in \Omega$ , pak pro pravděpodobnostní funkci platí:  $p_{ij}(t, u) = P(X(u) = j | X(t) = i); 0 \leq t \leq u$ . Poznamenejme, že pro nehomogenní Markovův proces, pokud  $s > 0$ , tak  $p_{ij}(t, u) \neq p_{ij}(t + s, u + s)$ .

Pravděpodobnostní funkce  $p_{ij}(t, u)$  je tedy funkcí dvou proměnných, a pro libovolné pevně zvolené  $t$  a  $u$  je  $P(t, u) = (p_{ij}(t, u))_{i, j \in \Omega}$  stochastická matice, pro kterou platí

$$\forall p_{ij}(t, u) \geq 0 \text{ a } \sum_{j \in \Omega} p_{ij}(t, u) = 1 \text{ pro } \forall i \in \Omega.$$

Pro libovolné  $t$  a pro  $\forall i, j \in \Omega$  platí:  $p_{ij}(t, t) = \delta_{ij} = \begin{cases} 0; & i \neq j \\ 1; & i = j \end{cases}$ . [5]

## 5.1 Model živý-mrtvý

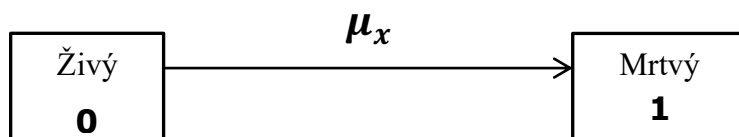
Předpokládáme, že délka života jedince  $T$  je spojitá náhodná veličina. Definujme intenzitu úmrtnosti  $\mu_x$  ve věku  $x$ , jako  $\mu_x = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{P(x < T < x+h | T > x)}{h}$ .

Pro „dostatečně malé“  $h$  můžeme říct, že  $\mu_x * h$  je pravděpodobnost, že  $x$ -letá osoba se nedožije věku  $x + h$ .

Pro každé reálné číslo  $u > 0$  definujme také  ${}_u p_x = P(T > x + u | T > x)$ .

Pro  ${}_u p_x$  platí:  ${}_u p_x = {}_u p_x^{00} = \exp\left(-\int_0^u \mu_{x+t} dt\right)$ . (5.1)

Tenhle výsledek dostaneme snadno, protože po opuštění stavu „0“, již není možnost návratu. Při možnosti návratu mezi jednotlivými stavy bychom měli počítat tzv. *Kolmogorovi diferenciální rovnice*. Naštěstí v našich případech v nadcházejících kapitolách to nenastává.[5]



Obrázek 1: Model živý-mrtvý

Zdroj: vlastní zpracování podle [5]

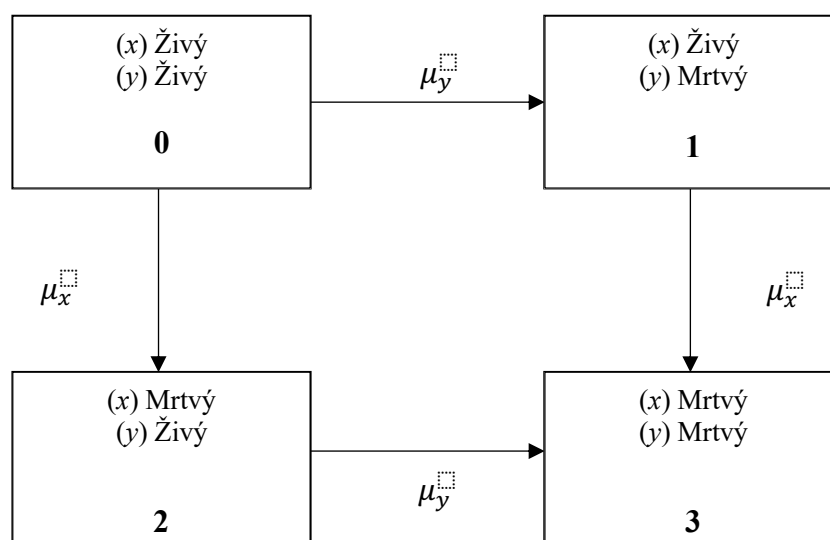
## 5.2 Vícestavový model pro nezávislé délky životů dvojice osob

Náš první přístup k výpočtům předpokládá, že budoucí život, resp. délka trvání života každého jednotlivce není žádným způsobem ovlivněn jiným životem. Předpoklad nezávislosti, jedná se o jednoduchý předpoklad, kdy náhodné proměnné  $T_x$  a  $T_y$  jsou nezávislé, a který poskytuje praktické vzorce, které lze snadno implementovat. V praxi se stále běžně používá, ačkoli populární jsou také modely zahrnující závislost, zvláště pokud by závislost mohla mít významný dopad na oceňování. V této části také předpokládáme, že víme vše o modelech přežití pro tyto dvě náhodné proměnné, takže známe funkce přežití a předpokládáme, že tyto funkce přežití pocházejí ze stejného modelu přežití. Pokud jsou oba životy skutečně manžel a manželka, pak, protože úmrtnost žen je obecně nižší než u mužů, je pravděpodobné, že modely přežití budou odlišné.



V případě společného života můžeme vytvořit více stavový model, který poskytuje jiný pohled na náhodné proměnné budoucího života, stejně jako náhodné proměnné společného života a poslední přeživší.

Pojištění dvojice osob budeme modelovat jako čtyř stavový Markovův proces. Model je zobrazený na následujícím obrázku.



Obrázek 2: Vícestavový model pro nezávislé délky životů dvou osob

Zdroj: vlastní zpracování podle [5]

Předpokládáme, že  $(x)$  je muž a  $(y)$  je žena. Proces začíná ve stavu 0 s aktivními  $(x)$  a  $(y)$ . Proces se přesune se do stavu 1 při úmrtí  $(y)$ , pokud žena zemře dřív než muž, nebo do stavu 2, pokud muž zemře jako první. Proces se přesune do stavu 3 po smrti přeživšího partnera. Model je specifikován z hlediska intenzit přechodu mezi stavy. Předpokládáme, že jsou známy intenzity (míry) přechodu mezi stavy  $0 \rightarrow 1$  a  $2 \rightarrow 3$ , které jsou popsány stejnou funkcí  $\mu_y$ , resp. intenzity (míry) přechodu mezi stavy  $0 \rightarrow 2$  a  $1 \rightarrow 3$ , které jsou popsány stejnou funkcí  $\mu_x$ , tj. nezáleží na rodinném stavu jedince ale jenom na jeho věku.

Pro nezávislé délky životů  $T_x, T_y$  platí:

$${}_t p_{xy} = P(T_x > t \wedge T_y > t) = P(T_x > t) \cdot P(T_y > t) = {}_t p_x \cdot {}_t p_y$$

a

$$\begin{aligned} {}_t p_{\overline{xy}} &= P(T_x > t \vee T_y > t) = P(T_x > t) + P(T_y > t) - P(T_x > t \wedge T_y > t) = \\ &= {}_t p_x + {}_t p_y - {}_t p_x \cdot {}_t p_y \end{aligned}$$

Nyní si definujeme funkce potřebné k aktuárským výpočtům za předpokladu nezávislosti délky životů jedinců ( $x$ ) a ( $y$ ). Aktuárské funkce za předpokladu nezávislosti délky životů budeme označovat nahoru indexem  $I$ .

Spojitě placený důchod [*joint life annuity*]

$$\bar{a}_{xy}^I = \int_0^{\infty} v^t \cdot {}_t p_{xy} dt \quad (5.2)$$

Spojitě placený důchod na dobu  $n$  let [*joint life term annuity*]

$$\bar{a}_{xy:\bar{n}}^I = \int_0^n v^t \cdot {}_t p_{xy} dt \quad (5.3)$$

Důchod pro posledního přeživšího [*last survivor annuity*]

$$\bar{a}_{\overline{xy}}^I = \int_0^{\infty} v^t \cdot {}_t p_{\overline{xy}} dt \quad (5.4)$$

Důchod pro posledního přeživšího na dobu  $n$  let [*last survivor annuity*]

$$\bar{a}_{\overline{xy}:\bar{n}}^I = \int_0^n v^t \cdot {}_t p_{\overline{xy}} dt \quad (5.5)$$

Vdovský důchod [*reversionary annuity X|Y*]

$$\bar{a}_{x|y}^I = \bar{a}_y^I - \bar{a}_{xy}^I = \int_0^{\infty} v^t \cdot {}_t p_y \cdot (1 - {}_t p_x) dt \quad (5.6)$$

Vdovský důchod na dobu  $n$  let [*reversionary term annuity X|Y*]

$$\bar{a}_{x|y:\bar{n}}^I = \bar{a}_{y:\bar{n}}^I - \bar{a}_{xy:\bar{n}}^I = \int_0^n v^t \cdot {}_t p_y \cdot (1 - {}_t p_x) dt \quad (5.7)$$

Vdovecký důchod [*reversionary annuity Y|X*]

$$\bar{a}_{y|x}^I = \bar{a}_x^I - \bar{a}_{xy}^I = \int_0^{\infty} v^t \cdot {}_t p_x \cdot (1 - {}_t p_y) dt \quad (5.8)$$

Vdovecký důchod na dobu  $n$  let [*reversionary term annuity Y|X*]

$$\bar{a}_{y|x:\bar{n}}^I = \bar{a}_{x:\bar{n}}^I - \bar{a}_{xy:\bar{n}}^I = \int_0^n v^t \cdot {}_t p_x \cdot (1 - {}_t p_y) dt \quad (5.9)$$

Pojištění pro případ smrti [*joint life insurance*]

$$\bar{A}_{xy}^I = \int_0^{\infty} v^t \cdot {}_t p_{xy} \cdot (\mu_{x+t} + \mu_{y+t}) dt \quad (5.10)$$

Pojištění pro případ smrti na dobu  $n$  let [*joint life term insurance*]

$$\bar{A}_{xy:\bar{n}|}^l = \int_0^n v^t \cdot {}_t p_{xy} \cdot (\mu_{x+t} + \mu_{y+t}) dt \quad (5.11)$$

Pojištění pro posledního pozůstalého [*last survivor insurance*]

$$\bar{A}_{\overline{xy}}^l = \int_0^\infty v^t \cdot [ {}_t p_x \cdot \mu_{x+t} \cdot (1 - {}_t p_y) + {}_t p_y \cdot \mu_{y+t} \cdot (1 - {}_t p_x) ] dt \quad (5.12)$$

Pojištění pro posledního pozůstalého na dobu  $n$  let [*last survivor term insurance*]

$$\bar{A}_{\overline{xy}:\bar{n}|}^l = \int_0^n v^t \cdot [ {}_t p_x \cdot \mu_{x+t} \cdot (1 - {}_t p_y) + {}_t p_y \cdot \mu_{y+t} \cdot (1 - {}_t p_x) ] dt \quad (5.13)$$

Zde si rozvineme první ze vzorců, abychom viděli jeho složitost:

$$\begin{aligned} \bar{a}_{xy}^l &= \int_0^\infty v^t \cdot {}_t p_{xy} dt = \int_0^\infty v^t \cdot {}_t p_x \cdot {}_t p_y dt = \\ &= \int_0^\infty v^t \cdot s_1^t \cdot g_1^{c_1^x \cdot (c_1^t - 1)} \cdot s_2^t \cdot g_2^{c_2^y \cdot (c_2^t - 1)} dt \end{aligned} \quad (5.14)$$

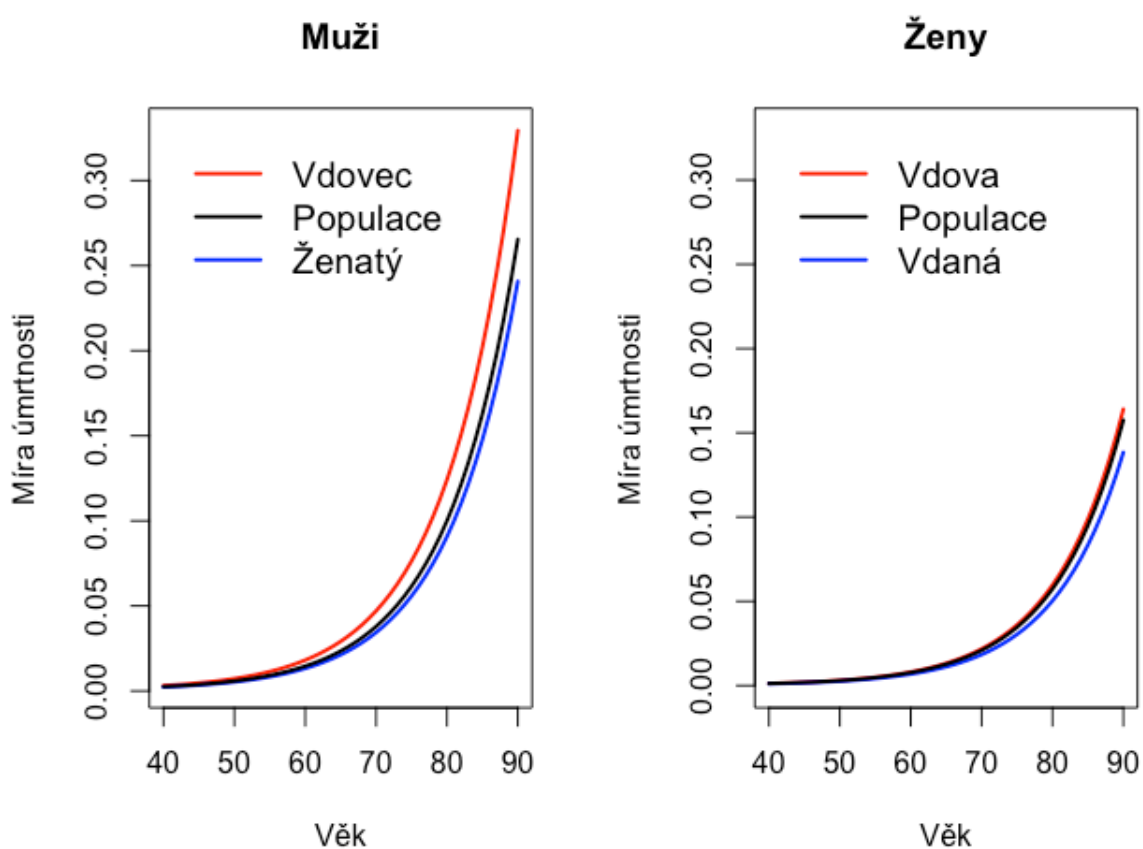
Vidíme, že to nelze integrovat „klasickými“ metodami, proto je žádoucí numerické integrování, které provedeme v programu **R**.

### 5.3 Více stavový model pro závislé délky životů dvojice osob

Předpoklad nezávislosti ve skutečnosti neplatí v reálném světě. Očekávaná délka dožití jedinců-manželů bývá navzájem ovlivněna. Nejčastějšími vlivy-příčiny jsou:

- Smrt prvního z manželů by mohla nepříznivě ovlivnit úmrtnost pozůstalého, tzv. *heart break syndrome*
- Pravděpodobně sdílejí společný životní styl, úmrtnost souvisí s bohatstvím a úrovní vzdělání, manželské páry mají tendenci mít podobnou úroveň bohatství a podobnou úroveň vzdělání, mohou sdílet zájmy týkající se zdraví a fyzické kondice

Zhoršení neboli vzestup míry úmrtnosti vůči celopopulační úmrtnosti u muže, který se stane vdovcem je závažnější než u žen, které se stanou vdovou. Což můžeme přisuzovat tomu, že *heart break syndrome* má větší vliv na muže. Je tu taktéž vidět, že v případě ovdovění ženy není až tak zásadní rozdíl jako u muže.[5]

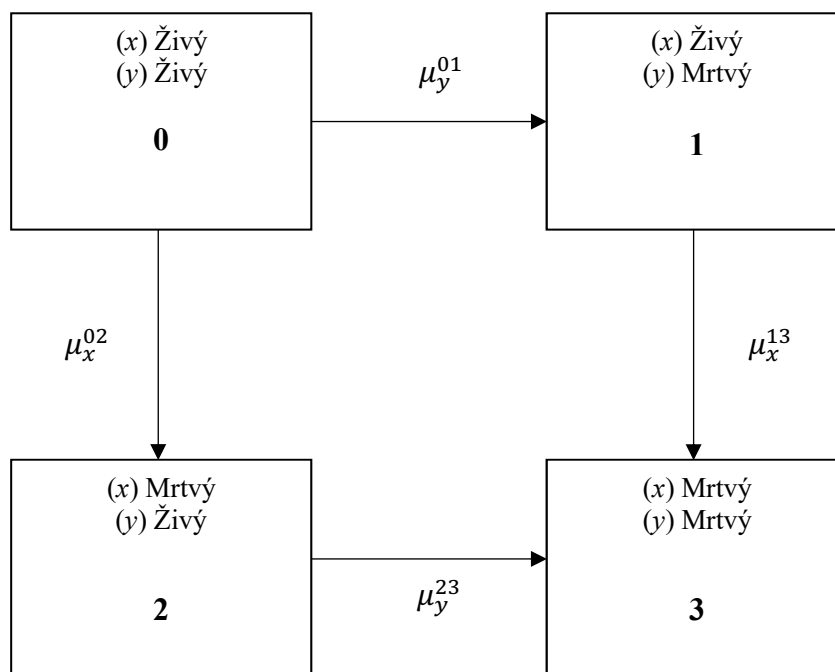


Obrázek 3: Míra úmrtnosti mužů a žen

Zdroj: vlastní zpracování podle [15]

Muži mají míru úmrtnosti přirozeně vyšší, ovšem pokud porovnáme rozdíl mezi mírou úmrtnosti vdané ženy a ženatého muže, je tu rozdíl míry úmrtnosti zhruba o 10 %. Na druhou stranu, pokud porovnáme míru úmrtnosti u vdovy a míru úmrtnosti u vdovce, je tu už patrný rozdíl více než 15 %. Ženy zkrátka ztrátu svého protějšku po psychické stránce zvládají o něco lépe než muži, ovdovění nemá příliš velký vliv na jejich míru úmrtnosti.

Pro zjednodušení pojistně-matematických výpočtů při stanovení cen společných životních pojištění se tradičně předpokládalo, že jednotlivé úmrtnosti manželů jsou nezávislé. Výzkum za posledních 40 let však naznačuje něco jiného. Zatímco předpoklad nezávislosti má tendenci nadhodnocovat náklady na úmrtnost pro společné pojištění pro případ úmrtí a pro společné anuitní produkty, podhodnocuje náklady na společné pojistky pro přeživší. Vzhledem k tomu, že částky pojištění v těchto pojistkách jsou obvykle velké, může mít tento nerealistický předpoklad velký finanční dopad na pojišťovací průmysl, protože se portfolia společností mění s výběrem pojištění pro stárnoucí populaci a rostoucím bohatstvím. Problém spravedlivých cen u těchto pojištění se zabývá konstrukcí dvojrozměrné funkce přežití pro manželský pár. Zvláštní pozornost by měla být věnována přiměřenému zohlednění souvislosti mezi dvěma důležitými proměnnými: věkem manžela při úmrtí a věkem manželky při úmrtí. Věříme, že mají tendenci podceňovat roli faktorů spojujících dvě manželská úmrtí v reálném čase. Jako příklady jsou považovány úmrtí dvou manželů v důsledku „společné katastrofy“ a smrt druhého z manželů v důsledku *heart break syndrome*. [18]



Obrázek 4: Markovský model úmrtnosti při závislosti na rodinném stavu

Zdroj: vlastní zpracování podle [4]

Na obrázku č. 4 je třeba zdůraznit, že v tomto případě jsou intenzity (míry) přechodu mezi stavy  $0 \rightarrow 1$  a  $2 \rightarrow 3$  již popsány jinými funkcemi ( $\mu_y^{01} \neq \mu_y^{23}$ ), resp. intenzity (míry) přechodu mezi stavy  $0 \rightarrow 2$  a  $1 \rightarrow 3$  ( $\mu_x^{02} \neq \mu_x^{13}$ ), tj. záleží na rodinném stavu jedince, a taky samozřejmě na jeho věku.

Pravděpodobnosti přechodu mezi jednotlivými stavy pro závislé délky životů:

$${}_t p_{xy}^{00} = \exp \left\{ - \int_0^t (\mu_{y+s}^{01} + \mu_{x+s}^{02}) ds \right\} \quad (5.15)$$

$${}_t p_x^{11} = \exp \left\{ - \int_0^t \mu_{x+s}^{13} ds \right\} \quad (5.16)$$

$${}_t p_y^{22} = \exp \left\{ - \int_0^t \mu_{y+s}^{23} ds \right\} \quad (5.17)$$

$${}_t p_{xy}^{01} = \int_0^t {}_s p_{xy}^{00} \cdot \mu_{y+s}^{01} \cdot {}_{t-s} p_{x+s}^{11} ds, \text{ kde } {}_{t-s} p_{x+s}^{11} = \exp \left\{ - \int_0^{t-s} \mu_{x+s+r}^{13} dr \right\} \quad (5.18)$$

$${}_t p_{xy}^{02} = \int_0^t {}_s p_{xy}^{00} \cdot \mu_{x+s}^{02} \cdot {}_{t-s} p_{y+s}^{22} ds, \text{ kde } {}_{t-s} p_{y+s}^{22} = \exp \left\{ - \int_0^{t-s} \mu_{y+s+r}^{23} dr \right\} \quad (5.19)$$

Nyní si můžeme zadefinovat funkce potřebné k aktuárským výpočtům za předpokladu závislosti délky životů jedinců ( $x$ ) a ( $y$ ). Aktuárské funkce za předpokladu závislosti délky životů budeme označovat nahoru indexem  $D$ .

Spojitě placený důchod [*joint life annuity*]

$$\bar{a}_{xy}^D = \int_0^{\infty} v^t \cdot {}_t p_{xy}^{00} dt \quad (5.20)$$

Spojitě placený důchod na dobu  $n$  let [*joint life term annuity*]

$$\bar{a}_{xy:\bar{n}|}^D = \int_0^n v^t \cdot {}_t p_{xy}^{00} dt \quad (5.21)$$

Důchod pro posledního přeživšího [*last survivor annuity*]

$$\bar{a}_{\overline{xy}}^D = \int_0^{\infty} v^t \cdot ({}_t p_{xy}^{00} + {}_t p_{xy}^{01} + {}_t p_{xy}^{02}) dt \quad (5.22)$$

Důchod pro posledního přeživšího na dobu  $n$  let [*last survivor annuity*]

$$\bar{a}_{\overline{xy}:\bar{n}|}^D = \int_0^n v^t \cdot ({}_t p_{xy}^{00} + {}_t p_{xy}^{01} + {}_t p_{xy}^{02}) dt \quad (5.23)$$

Vdovský důchod [*reversionary annuity X|Y*]

$$\bar{a}_{x|y}^D = \int_0^{\infty} v^t \cdot {}_t p_{xy}^{02} dt \quad (5.24)$$

Vdovský důchod na dobu  $n$  let [*reversionary term annuity X|Y*]

$$\bar{a}_{x|y:\bar{n}|}^D = \int_0^n v^t \cdot {}_t p_{xy}^{02} dt \quad (5.25)$$

Vdovecký důchod [*reversionary annuity Y|X*]

$$\bar{a}_{y|x}^D = \int_0^{\infty} v^t \cdot {}_t p_{xy}^{01} dt \quad (5.26)$$

Vdovecký důchod na dobu  $n$  let [*reversionary term annuity Y|X*]

$$\bar{a}_{y|x:\bar{n}|}^D = \int_0^n v^t \cdot {}_t p_{xy}^{01} dt \quad (5.27)$$

Pojištění pro případ smrti [*joint life insurance*]

$$\bar{A}_{xy}^D = \int_0^{\infty} v^t \cdot {}_t p_{xy}^{00} \cdot (\mu_{y+t}^{01} + \mu_{x+t}^{02}) dt \quad (5.28)$$

Pojištění pro případ smrti na dobu  $n$  let [*joint life term insurance*]

$$\bar{A}_{xy:\bar{n}|}^D = \int_0^n v^t \cdot {}_t p_{xy}^{00} \cdot (\mu_{y+t}^{01} + \mu_{x+t}^{02}) dt \quad (5.29)$$

Pojištění pro posledního pozůstalého [*last survivor insurance*]

$$\bar{A}_{xy}^D = \int_0^\infty v^t \cdot ({}_t p_{xy}^{01} \cdot \mu_{x+t}^{13} + {}_t p_{xy}^{02} \cdot \mu_{y+t}^{23}) dt \quad (5.30)$$

Pojištění pro posledního pozůstalého na dobu  $n$  let [*last survivor term insurance*]

$$\bar{A}_{xy:\bar{n}|}^D = \int_0^n v^t \cdot ({}_t p_{xy}^{01} \cdot \mu_{x+t}^{13} + {}_t p_{xy}^{02} \cdot \mu_{y+t}^{23}) dt \quad (5.31)$$



## 6 PRAKTICKÁ ČÁST DIPLOMOVÉ PRÁCE

### 6.1 Data

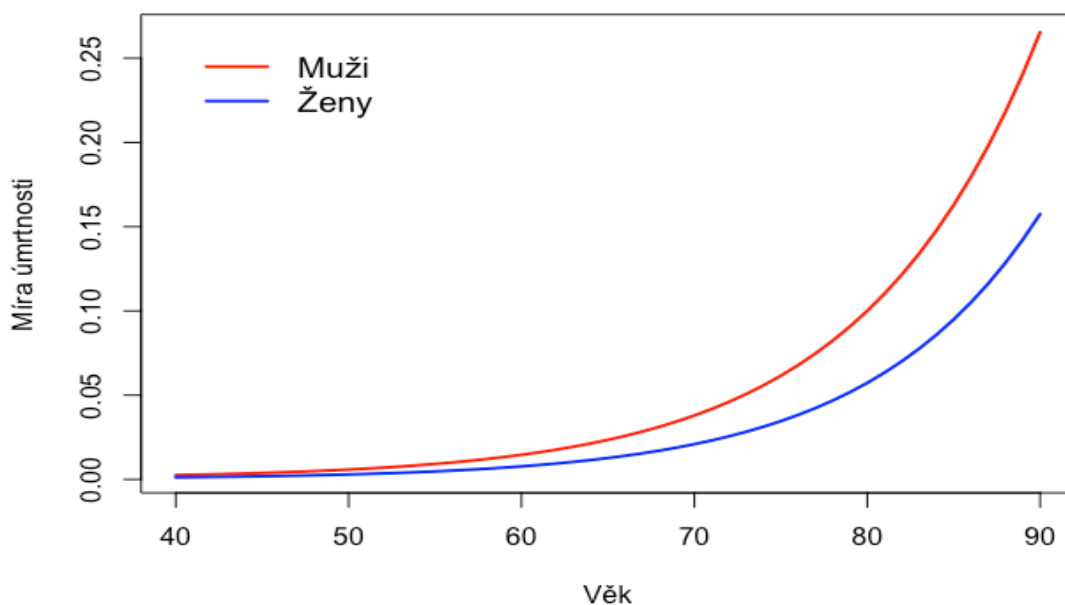
Tabulka níže obsahuje data z celé populace Belgie a bude následně použita pro výpočet nezávislé délky životů dvojice osob.

Tabulka 2: Parametry Gompertz-Makehamova modelu

Parametry G-M modelu	Muž ( $i = 1$ )	Žena ( $i = 2$ )
$A_i$	$5,917 \cdot 10^{-4}$	$2,328 \cdot 10^{-4}$
$B_i$	$3,931 \cdot 10^{-5}$	$1,709 \cdot 10^{-5}$
$c_i$	1,102 904	1,106 731
$s_i$	0,999 408	0,999 767
$g_i$	0,999 599	0,999 831

Zdroj: Belgian NIS – Statistický úřad Belgie, 1991 [13]

Graf funkcí – míry úmrtnosti  $\mu_x$  a  $\mu_y$



Obrázek 5: Míra úmrtnosti belgické populace

Zdroj: vlastní zpracování podle [4]

Na obrázku č.5 můžeme vidět míru úmrtnosti celé populace Belgie mužů a žen z roku 1991. Věkové rozmezí u mužů i žen je stanoveno v intervalu od 40 do 90 let věku. Na grafu lze snadno vidět, že míra úmrtnosti u žen se od mužů liší. Od téměř nulové míry úmrtnosti ve věku 40 let začíná rozptyl přibližně ve věku 55 let, kdy míra úmrtnosti mužů a žen roste, ale je u žen je nižší na rozdíl od míry úmrtnosti mužů. Ve sledovaném intervalu do 90 let věku se míra úmrtnosti žen dostává k hranici přibližně 15 %, naproti tomu hranice mužů ve stejném věku je na více než 25 %.

Tabulka č.3 zachycuje intenzity přechodu v případě ženatého muže nebo vdané ženy, a v případě vdovce a vdovy. Tyto odhady parametrů jsou opět převzaty z průzkumu belgické populace.

*Tabulka 3: Parametry Gompertz-Makehamova modelu v závislosti na stavu jedince*

Parametry G-M modelu	Muž		Žena	
	Ženatý	Vdovec	Vdaná	Vdova
<i>A</i>	$5,367 \cdot 10^{-4}$	$7,344 \cdot 10^{-4}$	$2,045 \cdot 10^{-4}$	$2,424 \cdot 10^{-4}$
<i>B</i>	$3,566 \cdot 10^{-5}$	$4,879 \cdot 10^{-5}$	$1,502 \cdot 10^{-5}$	$1,780 \cdot 10^{-5}$
<i>c</i>	1,102 904		1,106 731	
<i>s</i>	0,999 463	0,999 266	0,999 796	0,999 758
<i>g</i>	0,999 636	0,999 502	0,999 852	0,999 825

*Zdroj: Belgian NIS – Statistický úřad Belgie, 1991 [13]*

## 6.2 Výpočet pojistného

Praktická část závěrečné práce si klade za cíl kvantifikovat dopad závislosti mezi zbývajícím životem manžela a manželky na výši jednorázového netto pojistného s ohledem na model společného života a posledního pozůstalého. Netto pojistné, jak už bylo výše definováno, je pojistné, do kterého se nezapočítávají další přírážky. Jedná se o přírážky typu administrativní náklady či provize zprostředkovatele, nebo bezpečnostní přírážku, která chrání pojišťovnu od možných odchylek skutečností od modelovaných dat.

Mnoho klinických studií prokázalo závislost na životě ve dvojici jako manželé. Tato závislost významně ovlivňuje hodnoty anuit a pojištění zahrnující více životů. Aby bylo možné vyčíslit dopad možné závislosti na výši pojistného účtované za anuity, pojištění a vdovský důchod, uchýlíme se zde na Markovův proces. Aplikace je prováděna na pojistné smlouvy vydané manželským párům a ilustrované na datech z největšího belgického města Bruselu, který má asi milion obyvatel.

Pojištění více osob označuje pojistný produkt, který poskytuje ochranu pro pár, či celou rodinu. Pojistné plnění je zde závislé na smrti nebo dožití jednotlivých pojištěných. Budeme uvažovat proměnné  $x$  a  $y$ , kdy  $x$  označuje nejen muže, ale muže ve věku  $x$ . Je to současně binární proměnná ( $x$  – muž,  $y$  – žena) i kvantitativní proměnná,  $x=65$  je 65-letý muž a  $y=60$  je 60-ti letá žena.

Pro modelování jednorázového netto pojistného jsme zvolili programovací jazyk R. Výpočty jsou s konstantní úrokovou sazbou 4 % p.a. Pojištění více osob budeme modelovat jako čtyř stavový Markovův proces.

V první části se budeme zabývat výpočtem jednorázového netto pojistného pro nezávislé životy, ve druhé části pro závislé životy a ve třetí části se budeme zaměřovat na porovnání výsledků pomoci výpočtu poměru netto pojistného u závislých a nezávislých životů a poukázat na jeho důsledky.

### 6.2.1 Nezávislé délky životů

Situace, kdy doba života není závislá na žití v páru. Nejdříve budeme předpokládat, že intenzita přechodu, tj. míra úmrtnosti jedince nezávisí na tom, jestli je jedinec ženatý [vdaná] anebo ovdovělý [ovdovělá].

Míru úmrtnosti popisujeme Gompertz-Makehamovým modelem  $\mu_x = A + B c^x$ .

Parametry modelu jsou z tabulky 6.1. Vyšetřování prováděná belgickým Národním statistickým úřadem prokázala, že rodinný stav významně mění úmrtnost jednotlivců. Podobné závěry byly učiněny v pojistně-matematických vědách, kdy pojistní matematici musí sestavit vhodný ceník s přihlédnutím k možným účinkům závislosti mezi náhodnými proměnnými doby do smrti zahrnutými ve smlouvě.

Nyní se zaměříme na výpočty jednotlivých druhů životního pojištění, budeme předpokládat, že délka života jedinců  $X$  a  $Y$  je nezávislá. Hodnoty aktuárských funkcí pro celoživotní důchod a celoživotní pojištění, které závisí jenom na dvou proměnných  $x$  a  $y$ , jsou uvedené v tabulkách v příloze B. Hodnoty aktuárských funkcí pro dočasné pojištění a dočasný důchod, které závisí na třech parametrech  $x$ ,  $y$  a  $n$ , jsme spočítali v programovacím jazyce R. Celý text kódu v tomto programovacím jazyce je dostupný na CD v příloze C.

### 6.2.1.1 Joint-life pojištění

#### Zadání:

V prvním případě budeme počítat joint-life pojištění, tj. očekávaná současná hodnota pojištění dvou osob  $x, y$  pro případ smrti s pojistnou částkou 100 000 Kč, která se vyplatí při smrti prvního z nich. Pojištění jsou muž ve věku 65 let a žena ve věku 60 let.

- Vypočteme jednorázové netto pojistné pro joint-life pojištění na dobu 15 let.
- Vypočteme jednorázové netto pojistné pro joint-life celoživotní pojištění.

#### Řešení a)

Vycházíme ze vzorce (5.11)

$$EPV = 100\,000 * \bar{A}_{65,60:\overline{15}|}^l$$

$$EPV = 48\,337,04 \text{ Kč}$$

To je částka jednorázového netto pojistného, kterou musí pojištěné osoby zaplatit za smlouvu životního pojištění, aby bylo vyplaceno pojistné plnění 100 000 Kč v případě smrti jednoho z pojištěných.

#### Řešení b)

Vycházíme ze vzorce (5.10)

$$EPV = 100\,000 * \bar{A}_{65,60}^l. \text{ Hodnota } \bar{A}_{65,60}^l \text{ je z tabulky Tab. 3 v příloze B}$$

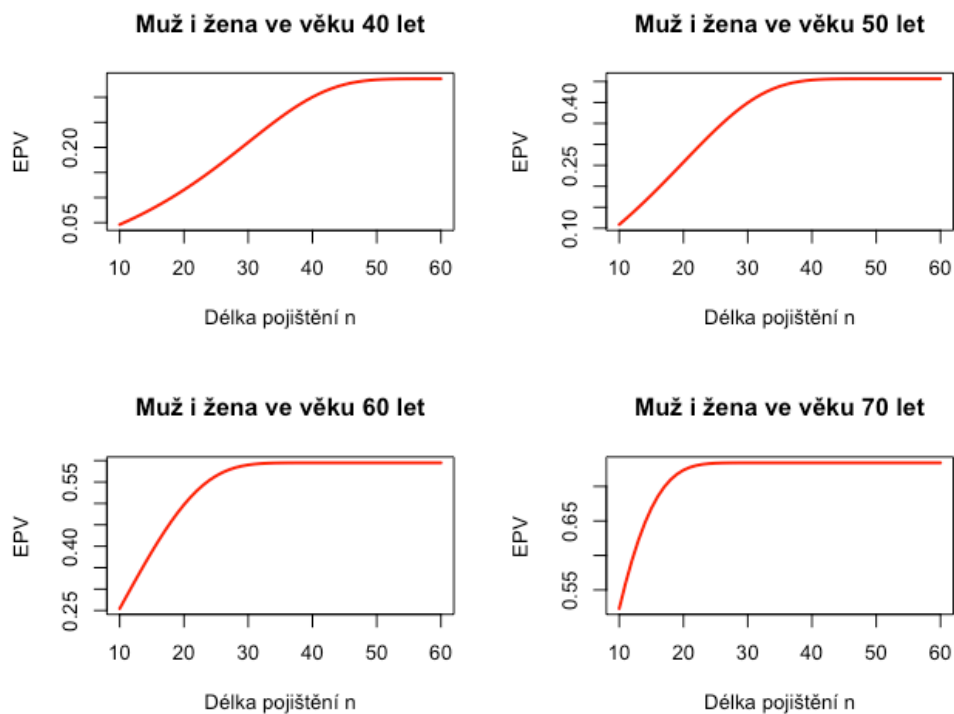
$$EPV = 64\,402,15 \text{ Kč}$$

To je hodnota jednorázového netto pojistného, kterou musí pojištěné osoby zaplatit za smlouvu životního pojištění, aby bylo vyplaceno pojistné plnění 100 000 Kč v případě smrti jednoho z pojištěných v průběhu pojistné doby 15 let. Protože jde o pojištění pro případ smrti, pokud budou oba po 15 letech naživu, tak není žádné plnění ze strany pojišťovny.

Na obrázku č. 6 je znázorněna závislost výše netto pojistného na délce smlouvy  $n$  a věku dvojice. Rostoucí křivka znázorňuje, že čím později si manželský pár sjedná pojistnou smlouvu,

tím zaplatí vyšší pojistné. Ve věku  $x = y = 40$  let je pojistné nízké a následně roste téměř lineárně s délkou trvání smlouvy. V pozdějším věku je křivka už pro pojištění přes 30-40 let trvání smlouvy téměř horizontální a po 50 letech trvání smlouvy prakticky neměnná křivka.

**Poznámka:** Uvedené grafy nám ukazují, že při výpočtu celoživotního pojištění resp. celoživotních anuit [*whole life insurance* anebo *whole life annuity*] není nutno integrovat do nekonečna, což lze v jazyce **R** provést [příkazem `integrate(Function, 0, Inf)$value`]. Postačí nám integrace na 100 let [`integrate(Function, 0, 100)$value`], čímž se usnadní výpočetní proces, hlavně z hledisky požadavků na operační paměť a čas výpočtu. Tudíž výpočet každého celoživotního pojištění, resp. celoživotního důchodu je de facto dočasné s dobou pojištění „jenom“ 100 let.



Obrázek 6: Grafy závislosti výše netto pojistného na délce smlouvy  $n$  a věku dvojice

Zdroj: vlastní zpracování podle [4]

### 6.2.1.2 Joint-life důchodové pojištění

#### Zadání:

V druhém případě se jedná o joint-life důchodové pojištění, tj. spojitě placený důchod, který si pojištěná osoba  $x$  ve věku 65 let a pojištěná osoba  $y$  ve věku 60 let sjedná na pojistnou částku 1 000 Kč. Důchod bude vyplácen v případě, že oba jedinci  $x$ ,  $y$  budou naživu. Budeme počítat  $EPV$  neboli očekávanou současnou hodnotu spojitě placeného důchodu.  $EPV$  nám v tomto případě vyjadřuje hodnotu jednorázového netto pojistného.

- Vypočteme jednorázové netto pojistné pro joint-life důchodové pojištění na pojistnou dobu 15 let
- Vypočteme jednorázové netto pojistné pro joint-life celoživotní důchodové pojištění

#### Řešení a)

Vycházíme ze vzorce (5.3)

$$EPV = 1000 * \bar{a}_{65,60:\overline{15}|}^I$$

$$EPV = 8\,261,7 \text{ Kč}$$

To je výše jednorázového netto pojistného, které musí zaplatit 65letý muž a 60letá žena, aby jim byl vyplácen celoživotní důchod 1 000 Kč, pokud budou oba naživu.

#### Řešení b)

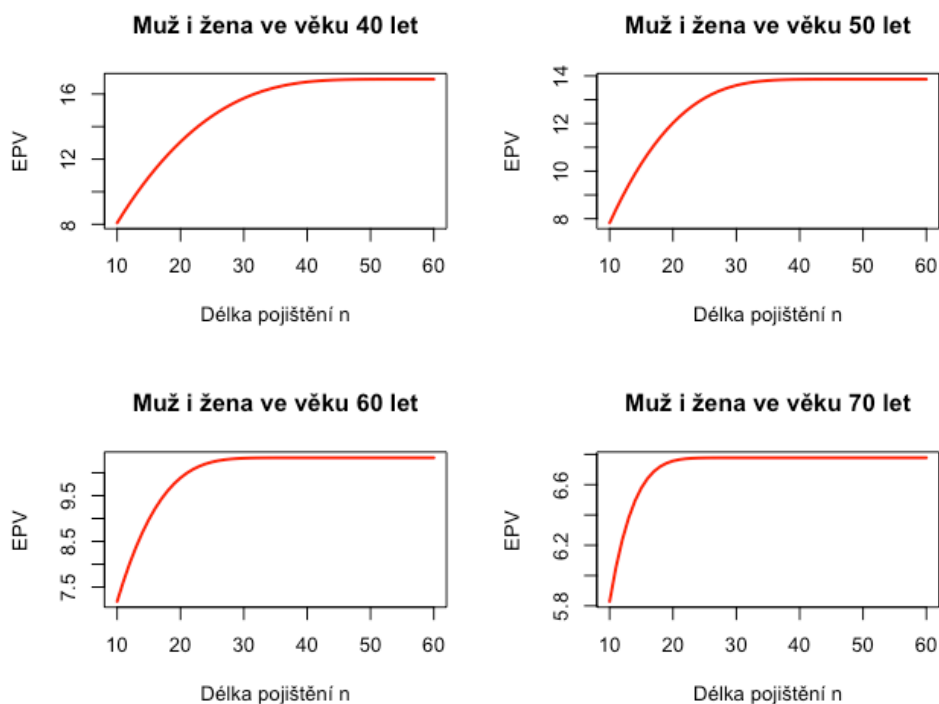
Vycházíme ze vzorce (5.2)

$$EPV = 1000 * \bar{a}_{65,60}^I. \text{ Hodnota } \bar{a}_{65,60}^I \text{ je z tabulky Tab. 1 v příloze B}$$

$$EPV = 9\,076,29 \text{ Kč}$$

To je výše jednorázového netto pojistného, které musí zaplatit 65letý muž a 60letá žena, aby jim byl vyplácen důchod 1 000 Kč po dobu 15 let, pokud budou oba naživu.

Na obrázku č. 7 je opět znázorněna závislost výše netto pojistného na délce smlouvy  $n$  a věku dvojice. Při sjednání pojištění ve věku 40 let je růst netto pojistného přibližně lineární, ve věku 50 let už je přímka strmější a ve věku 60 až 70 let je graf téměř horizontální přímka.



Obrázek 7: Grafy závislosti výše netto pojistného na délce smlouvy  $n$  a věku dvojice

Zdroj: vlastní zpracování podle [4]

### 6.2.1.3 Last survivor pojištění

#### Zadání:

Očekávaná současná hodnota pojištění, které si sjedná pojištěná osoba  $x$  ve věku 65 let a pojištěná osoba  $y$  ve věku 60 let pro případ smrti s pojistnou částkou 100 000 Kč, která se vyplatí v případě nastání druhé smrti z  $x, y$ .

- Vypočteme jednorázové netto pojistné pro last survivor pojištění na pojistnou dobu 15 let
- Vypočteme jednorázové netto pojistné pro last survivor celoživotní pojištění

#### Řešení a)

Vycházíme ze vzorce (5.13)

$$EPV = 100\,000 * \bar{A}_{65,60:\overline{15}|}^I$$

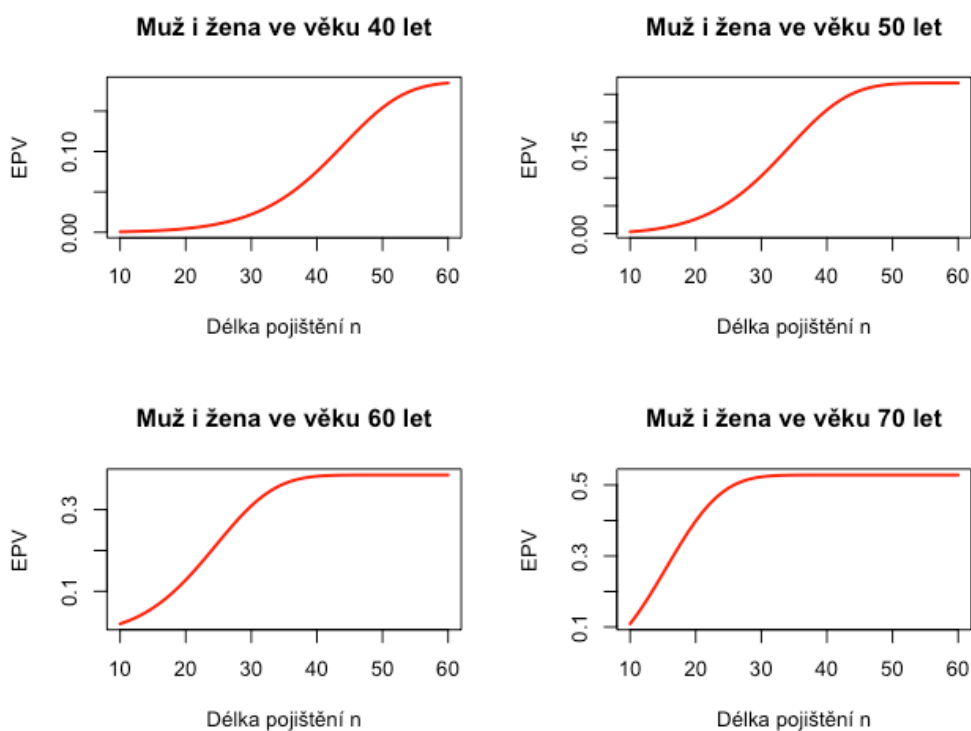
$$EPV = 8\,393,13 \text{ Kč}$$



To je částka jednorázového netto pojistného, kterou musí pojištěné osoby zaplatit za smlouvu životního pojištění, aby bylo vyplaceno pojistné plnění 100 000 Kč v případě smrti druhého z pojištěných v průběhu pojistné doby 15 let, pokud bude alespoň jeden z nich po 15 letech naživu, tak není žádné plnění ze strany pojišťovny.

V porovnání s joint-life term insurance je hodnota last survivor term insurance podstatně nižší (48 337,04 Kč > 8 393,13 Kč), takže v případě, že se chce pár pojišť na smrt prvního z nich, zaplatí o 475,91 % více na pojistném než v případě pojištění smrti druhého z nich, tzn. více než pěti násobek pojistného.

Při sjednání pojištění ve věku 40 let je růst netto pojistného nejdříve pomalý, a na přelomu 40 let délky trvání smlouvy začíná prudký růst. Ve věku 50 let už je přímka strmější a ve věku 60 až 70 let je graf opět téměř horizontální přímka.



Obrázek 8: Grafy závislosti výše netto pojistného na délce smlouvy n a věku dvojice

Zdroj: vlastní zpracování podle [4]

### Řešení b)

Vycházíme ze vzorce (5.12)

$EPV = 100\,000 * \bar{A}_{65,60}^l$ . Hodnota  $\bar{A}_{65,60}^l$  je z tabulky Tab. 7 v příloze B

$$EPV = 40\,646,85 \text{ Kč}$$

To je částka jednorázového netto pojistného, kterou musí pojištěné osoby zaplatit za smlouvu životního pojištění, aby bylo vyplaceno pojistné plnění 100 000 Kč v případě smrti druhého z pojištěných.

V porovnání s join-life insurance je hodnota last survivor insurance nižší (64 402,15 Kč > 40 646,85 Kč), takže v případě, že se chce pár pojistit na smrt prvního z nich, zaplatí o 58,44 % více na pojistném než v případě pojištění smrti druhého z nich.

#### 6.2.1.4 Last survivor důchodové pojištění

##### Zadání:

Očekávaná současná hodnota spojitě placeného důchodu, které si sjedná pojištěná osoba  $x$  ve věku 65 let a pojištěná osoba  $y$  ve věku 60 let ve výši 1 000 Kč p.a. Důchod bude vyplácen pokud alespoň jeden z dvojice  $x,y$  je naživu.

- Vypočteme jednorázové netto pojistné pro last survivor důchodové pojištění na pojistnou dobu 15 let
- Vypočteme jednorázové netto pojistné pro last survivor celoživotní důchodové pojištění

##### Řešení a)

Vycházíme ze vzorce (5.5)

$$EPV = 1000 * \bar{a}_{65,60:\overline{15}|}^l$$

$$EPV = 11\,019,62 \text{ Kč}$$

Zaplatí-li dvojice jednorázové netto pojistné ve výši 11 019,62 Kč, bude jim vyplácen důchod 1 000 Kč, pokud bude alespoň jeden z nich naživu.

V porovnání s joint-life annuity je hodnota last survivor annuity větší (11 019,62 Kč > 8 261,7 Kč). To znamená, že pokud by pojištění požadovali spojitě placený důchod v případě, že budou oba naživu, museli by zaplatit o 66,73 % více na jednorázovém netto pojistném, než když by byl vyplácen důchod teprve až když jeden z nich zemře.

### Řešení b)

Vycházíme ze vzorce (5.4)

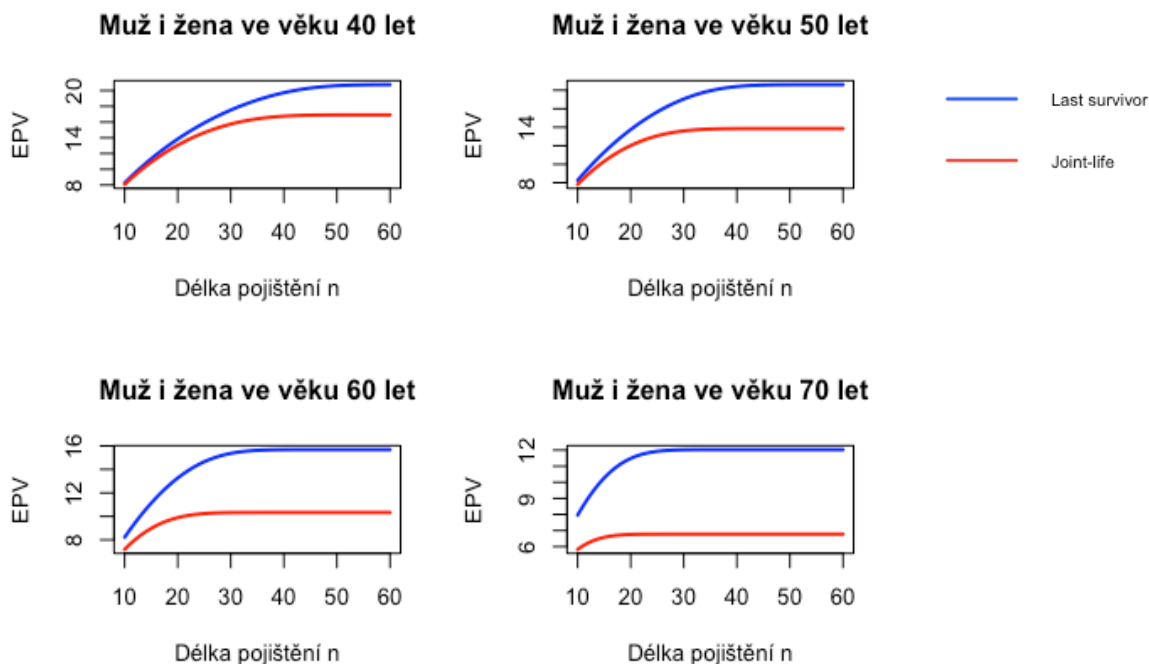
$EPV = 1000 * \bar{a}_{\overline{65,60}|}^I$ , tuto hodnotu bereme z 5. tabulky v příloze

$EPV = 15\,133,11$  Kč

To je výše jednorázového netto pojistného, které musí zaplatit 65letý muž a 60letá žena, aby jim byl vyplácen důchod 1 000 Kč po dobu 15 let, pokud bude alespoň jeden z nich naživu.

Výsledek můžeme porovnat s joint-life term annuity (9 076,29 Kč < 15 133,11 Kč), neboť tam hodnota  $EPV$  vyšla menší než hodnota  $EPV$  pro last survivor term annuity. To znamená, že pokud pojištěné osoby chtějí mít vyplácený důchod, když budou oba naživu, připlatí si o 83,17 % více, než když by jim byl vyplácen důchod teprve až když jeden z nich zemře.

Na obrázku č. 9 je znázorněna závislost výše netto pojistného na délce pojištění  $n$  a věku dvojice v případě last survivor annuity pro porovnání s joint-life annuity. Zde můžeme snadno vidět, že výše netto pojistného v případě last survivor annuity je podstatně vyšší, než v případě joint-life annuity, což vlastně plyne z nerovnosti  $T_{xy} \leq T_{\overline{xy}}$ , a opět pro větší délku pojištění můžeme vidět, že jsou grafy téměř vodorovné křivky.



Obrázek 9: Grafy závislosti výše netto pojistného na délce smlouvy na věku dvojice

Zdroj: vlastní zpracování podle [4]

### 6.2.1.5 Pozůstalostní důchod $x|y$

#### Zadání:

Očekávaná současná hodnota spojitě placeného důchodu ve výši 1 000 Kč p.a., které si sjedná pojištěná osoba  $x$  ve věku 65 let a pojištěná osoba  $y$  ve věku 60 let, počínaje úmrtí jedince  $x$  pokud  $y$  je pořád naživu. Jde o pozůstalostní důchod pro ženu aneb vdovský důchod .

- Vypočteme jednorázové netto pojistné pro pozůstalostní vdovský důchod na pojistnou dobu 15 let
- Vypočteme jednorázové netto pojistné pro pozůstalostní vdovský důchod

#### Řešení a)

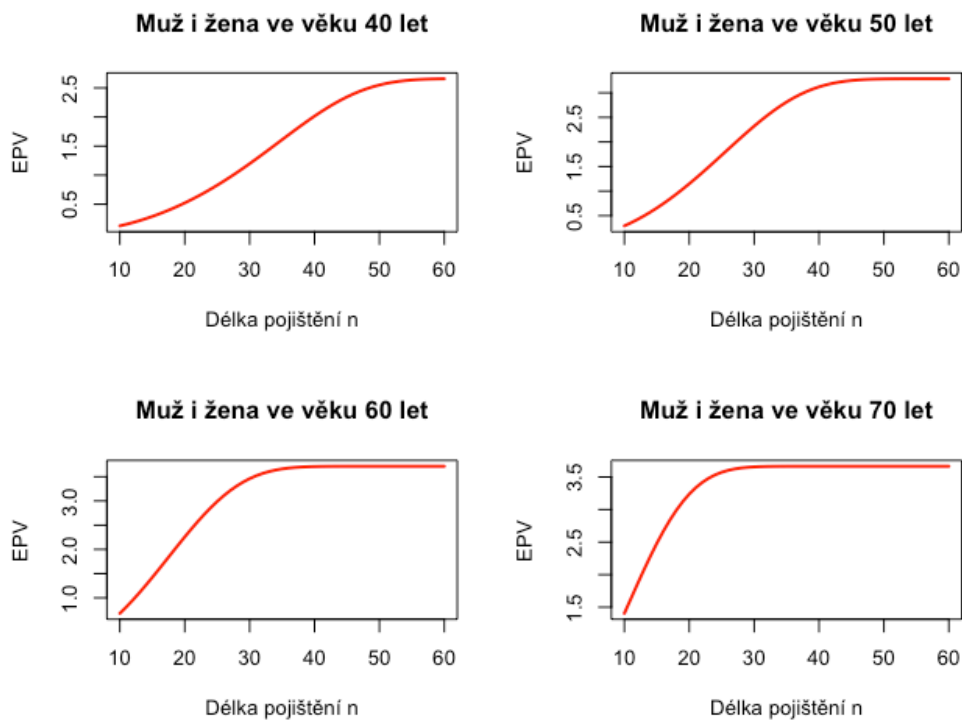
Vycházíme ze vzorce (5.7)

$$EPV = 1000 * \bar{a}_{65|60:\overline{15}|}^I$$

$$EPV = 2\,135,41 \text{ Kč}$$

Hodnota jednorázového netto pojistného je 2 135,41 Kč. Pojištění trvá 15 let. V případě, že manžel zemře např. 10 let po uzavření pojištění (tj. ve věku 75 let), tak jeho vdova (v tom čase ve věku 70 let) bude pobírat vdovský důchod ve výši 1000 Kč po dobu 5 let, pokud bude naživu. Pokud po uplynutí 15 let bude muž naživu, pojištění je ukončené bez výplaty důchodu.

V případě pozůstalostního důchodu pro ženu je při sjednání smlouvy ve věku 40 let růst netto pojistného poměrně lineární v závislosti na době pojištění  $n$ , ve věku 50 let už je přímka strmější a ve věku 60 až 70 let je graf opět téměř horizontální přímka.



Obrázek 10: Grafy závislosti výše netto pojistného na délce smlouvy na věku dvojice

Zdroj: vlastní zpracování podle [4]

### Řešení b)

Vycházíme ze vzorce (5.6)

$EPV = 1000 * \bar{a}_{65|60}^I$ . Hodnota  $\bar{a}_{65|60}^I$  je z tabulky Tab. 9 v příloze B

$EPV = 4\,968,39$  Kč

Hodnota jednorázového netto pojistného je 4 968,39 Kč. Pojistná částka 1000 Kč bude vyplácena do konce života, od chvíle, kdy zemře  $x$  a  $y$  bude stále naživu. Pokud žena zemře dřív, než muž pojišťovna nemá žádné plnění.

Pro porovnání můžeme znovu zmínit i vdovský důchod na dobu 15 let 2 135,41 Kč, a hodnota jednorázového netto pojistného za celoživotní vdovský důchod 4 968,39 Kč. Což je o 132,67 % více na pojistném.

### 6.2.1.6 Pozůstalostní důchod $y|x$

#### Zadání:

Očekávaná současná hodnota spojitě placeného důchodu ve výši 1 000 Kč p.a., které si sjedná pojištěná osoba  $x$  ve věku 65 let a pojištěná osoba  $y$  ve věku 60 let, počínaje úmrtí jedince  $y$  pokud  $x$  je pořád naživu. Jde o pozůstalostní důchod pro muže aneb vdovecký důchod .

- Vypočteme jednorázové netto pojistné pro pozůstalostní vdovecký důchod na pojistnou dobu 15 let
- Vypočteme jednorázové netto pojistné pro pozůstalostní vdovecký důchod

#### Řešení a)

Vycházíme ze vzorce (5.9)

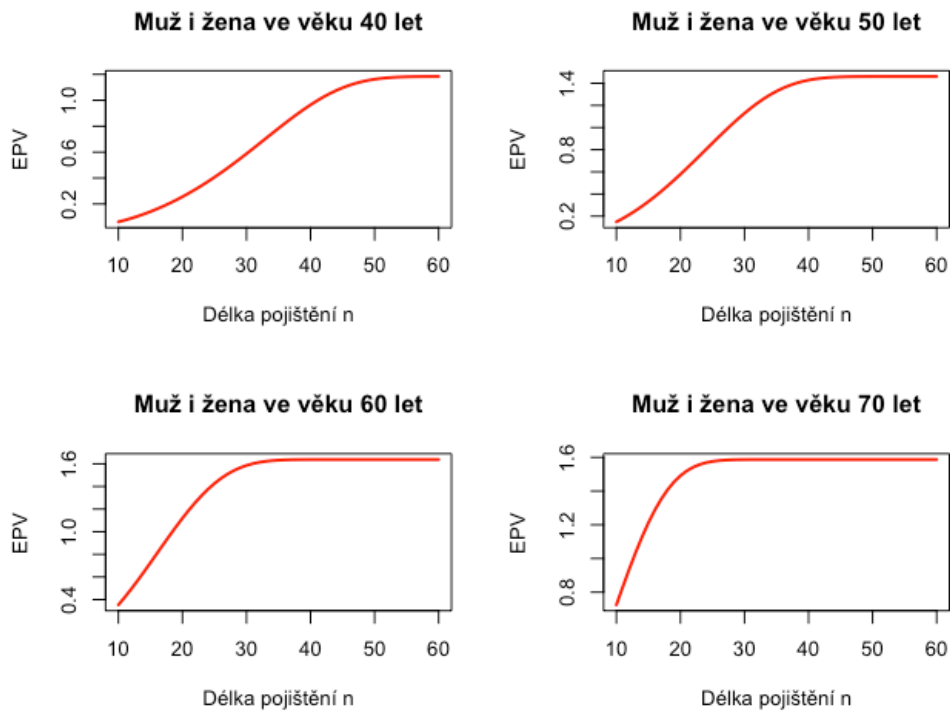
$$EPV = 1000 * \bar{a}_{60|65:\overline{15}|}$$

$$EPV = 622,51 \text{ Kč}$$

Hodnota jednorázového netto pojistného je 622,51 Kč. Pojištění trvá 15 let. V případě, že manželka zemře např. 10 let po uzavření pojištění (tj. ve věku 70 let), tak její manžel (v tom čase ve věku 75 let) bude pobírat vdovecký důchod ve výši 1000 Kč po dobu 5 let, pokud bude naživu. Pokud po uplynutí 15 let bude žena naživu, pojištění je ukončené bez výplaty důchodu.

V tomto případě je značně vidět rozdíl v hodnotě jednorázového netto pojistného v případě vdovského a vdoveckého důchodu (2 135,41 Kč > 622,51 Kč) a viditelně se tu odráží skutečnost, kterou jsme uvedli na začátku kapitoly, a to sice, že míra úmrtnosti žen je o dost nižší než míra úmrtnosti mužů, a proto je výše pojistného pro vdovecký důchod nižší než pojistné pro vdovský důchod. Velkou roli na výši pojistného zde hraje i vstupní věk pojištěného.

V případě pozůstalostního důchodu pro muže je při sjednání smlouvy ve věku 40 let růst netto pojistného poměrně lineární, v závislosti na době pojištění  $n$ , ve věku 50 let už je přímka strmější a ve věku 60 až 70 let je graf opět téměř horizontální přímka.



Obrázek 11: Grafy závislost na výše netto pojistného na délce smlouvy  $n$  a věku dvojice

Zdroj: vlastní zpracování podle [4]

### Řešení b)

Vycházíme ze vzorce (5.8)

$$EPV = 1000 * \bar{a}_{60|65}^I. \text{ Hodnota } \bar{a}_{60|65}^I \text{ je z tabulky Tab. 11 v příloze B}$$

$$EPV = 1\,088,44 \text{ Kč}$$

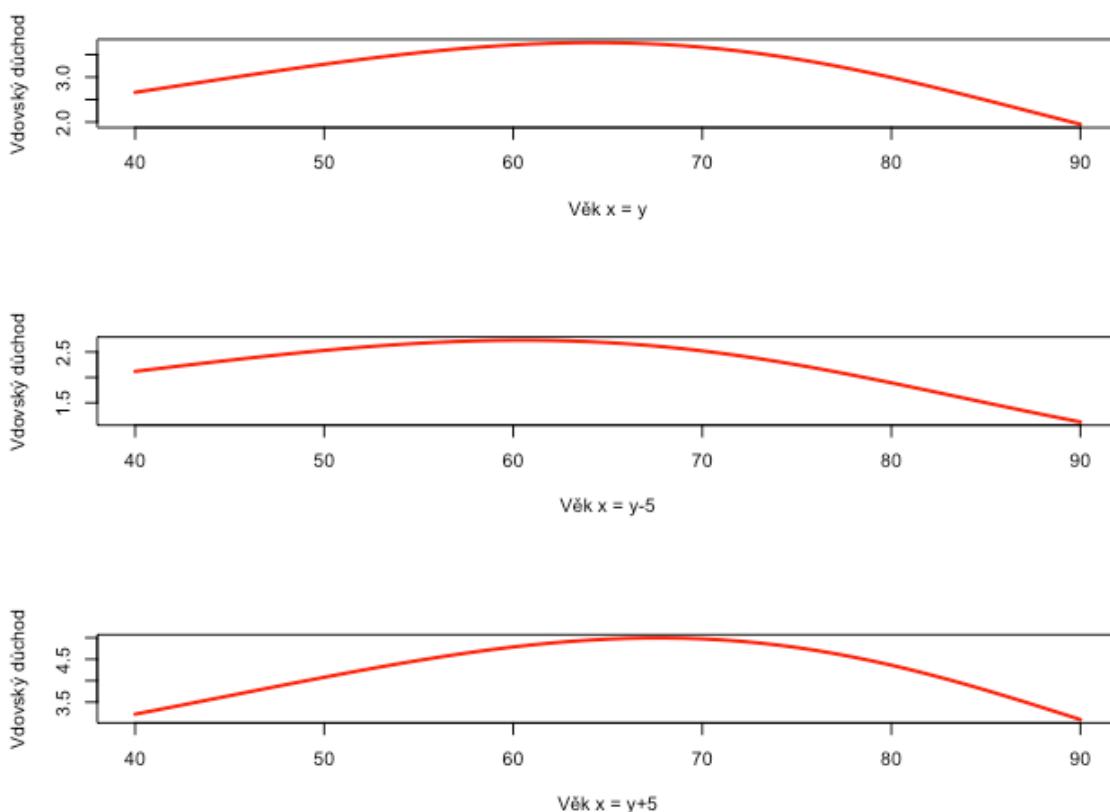
Hodnota jednorázového netto pojistného je 622,51 Kč. Pojistná částka 1000 Kč bude vyplácena po dobu 15 let, v případě, když zemře žena  $y$  a muž  $x$  bude stále naživu.

V případě, že je pojištění pozůstalostního důchodu pro muže sjednáno na doživotí, je hodnota jednorázového netto pojistného ve výši 1 088,44 Kč. Vdovecký důchod ve výši 1 000 Kč p.a. je potom vyplácen od okamžiku úmrtí ženy Y, pokud je muž na živu.

Pro porovnání můžeme znovu zmínit i vdovský důchod, kde je hodnota jednorázového netto pojistného za vdovský důchod na dobu 15 let 2 135,41 Kč, a hodnota jednorázového netto pojistného za celoživotní vdovský důchod 4 968,39 Kč. Což je o 132,67 % více na pojistném.

### Výše vdovského důchodu v závislosti na věku dvojice $x,y$

Na grafu č. 10 můžeme vidět výši vdovského důchodu v závislosti na věku dvojice, a to ve třech různých případech, kdy jsou manželé ve stejném věku, kdy je manželka o 5 let mladší než manžel, anebo když je manželka o 5 let starší než manžel. Na vodorovné ose je věk muže  $x$ .



Obrázek 12: Graf výše vdovského důchodu v závislosti na věku dvojice

Zdroj: vlastní zpracování podle [4]

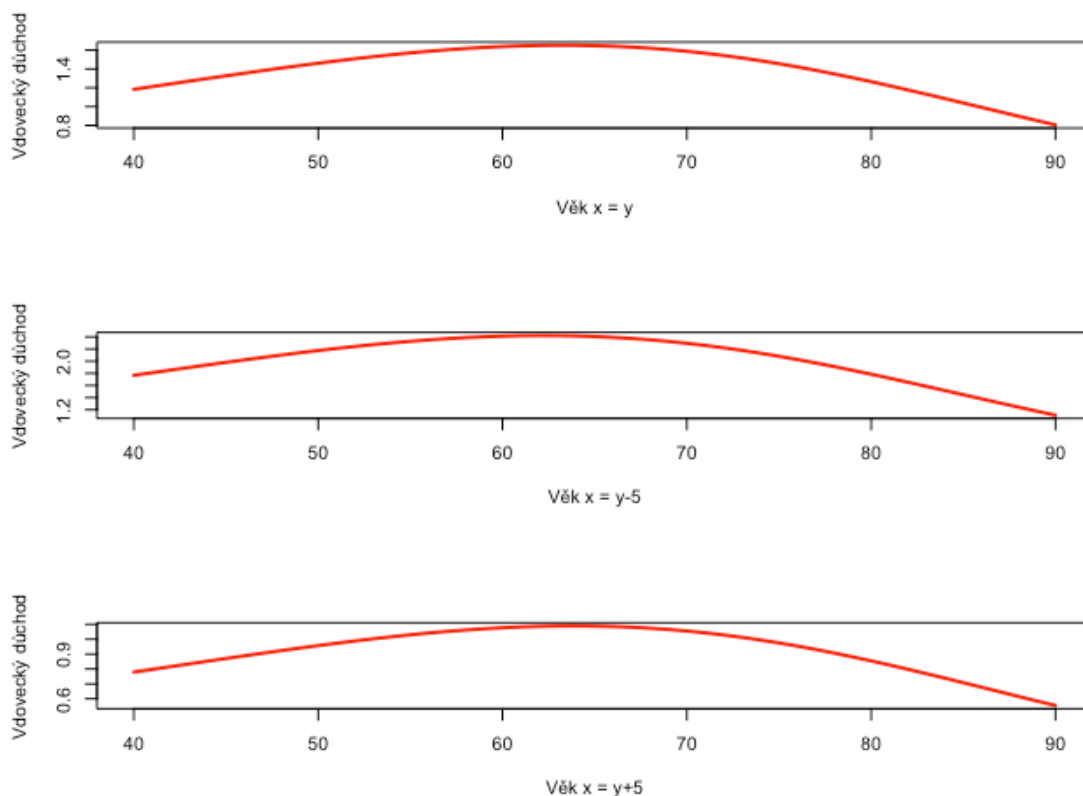


Když je manželka ve stejném věku jako manžel, výše pojistného je nejvyšší kolem věku 65 let. Když je muž o 5 let mladší než žena, dostáváme maximální výši pojistného mezi 60 až 63 lety věku muže, a když je muž o 5 let starší než žena, dostáváme maximální výši pojistného až mezi 67 a 70 lety věku muže. Obecně maximum je tedy kolem věku 65 let, pak křivka postupně klesá.

Důvodem rozlišného průběhu je ukazatel věku. V mladším věku pozorujeme nižší platby, neboť čím dříve začneme na důchod odkládat rezervu, tím delší dobu na odkládání máme a tím mohou být platby menší. Naopak čím později začneme, tím budou platby vyšší, abychom dosáhli stejné výše rezervy ve stejném důchodovém věku. Následné klesání odráží opět vyšší míru úmrtnosti ve vyšším věku.

### Výše vdoveckého důchodu v závislosti na věku dvojice $x,y$

Na obrázku č. 13 můžeme vidět naopak výši vdoveckého důchodu v závislosti na věku dvojice, a to opět ve třech různých případech, kdy jsou manželé ve stejném věku, kdy je manželka o 5 let mladší než manžel, anebo když je manželka o 5 let starší než manžel.



Obrázek 13: Graf výše vdoveckého důchodu v závislosti na věku dvojice

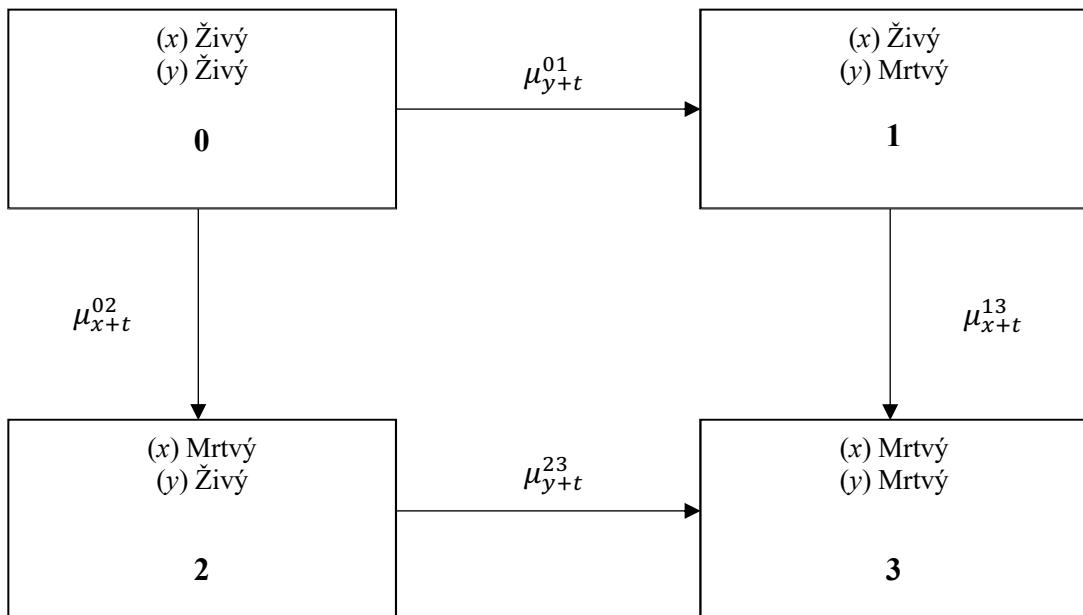
Zdroj: vlastní zpracování podle [4]

Když je manžel ve stejném věku jako manželka, výše pojistného je nejvyšší kolem věku 65 let. Když je o 5 let starší, dostáváme maximální výši pojistného mezi 60 až 63 lety věku ženy, a když je o 5 let mladší, dostáváme maximální výši pojistného až mezi 67 až 70 lety věku ženy. Obecně maximum je tedy opět kolem věku 60 let, pak křivka postupně klesá. Důležitým předpokladem ale je, že na ose  $y$  je jiný rozsah, proto je v případě vdovského důchodu důchod ještě vyšší než v případě vdoveckého důchodu. Opět je důvodem rozlišného průběhu ukazatel věku.

## 6.2.2 Závislé délky životů

Nyní budeme předpokládat, že míra úmrtnosti jedince závisí na tom, jestli je jedinec ženatý [vdaná] anebo vdovec [vdova].

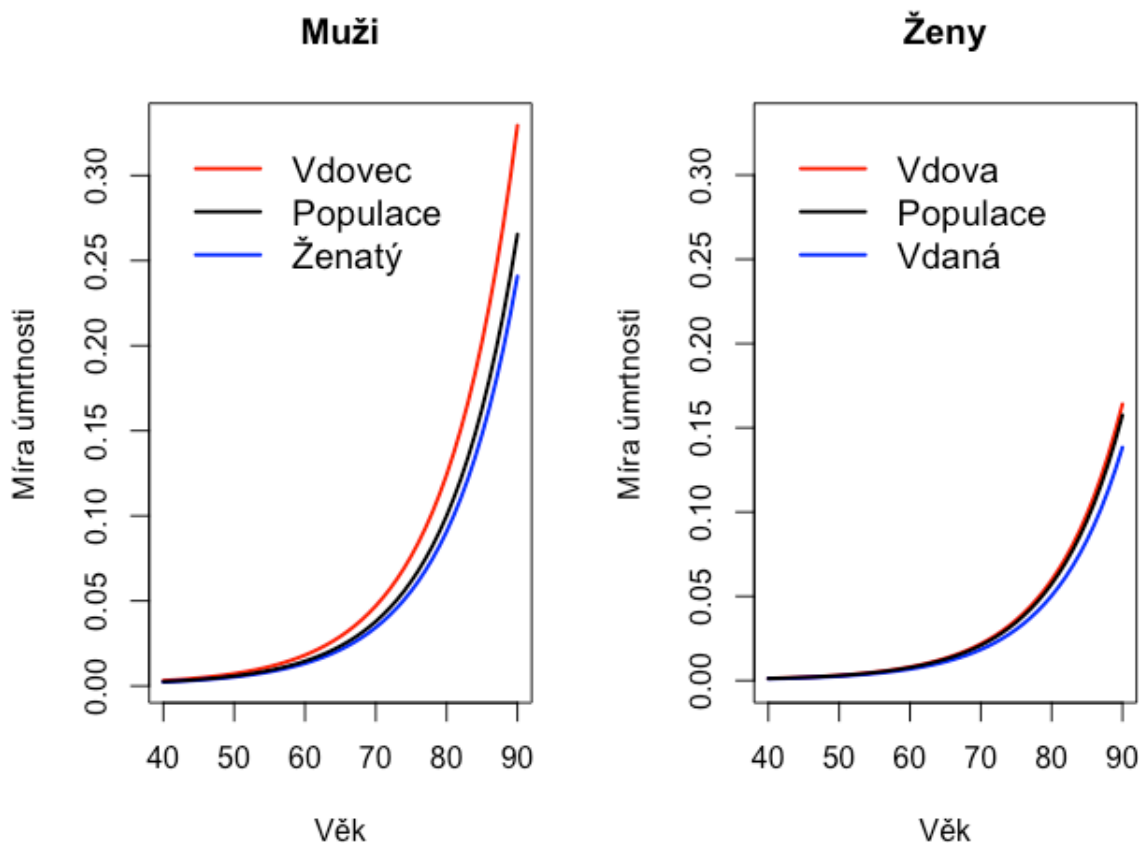
Nepředpokládáme smrt obou jedinců najednou tzv. *common shock risk*, tj. přechod ze stavu 0 do stavu 3, i když ve skutečnosti je to možné (havárie, pád letadla, atd.).



Obrázek 14: Vícenásobný stavový model pro závislé délky životů

Zdroj: vlastní zpracování podle [4]

Parametry modelu byly stanoveny opět pomocí údajů týkajících se belgické populace. Na grafech níže můžeme porovnat míru úmrtnosti mužů a žen na stejné škále na ose  $y$ .



Obrázek 15: Míra úmrtnosti mužů a žen

Zdroj: vlastní zpracování podle [4]

Nyní se zaměříme na výpočty jednotlivých druhů životního pojištění, kde budeme předpokládat, že délka života jedinců  $X$  a  $Y$  jsou závislá. Tento přístup je bližší realitě. Výpočty provedeme na stejných předpokladech (tj. věk  $x, y$  a délku pojištění  $n$ ) jako v předchozí kapitole.

### 6.2.2.1 Joint-life pojištění

#### Zadání:

Očekávaná současná hodnota pojištění dvou osob  $x, y$  pro případ smrti s pojistnou částkou 100 000 Kč, které si sjedná pojištěná osoba  $x$  ve věku 65 let a pojištěná osoba  $y$  ve věku 60 let, a která se vyplatí při smrti prvního z  $x, y$ , za předpokladu závislosti délky života dvou osob.

- Vypočteme jednorázové netto pojistné pro joint-life pojištění na pojistnou dobu 15 let
- Vypočteme jednorázové netto pojistné pro joint-life celoživotní pojištění

### Řešení a)

Vycházíme ze vzorce (5.29)

$$EPV = 100\,000 * \bar{A}_{65,60:\overline{15}|}^D$$

$$EPV = 45\,245,39 \text{ Kč}$$

To je hodnota jednorázového netto pojistného, kterou musí pojištěné osoby zaplatit za smlouvu životního pojištění, aby bylo vyplaceno pojistné plnění 100 000 Kč v případě smrti prvního z pojištěných v průběhu pojistné doby 15 let.

Pro srovnání, hodnota  $EPV$  u joint-life term insurance v případě závislých životů vyšla menší než hodnota v případě nezávislých životů (45 245,39 Kč < 48 337,04 Kč).

### Řešení b)

Vycházíme ze vzorce (5.28)

$$EPV = 100\,000 * \bar{A}_{65,60}^D. \text{ Hodnota } \bar{A}_{65,60}^D \text{ je z tabulky Tab. 4 v příloze B}$$

$$EPV = 62\,865,14 \text{ Kč}$$

To je hodnota jednorázového netto pojistného, kterou musí pojištěné osoby zaplatit za smlouvu životního pojištění, aby bylo vyplaceno pojistné plnění 100 000 Kč v případě smrti jednoho z pojištěných s platností pojistné doby po celý život.

Opět pro porovnání, hodnota  $EPV$  u joint-life insurance v případě závislých životů vyšla menší než hodnota v případě nezávislých životů (62 865,14 Kč < 64 402,15 Kč).

## 6.2.2.2 Joint-life důchodové pojištění

### Zadání:

Očekávaná současná hodnota spojitě placeného důchodu ve výši 1000 Kč p.a., které si sjedná pojištěná osoba  $x$  ve věku 65 let a pojištěná osoba  $y$  ve věku 60 let, a bude vypláceno pokud oba jedinci  $x,y$  jsou naživu, za předpokladu závislosti délky života dvou osob.

- a) Vypočteme jednorázové netto pojistné pro joint-life důchodové pojištění na pojistnou dobu 15 let
- b) Vypočteme jednorázové netto pojistné pro joint-life celoživotní důchodové pojištění

### Řešení a)

Vycházíme ze vzorce (5.21)

$$EPV = 1000 * \bar{a}_{65,60:\overline{15}|}^D$$

$$EPV = 8\,500,22 \text{ Kč}$$

To je výše jednorázového netto pojistného, kterou zaplatí pár v případě sjednání životního pojištění, které jim zajistí spojitě placený důchod po dobu 15 let v případě, že budou oba jedinci naživu.

Pro srovnání, hodnota  $EPV$  u joint-life term annuity v případě závislých životů vyšla vyšší než hodnota v případě nezávislých životů ( $8\,500,22 \text{ Kč} > 8\,261,7 \text{ Kč}$ ).

### Řešení b)

Vycházíme ze vzorce (5.22)

$$EPV = 1000 * \bar{a}_{65,60}^D. \text{ Hodnota } \bar{a}_{65,60}^D \text{ je z tabulky Tab. 2 v příloze B}$$

$$EPV = 9\,468,18 \text{ Kč}$$

To je výše jednorázového netto pojistného, které musí zaplatit 65letý muž a 60letá žena, když si sjednají pojištění, aby jim byl vyplacen celoživotní důchod 1 000 Kč, pokud budou oba naživu.

Opět pro porovnání, hodnota  $EPV$  u joint-life annuity v případě závislých životů vyšla vyšší než hodnota v případě nezávislých životů ( $9\,468,18 \text{ Kč} > 9\,076,29 \text{ Kč}$ ).

### 6.2.2.3 Last survivor pojištění

#### Zadání:

Očekávaná současná hodnota pojištění dvou osob  $x,y$  pro případ smrti s pojistnou částkou 100 000 Kč, které si sjedná pojištěná osoba  $x$  ve věku 65 let a pojištěná osoba  $y$  ve věku 60 let, a která se vyplatí při druhé smrti z  $x,y$ , za předpokladu závislosti délky života dvou osob.

- Vypočteme jednorázové netto pojistné last survivor pojištění na pojistnou dobu 15 let
- Vypočteme jednorázové netto pojistné pro last survivor celoživotní pojištění

#### Řešení a)

Vycházíme ze vzorce (5.31)

$$EPV = 100\,000 * \bar{A}_{65,60:\overline{15}|}^D$$

$$EPV = 8\,491,32 \text{ Kč}$$

To je hodnota jednorázového netto pojistného, kterou musí pojištěné osoby zaplatit za smlouvu životního pojištění, aby bylo vyplaceno pojistné plnění 100 000 Kč v případě smrti druhého z pojištěných v průběhu pojistné doby 15 let.

Pro srovnání, hodnota  $EPV$  u last survivor term insurance v případě závislých životů vyšla větší než hodnota v případě nezávislých životů ( $8\,491,32 \text{ Kč} > 8\,393,13 \text{ Kč}$ ).

#### Řešení b)

Vycházíme ze vzorce (5.30)

$$EPV = 100\,000 * \bar{A}_{65,60}^D. \text{ Hodnota } \bar{A}_{65,60}^D \text{ je z tabulky Tab. 8 v příloze B}$$

$$EPV = 40\,767,49 \text{ Kč}$$

To je hodnota jednorázového netto pojistného, kterou musí pojištěné osoby zaplatit za smlouvu životního pojištění, aby bylo vyplaceno pojistné plnění 100 000 Kč v případě smrti druhého z pojištěných v průběhu pojistné doby po celý život.

Pro porovnání, hodnota  $EPV$  u last survivor insurance v případě závislých životů vyšla větší než hodnota v případě nezávislých životů ( $40\,767,49\text{ Kč} > 40\,646,85\text{ Kč}$ ).

#### 6.2.2.4 Last survivor důchodové pojištění

##### Zadání:

Očekávaná současná hodnota spojitě placeného důchodu ve výši 1 000 Kč p.a., které si sjedná pojištěná osoba  $x$  ve věku 65 let a pojištěná osoba  $y$  ve věku 60 let, a bude vypláceno pokud alespoň jeden z dvojice  $x,y$  je naživu, za předpokladu závislosti délky života dvou osob.

- Vypočteme jednorázové netto pojistné pro last survivor důchodové pojištění na pojistnou dobu 15 let
- Vypočteme jednorázové netto pojistné pro last survivor celoživotní pojištění

##### Řešení a)

Vycházíme ze vzorce (5.23)

$$EPV = 1000 * \bar{a}_{\overline{65,60}|15}^D$$

$$EPV = 11\,015,42\text{ Kč}$$

To je výše jednorázového netto pojistného, které musí zaplatit 65letý muž a 60letá žena, když si sjednají pojištění, aby jim byl vyplacen důchod 1 000 Kč po dobu 15 let, pokud bude alespoň jeden z nich naživu.

Pro srovnání, hodnota  $EPV$  u last survivor term annuity pro závislé životy vyšla menší než hodnota pro nezávislé životy ( $11\,015,42\text{ Kč} < 11\,019,62\text{ Kč}$ ).

##### Řešení b)

Vycházíme ze vzorce (5.22)

$$EPV = 1000 * \bar{a}_{\overline{65,60}}^D. \text{ Hodnota } \bar{a}_{\overline{65,60}}^D \text{ je z tabulky Tab. 6 v příloze B}$$

$$EPV = 15\,102,35\text{ Kč}$$



To je výše jednorázového netto pojistného, které musí zaplatit 65letý muž a 60letá žena, když si sjednají pojištění, aby jim byl vyplacen důchod 1 000 Kč po dobu celého života, pokud bude alespoň jeden z nich naživu.

Opět pro porovnání, hodnota  $EPV$  u last survivor annuity pro závislé životy vyšla menší než hodnota pro nezávislé životy ( $15\,102,35\text{ Kč} < 15\,133,11\text{ Kč}$ ).

#### 6.2.2.5 Pozůstalostní důchod $x|y$

##### Zadání:

Očekávaná současná hodnota spojitě placeného důchodu ve výši 1 000 Kč p.a., které si sjedná pojištěná osoba  $x$  ve věku 65 let a pojištěná osoba  $y$  ve věku 60 let, počínaje úmrtí jedince  $x$  pokud  $y$  je pořád naživu. Pozůstalostní důchod pro ženu aneb vdovský důchod, za předpokladu závislosti délky života dvou osob.

- Vypočteme jednorázové netto pojistné pro vdovský důchod na pojistnou dobu 15 let
- Vypočteme jednorázové netto pojistné pro celoživotní vdovský důchod

##### Řešení a)

Vycházíme ze vzorce (5.25)

$$EPV = 1000 * \bar{a}_{65|60:\overline{15}|}^D$$

$$EPV = 1\,980,07\text{ Kč}$$

Výše jednorázového netto pojistné je 1 980,07 Kč. Pojištění trvá 15 let. V případě, že manžel zemře např. 10 let po uzavření pojištění (tj. ve věku 75 let), tak jeho vdova (v tom čase ve věku 70 let) bude pobírat vdovský důchod ve výši 1000 Kč po dobu 5 let, pokud bude naživu. Pokud po uplynutí 15 let bude muž naživu, pojištění je ukončené bez úhrady důchodu.

Pro srovnání, hodnota  $EPV$  u vdovského důchodu v případě závislých životů vyšla menší než hodnota pro nezávislé životy ( $1\,980,07\text{ Kč} < 2\,135,41\text{ Kč}$ ). Z toho vyplývá, že pokud žena chce mít vyplácený důchod v případě úmrtí muže, tak v případě závislého života je netto pojistné nižší, neboť se zde projeví vliv heart break syndrome.

### Řešení b)

Vycházíme ze vzorce (5.24)

$EPV = 1000 * \bar{a}_{65|60}^D$ . Hodnota  $\bar{a}_{65|60}^D$  je z tabulky Tab. 10 v příloze B

$$EPV = 4\,726,99 \text{ Kč}$$

To je výše jednorázového netto pojistné za pojistnou smlouvu, kdy pojistná částka 1 000 Kč bude vyplácena do konce života, od chvíle, kdy zemře muž  $x$  a žena  $y$  bude stále naživu.

Opět pro srovnání, hodnota EPV u vdovském důchodu v případě závislých životů vyšla menší než hodnota pro nezávislé životy ( $4\,726,99 \text{ Kč} < 4\,968,39 \text{ Kč}$ ). Z toho vyplývá, že pokud žena chce mít vyplácený důchod v případě úmrtí muže, tak v případě závislého života je netto pojistné nižší, neboť se zde projeví vliv heart break syndrome.

#### 6.2.2.6 Pozůstalostní důchod $y|x$

##### Zadání:

Očekávaná současná hodnota spojitě placeného důchodu ve výši 1 000 Kč p.a., které si sjedná pojištěná osoba  $x$  ve věku 65 let a pojištěná osoba  $y$  ve věku 60 let, počínaje úmrtí jedince  $y$  pokud  $x$  je pořád naživu. Pozůstalostní důchod pro muže aneb vdovecký důchod, za předpokladu závislosti délky života dvou osob.

- Vypočteme jednorázové netto pojistné pro vdovecký důchod na pojistnou dobu 15 let
- Vypočteme jednorázové netto pojistné pro celoživotní vdovecký důchod

##### Řešení a)

Vycházíme ze vzorce (5.27)

$$EPV = 1000 * \bar{a}_{60|65:\overline{15}|}^D$$

$$EPV = 535,13 \text{ Kč}$$

Výše jednorázového netto pojistného je 535,13 Kč. Pojištění trvá 15 let. V případě, že manželka zemře např. 10 let po uzavření pojištění (tj. ve věku 70 let), tak její manžel (v tom čase ve věku 75 let) bude pobírat vdovecký důchod ve výši 1000 Kč po dobu 5 let, pokud bude naživu.

Pro srovnání s hodnotou pojistného v případě nezávislých životů je tato hodnota nižší (535,13 Kč < 622,51 Kč).

### Řešení b)

Vycházíme ze vzorce (5.26)

$EPV = 1000 * \bar{a}_{60|65}^D$ . Hodnota  $\bar{a}_{60|65}^D$  je z tabulky Tab. 12 v příloze B

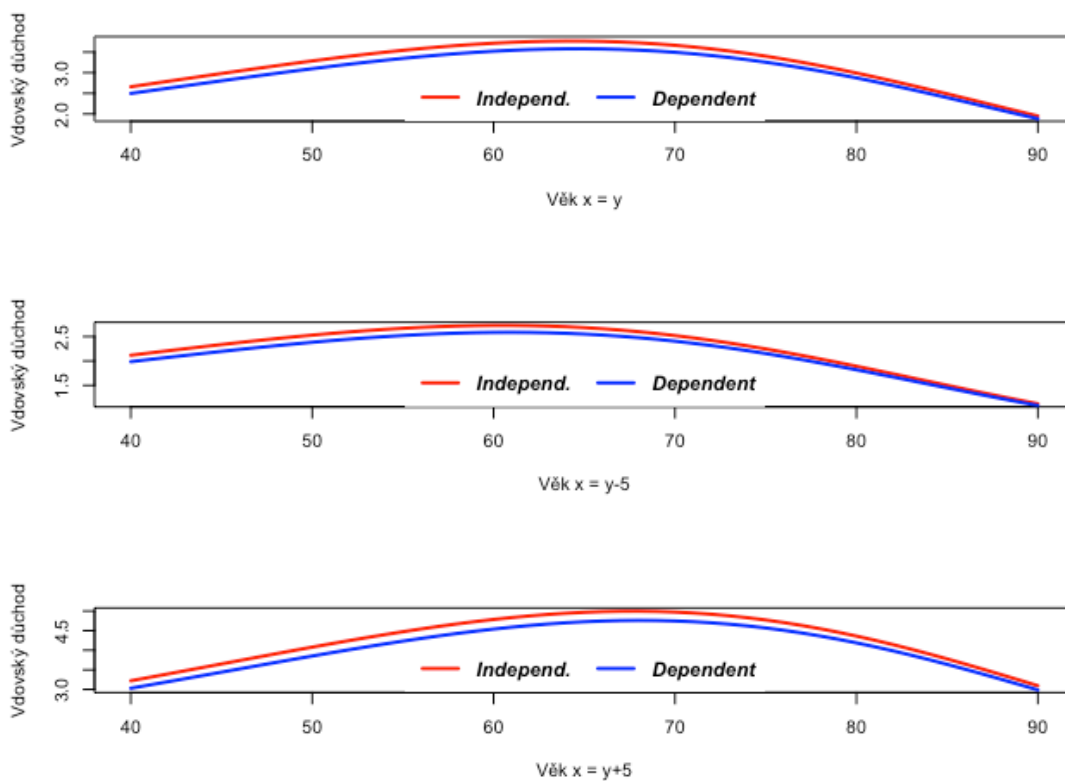
$EPV = 907,19$  Kč

To je výše jednorázového netto pojistné za pojistnou smlouvu, kdy pojistná částka 1 000 Kč bude vyplácena do konce života, od chvíle, kdy zemře žena  $y$  a muž  $x$  bude stále naživu. Opět pro srovnání, hodnota  $EPV$  u vdoveckém důchodu v případě závislých životů vyšla menší než hodnota pro nezávislé životy (907,19 Kč < 1 088,43 Kč).

### Výše vdovského důchodu ~ věku $x, y$ a nezávislost vs závislost $T_x, T_y$ .

Na grafech č. 16 níže můžeme pozorovat výši vdovského důchodu v různém věkovém rozmezí mezi mužem a ženou, a v porovnání mezi závislými a nezávislými délkami životů  $T_x, T_y$ . Proměnná  $x$  značí věk muže a  $y$  značí věk ženy. Hned na první pohled je zřejmé, že výše vdovského důchodu v případě nezávislé délky života je v podstatné části vyšší než v případě závislého života. Ve všech třech případech nastává nadhodnocení za předpokladu nezávislosti  $T_x, T_y$ .

Použili jsme 3 předpoklady, nejdříve uvažujeme, že manžel  $x$  i manželka  $y$  mají stejný věk. Ve druhém případě je muž  $x$  o 5 let starší, než žena  $y$  a ve třetím případě je žena  $y$  o 5 let starší než muž  $x$ . Červená křivka značí nezávislé životy a modrá závislé životy.



Obrázek 16: Grafy výše vdovského důchodu v závislosti na věku dvojice

Zdroj: vlastní zpracování podle [4]

V závěru můžeme říct, že u vdovského důchodu může předpoklad nezávislosti vést k výrazně chybné výši výpočtu netto pojistného.

## 7 POROVNÁNÍ VÝSLEDKŮ

V této závěrečné kapitole praktické části budeme porovnávat poměr netto pojistného mezi závislými a nezávislými životy. Neboli poměr pojistného, jestliže kvantifikujeme závislost či nezávislost žití v páru. Důvodem je, že v předpokladu nezávislosti délky života do výpočtů zahrnujeme celopopulační data. Užití celopopulačních dat je o mnoho snadnější, protože jsou přístupnější, např. z každoročních úmrtnostních tabulek nebo statistických úřadů, ale na určení úmrtnosti manželských párů vdovců a vdov je potřeba udělat výzkum, který bude vždy probíhat jenom na výběrové skupině lidí. Tento typ dat máme právě z belgického výzkumu, a použili jsme je ve výpočtů. Zajímá nás odpověď na otázku: Nakolik se liší výsledky, když použijeme celopopulační data vůči (realističtějším) datům z výzkumu úmrtnosti dvojic, resp. vdovců a vdov.

V předchozí kapitole jsme provedli stručné srovnání pro konkrétní dvojici (muž 65 let a žena 60 let). Dále nás zajímá širší analýza rozdílů hodnoty netto pojistného v závislosti na věku dvojic. Zvolili jsme věkové rozmezí 60 až 90 let. Barevná škála zobrazuje rizikovou přírážku, kdy ve světlejší části je vždy menší přírážka a čím je škála tmavší, tím přírážka roste. Výsledky srovnání znázorníme v 3D grafech.

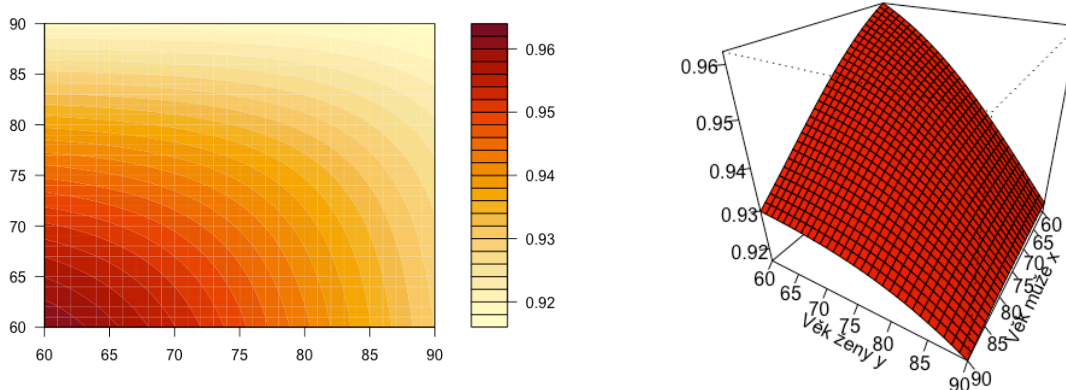
Srovnání provedeme výpočtem podílu

$$\rho = \frac{\text{aktruárska funkce, za předpokladu nezávislosti } T_x, T_y}{\text{aktruárska funkce, za předpokladu závislosti } T_x, T_y} \quad (7.1)$$

Pokud  $\rho > 1$ , výpočet dle předpokladu nezávislosti délky životů dvojice osob nadhodnocuje netto pojistné oproti předpokladu závislosti délky životů, tudíž oproti realističtějšího pohledu na oceňování produktů životního pojištění dvojice osob, pokud  $\rho < 1$ , výpočet dle předpokladu nezávislosti délky životů dvojice osob podhodnocuje netto pojistné oproti předpokladu závislosti délky životů.

## 1. Joint-life annuity

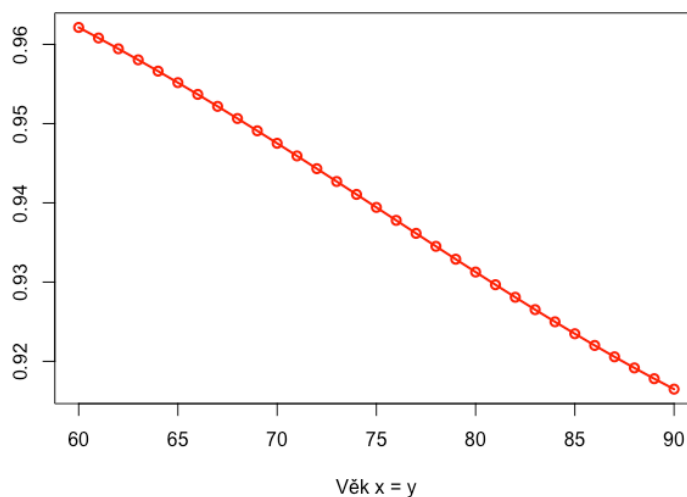
Dle grafu na Obr. 17 můžeme vidět, že výpočet dle předpokladu nezávislosti životů dvou osob podhodnocuje netto pojistné v rozmezí 91,9 až 96,2 %. V tom případě by se mělo netto pojistné spočtené dle předpokladu nezávislosti  $T_x$ ,  $T_y$  zvýšit přibližně o 3,8% až 8,1 % v závislosti na věku dvojice.



Obrázek 17: Jednoduché 3D grafy Joint-life annuity

*Zdroj: vlastní zpracování*

Diagonála grafu na Obr. 17 (vlevo) pro dvojice v stejném věku, kterou jsme znázornili na následujícím grafu Obr. 18., nám říká, že pojistné je nutné zvýšit ve větší míře, čím jsou pojištění starší.



Obrázek 18: Graf poměru N/Z životy pro dvojice ve stejném věku - Joint-life annuity

*Zdroj: vlastní zpracování*

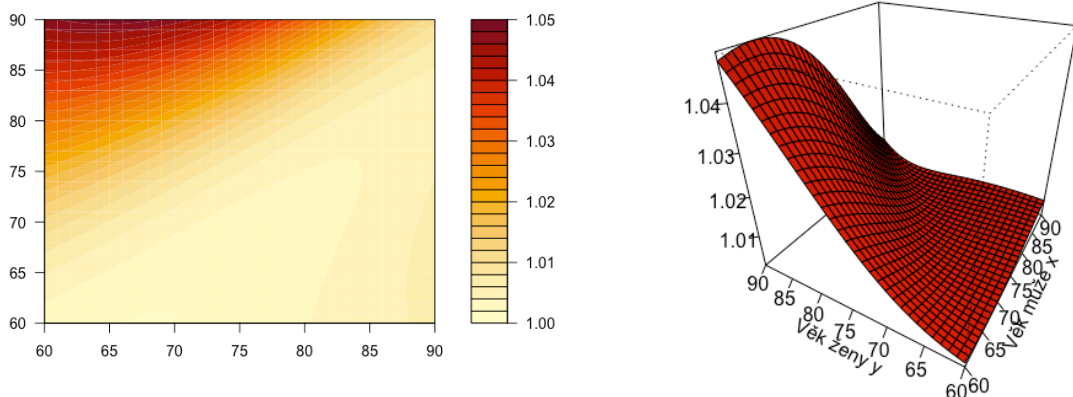
Výsledek není překvapivý. Plyne to z předpokladu

$$\mu_x^{02} < \mu_x \wedge \mu_y^{01} < \mu_y \Rightarrow {}_t p_{xy}^{00} > {}_t p_x \cdot {}_t p_y$$

a tudíž lze říct, že se zde projevil pozitivní vliv soužití dvojice osob na očekávanou délku života.

## 2. Last survivor annuity

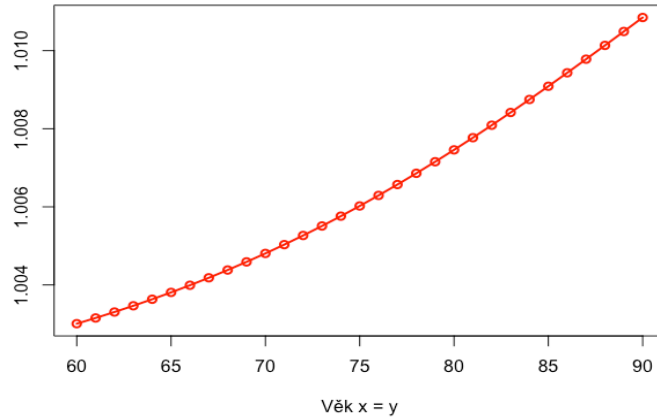
Dle grafu na Obr. 19 můžeme vidět, že výpočet dle předpokladu nezávislosti délky života dvou osob nadhodnocuje netto pojistné v rozmezí 100,2 až 104,9 %. V tom případě by mělo být netto pojistné spočtené dle předpokladu nezávislosti  $T_x, T_y$  vyšší přibližně o 0,2 % až 4,9 % v závislosti na věku dvojice. Ve výpočtu dle nezávislosti délky života dvou osob máme vlastně implicitní rizikovou přírážku v rozmezí 0,2 až 4,9 %. Riziková přírážka (*safety loading*) v tomto ohledu znamená vyšší pravděpodobnost postačitelnosti vybraného pojistného na očekávaná pojistná plnění.



Obrázek 19: Jednoduché 3D grafy - Last survivor annuity

Zdroj: vlastní zpracování

Diagonála grafu na Obr. 19 (vlevo) pro dvojice v stejném věku, kterou jsme znázornili na následujícím grafu Obr. 20., nám říká, že riziková přírážka na pojistném je by měla být vyšší, čím jsou pojištění starší.



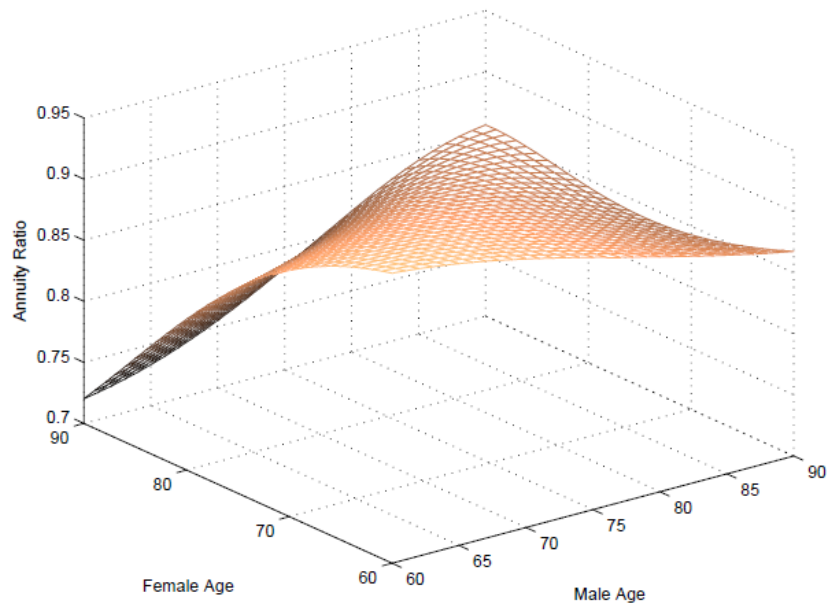
Obrázek 20: Graf poměru  $N/Z$  životy pro dvojice ve stejném věku - Last survivor annuity

Zdroj: vlastní zpracování

Výsledek není zřejmý na první pohled. Během soužití dvojice se projeví jeho pozitivní vliv na očekávanou délku života, naopak po úmrtí jednoho z dvojice se projeví tzv. *heart break syndrome*, který má negativní vliv na očekávanou délku života.

Výsledek našeho výpočtu je v souladu s článkem „Markovian approaches to Joint-life Mortality“ [16] autorů Min Ji, Mary Hardy, Johnny Sin-Hang Li, který můžeme vidět na obrázku Obr. 21, který znázorňuje výsledky založené na datech jedné velké kanadské pojišťovny. Důležité je poznamenat, že autoři článku [16] počítají podíl závislosti  $T_x, T_y$  k nezávislosti  $T_x, T_y$  (*ratios of dependent to independent values*), proto jejich graf je „zrcadlovým obrazem“ našeho grafu na obrázku Obr. 19 vlevo.



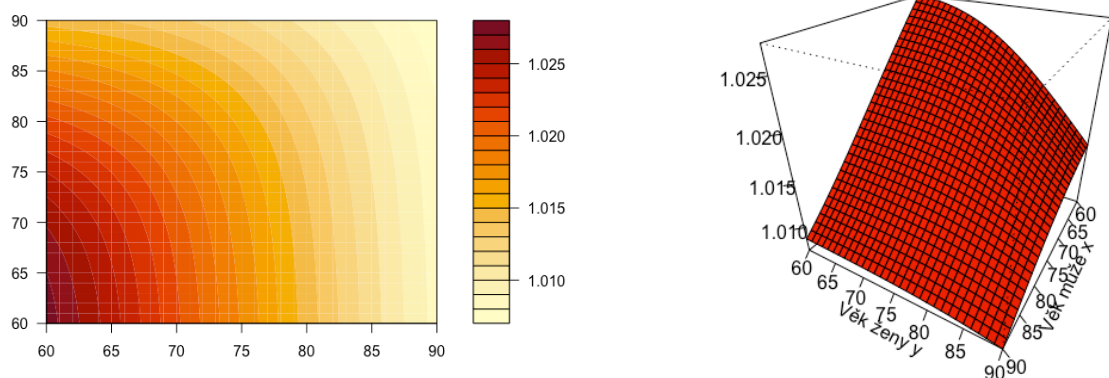


Obrázek 21: 3D graf Last-survivor annuity

Zdroj: [16]

### 3. Joint-life Insurance

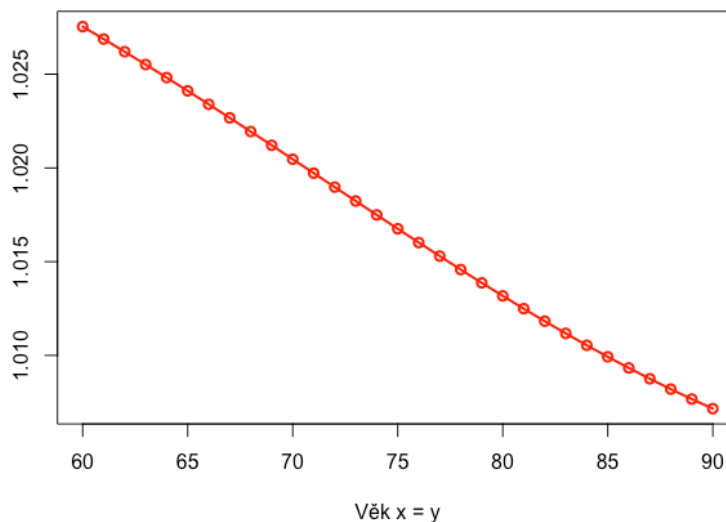
Dle grafu na Obr. 22 můžeme vidět, že výpočet dle předpokladu nezávislosti délky života dvou osob spočtené dle předpokladu nezávislosti  $T_x, T_y$  nadhodnocuje netto pojistné v rozmezí 100,7 až 102,8 % => Ve výpočtu dle nezávislosti délky života dvou osob je implicitní riziková přírážka v rozmezí 0,7 až 2,8 %.



Obrázek 22: Jednoduché 3D grafy Joint-life insurance

Zdroj: vlastní zpracování

Diagonála grafu na Obr. 22 (vlevo) pro dvojice v stejném věku, kterou jsme znázornili na následujícím grafu Obr. 23, nám říká, že riziková přírážka na pojistném je by měla být vyšší, čím jsou pojištění mladší.

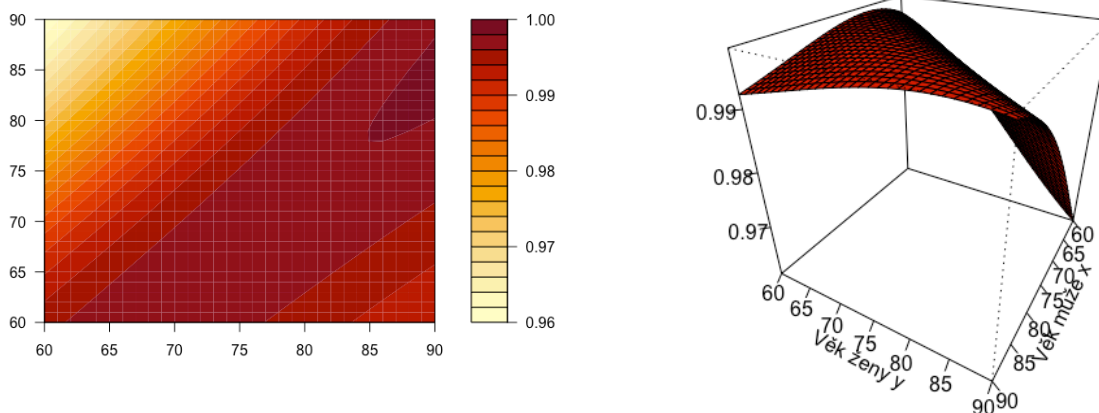


Obrázek 23: Graf poměru  $N/Z$  životy pro dvojice ve stejném věku - Joint-life insurance

Zdroj: vlastní zpracování

#### 4. Last survivor Insurance

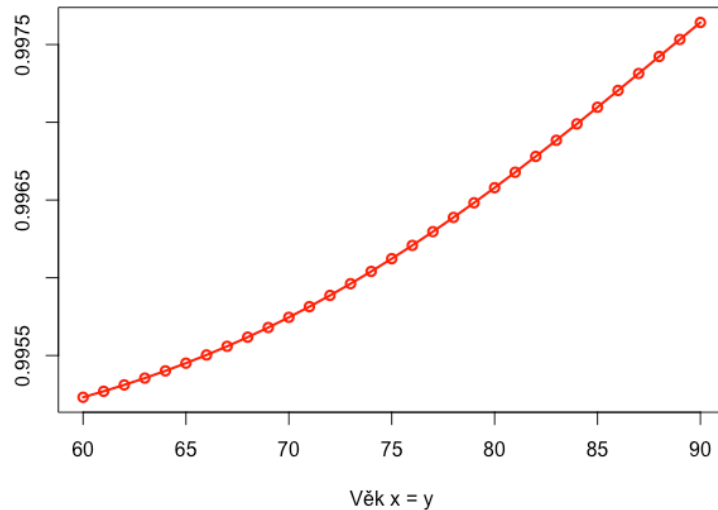
Dle grafu na Obr. 24 můžeme vidět, že výpočet dle předpokladu nezávislosti životů dvou osob podhodnocuje netto pojistné v rozmezí 96,0 až 99,8 %. V tom případě by se mělo netto pojistné spočtené dle předpokladu nezávislosti  $T_x$ ,  $T_y$  zvýšit přibližně o 0,2% až 4,0 % v závislosti na věku dvojice. V grafu se projeví výrazná asymetrie dle diagonály, což ukazuje na rozdílnou úmrtnost mužů a žen.



Obrázek 24: Jednoduché 3D grafy Last survivor insurance

Zdroj: vlastní zpracování

Diagonála grafu na Obr. 24 (vlevo) pro dvojice v stejném věku, kterou jsme znázornili na následujícím grafu Obr. 25., nám říká, že pojistné je nutné zvýšit ve větší míře, čím jsou pojištění mladší.

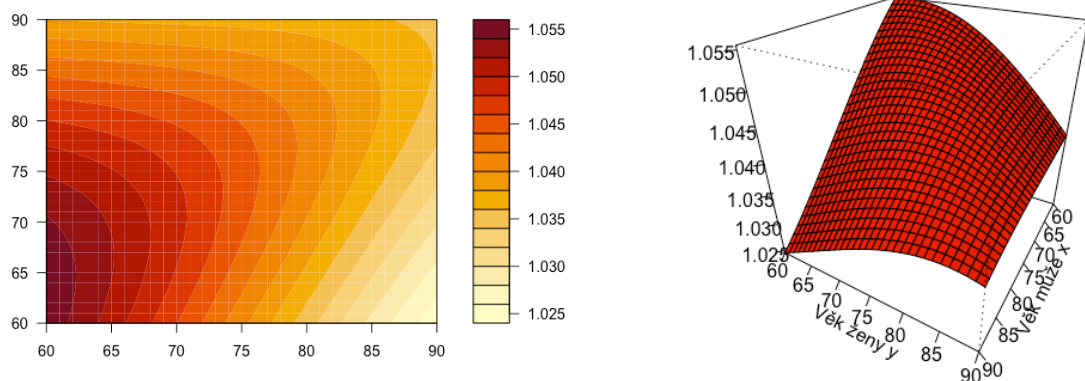


Obrázek 25: Graf poměru  $N/Z$  životy pro dvojice ve stejném věku Last survivor insurance

Zdroj: vlastní zpracování

## 5. Reversionary annuity $x|y$

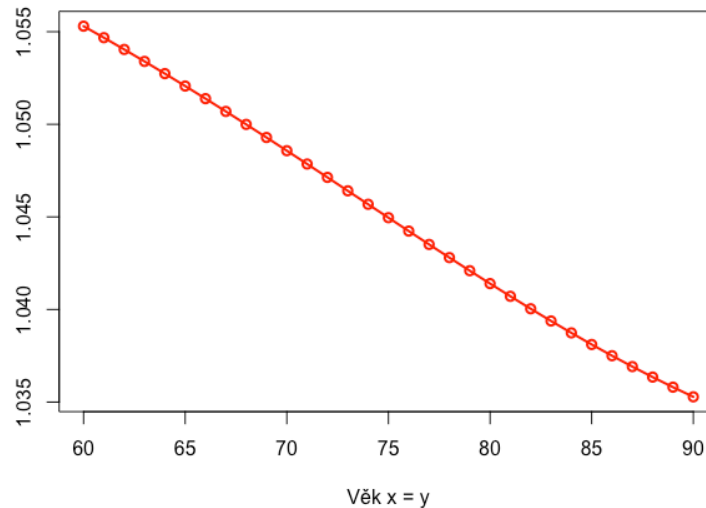
Dle grafu na Obr. 26 můžeme vidět, že výpočet dle předpokladu nezávislosti délky života dvou osob nadhodnocuje netto pojistné spočtené dle předpokladu nezávislosti  $T_x, T_y$  v rozmezí 102,5 až 105,6 % => Ve výpočtu dle nezávislosti délky života dvou osob je implicitní riziková přírážka v rozmezí 2,5 až 5,6 %.



Obrázek 26: Jednoduché 3D grafy Reversionary annuity

Zdroj: vlastní zpracování

Diagonála grafu na Obr. 26 (vlevo) pro dvojice v stejném věku, kterou jsme znázornili na následujícím grafu Obr. 27, nám říká, že riziková přírážka na pojistném je by měla být vyšší, čím jsou pojištění mladší.



Obrázek 27: Graf poměru N/Z životy pro dvojice ve stejném věku Reversionary annuity

Zdroj: vlastní zpracování

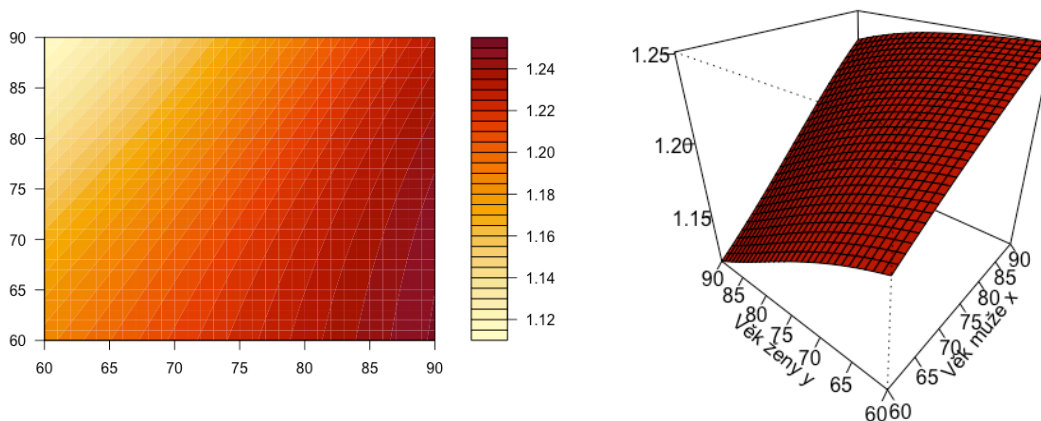
Výsledek opět není překvapivý. Plyne to z předpokladu

$$\mu_y < \mu_y^{23} \Rightarrow {}_t p_{xy}^{02} < {}_t p_y \cdot (1 - {}_t p_x)$$

a tudíž lze říct, že se zde projevil negativní vliv *heart break syndrome* na očekávanou délku života pro ženu - vdovu.

## 6. Reversionary annuity $y|x$

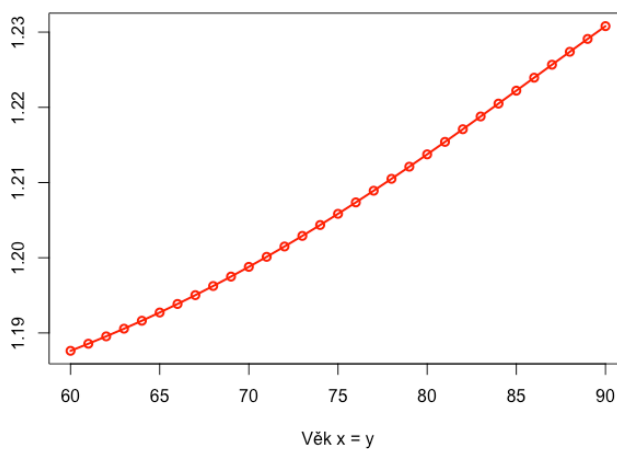
Dle grafu na Obr. 28 můžeme vidět, že výpočet dle předpokladu nezávislosti délky života dvou osob nadhodnocuje netto pojistné spočtené dle předpokladu nezávislosti  $T_x, T_y$  v rozmezí 111,4 až 125,1 %. Ve výpočtu dle nezávislosti délky života dvou osob je implicitní riziková přírážka v rozmezí 11,4 až 25,1 %.



Obrázek 28: Jednoduché 3D grafy Reversionary annuity

Zdroj: vlastní zpracování

Diagonála grafu na Obr. 28 (vlevo) pro dvojice v stejném věku, kterou jsme znázornili na následujícím grafu Obr. 29., nám říká, že riziková přírážka na pojistném je by měla být vyšší, čím jsou pojištění starší.



Obrázek 29: Graf poměru N/Z životy pro dvojice ve stejném věku Reversionary annuity

Zdroj: vlastní zpracování

Výsledek opět není překvapivý. Plyne to z předpokladu

$$\mu_x < \mu_x^{13} \Rightarrow {}_t p_{xy}^{01} < {}_t p_x \cdot (1 - {}_t p_y)$$

a tudíž lze říct, že se projevil negativní vliv *heart break syndrome* na očekávanou délku života pro muže - vdovce.

V případě vdoveckého důchodu vidíme, že je pojistné podstatně víc nadhodnocené než u vdovského důchodu. Pramení to z *heart break syndrome*, který má výrazněji negativní vliv na muže, tj. jev, na který jsme poukazovali již při grafu na Obr. 3.

## 8 POJIŠTĚNÍ VÍCE OSOB NA TRHU V ČESKÉ REPUBLICĚ

Výše zmíněné produkty životního pojištění lze nalézt i na českém pojistném trhu. Přiblížíme si například produkt joint-life term insurance, kde výplata pojistného plnění nastává ve chvíli, kdy zemře první pojištěná osoba.

*Tabulka 4: Parametry nastavení pojistné smlouvy Joint-life insurance*

<b>Allianz - Život</b>	<b>Vstupní věk</b>	<b>Pojistná částka</b>	<b>Pojistná doba</b>
Anna Černá, 1961	60 let	100 000 Kč	15 let
Martin Černý, 1956	65 let		

*Zdroj: vlastní zpracování*

Roční pojistné za tuto smlouvu u Allianz vychází 6 576 Kč, viz. nabídka v příloze. Pojištěné osoby tedy zaplatí každý rok 6 576 Kč, a v případě smrti prvního z nich bude druhému vyplaceno pojistné plnění ve výši 100 000 Kč, ovšem jenom pokud zemře v průběhu pojistné doby 15 let. Pak už pojištění zaniká. Po smrti prvního z nich může být smlouva ukončena, případně může platit i nadále, a pokud druhá pojištěná osoba zemře taktéž v průběhu pojistné doby, plnění bude vyplaceno dle zákona obmyšleným osobám.

Tyto produkty pojištění dále také na českém trhu nabízí například:

- Kooperativa – Na přání
- Generali – Bel Mondo
- Uniqa – Domino Risk
- Metlife - Garde
- ČSOB - Forte

## 9 VÝHODY A NEVÝHODY POJIŠTĚNÍ VÍCE OSOB

Řadu výhod přináší pojistná smlouva pro více osob, především z důvodu poplatků za vedení smlouvy, které se místo do více smluv platí jen za jednu. Také obvykle bývají slevy za minimální roční pojistné, to je logicky také vyšší, když je na smlouvě více lidí.

Nevýhodou ale může být například horší zdravotní stav jedné z osob. Nastane totiž dlouhý proces zdravotního zkoumání, který oddálí počátek pojištění a vystavují se tak riziku ostatní osoby na smlouvě, že se jim zrovna stane nahodilá událost v tomto časovém intervalu, kdy jejich pojištění ještě neplatí, nebo nakonec může pojišťovna smlouvu úplně odmítnout. Díky které si pojišťovna navýší rizikovou přírážku a smlouva je tak automaticky dražší.

Další podstatnou nevýhodou je nemožnost využít daňových odpočtů u všech účastníků smlouvy. Daňové odpočty si může potom uplatnit pouze pojistník, tzn. jen jeden z manželů. A to už napovídá další nevýhodě, kdy o smlouvě může rozhodovat jen pojistník. Problém nastává v případě rozvodu manželů. Protože není možné smlouvu rozdělit, jedinou variantou je vyjmout jednoho pojištěného ze smlouvy a ten si následně musí sjednat smlouvu novou. Tzn. nové zdravotní zkoumání a nová výše pojistného, protože do pojištění vstupuje opět ve vyšším věku, a navíc se mu do pojištění nebudou zohledňovat rizika, která prodělal již v průběhu trvání předchozí smlouvy.



## ZÁVĚR

Cílem této diplomové práce bylo kvantifikovat jednorázové netto pojistné v případě životního pojištění dvojice osob v různých formách pojistných smluv a následně porovnat výši pojistného v případě závislé a nezávislé délky života.

Práce byla členěna na teoretickou část, která byla tvořena na základě odborné literatury a na část praktickou, kde byla nejdříve kvantifikována výši jednorázového netto pojistného v případě nezávislé délky života, potom v případě závislé délky života a tyto typy mezi sebou porovnány v mnoha ohledech.

V první kapitole byla věnována pozornost obecnému pojmu pojištění a rozsahu pojistného trhu. V druhé kapitole bylo konkrétně přiblíženo životní pojištění a různé typy životních pojistných smluv. Ve třetí kapitole bylo nahlédnuto do aktuárské demografie a popsány základní aktuárské funkce, které pomohou v praktické části s výpočty. Pátá kapitola se zabývá z teoretického hlediska stochastickým modelováním, konkrétně Markovovým procesem jako vícestavovým modelem v případě závislé a nezávislé délky životů dvojice osob.

Šestou kapitolou začíná praktická část této diplomové práce, která nejdříve přibližuje data potřebná k aktuárským výpočtům a následně bylo pomocí těchto dat vypočítáno jednorázové netto pojistné v případě nezávislé délky života dvojice osob u různých typů pojištění dvou osob a hned potom tyto stejné typy pojištění v případě závislé délky života dvojice osob. To znamená, že výše netto pojistného byla ovlivněna tzv. heart break syndromem, kdy pozůstalý hůře snáší ztrátu své milované osoby, a projevuje se to taktéž u pojistných smluv, kdy v případě závislých životů pojišťovna předpokládá úder heart break syndromu a míra úmrtnosti pozůstalého je potom vyšší.

Sedmá kapitola se zabývá komparací výše jednorázového netto pojistného v případě závislých a nezávislých životů, kde bylo v některých případech zjištěno podhodnocení nebo nadhodnocení pojistného v poměru s druhým typem smlouvy.

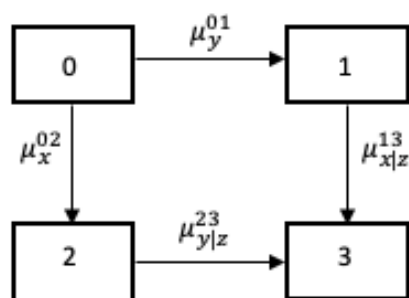
Osmá kapitola přibližuje nabídku těchto pojistných produktů na českém pojistném trhu a konkrétní cenovou nabídku joint-life insurance od Allianz pojišťovny pro dvojici osob na pojistnou částku 100 000 Kč.

V deváté kapitole byly stručně shrnuty výhody a nevýhody pojištění více osob, z čehož vyplývá, že tento typ pojištění přináší značnou dávku výhod a stejně tak nevýhod.

Pojišťovny běžně neposkytují tabulky pravděpodobností přechodů mezi jednotlivými stavy, proto bylo v této práci využito zahraniční literatury, která tato data poskytla. Vzorce z teoretické části byly aplikovány na výpočet jednorázového netto pojistného pro různé typy smluv životního pojištění neboli pro různé situace pojistných plnění v různých stavech. Výpočty jsou zaměřeny na muže ve věku 65 let a ženu ve věku 60 let, protože v tomto pozdějším věku je zajímavější průběh vývoje pravděpodobnosti přechodu mezi stavy. Proto stejná analýza, jako je k dispozici z belgických dat, by byla vhodná i na českých datech.

V práci nebyl uvažován tzv. *common shock*, že by byl přechod ze stavu 0 přímo do stavu 3, tzn. náhlé úmrtí osou osob, což by taky ovlivnilo výpočty.

V závěru lze říct, že na výši netto pojistného byl značně prokázán vliv heart break syndromu, a všeobecně ho mnohem hůře zvládají muži. V práci předpokládáme, že negativní vliv heart break syndromu přetrvává v konstantní míře během dalších let pozůstalého. Jak výzkumy ukazují tato intenzita úmrtnosti se po nějakém čase změní – „znormalizuje“, a neliší se tolik od té celopopulační, protože smutek ovdovělé osoby postupně odeznívá. To lze popsat tzv. Semi-Markovovým procesem, v kterém intenzity přechodu jsou funkcí délky doby  $z$  od úmrtí partnera, tj. parametre Gompertz-Makehamova modelu již nejsou konstanty, nýbrž funkcemi proměnné  $z$ . Tento přístup umožňuje realističtější opis modelu pojištění dvojice osob. Tento proces již ovšem nemá bezpaměťovou vlastnost.



$$\mu_{x|z}^{13} = A_1(z) + B_1(z) \cdot c_1(z)^x$$

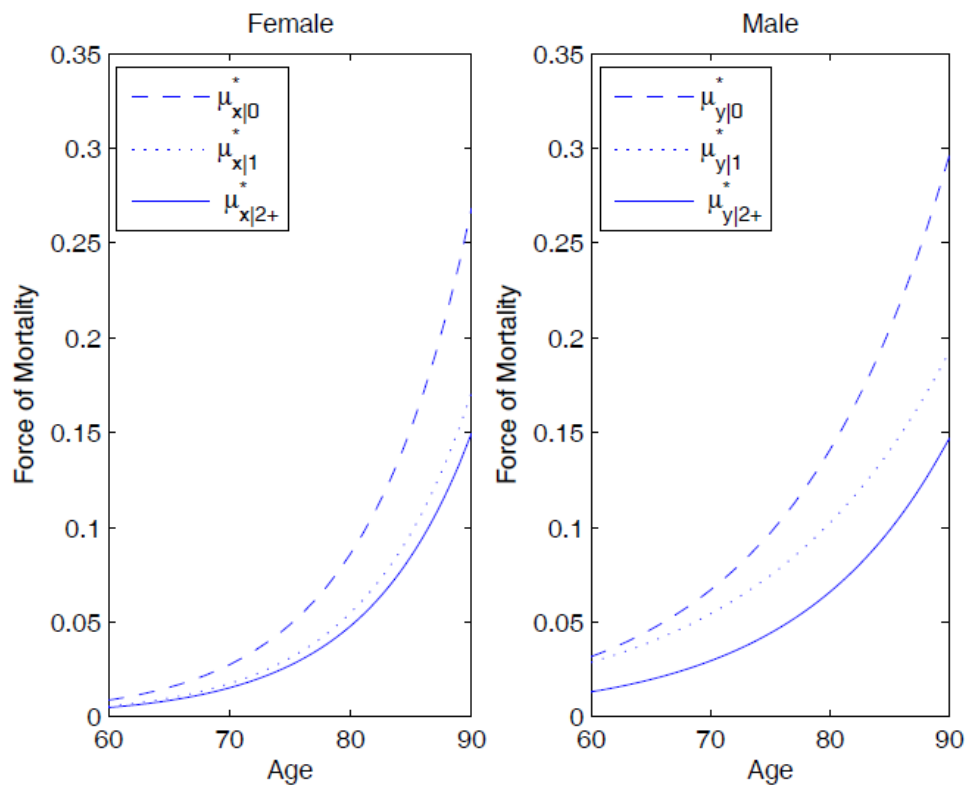
$$\mu_{y|z}^{23} = A_2(z) + B_2(z) \cdot c_2(z)^y$$

kde  $z$  – délka období od úmrtí

Obrázek 30: Semi-Markovův proces

Zdroj: [11]

Tuto změnu intenzity můžeme vidět i na datech z kanadské pojišťovny z roku 1988-1993. Vidíme, že jak čas plyne, tak se intenzita úmrtnosti opět vrací do původních hodnot. [11]



Obrázek 31: Intenzity úmrtnosti u vdovy a vdovce

Zdroj:[11]

Grafy na Obr. 31 zobrazují intenzity úmrtnosti vdovy a vdovce v různých okamžicích od úmrtí partnera. V tomto případě značí proměnná  $x$  věk ženy a  $y$  věk muže (opačně, než je to v našich výpočtech). Křivka  $\mu_{x|0}^*$  resp.  $\mu_{y|0}^*$  (čárkovaná) představuje intenzitu úmrtí v okamžiku úmrtí partnera, křivka  $\mu_{x|1}^*$  resp.  $\mu_{y|1}^*$  (tečkovaná) představuje intenzitu úmrtí po roce a křivka  $\mu_{x|2+}^*$  resp.  $\mu_{y|2+}^*$  (plná) představuje intenzitu úmrtí po 2 a více letech od úmrtí partnera. Po 2 a více letech už je intenzita úmrtí stejná jako úmrtnost běžné populace. U žen můžeme pozorovat již po roce od úmrtí partnera větší posun než u muže. Mezi 1-2 roky od úmrtí partnera už takový rozdíl viditelný není. Tečková křivka u muže je uprostřed, kdežto u ženy je zřetelně blíže plné čáře.

## POUŽITÁ LITERATURA

- [1] CIPRA, Tomáš. Finanční a pojistné vzorce. Praha: Grada, 2006. Finanční trhy a instituce. ISBN 80-247-1633-x.
- [2] CIPRA, T.: Pojistná matematika – teorie a praxe. Praha: Ekopress, 2006. 411 stran. ISBN 80-86929-11-6
- [3] CIPRA, Tomáš. Praktický průvodce finanční a pojistnou matematikou. Vydání III., v Ekopressu II. Praha: Ekopress, 2015. ISBN 978-80-87865-18-7.
- [4] DENUIT, Michel, et al. Measuring the impact of dependence among insured lifelengths. *Belgian Actuarial Bulletin*, 2001, 1.1: 18-39.
- [5] DICKSON, D. C., HARDY, M. R., & WATERS, H. R. (2013). Actuarial mathematics for life contingent risks. Cambridge University Press.
- [6] DUCHÁČKOVÁ, Eva a Jaroslav DAŇHEL. Pojistné trhy: změny v postavení pojišťovnictví v globální éře. [Praha]: Professional Publishing, 2012. ISBN 978-80-7431-078-2.
- [7] DUCHÁČKOVÁ, Eva. Pojištění a pojišťovnictví. Praha: Ekopress, [2015]. ISBN 978-80-87865-25-5.
- [8] DUCHÁČKOVÁ, Eva. Principy pojištění a pojišťovnictví. 3., aktualiz. vyd. Praha: Ekopress, c2009. ISBN 9788086929514.
- [9] DUCHÁČKOVÁ, Eva a Jaroslav DAŇHEL. Teorie pojistných trhů. Praha: Professional Publishing, 2010. ISBN 978-80-7431\_015-7.
- [10] HRADEC, Milan, Václav KŘIVOHLÁVEK a Jana ZÁRYBNICKÁ. Pojištění a pojišťovnictví. Praha: Vysoká škola finanční a správní, 2005. Eupress. ISBN 80-86754-48-0.
- [11] JI, Min; HARDY, Mary; LI, Johnny Siu-Hang. Markovian approaches to joint-life mortality. *North American Actuarial Journal*, 2011, 15.3: 357-376.
- [12] KOSCHIN, Felix. Aktuárská demografie. Dot. Praha: Vysoká škola ekonomická, 1997. ISBN 8070791128
- [13] National Institute of Statistics (1992). Statistiques D'émographiques (vol1). Royaume de Belgique, Minist`ere des Affaires Economiques, Brus-sels.

- [14] Pojistný trh v České republice | Pojišťovnictví | Ministerstvo financí ČR. Ministerstvo financí ČR [online]. Copyright © 2005 [cit. 08.03.2021].  
Dostupné z: <https://www.mfcr.cz/cs/soukromy-sektor/pojistovnictvi/pojistny-trh-v-ceske-republice>
- [15] R Core Team (2020). R: A language and environment for statistical computing. R Foundation for Statistical Computing, Vienna, Austria. URL <https://www.R-project.org/>.
- [16] SEDLAČÍKOVÁ, Blanka. 2.5 Andrej Andrejevič Markov. *Historie matematické lingvistiky*, 2012, 50-61.
- [17] SEKERKA, Bohuslav a Pavla JINDROVÁ. Finanční a pojistná matematika. Pardubice: Univerzita Pardubice, 2005. ISBN 80-7194-810-1.
- [18] YOUN, Heekyung; SHEMYAKIN, Arkady. Statistical aspects of joint life insurance pricing. *1999 Proceedings of the Business and Statistics Section of the American Statistical Association*, 1999, 34138.

## PŘÍLOHY

Příloha A – návrh pojistné smlouvy Joint-life term insurance od Allianz

Příloha B – tabulka 1. Hodnoty  $\bar{a}_{xy}^I$  při úrokové sazbě 4 % p.a.

– tabulka 2. Hodnoty  $\bar{a}_{xy}^D$  při úrokové sazbě 4 % p.a.

– tabulka 3. Hodnoty  $\bar{A}_{xy}^I$  při úrokové sazbě 4 % p.a.

– tabulka 4. Hodnoty  $\bar{A}_{xy}^D$  při úrokové sazbě 4 % p.a.

– tabulka 5. Hodnoty  $\bar{a}_{\overline{xy}}^I$  při úrokové sazbě 4 % p.a.

– tabulka 6. Hodnoty  $\bar{a}_{\overline{xy}}^D$  při úrokové sazbě 4 % p.a.

– tabulka 7. Hodnoty  $\bar{A}_{\overline{xy}}^I$  při úrokové sazbě 4 % p.a.

– tabulka 8. Hodnoty  $\bar{A}_{\overline{xy}}^D$  při úrokové sazbě 4 % p.a.

– tabulka 9. Hodnoty  $\bar{a}_{x|y}^I$  při úrokové sazbě 4 % p.a.

– tabulka 10. Hodnoty  $\bar{a}_{x|y}^D$  při úrokové sazbě 4 % p.a.

– tabulka 11. Hodnoty  $\bar{a}_{y|x}^I$  při úrokové sazbě 4 % p.a.

– tabulka 12. Hodnoty  $\bar{a}_{y|x}^D$  při úrokové sazbě 4 % p.a.

Příloha C – CD – text kódu z RStudia, interaktivní grafy, tabulky hodnot aktuárských funkcí

# PŘÍLOHA A - návrh pojistné smlouvy Joint-life term insurance od Allianz

## MODELOVÝ PŘÍKLAD

Údaje, které Vám v tomto Modelovém příkladu poskytujeme, jsou platné do **02.04.2021**

**Klient (Vy):** Anna Černá

**Pojišťovna (my):** Allianz pojišťovna a.s., Ke Štvanici 656/3, 186 00 Praha 8, Česká republika, IČ 47 11 59 71, [www.allianz.cz](http://www.allianz.cz), + 420 241 170 000

**Pojišťovací zprostředkovatel:** BEplan finanční plánování sro, Na Poříčí 24, 110 00 Praha 1, IČ 05 77 99 44, sjezdové číslo Allianz 20297443

**Osoba, která s Vámi jedná:** Petra Kutlíková, [petra.kutlikova@beplan.cz](mailto:petra.kutlikova@beplan.cz), +420 721 571 064

### VARIANTA POJIŠTĚNÍ

#### ŽIVOTNÍ POJIŠTĚNÍ ALLIANZ ŽIVOT BEZ INVESTIČNÍ SLOŽKY

ANNA ČERNÁ	2 832 Kč ročně
MARTIN ČERNÝ	3 744 Kč ročně
<b>Celkem</b>	<b>6 576 Kč ročně</b>

**Slevy:** za elektronickou komunikaci

### ZÁKLADNÍ INFORMACE

#### CO POTŘEBUJEME PRO POSOUZENÍ POJISTNÉHO RIZIKA?

	ANNA ČERNÁ (1961)	MARTIN ČERNÝ (1956)
Zdravotní dotazník	ano	ano
Lékařská prohlídka	ne	ne
Doplňující dotazy (například o výši příjmu)	ne	ne
Kopie daňového přiznání za poslední zdaňovací období	ne	ne

Pokud by se v rámci posuzování pojistného rizika ukázalo, že potřebujeme ještě nějaké další informace, požádáme o ně příslušného pojištěného nebo jeho ošetřujícího lékaře.

#### CO NÁM PODPÍSEM PŘIJETÍ NÁVRHU NA UZAVŘENÍ POJISTNÉ SMLOUVY POTVRDÍTE?

- Vaše potřeby a požadavky jsou řádně a úplně zaznamenány a odpovídají údajům, které jste pojišťovacimu zprostředkovateli poskytli, i Vašemu skutečnému zájmu týkajícímu se pojištění;

- víte, že pokud jste nám něco nesdělili, může to ovlivnit doporučení vhodného produktu a investiční strategie;
- pojišťovací zprostředkovatel Vám své doporučení vhodného produktu vysvětlil, předal Vám a seznámil Vás s Předmluvní informací popisující nabízený produkt, s Návěhem na uzavření pojistné smlouvy i s Podmínkami pojištění, srozumitelně Vám odpověděl na všechny Vaše dotazy, upozornil Vás na možné nesrovnalosti mezi Vašimi požadavky a nabízenými produkty a vysvětlil jejich možné důsledky;
- možná rizika Vám pojišťovací zprostředkovatel vysvětlil tak, že jste schopen posoudit, jestli doporučované produkty i přes případné nesrovnalosti odpovídají Vaším potřebám a požadavkům.

#### INFORMACE O ZPRACOVÁNÍ OSOBNÍCH ÚDAJŮ A O POSKYTNUTÍ SOUHLASŮ POJIŠTĚNÉHO

- správce osobních údajů jsme my, tj. Allianz pojišťovna, a.s., IČO: 47115971;
- pojištěný nám poskytl souhlas se zpracováním údajů o zdravotním stavu a s automatizovaným individuálním rozhodováním; pojištěný může udělený souhlas kdykoliv odvolat;
- podrobné informace o zpracování osobních údajů (zejména o účelech, době, rozsahu, způsobilu práce s nimi a právech subjektu údajů), včetně vysvětlení, k čemu souhlasy potřebujeme, naleznete na stránkách [www.allianz.cz/ochrana-udaju](http://www.allianz.cz/ochrana-udaju)

## MODELOVÝ PŘÍKLAD ANNA ČERNÁ (1961)

### CO POJIŠŤOVACÍ ZPROSTŘEDKOVATEL POTŘEBUJE VĚDĚT, ABY VÁM S NASTAVENÍM POJIŠTĚNÍ MOHL SPRÁVNĚ PORADIT?

Jaká je výška pojištěného?	165 cm
Jaká je hmotnost pojištěného?	65 kg
Je pojištěný kuřák?	ne
Jaký má pojištěný druh výdělečné činnosti?	bez zaměstnání
Jaké je zaměstnání pojištěného?	důchodce starobní

### K ČEMU TYTO INFORMACE POUŽIJEME A JAKÁ POJIŠTNÁ KRYTÍ VÁM NA ZÁKLADĚ POSKYTNUTÝCH INFORMACÍ DOPORUČUJE POJIŠŤOVACÍ ZPROSTŘEDKOVATEL SJEDNAT?

Tyto informace potřebujeme k tomu, abychom vypočítali pojistné. Pojišťovací zprostředkovatel použil vlastní nástroj pro analýzu Vašich potřeb a své doporučení uvedl ve vlastním Záznamu z jednání.

### JAKÉ JE NASTAVENÍ POJIŠTNÉHO KRYTÍ?

**Vaše varianta – bez posouzení pojistného rizika 2 832 Kč ročně**

Hlavní pojištění varianta BEZ daňových výhod od roku 2015	Pojistná částka	Pojistná doba	Měsíční pojistné
Smrt – riziková složka	10 000 Kč	01.04.2021 - 01.04.2036	30 Kč
Smrt	Pojistná částka	Pojistná doba	Měsíční pojistné
Smrt - konstantní PČ (S7)	100 000 Kč	01.04.2021 - 01.04.2036	206 Kč
Pojistná částka pro případ smrti následkem úrazu při dopravní nehodě (USV1)	500 000 Kč	01.04.2021 - 01.04.2036	0 Kč

Uvedené pojistné odpovídá pojistnému krytí pro daný vstupní věk, výšku, hmotnost, kouření a zaměstnání a může se od konečné výše pojistného lišit zejména s ohledem na zdravotní stav pojištěného. Přijetí pojistné smlouvy s pojistným krytím v uvedeném rozsahu je podmíněno naším schválením na základě posouzení pojistného rizika.



## MODELOVÝ PŘÍKLAD MARTIN ČERNÝ (1956)

### CO POJIŠŤOVACÍ ZPROSTŘEDKOVATEL POTŘEBUJE VĚDĚT, ABY VÁM S NASTAVENÍM POJIŠTĚNÍ MOHL SPRÁVNĚ PORADIT?

Jaká je výška pojištěného?	172 cm
Jaká je hmotnost pojištěného?	72 kg
Je pojištěný kuřák?	ne
Jaký má pojištěný druh výdělečné činnosti?	bez zaměstnání
Jaké je zaměstnání pojištěného?	důchodce starobní

### K ČEMU TYTO INFORMACE POUŽIJEME A JAKÁ POJIŠTNÁ KRYTÍ VÁM NA ZÁKLADĚ POSKYTNUTÝCH INFORMACÍ DOPORUČUJE POJIŠŤOVACÍ ZPROSTŘEDKOVATEL SJEDNAT?

Tyto informace potřebujeme k tomu, abychom vypočetli-li pojistné. Pojišťovací zprostředkovatel použil vlastní nástroj pro analýzu Vašich potřeb a své doporučení uvedl ve vlastním Záznamu z jednání.

### JAKÉ JE NASTAVENÍ POJIŠTNÉHO KRYTÍ?

Vaše varianta – bez posouzení pojistného rizika 3 744 Kč ročně

Smrt	Pojistná částka	Pojistná doba	Měsíční pojistné
Smrt – konstantní PC (S7)	<b>100 000 Kč</b>	01.04.2021 - 01.04.2036	312 Kč

Uvedené pojistné odpovídá pojistnému krytí pro daný vstupní věk, výšku, hmotnost, kouření a zaměstnání a může se od konečné výše pojistného lišit zejména s ohledem na zdravotní stav pojištěného. Přijetí pojistné smlouvy s pojistným krytím v uvedeném rozsahu je podmíněno naším schválením na základě posouzení pojistného rizika.

# PŘÍLOHA B – Tabulky hodnot aktuárských funkcí

Tabulka 1. Hodnoty  $\bar{a}_{xy}^l$  při úrokové sazbě 4 % p.a.

Žena	60	61	62	63	64	65	66	67	68	69	70	71	72	73	74	75	76	77	78	79	80	81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
Muž	10,3287	10,1917	10,0460	9,8913	9,7276	9,5548	9,3729	9,1822	8,9827	8,7748	8,5588	8,3351	8,1042	7,8667	7,6232	7,3745	7,1213	6,8644	6,6046	6,3428	6,0800	5,8170	5,5547	5,2940	5,0358	4,7808	4,5300	4,2841	4,0437	3,8095	3,5821
61	10,0931	9,9646	9,8275	9,6817	9,5270	9,3635	9,1910	9,0097	8,8197	8,6213	8,4146	8,2002	7,9783	7,7497	7,5149	7,2745	7,0293	6,7800	6,5275	6,2727	6,0163	5,7594	5,5028	5,2474	4,9941	4,7437	4,4970	4,2549	4,0179	3,7868	3,5622
62	9,8496	9,7293	9,6007	9,4637	9,3181	9,1638	9,0007	8,8289	8,6485	8,4596	8,2625	8,0575	7,8450	7,6255	7,3996	7,1678	6,9310	6,6908	6,4499	6,2093	5,9689	5,7294	5,4904	5,2528	5,0172	4,7846	4,5549	4,3281	4,1042	3,8831	3,6649
63	9,5986	9,4863	9,3661	9,2378	9,1011	8,9559	8,8022	8,6399	8,4691	8,2899	8,1025	7,9071	7,7041	7,4940	7,2773	7,0545	6,8263	6,5934	6,3565	6,1166	5,8744	5,6308	5,3866	5,1429	4,9004	4,6599	4,4224	4,1887	3,9594	3,7352	3,5169
64	9,3406	9,2362	9,1241	9,0043	8,8764	8,7403	8,5958	8,4430	8,2818	8,1123	7,9346	7,7490	7,5557	7,3552	7,1478	6,9342	6,7150	6,4908	6,2623	6,0303	5,7957	5,5593	5,3219	5,0845	4,8479	4,6129	4,3805	4,1514	3,9264	3,7061	3,4912
65	9,0763	8,9794	8,8753	8,7637	8,6444	8,5172	8,3819	8,2384	8,0868	7,9270	7,7591	7,5832	7,3998	7,2090	7,0113	6,8071	6,5971	6,3818	6,1620	5,9383	5,7116	5,4827	5,2525	5,0218	4,7914	4,5623	4,3353	4,1111	3,8906	3,6745	3,4634
66	8,8062	8,7166	8,6202	8,5166	8,4056	8,2871	8,1608	8,0266	7,8844	7,7342	7,5761	7,4101	7,2365	7,0556	6,8676	6,6731	6,4725	6,2664	6,0555	5,8405	5,6220	5,4010	5,1782	4,9545	4,7308	4,5078	4,2865	4,0676	3,8520	3,6403	3,4332
67	8,5311	8,4485	8,3594	8,2636	8,1608	8,0507	7,9332	7,8080	7,6752	7,5345	7,3861	7,2299	7,0662	6,8952	6,7171	6,5323	6,3413	6,1447	5,9429	5,7367	5,5268	5,3140	5,0990	4,8827	4,6658	4,4494	4,2341	4,0208	3,8103	3,6033	3,4006
68	8,2518	8,1758	8,0938	8,0054	7,9104	7,8085	7,6995	7,5832	7,4595	7,3282	7,1893	7,0429	6,8890	6,7279	6,5597	6,3848	6,2036	6,0165	5,8241	5,6270	5,4260	5,2216	5,0147	4,8060	4,5964	4,3868	4,1779	3,9705	3,7655	3,5635	3,3654
69	7,9689	7,8993	7,8240	7,7427	7,6552	7,5612	7,4605	7,3527	7,2379	7,1157	6,9863	6,8495	6,7054	6,5541	6,3958	6,2308	6,0594	5,8820	5,6992	5,5114	5,3194	5,1237	4,9252	4,7245	4,5225	4,3199	4,1177	3,9166	3,7173	3,5207	3,3274
70	7,6833	7,6197	7,5508	7,4763	7,3960	7,3095	7,2167	7,1172	7,0110	6,8978	6,7775	6,6501	6,5156	6,3741	6,2257	6,0705	5,9090	5,7414	5,5682	5,3899	5,2071	5,0204	4,8304	4,6380	4,4438	4,2487	4,0535	3,8589	3,6657	3,4746	3,2865
71	7,3959	7,3379	7,2751	7,2070	7,1335	7,0542	6,9690	6,8775	6,7795	6,6750	6,5636	6,4454	6,3204	6,1884	6,0497	5,9044	5,7527	5,5949	5,4314	5,2627	5,0892	4,9116	4,7305	4,5465	4,3605	4,1731	3,9851	3,7973	3,6105	3,4253	3,2427
72	7,1074	7,0548	6,9976	6,9356	6,8685	6,7961	6,7181	6,6342	6,5442	6,4479	6,3452	6,2360	6,1201	5,9975	5,8684	5,7328	5,5908	5,4428	5,2890	5,1299	4,9659	4,7976	4,6254	4,4501	4,2724	4,0929	3,9125	3,7318	3,5516	3,3727	3,1957
73	6,8187	6,7711	6,7192	6,6629	6,6020	6,5360	6,4648	6,3882	6,3058	6,2175	6,1230	6,0224	5,9154	5,8020	5,6822	5,5561	5,4238	5,2854	5,1414	4,9919	4,8374	4,6783	4,5153	4,3488	4,1796	4,0083	3,8356	3,6622	3,4890	3,3165	3,1456
74	6,5307	6,4877	6,4408	6,3899	6,3346	6,2747	6,2100	6,1402	6,0650	5,9843	5,8978	5,8054	5,7070	5,6025	5,4918	5,3749	5,2520	5,1232	4,9887	4,8488	4,7038	4,5541	4,4002	4,2427	4,0822	3,9192	3,7545	3,5887	3,4226	3,2568	3,0921
75	6,2442	6,2055	6,1632	6,1173	6,0673	6,0132	5,9545	5,8911	5,8228	5,7492	5,6703	5,5858	5,4956	5,3996	5,2977	5,1899	5,0762	4,9567	4,8316	4,7011	4,5655	4,4252	4,2805	4,1320	3,9802	3,8257	3,6691	3,5111	3,3524	3,1935	3,0354
76	5,9601	5,9253	5,8873	5,8460	5,8010	5,7521	5,6991	5,6418	5,5799	5,5131	5,4413	5,3644	5,2820	5,1941	5,1007	5,0015	4,8967	4,7864	4,6705	4,5493	4,4230	4,2919	4,1564	4,0169	3,8740	3,7280	3,5797	3,4296	3,2784	3,1267	2,9752
77	5,6791	5,6479	5,6139	5,5768	5,5364	5,4925	5,4448	5,3931	5,3371	5,2767	5,2117	5,1418	5,0669	4,9868	4,9014	4,8106	4,7144	4,6128	4,5059	4,3937	4,2766	4,1547	4,0282	3,8977	3,7636	3,6262	3,4863	3,3442	3,2007	3,0563	2,9118
78	5,4019	5,3741	5,3437	5,3106	5,2744	5,2350	5,1922	5,1457	5,0954	5,0410	4,9822	4,9190	4,8511	4,7783	4,7006	4,6178	4,5298	4,4367	4,3384	4,2351	4,1268	4,0138	3,8964	3,7748	3,6494	3,5206	3,3890	3,2551	3,1193	2,9824	2,8449
79	5,1294	5,1047	5,0776	5,0480	5,0158	4,9806	4,9423	4,9006	4,8555	4,8066	4,7537	4,6967	4,6354	4,5696	4,4991	4,4238	4,3437	4,2586	4,1687	4,0739	3,9742	3,8700	3,7613	3,6484	3,5317	3,4115	3,2882	3,1624	3,0345	2,9051	2,7748
80	4,8622	4,8403	4,8162	4,7899	4,7612	4,7299	4,6957	4,6586	4,6182	4,5744	4,5270	4,4758	4,4206	4,3613	4,2976	4,2294	4,1567	4,0794	3,9974	3,9107	3,8194	3,7236	3,6234	3,5191	3,4109	3,2991	3,1841	3,0664	2,9464	2,8246	2,7016
81	4,6010	4,5816	4,5603	4,5370	4,5115	4,4837	4,4533	4,4202	4,3843	4,3452	4,3028	4,2570	4,2075	4,1542	4,0969	4,0354	3,9697	3,8997	3,8252	3,7463	3,6629	3,5752	3,4833	3,3873	3,2874	3,1838	3,0771	2,9674	2,8552	2,7410	2,6253
82	4,3463	4,3292	4,3104	4,2898	4,2673	4,2426	4,2157	4,1864	4,1544	4,1197	4,0819	4,0410	3,9968	3,9491	3,8977	3,8425	3,7833	3,7201	3,6528	3,5812	3,5055	3,4255	3,3415	3,2535	3,1616	3,0662	2,9674	2,8657	2,7613	2,6546	2,5462
83	4,0987	4,0836	4,0671	4,0489	4,0291	4,0073	3,9835	3,9576	3,9293	3,8985	3,8650	3,8287	3,7893	3,7467	3,7008	3,6514	3,5983	3,5415	3,4808	3,4162	3,3477	3,2751	3,1986	3,1183	3,0342	2,9466	2,8556	2,7616	2,6648	2,5657	2,4645
84	3,8587	3,8454	3,8309	3,8150	3,7975	3,7783	3,7574	3,7345	3,7095	3,6823	3,6527	3,6205	3,5856	3,5477	3,5069	3,4628	3,4154	3,3645	3,3101	3,2520	3,1901	3,1246	3,0552	2,9822	2,9056	2,8255	2,7421	2,6556	2,5662	2,4744	2,3805
85	3,6266	3,6150	3,6023	3,5883	3,5730	3,5562	3,5378	3,5177	3,4957	3,4717	3,4456	3,4172	3,3863	3,3528	3,3165	3,2774	3,2352	3,1898	3,1411	3,0891	3,0336	2,9745	2,9120	2,8459	2,7763	2,7034	2,6272	2,5480	2,4659	2,3813	2,2944
86	3,4028	3,3927	3,3816	3,3694	3,3560	3,3413	3,3252	3,3076	3,2883	3,2672	3,2443	3,2192	3,1920	3,1624	3,1304	3,0957	3,0583	3,0180	2,9747	2,9282	2,8785	2,8256	2,7694	2,7098	2,6470	2,5809	2,5116	2,4394	2,3643	2,2866	2,2066
87	3,1876	3,1788	3,1691	3,1585	3,1468	3,1340	3,1199	3,1045	3,0877	3,0692	3,0491	3,0272	3,0033	2,9773	2,9490	2,9184	2,8854	2,8497	2,8112	2,7699	2,7257	2,6785	2,6281	2,5747	2,5181	2,4585	2,3958	2,3302	2,2618	2,1908	2,1175
88	2,9812	2,9736	2,9652	2,9559	2,9458	2,9346	2,9224	2,9090	2,8943	2,8782	2,8606	2,8414	2,8205	2,7977	2,7729	2,7460	2,7169	2,6854	2,6514	2,6149	2,5756	2,5336	2,4887	2,4409	2,3903	2,3367	2,2802	2,2209	2,1589	2,0943	2,0273
89	2,7838	2,7772	2,7699	2,7619	2,7531	2,7434	2,7328	2,7211	2,7084	2,6944	2,6790	2,6623	2,6440	2,6241	2,6024	2,5789	2,5533	2,5256	2,4957	2,4635	2,4288	2,3915	2,3517	2,3092	2,2640	2,2163	2,1653	2,1120	2,0560	1,9975	1,9366
90	2,5955	2,5898	2,5835	2,5765	2,5689	2,5606	2,5514	2,5413	2,5302	2,5180	2,5047	2,4902	2,4743	2,4569	2,4380	2,4174	2,3951	2,3708	2,3446	2,3162	2,2857	2,2528	2,2176	2,1799	2,1397	2,0970	2,0517	2,0039	1,9536	1,9008	1,8458

Tabulka 2. Hodnoty  $\bar{a}_{xy}^D$  při úrokové sazbě 4 % p.a.

	Žena		60	61	62	63	64	65	66	67	68	69	70	71	72	73	74	75	76	77	78	79	80	81	82	83	84	85	86	87	88	89	90	
<b>Muž</b>	60	10,7352	10,6009	10,4578	10,3057	10,1445	9,9740	9,7944	9,6056	9,4078	9,2012	8,9861	8,7629	8,5320	8,2940	8,0495	7,7991	7,5435	7,2835	7,0159	6,7536	6,4855	6,2164	5,9473	5,6791	5,4126	5,1488	4,8884	4,6323	4,3812	4,1358	3,8968		
	61	10,4972	10,3711	10,2364	10,0930	9,9407	9,7793	9,6089	9,4294	9,2409	9,0437	8,8379	8,6239	8,4021	8,1730	7,9371	7,6951	7,4475	7,1953	6,9391	6,6799	6,4184	6,1556	5,8924	5,6296	5,3682	5,1091	4,8530	4,6009	4,3534	4,1113	3,8752		
	62	10,2510	10,1329	10,0066	9,8718	9,7283	9,5760	9,4148	9,2446	9,0656	8,8779	8,6816	8,4770	8,2645	8,0445	7,8175	7,5842	7,3451	7,1010	6,8526	6,6007	6,3463	6,0901	5,8331	5,5762	5,3202	5,0661	4,8146	4,5667	4,3231	4,0845	3,8516		
	63	9,9971	9,8868	9,7686	9,6423	9,5075	9,3642	9,2122	9,0514	8,8819	8,7037	8,5170	8,3220	8,1190	7,9084	7,6907	7,4663	7,2359	7,0003	6,7600	6,5159	6,2689	6,0197	5,7693	5,5185	5,2683	5,0195	4,7730	4,5297	4,2902	4,0554	3,8260		
	64	9,7359	9,6333	9,5231	9,4050	9,2789	9,1444	9,0015	8,8501	8,6900	8,5215	8,3444	8,1591	7,9658	7,7647	7,5564	7,3413	7,1200	6,8930	6,6612	6,4253	6,1860	5,9441	5,7007	5,4565	5,2124	4,9693	4,7281	4,4896	4,2546	4,0239	3,7981		
	65	9,4682	9,3729	9,2704	9,1604	9,0426	8,9169	8,7830	8,6408	8,4902	8,3312	8,1639	7,9883	7,8047	7,6134	7,4147	7,2091	6,9971	6,7792	6,5561	6,3286	6,0974	5,8633	5,6271	5,3898	5,1522	4,9152	4,6796	4,4462	4,2160	3,9897	3,7679		
	66	9,1944	9,1062	9,0112	8,9090	8,7994	8,6822	8,5571	8,4240	8,2828	8,1333	7,9756	7,8098	7,6361	7,4546	7,2657	7,0697	6,8672	6,6586	6,4446	6,2258	6,0030	5,7770	5,5485	5,3184	5,0876	4,8569	4,6273	4,3995	4,1743	3,9526	3,7351		
	67	8,9152	8,8338	8,7460	8,6514	8,5498	8,4409	8,3244	8,2002	8,0681	7,9280	7,7800	7,6240	7,4601	7,2884	7,1094	6,9232	6,7304	6,5313	6,3266	6,1168	5,9027	5,6850	5,4645	5,2420	5,0184	4,7945	4,5711	4,3491	4,1294	3,9127	3,6997		
	68	8,6315	8,5566	8,4756	8,3883	8,2943	8,1934	8,0853	7,9698	7,8467	7,7159	7,5774	7,4310	7,2769	7,1152	6,9460	6,7698	6,5867	6,3973	6,2021	6,0016	5,7964	5,5874	5,3752	5,1606	4,9444	4,7276	4,5108	4,2950	4,0810	3,8696	3,6615		
	69	8,3438	8,2751	8,2007	8,1204	8,0338	7,9406	7,8406	7,7335	7,6192	7,4974	7,3682	7,2313	7,0869	6,9350	6,7758	6,6095	6,4363	6,2567	6,0711	5,8801	5,6841	5,4840	5,2804	5,0740	4,8656	4,6561	4,4463	4,2370	4,0291	3,8232	3,6203		
	70	8,0531	7,9902	7,9221	7,8484	7,7688	7,6830	7,5908	7,4919	7,3860	7,2731	7,1529	7,0255	6,8906	6,7485	6,5991	6,4426	6,2794	6,1097	5,9338	5,7524	5,5658	5,3748	5,1800	4,9821	4,7818	4,5800	4,3775	4,1750	3,9734	3,7734	3,5759		
	71	7,7601	7,7028	7,6405	7,5731	7,5002	7,4215	7,3367	7,2456	7,1480	7,0436	6,9323	6,8139	6,6884	6,5559	6,4162	6,2696	6,1162	5,9564	5,7904	5,6186	5,4416	5,2599	5,0741	4,8849	4,6930	4,4992	4,3042	4,1088	3,9139	3,7201	3,5284		
	72	7,4657	7,4135	7,3569	7,2954	7,2288	7,1568	7,0791	6,9955	6,9057	6,8096	6,7068	6,5973	6,4810	6,3578	6,2277	6,0908	5,9472	5,7972	5,6410	5,4790	5,3116	5,1394	4,9628	4,7825	4,5992	4,4135	4,2263	4,0384	3,8504	3,6631	3,4774		
	73	7,1707	7,1234	7,0719	7,0160	6,9554	6,8898	6,8188	6,7423	6,6601	6,5718	6,4772	6,3763	6,2688	6,1547	6,0340	5,9066	5,7727	5,6325	5,4860	5,3338	5,1761	5,0133	4,8460	4,6748	4,5003	4,3231	4,1440	3,9636	3,7829	3,6024	3,4230		
	74	6,8759	6,8332	6,7866	6,7359	6,6809	6,6212	6,5566	6,4869	6,4118	6,3310	6,2443	6,1516	6,0526	5,9474	5,8357	5,7177	5,5932	5,4626	5,3258	5,1833	5,0352	4,8820	4,7241	4,5621	4,3965	4,2279	4,0570	3,8846	3,7113	3,5379	3,3651		
	75	6,5823	6,5437	6,5017	6,4559	6,4061	6,3520	6,2934	6,2301	6,1616	6,0880	6,0088	5,9239	5,8332	5,7364	5,6335	5,5245	5,4093	5,2881	5,1609	5,0279	4,8894	4,7457	4,5972	4,4444	4,2878	4,1280	3,9656	3,8012	3,6356	3,4695	3,3035		
	76	6,2905	6,2559	6,2180	6,1768	6,1318	6,0830	6,0300	5,9726	5,9106	5,8436	5,7715	5,6941	5,6111	5,5225	5,4281	5,3278	5,2216	5,1095	4,9916	4,8680	4,7390	4,6047	4,4656	4,3221	4,1746	4,0236	3,8697	3,7136	3,5559	3,3972	3,2383		
	77	6,0015	5,9704	5,9365	5,8994	5,8590	5,8151	5,7673	5,7155	5,6593	5,5987	5,5333	5,4629	5,3874	5,3065	5,2202	5,1282	5,0307	4,9274	4,8186	4,7042	4,5844	4,4595	4,3297	4,1953	4,0569	3,9148	3,7696	3,6218	3,4721	3,3211	3,1695		
	78	5,7160	5,6882	5,6579	5,6247	5,5884	5,5490	5,5060	5,4594	5,4088	5,3541	5,2949	5,2312	5,1627	5,0891	5,0105	4,9265	4,8372	4,7425	4,6424	4,5370	4,4262	4,3104	4,1898	4,0645	3,9351	3,8019	3,6654	3,5260	3,3844	3,2412	3,0970		
	79	5,4348	5,4101	5,3829	5,3533	5,3209	5,2856	5,2471	5,2063	5,1598	5,1106	5,0573	4,9998	4,9378	4,8712	4,7998	4,7235	4,6421	4,5555	4,4638	4,3669	4,2650	4,1581	4,0464	3,9301	3,8096	3,6852	3,5573	3,4264	3,2930	3,1577	3,0210		
	80	5,1586	5,1366	5,1125	5,0861	5,0572	5,0257	4,9913	4,9539	4,9132	4,8691	4,8212	4,7695	4,7137	4,6535	4,5890	4,5218	4,4518	4,3787	4,3023	4,2224	4,1387	4,0513	3,9598	3,8645	3,7652	3,6622	3,5552	3,4447	3,3309	3,2168	3,0998	2,9804	2,8590
	81	4,8880	4,8685	4,8471	4,8237	4,7980	4,7700	4,7394	4,7060	4,6697	4,6303	4,5875	4,5411	4,4910	4,4369	4,3787	4,3162	4,2493	4,1779	4,1019	4,0211	3,9358	3,8457	3,7511	3,6521	3,5489	3,4417	3,3309	3,2168	3,0998	2,9804	2,8590		
	82	4,6237	4,6065	4,5875	4,5668	4,5441	4,5192	4,4921	4,4624	4,4301	4,3950	4,3568	4,3153	4,2705	4,2220	4,1698	4,1136	4,0533	3,9888	3,9200	3,8467	3,7690	3,6869	3,6004	3,5096	3,4147	3,3159	3,2133	3,1074	2,9985	2,8870	2,7733		
	83	4,3663	4,3511	4,3344	4,3161	4,2960	4,2740	4,2500	4,2237	4,1951	4,1638	4,1299	4,0930	4,0530	4,0098	3,9630	3,9127	3,8585	3,8005	3,7384	3,6722	3,6018	3,5273	3,4485	3,3656	3,2786	3,1878	3,0934	2,9955	2,8945	2,7908	2,6847		
	84	4,1162	4,1028	4,0881	4,0720	4,0543	4,0350	4,0137	3,9905	3,9652	3,9376	3,9075	3,8748	3,8392	3,8007	3,7591	3,7141	3,6657	3,6137	3,5579	3,4983	3,4348	3,3673	3,2959	3,2205	3,1412	3,0582	2,9715	2,8814	2,7882	2,6922	2,5937		
	85	3,8739	3,8622	3,8493	3,8352	3,8196	3,8026	3,7839	3,7635	3,7412	3,7168	3,6902	3,6613	3,6298	3,5957	3,5587	3,5187	3,4755	3,4290	3,3792	3,3257	3,2686	3,2078	3,1433	3,0750	3,0030	2,9274	2,8482	2,7657	2,6801	2,5915	2,5004		
	86	3,6398	3,6296	3,6183	3,6059	3,5923	3,5774	3,5610	3,5431	3,5235	3,5020	3,4786	3,4531	3,4253	3,3952	3,3624	3,3269	3,2886	3,2473	3,2028	3,1551	3,1040	3,0494	2,9914	2,9298	2,8647	2,7961	2,7241	2,6488	2,5704	2,4891	2,4052		
	87	3,4143	3,4054	3,3955	3,3847	3,3728	3,3598	3,3454	3,3298	3,3126	3,2938	3,2732	3,2508	3,2264	3,1998	3,1709	3,1395	3,1056	3,0690	3,0295	2,9870	2,9414	2,8927	2,8407	2,7854	2,7268	2,6648	2,5996	2,5313	2,4598	2,3855	2,3086		
	88	3,1975	3,1898	3,1812	3,1718	3,1614	3,1501	3,1376	3,1239	3,1089	3,0924	3,0744	3,0548	3,0334	3,0100	2,9846	2,9570	2,9271	2,8948	2,8598	2,8221	2,7817	2,7383	2,6919	2,6424	2,5898	2,5342	2,4754	2,4135	2,3487	2,2811	2,2109		
	89	2,9898	2,9830	2,9756	2,9674	2,9584	2,9485	2,9377	2,9258	2,9127	2,8983	2,8827	2,8655	2,8468	2,8263	2,8041	2,7799	2,7536	2,7251	2,6943	2,6610	2,6252	2,5867	2,5455	2,5014	2,4545	2,4046	2,3518	2,2961	2,2376	2,1764	2,1125		
	90	2,7912	2,7853	2,7789	2,7718	2,7640	2,7554	2,7460	2,7357	2,7243	2,7118	2,6982	2,6833	2,6669	2,6491	2,6296																		

Tabulka 3. Hodnoty  $\bar{A}_{xy}^I$  při úrokové sazbě 4 % p.a.

	60	61	62	63	64	65	66	67	68	69	70	71	72	73	74	75	76	77	78	79	80	81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
Žena	60	61	62	63	64	65	66	67	68	69	70	71	72	73	74	75	76	77	78	79	80	81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
60	0.5949	0.6003	0.6060	0.6121	0.6185	0.6253	0.6324	0.6399	0.6477	0.6558	0.6643	0.6731	0.6821	0.6915	0.7010	0.7108	0.7207	0.7308	0.7410	0.7512	0.7615	0.7719	0.7821	0.7924	0.8025	0.8125	0.8223	0.8320	0.8414	0.8506	0.8595
61	0.6041	0.6092	0.6146	0.6203	0.6263	0.6328	0.6395	0.6466	0.6541	0.6619	0.6700	0.6784	0.6871	0.6961	0.7053	0.7147	0.7243	0.7341	0.7440	0.7540	0.7640	0.7741	0.7842	0.7944	0.8041	0.8139	0.8236	0.8331	0.8424	0.8515	0.8603
62	0.6137	0.6184	0.6235	0.6288	0.6345	0.6406	0.6470	0.6537	0.6608	0.6682	0.6759	0.6840	0.6923	0.7009	0.7098	0.7189	0.7282	0.7376	0.7472	0.7569	0.7667	0.7765	0.7864	0.7964	0.8059	0.8155	0.8250	0.8344	0.8435	0.8524	0.8611
63	0.6235	0.6279	0.6327	0.6377	0.6430	0.6487	0.6548	0.6611	0.6678	0.6749	0.6822	0.6899	0.6978	0.7061	0.7146	0.7233	0.7323	0.7414	0.7507	0.7601	0.7696	0.7792	0.7887	0.7983	0.8078	0.8172	0.8265	0.8357	0.8447	0.8535	0.8621
64	0.6337	0.6378	0.6421	0.6468	0.6519	0.6572	0.6629	0.6689	0.6752	0.6818	0.6888	0.6961	0.7037	0.7115	0.7197	0.7280	0.7366	0.7454	0.7544	0.7635	0.7727	0.7820	0.7913	0.8006	0.8099	0.8191	0.8282	0.8372	0.8460	0.8546	0.8631
65	0.6440	0.6478	0.6519	0.6563	0.6610	0.6660	0.6713	0.6769	0.6828	0.6891	0.6957	0.7026	0.7098	0.7173	0.7250	0.7330	0.7413	0.7497	0.7583	0.7671	0.7760	0.7850	0.7940	0.8030	0.8121	0.8211	0.8300	0.8388	0.8474	0.8559	0.8642
66	0.6546	0.6581	0.6619	0.6660	0.6703	0.6750	0.6799	0.6852	0.6908	0.6967	0.7029	0.7094	0.7162	0.7233	0.7306	0.7383	0.7461	0.7542	0.7625	0.7709	0.7795	0.7882	0.7969	0.8057	0.8145	0.8232	0.8319	0.8405	0.8489	0.8572	0.8653
67	0.6654	0.6686	0.6721	0.6759	0.6799	0.6842	0.6889	0.6938	0.6990	0.7045	0.7103	0.7164	0.7229	0.7296	0.7366	0.7438	0.7513	0.7590	0.7669	0.7750	0.7832	0.7916	0.8000	0.8085	0.8170	0.8255	0.8339	0.8423	0.8506	0.8587	0.8666
68	0.6764	0.6793	0.6826	0.6860	0.6897	0.6937	0.6980	0.7026	0.7074	0.7126	0.7180	0.7238	0.7298	0.7361	0.7427	0.7496	0.7567	0.7640	0.7716	0.7793	0.7872	0.7952	0.8033	0.8115	0.8197	0.8279	0.8361	0.8443	0.8523	0.8602	0.8680
69	0.6875	0.6902	0.6931	0.6963	0.6998	0.7034	0.7074	0.7116	0.7161	0.7209	0.7260	0.7314	0.7370	0.7429	0.7492	0.7556	0.7623	0.7693	0.7765	0.7838	0.7914	0.7990	0.8068	0.8147	0.8226	0.8306	0.8385	0.8464	0.8542	0.8619	0.8695
70	0.6987	0.7011	0.7039	0.7068	0.7099	0.7133	0.7170	0.7209	0.7250	0.7295	0.7342	0.7392	0.7445	0.7500	0.7558	0.7619	0.7682	0.7748	0.7816	0.7886	0.7958	0.8031	0.8105	0.8181	0.8257	0.8334	0.8410	0.8487	0.8562	0.8637	0.8711
71	0.7099	0.7122	0.7147	0.7173	0.7202	0.7233	0.7267	0.7303	0.7341	0.7382	0.7426	0.7472	0.7521	0.7573	0.7627	0.7684	0.7744	0.7806	0.7870	0.7936	0.8004	0.8074	0.8145	0.8217	0.8290	0.8363	0.8437	0.8511	0.8584	0.8657	0.8728
72	0.7212	0.7233	0.7255	0.7280	0.7306	0.7335	0.7365	0.7398	0.7433	0.7471	0.7511	0.7554	0.7600	0.7648	0.7698	0.7752	0.7807	0.7865	0.7926	0.7988	0.8052	0.8118	0.8186	0.8255	0.8324	0.8395	0.8466	0.8536	0.8607	0.8677	0.8747
73	0.7326	0.7344	0.7365	0.7387	0.7411	0.7437	0.7464	0.7495	0.7527	0.7561	0.7598	0.7638	0.7680	0.7724	0.7771	0.7821	0.7873	0.7927	0.7984	0.8042	0.8103	0.8165	0.8229	0.8294	0.8361	0.8428	0.8496	0.8564	0.8632	0.8699	0.8766
74	0.7439	0.7455	0.7474	0.7494	0.7516	0.7539	0.7564	0.7592	0.7621	0.7653	0.7687	0.7723	0.7762	0.7803	0.7846	0.7892	0.7940	0.7991	0.8043	0.8098	0.8155	0.8214	0.8274	0.8336	0.8399	0.8463	0.8527	0.8592	0.8658	0.8723	0.8787
75	0.7551	0.7566	0.7583	0.7601	0.7620	0.7642	0.7665	0.7689	0.7716	0.7745	0.7776	0.7809	0.7845	0.7882	0.7922	0.7964	0.8009	0.8056	0.8105	0.8156	0.8209	0.8264	0.8321	0.8379	0.8439	0.8500	0.8561	0.8623	0.8685	0.8747	0.8810
76	0.7662	0.7676	0.7691	0.7707	0.7725	0.7744	0.7765	0.7787	0.7812	0.7838	0.7866	0.7896	0.7928	0.7963	0.7999	0.8038	0.8079	0.8123	0.8168	0.8216	0.8265	0.8317	0.8370	0.8425	0.8481	0.8538	0.8596	0.8655	0.8714	0.8774	0.8833
77	0.7773	0.7785	0.7798	0.7813	0.7829	0.7846	0.7865	0.7885	0.7907	0.7930	0.7956	0.7983	0.8013	0.8044	0.8078	0.8113	0.8151	0.8191	0.8233	0.8277	0.8323	0.8371	0.8420	0.8471	0.8524	0.8578	0.8633	0.8688	0.8745	0.8801	0.8858
78	0.7881	0.7892	0.7904	0.7917	0.7931	0.7947	0.7964	0.7982	0.8002	0.8023	0.8046	0.8071	0.8097	0.8126	0.8156	0.8189	0.8223	0.8260	0.8298	0.8339	0.8381	0.8426	0.8472	0.8520	0.8569	0.8619	0.8671	0.8723	0.8777	0.8830	0.8884
79	0.7988	0.7998	0.8009	0.8020	0.8033	0.8047	0.8062	0.8078	0.8096	0.8115	0.8136	0.8158	0.8182	0.8208	0.8235	0.8265	0.8296	0.8330	0.8365	0.8402	0.8441	0.8482	0.8525	0.8569	0.8615	0.8662	0.8710	0.8760	0.8810	0.8861	0.8912
80	0.8093	0.8102	0.8111	0.8121	0.8133	0.8145	0.8158	0.8173	0.8189	0.8206	0.8224	0.8245	0.8266	0.8289	0.8314	0.8341	0.8370	0.8400	0.8432	0.8466	0.8502	0.8540	0.8579	0.8620	0.8662	0.8706	0.8751	0.8797	0.8844	0.8892	0.8940
81	0.8195	0.8203	0.8211	0.8221	0.8231	0.8241	0.8253	0.8266	0.8280	0.8296	0.8312	0.8330	0.8350	0.8371	0.8393	0.8417	0.8443	0.8471	0.8500	0.8531	0.8563	0.8598	0.8634	0.8671	0.8711	0.8751	0.8793	0.8836	0.8880	0.8925	0.8970
82	0.8295	0.8302	0.8309	0.8318	0.8326	0.8336	0.8347	0.8358	0.8371	0.8384	0.8399	0.8415	0.8432	0.8451	0.8471	0.8493	0.8516	0.8541	0.8567	0.8595	0.8625	0.8656	0.8689	0.8724	0.8760	0.8797	0.8836	0.8876	0.8917	0.8959	0.9001
83	0.8392	0.8398	0.8405	0.8412	0.8420	0.8428	0.8438	0.8448	0.8459	0.8471	0.8484	0.8498	0.8514	0.8531	0.8549	0.8568	0.8589	0.8611	0.8635	0.8660	0.8687	0.8715	0.8745	0.8777	0.8810	0.8844	0.8880	0.8917	0.8955	0.8994	0.9033
84	0.8487	0.8492	0.8497	0.8504	0.8511	0.8518	0.8526	0.8535	0.8545	0.8556	0.8567	0.8579	0.8594	0.8609	0.8625	0.8642	0.8660	0.8680	0.8702	0.8725	0.8749	0.8775	0.8802	0.8830	0.8860	0.8892	0.8925	0.8958	0.8994	0.9030	0.9066
85	0.8578	0.8582	0.8587	0.8593	0.8599	0.8605	0.8612	0.8620	0.8629	0.8638	0.8649	0.8660	0.8672	0.8685	0.8699	0.8715	0.8731	0.8749	0.8768	0.8788	0.8810	0.8833	0.8858	0.8884	0.8911	0.8940	0.8970	0.9001	0.9033	0.9066	0.9100
86	0.8665	0.8669	0.8674	0.8679	0.8684	0.8690	0.8696	0.8703	0.8710	0.8719	0.8728	0.8737	0.8748	0.8760	0.8772	0.8786	0.8801	0.8816	0.8833	0.8852	0.8871	0.8892	0.8914	0.8937	0.8962	0.8988	0.9015	0.9043	0.9073	0.9103	0.9135
87	0.8750	0.8753	0.8757	0.8761	0.8766	0.8771	0.8776	0.8782	0.8789	0.8796	0.8804	0.8813	0.8822	0.8832	0.8843	0.8855	0.8868	0.8882	0.8897	0.8914	0.8931	0.8949	0.8969	0.8990	0.9012	0.9036	0.9060	0.9086	0.9113	0.9141	0.9170
88	0.8831	0.8834	0.8837	0.8841	0.8845	0.8849	0.8854	0.8859	0.8865	0.8871	0.8878	0.8886	0.8894	0.8903	0.8912	0.8923	0.8934	0.8947	0.8960	0.8974	0.8989	0.9006	0.9024	0.9043	0.9063	0.9084	0.9106	0.9129	0.9153	0.9179	0.9205
89	0.8908	0.8911	0.8914	0.8917	0.8920	0.8924	0.8928	0.8933	0.8938	0.8943	0.8949	0.8956	0.8963	0.8971	0.8979	0.8989	0.8999	0.9009	0.9021	0.9034	0.9047	0.9062	0.9078	0.9094	0.9112	0.9131	0.9151	0.9172	0.9194	0.9217	0.9240
90	0.8982	0.8984	0.8987	0.8989	0.8992	0.8996	0.8999	0.9003	0.9008	0.9012	0.9018	0.9023	0.9030	0.9036	0.9044	0.9052	0.9061	0.9070	0.9080	0.9092	0.9104	0.9116	0.9130	0.9145	0.9161	0.9178	0.9195	0.9214	0.9234	0.9254	0.9276

Tabulka 4. Hodnoty  $\bar{A}_{xy}^D$  při úrokové sazbě 4 % p.a.

			60	61	62	63	64	65	66	67	68	69	70	71	72	73	74	75	76	77	78	79	80	81	82	83	84	85	86	87	88	89	90		
	Žena	Muž																																	
			0.5949	0.6003	0.6060	0.6121	0.6185	0.6253	0.6324	0.6399	0.6477	0.6558	0.6643	0.6731	0.6821	0.6915	0.7010	0.7108	0.7207	0.7308	0.7410	0.7512	0.7615	0.7719	0.7821	0.7924	0.8025	0.8125	0.8223	0.8320	0.8414	0.8506	0.8595		
			0.6041	0.6092	0.6146	0.6203	0.6263	0.6328	0.6395	0.6466	0.6541	0.6619	0.6700	0.6784	0.6871	0.6961	0.7053	0.7147	0.7243	0.7341	0.7440	0.7540	0.7641	0.7744	0.7848	0.7953	0.8059	0.8166	0.8273	0.8381	0.8489	0.8597	0.8705	0.8812	
			0.6137	0.6184	0.6235	0.6288	0.6345	0.6406	0.6470	0.6537	0.6608	0.6682	0.6759	0.6840	0.6923	0.7009	0.7098	0.7189	0.7282	0.7376	0.7472	0.7569	0.7667	0.7765	0.7864	0.7964	0.8065	0.8166	0.8268	0.8370	0.8473	0.8576	0.8678	0.8780	
			0.6235	0.6279	0.6327	0.6377	0.6430	0.6487	0.6548	0.6611	0.6678	0.6749	0.6822	0.6899	0.6978	0.7061	0.7146	0.7233	0.7323	0.7414	0.7507	0.7601	0.7696	0.7792	0.7887	0.7983	0.8078	0.8172	0.8265	0.8357	0.8447	0.8535	0.8621	0.8706	
			0.6337	0.6378	0.6421	0.6468	0.6519	0.6572	0.6629	0.6689	0.6752	0.6818	0.6888	0.6961	0.7037	0.7115	0.7197	0.7280	0.7366	0.7454	0.7544	0.7635	0.7727	0.7820	0.7913	0.8006	0.8099	0.8191	0.8282	0.8372	0.8460	0.8546	0.8631	0.8715	
			0.6440	0.6478	0.6519	0.6563	0.6610	0.6660	0.6713	0.6769	0.6828	0.6891	0.6957	0.7026	0.7098	0.7173	0.7250	0.7330	0.7413	0.7497	0.7583	0.7671	0.7760	0.7850	0.7940	0.8030	0.8121	0.8211	0.8300	0.8388	0.8474	0.8559	0.8642	0.8724	
			0.6546	0.6581	0.6619	0.6660	0.6703	0.6750	0.6799	0.6852	0.6908	0.6967	0.7029	0.7094	0.7162	0.7233	0.7306	0.7383	0.7461	0.7542	0.7625	0.7709	0.7795	0.7882	0.7969	0.8057	0.8145	0.8232	0.8319	0.8405	0.8489	0.8572	0.8653	0.8734	
			0.6654	0.6686	0.6721	0.6759	0.6799	0.6842	0.6889	0.6938	0.6990	0.7045	0.7103	0.7164	0.7229	0.7296	0.7366	0.7438	0.7513	0.7590	0.7669	0.7750	0.7832	0.7916	0.8000	0.8085	0.8170	0.8255	0.8339	0.8423	0.8506	0.8587	0.8666	0.8744	
			0.6764	0.6793	0.6826	0.6860	0.6897	0.6937	0.6980	0.7026	0.7074	0.7126	0.7180	0.7238	0.7298	0.7361	0.7427	0.7496	0.7567	0.7640	0.7716	0.7793	0.7872	0.7952	0.8033	0.8115	0.8197	0.8279	0.8361	0.8443	0.8523	0.8602	0.8680	0.8757	
			0.6875	0.6902	0.6931	0.6963	0.6998	0.7034	0.7074	0.7116	0.7161	0.7209	0.7260	0.7314	0.7370	0.7429	0.7492	0.7556	0.7623	0.7693	0.7765	0.7838	0.7914	0.7990	0.8068	0.8147	0.8226	0.8306	0.8385	0.8464	0.8542	0.8619	0.8695	0.8771	
			0.6987	0.7011	0.7039	0.7068	0.7099	0.7133	0.7170	0.7209	0.7250	0.7295	0.7342	0.7392	0.7445	0.7500	0.7558	0.7619	0.7682	0.7748	0.7816	0.7886	0.7958	0.8031	0.8105	0.8181	0.8257	0.8334	0.8410	0.8487	0.8562	0.8637	0.8711	0.8784	
			0.7099	0.7122	0.7147	0.7173	0.7202	0.7233	0.7267	0.7303	0.7341	0.7382	0.7426	0.7472	0.7521	0.7573	0.7627	0.7684	0.7744	0.7806	0.7870	0.7936	0.8004	0.8074	0.8145	0.8217	0.8290	0.8363	0.8437	0.8511	0.8584	0.8657	0.8728	0.8797	
			0.7212	0.7233	0.7255	0.7280	0.7306	0.7335	0.7365	0.7398	0.7433	0.7471	0.7511	0.7554	0.7600	0.7648	0.7698	0.7752	0.7807	0.7865	0.7926	0.7988	0.8052	0.8118	0.8186	0.8255	0.8324	0.8395	0.8466	0.8536	0.8607	0.8677	0.8747	0.8816	
			0.7326	0.7344	0.7365	0.7387	0.7411	0.7437	0.7464	0.7495	0.7527	0.7561	0.7598	0.7638	0.7680	0.7724	0.7771	0.7821	0.7873	0.7927	0.7984	0.8042	0.8103	0.8165	0.8229	0.8294	0.8361	0.8428	0.8496	0.8564	0.8632	0.8699	0.8766	0.8832	
			0.7439	0.7455	0.7474	0.7494	0.7516	0.7539	0.7564	0.7592	0.7621	0.7653	0.7687	0.7723	0.7762	0.7803	0.7846	0.7892	0.7940	0.7991	0.8043	0.8098	0.8155	0.8214	0.8274	0.8336	0.8399	0.8463	0.8527	0.8592	0.8658	0.8723	0.8787	0.8850	
			0.7551	0.7566	0.7583	0.7601	0.7620	0.7642	0.7665	0.7689	0.7716	0.7745	0.7776	0.7809	0.7845	0.7882	0.7922	0.7964	0.8009	0.8056	0.8105	0.8156	0.8209	0.8264	0.8321	0.8379	0.8439	0.8500	0.8561	0.8623	0.8685	0.8747	0.8808	0.8868	
			0.7662	0.7676	0.7691	0.7707	0.7725	0.7744	0.7765	0.7787	0.7812	0.7838	0.7866	0.7896	0.7928	0.7963	0.7999	0.8038	0.8079	0.8123	0.8168	0.8216	0.8265	0.8317	0.8370	0.8425	0.8481	0.8538	0.8596	0.8655	0.8714	0.8774	0.8833	0.8891	
			0.7773	0.7785	0.7798	0.7813	0.7829	0.7846	0.7865	0.7885	0.7907	0.7930	0.7956	0.7983	0.8013	0.8044	0.8078	0.8113	0.8151	0.8191	0.8233	0.8277	0.8323	0.8371	0.8420	0.8471	0.8524	0.8578	0.8633	0.8688	0.8745	0.8801	0.8858	0.8914	
			0.7881	0.7892	0.7904	0.7917	0.7931	0.7947	0.7964	0.7982	0.8002	0.8023	0.8046	0.8071	0.8097	0.8126	0.8156	0.8189	0.8223	0.8260	0.8298	0.8339	0.8381	0.8426	0.8472	0.8520	0.8569	0.8619	0.8671	0.8723	0.8777	0.8830	0.8884	0.8937	
			0.7988	0.7998	0.8009	0.8020	0.8033	0.8047	0.8062	0.8078	0.8096	0.8115	0.8136	0.8158	0.8182	0.8208	0.8235	0.8265	0.8296	0.8330	0.8365	0.8402	0.8441	0.8482	0.8525	0.8569	0.8615	0.8662	0.8710	0.8760	0.8810	0.8861	0.8912	0.8962	
			0.8093	0.8102	0.8111	0.8121	0.8133	0.8145	0.8158	0.8173	0.8189	0.8206	0.8224	0.8245	0.8266	0.8289	0.8314	0.8341	0.8370	0.8400	0.8432	0.8466	0.8502	0.8540	0.8579	0.8620	0.8662	0.8706	0.8751	0.8797	0.8844	0.8892	0.8940	0.8987	
			0.8195	0.8203	0.8211	0.8221	0.8231	0.8241	0.8253	0.8266	0.8280	0.8296	0.8312	0.8330	0.8350	0.8371	0.8393	0.8417	0.8443	0.8471	0.8500	0.8531	0.8563	0.8598	0.8634	0.8671	0.8711	0.8751	0.8793	0.8836	0.8880	0.8925	0.8970	0.9016	
			0.8295	0.8302	0.8309	0.8318	0.8326	0.8336	0.8347	0.8358	0.8371	0.8384	0.8399	0.8415	0.8432	0.8451	0.8471	0.8493	0.8516	0.8541	0.8567	0.8595	0.8625	0.8656	0.8689	0.8724	0.8760	0.8797	0.8836	0.8876	0.8917	0.8959	0.9001	0.9043	
			0.8392	0.8398	0.8405	0.8412	0.8420	0.8428	0.8438	0.8448	0.8459	0.8471	0.8484	0.8498	0.8514	0.8531	0.8549	0.8568	0.8589	0.8611	0.8635	0.8660	0.8687	0.8715	0.8745	0.8777	0.8810	0.8844	0.8880	0.8917	0.8955	0.8994	0.9033	0.9071	
			0.8487	0.8492	0.8497	0.8504	0.8511	0.8518	0.8526	0.8535	0.8545	0.8556	0.8567	0.8579	0.8594	0.8609	0.8625	0.8642	0.8660	0.8680	0.8702	0.8725	0.8749	0.8775	0.8802	0.8830	0.8860	0.8892	0.8925	0.8958	0.8994	0.9030	0.9066	0.9101	
			0.8578	0.8582	0.8587	0.8593	0.8599	0.8605	0.8612	0.8620	0.8629	0.8638	0.8649	0.8660	0.8672	0.8685	0.8699	0.8715	0.8731	0.8749	0.8768	0.8788	0.8810	0.8833	0.8858	0.8884	0.8911	0.8940	0.8970	0.9001	0.9033	0.9066	0.9100	0.9135	0.9168
			0.8665	0.8669	0.8674	0.8679	0.8684	0.8689	0.8696	0.8703	0.8710	0.8719	0.8728	0.8737	0.8748	0.8760	0.8772	0.8786	0.8801	0.8816	0.8833	0.8852	0.8871	0.8892	0.8914	0.8937	0.8962	0.8988	0.9015	0.9043	0.9073	0.9103	0.9135	0.9167	0.9199
			0.8750	0.8753	0.8757	0.8761	0.8766	0.8771	0.8776	0.8782	0.8789	0.8796	0.8804	0.8813	0.8822	0.8832	0.8843	0.8855	0.8868	0.8882	0.8897	0.8914	0.8931	0.8949	0.8969	0.8990	0.9012	0.9036	0.9060	0.9086	0.9113	0.9141	0.9170	0.9200	
			0.8831	0.8834	0.8837	0.8841	0.8845	0.8849	0.8854	0.8859	0.8865	0.8871	0.8878	0.8886	0.8894	0.8903	0.8912	0.8923	0.8934	0.8947	0.8960	0.8974	0.8990	0.9006	0.9024	0.9043	0.9063	0.9084	0.9106	0.9129	0.9153	0.9179	0.9205	0.9230	
			0.8908	0.8911	0.8914	0.8917	0.8920	0.8924	0.8928	0.8933	0.8938	0.8943	0.8949	0.8956	0.8963	0.8971	0.8979	0.8989	0.8999	0.9009	0.9021	0.9034	0.9047	0.9062	0.9078	0.9094	0.9112	0.9131	0.9151	0.9172	0.9194	0.9217	0.9240	0.9263	
			0.8982	0.8984	0.8987	0.8989	0.8992	0.8996	0.8999	0.9003	0.9008	0.9012	0.9018	0.9023	0.9030	0.9036	0.9044	0.9052	0.9061	0.9070	0.9080	0.9092	0.9104	0.9116	0.9130	0.9145	0.9161	0.9178	0.9195	0.9214	0.9234	0.9254	0.9276	0.9296	

Tabulka 5. Hodnoty  $\bar{a}_{xy}^l$  při úrokové sazbě 4 % p.a.

Žena	60	61	62	63	64	65	66	67	68	69	70	71	72	73	74	75	76	77	78	79	80	81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
Muž	15,6827	15,4766	15,2743	15,0764	14,8833	14,6956	14,5135	14,3377	14,1683	14,0057	13,8501	13,7018	13,5608	13,4273	13,3012	13,1827	13,0716	12,9678	12,8712	12,7816	12,6987	12,6224	12,5523	12,4883	12,4298	12,3768	12,3287	12,2854	12,2464	12,2115	12,1803
	15,5612	15,3467	15,1358	14,9289	14,7268	14,5298	14,3384	14,1531	13,9742	13,8022	13,6372	13,4796	13,3296	13,1872	13,0526	12,9257	12,8066	12,6951	12,5912	12,4947	12,4053	12,3229	12,2472	12,1778	12,1144	12,0568	12,0047	11,9575	11,9152	11,8771	11,8432
	15,4455	15,2227	15,0033	14,7876	14,5764	14,3702	14,1694	13,9746	13,7862	13,6046	13,4301	13,2630	13,1037	12,9521	12,8086	12,6731	12,5456	12,4261	12,3146	12,2108	12,1145	12,0257	11,9438	11,8688	11,8002	11,7378	11,6812	11,6300	11,5839	11,5426	11,5056
	15,3355	15,1047	14,8769	14,6527	14,4325	14,2171	14,0070	13,8027	13,6046	13,4133	13,2292	13,0525	12,8836	12,7227	12,5700	12,4255	12,2894	12,1616	12,0420	11,9306	11,8271	11,7314	11,6431	11,5621	11,4880	11,4204	11,3590	11,3035	11,2535	11,2085	11,1683
	15,2314	14,9928	14,7568	14,5241	14,2952	14,0707	13,8513	13,6375	13,4299	13,2289	13,0350	12,8485	12,6699	12,4995	12,3373	12,1836	12,0386	11,9021	11,7742	11,6548	11,5437	11,4408	11,3458	11,2584	11,1784	11,1053	11,0389	10,9787	10,9244	10,8756	10,8319
	15,1331	14,8870	14,6431	14,4020	14,1645	13,9312	13,7026	13,4795	13,2623	13,0516	12,8479	12,6516	12,4632	12,2830	12,1112	11,9481	11,7938	11,6484	11,5118	11,3841	11,2651	11,1547	11,0526	10,9585	10,8722	10,7933	10,7215	10,6564	10,5975	10,5445	10,4970
	15,0406	14,7871	14,5356	14,2865	14,0407	13,7986	13,5611	13,3287	13,1020	12,8817	12,6682	12,4621	12,2638	12,0738	11,8923	11,7195	11,5558	11,4012	11,2557	11,1194	10,9921	10,8738	10,7642	10,6631	10,5702	10,4852	10,4077	10,3373	10,2736	10,2162	10,1646
	14,9537	14,6933	14,4344	14,1776	13,9236	13,6731	13,4268	13,1853	12,9494	12,7195	12,4963	12,2804	12,0723	11,8723	11,6809	11,4984	11,3251	11,1610	11,0064	10,8612	10,7254	10,5989	10,4815	10,3731	10,2732	10,1817	10,0981	10,0221	9,9533	9,8912	9,8353
	14,8725	14,6054	14,3394	14,0751	13,8133	13,5547	13,2998	13,0495	12,8044	12,5652	12,3325	12,1068	11,8888	11,6789	11,4776	11,2853	11,1022	10,9285	10,7645	10,6102	10,4656	10,3307	10,2052	10,0891	9,9820	9,8837	9,7937	9,7118	9,6375	9,5703	9,5099
	14,7966	14,5232	14,2504	13,9791	13,7098	13,4432	13,1802	12,9213	12,6673	12,4189	12,1768	11,9415	11,7138	11,4940	11,2828	11,0806	10,8876	10,7043	10,5308	10,3671	10,2135	10,0698	9,9360	9,8119	9,6973	9,5918	9,4952	9,4070	9,3270	9,2545	9,1892
	14,7261	14,4466	14,1675	13,8894	13,6129	13,3388	13,0678	12,8006	12,5380	12,2807	12,0294	11,7847	11,5473	11,3179	11,0968	10,8847	10,6819	10,4888	10,3056	10,1325	9,9696	9,8170	9,6746	9,5423	9,4198	9,3069	9,2033	9,1086	9,0225	8,9444	8,8739
	14,6606	14,3755	14,0904	13,8058	13,5225	13,2412	12,9626	12,6875	12,4166	12,1507	11,8904	11,6365	11,3897	11,1507	10,9199	10,6979	10,4853	10,2824	10,0895	9,9068	9,7346	9,5729	9,4217	9,2808	9,1502	9,0297	8,9188	8,8173	8,7248	8,6408	8,5648
	14,6001	14,3097	14,0188	13,7282	13,4384	13,1503	12,8645	12,5818	12,3029	12,0287	11,7598	11,4970	11,2410	10,9925	10,7522	10,5206	10,2982	10,0855	9,8829	9,6906	9,5089	9,3379	9,1777	9,0282	8,8893	8,7608	8,6424	8,5338	8,4346	8,3445	8,2628
	14,5443	14,2489	13,9527	13,6564	13,3605	13,0659	12,7733	12,4833	12,1969	11,9147	11,6375	11,3661	11,1012	10,8436	10,5939	10,3527	10,1207	9,8984	9,6861	9,4842	9,2930	9,1127	8,9434	8,7850	8,6376	8,5009	8,3748	8,2588	8,1528	8,0561	7,9685
	14,4929	14,1929	13,8918	13,5901	13,2886	12,9879	12,6888	12,3920	12,0983	11,8085	11,5234	11,2437	10,9703	10,7038	10,4450	10,1946	9,9531	9,7212	9,4994	9,2879	9,0873	8,8976	8,7191	8,5518	8,3957	8,2507	8,1166	7,9931	7,8798	7,7765	7,6826
	14,4459	14,1416	13,8358	13,5293	13,2223	12,9159	12,6107	12,3075	12,0070	11,7100	11,4173	11,1298	10,8481	10,5731	10,3055	10,0461	9,7955	9,5542	9,3229	9,1021	8,8920	8,6930	8,5052	8,3290	8,1641	8,0106	7,8684	7,7371	7,6165	7,5062	7,4058
	14,4029	14,0946	13,7845	13,4733	13,1615	12,8498	12,5389	12,2297	11,9227	11,6190	11,3191	11,0241	10,7346	10,4514	10,1754	9,9073	9,6477	9,3974	9,1569	8,9267	8,7073	8,4991	8,3022	8,1169	7,9432	7,7812	7,6306	7,4914	7,3633	7,2459	7,1387
	14,3637	14,0517	13,7377	13,4222	13,1058	12,7892	12,4731	12,1581	11,8452	11,5351	11,2285	10,9264	10,6294	10,3385	10,0544	9,7780	9,5098	9,2507	9,0012	8,7620	8,5335	8,3161	8,1101	7,9158	7,7333	7,5627	7,4038	7,2566	7,1208	6,9960	6,8820
	14,3280	14,0128	13,6951	13,3757	13,0550	12,7339	12,4128	12,0927	11,7742	11,4581	11,1452	10,8364	10,5324	10,2342	9,9424	9,6580	9,3816	9,1141	8,8559	8,6079	8,3705	8,1441	7,9292	7,7260	7,5348	7,3555	7,1883	7,0329	6,8893	6,7571	6,6360
	14,2957	13,9774	13,6564	13,3334	13,0089	12,6835	12,3580	12,0330	11,7093	11,3877	11,0689	10,7539	10,4433	10,1382	9,8392	9,5472	9,2630	8,9873	8,7209	8,4643	8,2183	7,9832	7,7595	7,5476	7,3477	7,1599	6,9843	6,8208	6,6693	6,5296	6,4013
	14,2666	13,9454	13,6215	13,2951	12,9670	12,6378	12,3081	11,9787	11,6502	11,3235	10,9993	10,6784	10,3617	10,0501	9,7443	9,4452	9,1535	8,8702	8,5958	8,3311	8,0767	7,8332	7,6010	7,3806	7,1721	6,9759	6,7920	6,6204	6,4611	6,3138	6,1782
	14,2403	13,9166	13,5899	13,2606	12,9293	12,5965	12,2631	11,9295	11,5966	11,2652	10,9360	10,6097	10,2873	9,9697	9,6575	9,3517	9,0530	8,7624	8,4805	8,2080	7,9457	7,6940	7,4536	7,2249	7,0081	6,8036	6,6116	6,4320	6,2648	6,1098	5,9670
	14,2167	13,8907	13,5615	13,2295	12,8952	12,5593	12,2224	11,8851	11,5482	11,2124	10,8786	10,5474	10,2197	9,8964	9,5784	9,2663	8,9611	8,6636	8,3746	8,0948	7,8249	7,5655	7,3171	7,0804	6,8556	6,6430	6,4429	6,2554	6,0804	5,9180	5,7678
	14,1955	13,8675	13,5361	13,2016	12,8647	12,5259	12,1858	11,8451	11,5046	11,1649	10,8268	10,4910	10,1585	9,8301	9,5065	9,1887	8,8774	8,5735	8,2778	7,9910	7,7139	7,4471	7,1913	6,9468	6,7142	6,4939	6,2860	6,0907	5,9082	5,7382	5,5807
	14,1767	13,8468	13,5133	13,1767	12,8373	12,4959	12,1530	11,8093	11,4654	11,1221	10,7801	10,4403	10,1033	9,7701	9,4415	9,1183	8,8014	8,4916	8,1897	7,8964	7,6125	7,3388	7,0757	6,8240	6,5839	6,3561	6,1406	5,9378	5,7478	5,5705	5,4059
	14,1599	13,8284	13,4931	13,1544	12,8129	12,4692	12,1237	11,7772	11,4304	11,0838	10,7383	10,3947	10,0537	9,7162	9,3830	9,0549	8,7328	8,4174	8,1097	7,8104	7,5202	7,2399	6,9701	6,7114	6,4643	6,2292	6,0066	5,7965	5,5992	5,4147	5,2431
	14,1449	13,8120	13,4751	13,1347	12,7913	12,4454	12,0977	11,7487	11,3991	11,0496	10,7010	10,3540	10,0093	9,6679	9,3304	8,9978	8,6709	8,3505	8,0375	7,7326	7,4365	7,1501	6,8740	6,6088	6,3550	6,1131	5,8835	5,6664	5,4621	5,2707	5,0922
	14,1318	13,7975	13,4591	13,1175	12,7720	12,4243	12,0745	11,7233	11,3713	11,0192	10,6677	10,3176	9,9697	9,6247	9,2834	8,9467	8,6155	8,2905	7,9725	7,6624	7,3610	7,0689	6,7869	6,5155	6,2554	6,0071	5,7709	5,5472	5,3363	5,1381	4,9529
	14,1201	13,7847	13,4451	13,1017	12,7550	12,4056	12,0540	11,7008	11,3467	10,9923	10,6382	10,2854	9,9345	9,5862	9,2415	8,9012	8,5660	8,2367	7,9143	7,5995	7,2931	6,9958	6,7083	6,4312	6,1653	5,9109	5,6685	5,4385	5,2212	5,0166	4,8250
	14,1099	13,7734	13,4327	13,0881	12,7401	12,3892	12,0360	11,6810	11,3249	10,9684	10,6121	10,2568	9,9032	9,5521	9,2043	8,8606	8,5219	8,1888	7,8624	7,5432	7,2333	6,9302	6,6376	6,3554	6,0839	5,8239	5,5757	5,3398	5,1164	4,9058	4,7081
	14,1009	13,7635	13,4218	13,0761	12,7269	12,3747	12,0201	11,6636	11,3058	10,9474	10,5891	10,2316	9,8757	9,5220	9,1714	8,8248	8,4828	8,1463	7,8162	7,4932	7,1780	6,8715	6,5744	6,2873	6,0109	5,7456	5,4920	5,2505	5,0215	4,8051	4,6016

Tabulka 6. Hodnoty  $\bar{a}_{xy}^D$  při úrokové sazbě 4 % p.a.

	Žena	60	61	62	63	64	65	66	67	68	69	70	71	72	73	74	75	76	77	78	79	80	81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
Muž		15.6357	15.4231	15.2133	15.0070	14.8044	14.6061	14.4125	14.2239	14.0408	13.8634	13.6921	13.5271	13.3685	13.2167	13.0716	12.9333	12.8020	12.6776	12.5600	12.4493	12.3452	12.2476	12.1563	12.0713	11.9922	11.9188	11.8508	11.7881	11.7304	11.6773	11.6286
60		15.6357	15.4231	15.2133	15.0070	14.8044	14.6061	14.4125	14.2239	14.0408	13.8634	13.6921	13.5271	13.3685	13.2167	13.0716	12.9333	12.8020	12.6776	12.5600	12.4493	12.3452	12.2476	12.1563	12.0713	11.9922	11.9188	11.8508	11.7881	11.7304	11.6773	11.6286
61		15.5187	15.2985	15.0809	14.8664	14.6556	14.4489	14.2467	14.0495	13.8576	13.6715	13.4915	13.3178	13.1507	12.9904	12.8371	12.6908	12.5516	12.4197	12.2948	12.1770	12.0662	11.9623	11.8651	11.7743	11.6898	11.6114	11.5388	11.4718	11.4100	11.3531	11.3010
62		15.4068	15.1791	14.9538	14.7314	14.5124	14.2973	14.0866	13.8807	13.6801	13.4852	13.2964	13.1139	12.9381	12.7692	12.6074	12.4529	12.3057	12.1659	12.0335	11.9084	11.7907	11.6801	11.5766	11.4799	11.3898	11.3061	11.2286	11.1569	11.0909	11.0301	10.9744
63		15.3001	15.0652	14.8323	14.6020	14.3750	14.1516	13.9324	13.7179	13.5086	13.3048	13.1071	12.9158	12.7312	12.5536	12.3831	12.2201	12.0647	11.9168	11.7766	11.6441	11.5191	11.4017	11.2916	11.1887	11.0927	11.0035	10.9208	10.8443	10.7738	10.7089	10.6493
64		15.1986	14.9566	14.7163	14.4784	14.2434	14.0119	13.7843	13.5613	13.3432	13.1307	12.9241	12.7239	12.5304	12.3439	12.1647	11.9931	11.8292	11.6731	11.5249	11.3846	11.2522	11.1276	11.0107	10.9013	10.7992	10.7043	10.6161	10.5346	10.4593	10.3900	10.3264
65		15.1024	14.8534	14.6060	14.3606	14.1179	13.8783	13.6425	13.4110	13.1844	12.9631	12.7477	12.5385	12.3361	12.1407	11.9527	11.7723	11.5998	11.4353	11.2789	11.1306	10.9905	10.8585	10.7346	10.6185	10.5100	10.4090	10.3153	10.2284	10.1482	10.0743	10.0064
66		15.0112	14.7557	14.5013	14.2487	13.9984	13.7510	13.5072	13.2674	13.0323	12.8023	12.5781	12.3600	12.1487	11.9443	11.7474	11.5582	11.3769	11.0391	10.8827	10.7347	10.5951	10.4639	10.3408	10.2258	10.1185	10.0189	9.9265	9.8411	9.7624	9.6901	
67		14.9252	14.6633	14.4022	14.1426	13.8850	13.6301	13.3783	13.1304	12.8869	12.6485	12.4155	12.1887	11.9684	11.7551	11.5493	11.3512	11.1611	10.9793	10.8061	10.6414	10.4853	10.3380	10.1992	10.0690	9.9471	9.8334	9.7276	9.6295	9.5387	9.4550	9.3779
68		14.8442	14.5762	14.3087	14.0424	13.7777	13.5154	13.2560	13.0002	12.7486	12.5017	12.2602	12.0247	11.7956	11.5734	11.3586	11.1516	10.9527	10.7622	10.5803	10.4072	10.2430	10.0876	9.9412	9.8036	9.6747	9.5543	9.4421	9.3380	9.2417	9.1527	9.0708
69		14.7681	14.4943	14.2207	13.9478	13.6764	13.4070	13.1402	12.8767	12.6172	12.3622	12.1123	11.8682	11.6304	11.3995	11.1758	10.9599	10.7522	10.5529	10.3623	10.1807	10.0081	9.8447	9.6904	9.5453	9.4091	9.2818	9.1631	9.0528	8.9507	8.8563	8.7693
70		14.6968	14.4175	14.1380	13.8590	13.5810	13.3048	13.0309	12.7601	12.4928	12.2299	11.9718	11.7194	11.4731	11.2334	11.0010	10.7763	10.5598	10.3517	10.1524	9.9622	9.7812	9.6096	9.4474	9.2945	9.1510	9.0166	8.8912	8.7745	8.6664	8.5663	8.4741
71		14.6302	14.3456	14.0605	13.7757	13.4915	13.2088	12.9281	12.6501	12.3754	12.1048	11.8389	11.5783	11.3236	11.0755	10.8345	10.6011	10.3758	10.1590	9.9511	9.7523	9.5628	9.3829	9.2126	9.0519	8.9009	8.7592	8.6269	8.5037	8.3894	8.2835	8.1858
72		14.5680	14.2785	13.9882	13.6977	13.4077	13.1188	12.8316	12.5468	12.2650	11.9870	11.7134	11.4449	11.1821	10.9257	10.6763	10.4344	10.2004	9.9750	9.7584	9.5511	9.3532	9.1650	8.9865	8.8180	8.6592	8.5103	8.3709	8.2410	8.1203	8.0084	7.9051
73		14.5102	14.2160	13.9208	13.6251	13.3295	13.0347	12.7413	12.4499	12.1614	11.8763	11.5953	11.3192	11.0486	10.7842	10.5265	10.2762	10.0339	9.7999	9.5748	9.3590	9.1527	8.9561	8.7695	8.5930	8.4266	8.2701	8.1236	7.9869	7.8597	7.7417	7.6326
74		14.4565	14.1580	13.8581	13.5574	13.2566	12.9562	12.6570	12.3595	12.0645	11.7726	11.4846	11.2012	10.9230	10.6508	10.3852	10.1268	9.8761	9.6339	9.4004	9.1761	8.9615	8.7567	8.5620	8.3775	8.2033	8.0393	7.8856	7.7419	7.6080	7.4837	7.3687
75		14.4068	14.1042	13.8000	13.4947	13.1889	12.8833	12.5785	12.2752	11.9740	11.6757	11.3810	11.0906	10.8052	10.5255	10.2522	9.9860	9.7273	9.4769	9.2352	9.0028	8.7799	8.5669	8.3641	8.1717	7.9897	7.8182	7.6571	7.5064	7.3658	7.2351	7.1140
76		14.3609	14.0545	13.7462	13.4366	13.1262	12.8157	12.5057	12.1969	11.8899	11.5856	11.2845	10.9875	10.6951	10.4083	10.1276	9.8538	9.5874	9.3291	9.0794	8.8389	8.6079	8.3869	8.1761	7.9758	7.7861	7.6070	7.4386	7.2808	7.1334	6.9963	6.8690
77		14.3186	14.0087	13.6966	13.3829	13.0682	12.7531	12.4383	12.1243	11.8119	11.5018	11.1948	10.8914	10.5926	10.2989	10.0112	9.7300	9.4562	9.1903	8.9329	8.6845	8.4457	8.2168	7.9981	7.7900	7.5926	7.4061	7.2304	7.0655	6.9113	6.7676	6.6341
78		14.2797	13.9665	13.6509	13.3335	13.0148	12.6955	12.3761	12.0573	11.7398	11.4243	11.1116	10.8023	10.4973	10.1971	9.9027	9.6146	9.3337	9.0605	8.7956	8.5397	8.2932	8.0566	7.8303	7.6145	7.4096	7.2156	7.0326	6.8606	6.6996	6.5493	6.4095
79		14.2440	13.9278	13.6089	13.2881	12.9657	12.6424	12.3188	11.9955	11.6733	11.3528	11.0347	10.7199	10.4090	10.1028	9.8020	9.5074	9.2196	8.9394	8.6674	8.4042	8.1503	7.9063	7.6725	7.4492	7.2369	7.0355	6.8454	6.6664	6.4985	6.3417	6.1956
80		14.2113	13.8923	13.5705	13.2464	12.9206	12.5936	12.2661	11.9387	11.6120	11.2869	10.9639	10.6438	10.3275	10.0155	9.7088	9.4079	9.1137	8.8269	8.5481	8.2779	8.0169	7.7657	7.5246	7.2942	7.0746	6.8661	6.6688	6.4829	6.3083	6.1449	5.9925
81		14.1814	13.8599	13.5353	13.2083	12.8793	12.5490	12.2179	11.8866	11.5559	11.2264	10.8988	10.5739	10.2524	9.9351	9.6228	9.3161	9.0158	8.7237	8.4374	8.1606	7.8928	7.6347	7.3867	7.1492	6.9226	6.7071	6.5029	6.3102	6.1289	5.9591	5.8004
82		14.1542	13.8303	13.5032	13.1735	12.8417	12.5082	12.1738	11.8390	11.5045	11.1710	10.8391	10.5097	10.1835	9.8612	9.5436	9.2315	8.9255	8.6265	8.3351	8.0520	7.7778	7.5131	7.2584	7.0142	6.7808	6.5585	6.3477	6.1483	5.9605	5.7842	5.6194
83		14.1294	13.8034	13.4740	13.1418	12.8074	12.4711	12.1336	11.7955	11.4576	11.1203	10.7846	10.4511	10.1204	9.7935	9.4711	9.1538	8.8425	8.5380	8.2408	7.9518	7.6715	7.4006	7.1395	6.8888	6.6490	6.4202	6.2028	5.9970	5.8028	5.6203	5.4493
84		14.1069	13.7789	13.4475	13.1131	12.7761	12.4373	12.0970	11.7560	11.4148	11.0742	10.7349	10.3975	10.0628	9.7316	9.4047	9.0827	8.7665	8.4567	8.1542	7.8596	7.5736	7.2968	7.0297	6.7729	6.5268	6.2918	6.0682	5.8561	5.6557	5.4671	5.2902
85		14.0865	13.7567	13.4234	13.0870	12.7478	12.4066	12.0638	11.7201	11.3760	11.0323	10.6897	10.3488	10.0104	9.6753	9.3441	9.0178	8.6970	8.3825	8.0750	7.7752	7.4838	7.2014	6.9287	6.6661	6.4141	6.1731	5.9435	5.7254	5.5191	5.3246	5.1419
86		14.0680	13.7367	13.4016	13.0633	12.7222	12.3788	12.0337	11.6875	11.3408	10.9943	10.6486	10.3045	9.9627	9.6240	9.2891	8.9587	8.6337	8.3147	8.0026	7.6980	7.4016	7.1141	6.8360	6.5680	6.3104	6.0638	5.8285	5.6047	5.3926	5.1924	5.0041
87		14.0513	13.7186	13.3820	13.0420	12.6990	12.3537	12.0065	11.6581	11.3090	10.9599	10.6115	10.2645	9.9196	9.5775	9.2391	8.9051	8.5762	8.2531	7.9367	7.6277	7.3266	7.0343	6.7513	6.4781	6.2154	5.9635	5.7227	5.4935	5.2760	5.0703	4.8766
88		14.0362	13.7022	13.3642	13.0227	12.6781	12.3310	11.9820	11.6315	11.2802	10.9288	10.5779	10.2283	9.8805	9.5355	9.1939	8.8565	8.5240	8.1973	7.8769	7.5638	7.2585	6.9617	6.6741	6.3962	6.1286	5.8716	5.6258	5.3915	5.1688	4.9580	4.7591
89		14.0227	13.6875	13.3482	13.0053	12.6593	12.3106	11.9598	11.6075	11.2543	10.9008	10.5477	10.1956	9.8453	9.4976	9.1531	8.8126	8.4769	8.1467	7.8228	7.5059	7.1967	6.8958	6.6039	6.3216	6.0495	5.7879	5.5374	5.2982	5.0706	4.8549	4.6511
90		14.0105	13.6742	13.3338	12.9897	12.6424	12.2923	11.9400	11.5860	11.2310	10.8756	10.5204	10.1662	9.8136	9.4634	9.1163	8.7731	8.4344	8.1012	7.7740	7.4536	7.1408	6.8362	6.5404	6.2541	5.9777	5.7118	5.4569	5.2132	4.9810	4.7607	4.5522

Tabulka 7. Hodnoty  $\bar{A}_{xy}^I$  při úrokové sazbě 4 % p.a.

Muž	Žena		60	61	62	63	64	65	66	67	68	69	70	71	72	73	74	75	76	77	78	79	80	81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
	60	0,3849	0,3930	0,4009	0,4087	0,4163	0,4236	0,4308	0,4377	0,4443	0,4507	0,4568	0,4626	0,4681	0,4734	0,4783	0,4830	0,4873	0,4914	0,4952	0,4987	0,5019	0,5049	0,5077	0,5102	0,5125	0,5146	0,5165	0,5182	0,5197	0,5211	0,5223	0,5233
61	0,3897	0,3981	0,4064	0,4145	0,4224	0,4301	0,4376	0,4449	0,4519	0,4587	0,4651	0,4713	0,4772	0,4828	0,4881	0,4930	0,4977	0,5021	0,5062	0,5099	0,5135	0,5167	0,5197	0,5224	0,5249	0,5271	0,5292	0,5310	0,5327	0,5342	0,5355	0,5365	
62	0,3942	0,4030	0,4116	0,4200	0,4283	0,4364	0,4443	0,4519	0,4593	0,4664	0,4733	0,4798	0,4861	0,4920	0,4976	0,5030	0,5080	0,5126	0,5170	0,5211	0,5249	0,5283	0,5316	0,5345	0,5372	0,5396	0,5419	0,5439	0,5457	0,5473	0,5487		
63	0,3985	0,4076	0,4165	0,4253	0,4339	0,4424	0,4506	0,4586	0,4664	0,4739	0,4811	0,4881	0,4947	0,5010	0,5070	0,5127	0,5180	0,5230	0,5277	0,5321	0,5361	0,5399	0,5433	0,5465	0,5494	0,5521	0,5545	0,5567	0,5586	0,5604	0,5620		
64	0,4026	0,4120	0,4212	0,4304	0,4393	0,4481	0,4567	0,4651	0,4733	0,4812	0,4888	0,4961	0,5031	0,5098	0,5161	0,5221	0,5278	0,5332	0,5382	0,5429	0,5472	0,5513	0,5550	0,5584	0,5616	0,5644	0,5670	0,5694	0,5715	0,5735	0,5752		
65	0,4065	0,4161	0,4257	0,4351	0,4445	0,4536	0,4626	0,4713	0,4798	0,4881	0,4961	0,5038	0,5112	0,5183	0,5250	0,5314	0,5374	0,5431	0,5485	0,5535	0,5582	0,5625	0,5665	0,5702	0,5736	0,5767	0,5795	0,5820	0,5844	0,5864	0,5883		
66	0,4101	0,4200	0,4299	0,4397	0,4493	0,4588	0,4681	0,4772	0,4861	0,4948	0,5031	0,5112	0,5190	0,5265	0,5336	0,5404	0,5468	0,5528	0,5585	0,5639	0,5689	0,5735	0,5778	0,5818	0,5854	0,5888	0,5918	0,5946	0,5971	0,5993	0,6013		
67	0,4135	0,4237	0,4339	0,4439	0,4539	0,4637	0,4734	0,4829	0,4921	0,5011	0,5099	0,5184	0,5265	0,5344	0,5419	0,5490	0,5558	0,5623	0,5683	0,5740	0,5793	0,5843	0,5889	0,5932	0,5971	0,6007	0,6039	0,6069	0,6096	0,6121	0,6143		
68	0,4167	0,4272	0,4376	0,4480	0,4582	0,4684	0,4784	0,4882	0,4978	0,5072	0,5163	0,5252	0,5337	0,5419	0,5498	0,5574	0,5646	0,5714	0,5778	0,5839	0,5895	0,5948	0,5997	0,6043	0,6085	0,6124	0,6159	0,6191	0,6220	0,6246	0,6270		
69	0,4197	0,4304	0,4411	0,4517	0,4623	0,4727	0,4831	0,4932	0,5032	0,5129	0,5224	0,5316	0,5406	0,5492	0,5575	0,5654	0,5730	0,5802	0,5870	0,5934	0,5994	0,6051	0,6103	0,6152	0,6197	0,6238	0,6276	0,6310	0,6342	0,6370	0,6396		
70	0,4224	0,4334	0,4443	0,4552	0,4661	0,4768	0,4875	0,4979	0,5082	0,5183	0,5282	0,5378	0,5471	0,5561	0,5648	0,5731	0,5810	0,5886	0,5958	0,6026	0,6090	0,6150	0,6206	0,6257	0,6305	0,6350	0,6390	0,6428	0,6461	0,6489	0,6520		
71	0,4250	0,4362	0,4474	0,4585	0,4696	0,4807	0,4916	0,5024	0,5130	0,5234	0,5337	0,5436	0,5533	0,5627	0,5717	0,5804	0,5888	0,5967	0,6043	0,6114	0,6182	0,6245	0,6305	0,6360	0,6411	0,6459	0,6502	0,6542	0,6578	0,6611	0,6641		
72	0,4274	0,4388	0,4502	0,4616	0,4729	0,4842	0,4954	0,5065	0,5175	0,5282	0,5388	0,5491	0,5591	0,5689	0,5784	0,5874	0,5961	0,6044	0,6124	0,6199	0,6271	0,6338	0,6400	0,6459	0,6514	0,6564	0,6610	0,6653	0,6692	0,6727	0,6759		
73	0,4296	0,4411	0,4528	0,4644	0,4760	0,4875	0,4990	0,5104	0,5216	0,5327	0,5436	0,5542	0,5646	0,5747	0,5845	0,5940	0,6031	0,6118	0,6201	0,6280	0,6355	0,6426	0,6492	0,6554	0,6612	0,6666	0,6715	0,6761	0,6802	0,6840	0,6875		
74	0,4316	0,4433	0,4552	0,4670	0,4788	0,4906	0,5023	0,5140	0,5255	0,5369	0,5480	0,5590	0,5697	0,5802	0,5903	0,6002	0,6096	0,6187	0,6274	0,6357	0,6436	0,6510	0,6580	0,6646	0,6707	0,6764	0,6817	0,6865	0,6909	0,6950	0,6987		
75	0,4334	0,4454	0,4573	0,4694	0,4814	0,4934	0,5054	0,5173	0,5291	0,5407	0,5522	0,5635	0,5745	0,5853	0,5958	0,6060	0,6158	0,6253	0,6343	0,6430	0,6513	0,6591	0,6664	0,6733	0,6798	0,6858	0,6914	0,6965	0,7013	0,7056	0,7095		
76	0,4351	0,4472	0,4594	0,4716	0,4838	0,4960	0,5082	0,5203	0,5324	0,5443	0,5561	0,5676	0,5790	0,5901	0,6009	0,6114	0,6216	0,6314	0,6409	0,6499	0,6585	0,6667	0,6744	0,6817	0,6885	0,6948	0,7007	0,7062	0,7112	0,7158	0,7200		
77	0,4366	0,4489	0,4612	0,4736	0,4860	0,4984	0,5108	0,5231	0,5354	0,5476	0,5596	0,5715	0,5831	0,5945	0,6057	0,6165	0,6270	0,6372	0,6470	0,6563	0,6653	0,6738	0,6819	0,6895	0,6967	0,7034	0,7096	0,7154	0,7207	0,7256	0,7301		
78	0,4380	0,4504	0,4629	0,4754	0,4880	0,5006	0,5132	0,5257	0,5382	0,5506	0,5629	0,5750	0,5869	0,5986	0,6101	0,6212	0,6320	0,6425	0,6527	0,6624	0,6717	0,6806	0,6890	0,6970	0,7045	0,7115	0,7181	0,7242	0,7298	0,7350	0,7397		
79	0,4393	0,4518	0,4644	0,4771	0,4898	0,5025	0,5153	0,5281	0,5408	0,5534	0,5659	0,5782	0,5904	0,6024	0,6141	0,6256	0,6367	0,6475	0,6580	0,6680	0,6777	0,6869	0,6957	0,7040	0,7118	0,7192	0,7261	0,7325	0,7384	0,7439	0,7489		
80	0,4405	0,4530	0,4658	0,4786	0,4914	0,5043	0,5173	0,5302	0,5431	0,5559	0,5686	0,5812	0,5936	0,6058	0,6178	0,6296	0,6410	0,6521	0,6629	0,6732	0,6832	0,6928	0,7019	0,7105	0,7187	0,7264	0,7336	0,7403	0,7466	0,7524	0,7577		
81	0,4415	0,4542	0,4670	0,4799	0,4929	0,5060	0,5190	0,5321	0,5452	0,5582	0,5711	0,5839	0,5965	0,6090	0,6212	0,6332	0,6449	0,6563	0,6674	0,6781	0,6884	0,6982	0,7077	0,7166	0,7251	0,7332	0,7407	0,7477	0,7543	0,7604	0,7660		
82	0,4424	0,4552	0,4681	0,4811	0,4942	0,5074	0,5206	0,5339	0,5471	0,5602	0,5733	0,5863	0,5992	0,6119	0,6243	0,6366	0,6485	0,6602	0,6715	0,6825	0,6931	0,7033	0,7130	0,7223	0,7311	0,7395	0,7473	0,7547	0,7615	0,7679	0,7738		
83	0,4432	0,4561	0,4691	0,4822	0,4954	0,5087	0,5221	0,5354	0,5488	0,5621	0,5754	0,5885	0,6016	0,6145	0,6271	0,6396	0,6518	0,6637	0,6753	0,6866	0,6975	0,7079	0,7180	0,7275	0,7367	0,7453	0,7535	0,7611	0,7683	0,7749	0,7811		
84	0,4440	0,4569	0,4700	0,4832	0,4965	0,5099	0,5234	0,5368	0,5503	0,5638	0,5772	0,5905	0,6037	0,6168	0,6297	0,6424	0,6548	0,6670	0,6788	0,6903	0,7014	0,7122	0,7225	0,7324	0,7418	0,7507	0,7592	0,7671	0,7746	0,7815	0,7880		
85	0,4446	0,4576	0,4708	0,4841	0,4975	0,5109	0,5245	0,5381	0,5517	0,5653	0,5788	0,5923	0,6057	0,6189	0,6320	0,6449	0,6575	0,6699	0,6819	0,6937	0,7051	0,7160	0,7266	0,7368	0,7465	0,7557	0,7644	0,7722	0,7804	0,7876	0,7944		
86	0,4452	0,4583	0,4715	0,4848	0,4983	0,5119	0,5255	0,5392	0,5529	0,5666	0,5803	0,5939	0,6074	0,6208	0,6341	0,6471	0,6599	0,6725	0,6848	0,6967	0,7083	0,7196	0,7304	0,7408	0,7508	0,7602	0,7692	0,7778	0,7858	0,7933	0,8003		
87	0,4457	0,4589	0,4721	0,4855	0,4991	0,5127	0,5264	0,5402	0,5540	0,5678	0,5816	0,5953	0,6090	0,6225	0,6359	0,6491	0,6621	0,6748	0,6873	0,6995	0,7113	0,7228	0,7338	0,7445	0,7547	0,7644	0,7737	0,7824	0,7907	0,7985	0,8057		
88	0,4462	0,4594	0,4727	0,4861	0,4997	0,5134	0,5272	0,5411	0,5550	0,5689	0,5828	0,5966	0,6104	0,6240	0,6375	0,6509	0,6640	0,6769	0,6896	0,7019	0,7140	0,7256	0,7369	0,7478	0,7582	0,7682	0,7777	0,7867	0,7952	0,8032	0,8108		
89	0,4466	0,4598	0,4732	0,4867	0,5003	0,5141	0,5279	0,5419	0,5558	0,5698	0,5838	0,5977	0,6116	0,6254	0,6390	0,6525	0,6658	0,6788	0,6916	0,7041	0,7163	0,7282	0,7397	0,7507	0,7614	0,7716	0,7813	0,7906	0,7993	0,8076	0,8153		
90	0,4470	0,4602	0,4736	0,4871	0,5008	0,5147	0,5286	0,5425	0,5566	0,5706	0,5847	0,5987	0,6127	0,6265	0,6403	0,6539	0,6673	0,6805	0,6934	0,7061	0,7185	0,7305	0,7421	0,7534	0,7643	0,7747	0,7846	0,7941	0,8031	0,8115	0,8195		



Tabulka 8. Hodnoty  $\bar{A}_{xy}^D$  při úrokové sazbě 4 % p.a.

	Žena		Muž																												
	60	61	62	63	64	65	66	67	68	69	70	71	72	73	74	75	76	77	78	79	80	81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
60	0.3868	0.3951	0.4033	0.4114	0.4194	0.4271	0.4347	0.4421	0.4493	0.4563	0.4630	0.4695	0.4757	0.4816	0.4873	0.4927	0.4979	0.5028	0.5074	0.5117	0.5158	0.5196	0.5232	0.5266	0.5297	0.5325	0.5352	0.5377	0.5399	0.5420	0.5439
61	0.3913	0.4000	0.4085	0.4169	0.4252	0.4333	0.4412	0.4490	0.4565	0.4638	0.4709	0.4777	0.4842	0.4905	0.4965	0.5023	0.5077	0.5129	0.5178	0.5224	0.5268	0.5308	0.5346	0.5382	0.5415	0.5446	0.5474	0.5501	0.5525	0.5547	0.5568
62	0.3957	0.4047	0.4135	0.4222	0.4308	0.4393	0.4475	0.4556	0.4635	0.4711	0.4785	0.4857	0.4926	0.4992	0.5055	0.5116	0.5174	0.5228	0.5280	0.5329	0.5376	0.5419	0.5460	0.5498	0.5533	0.5566	0.5596	0.5624	0.5650	0.5674	0.5696
63	0.3999	0.4091	0.4183	0.4273	0.4362	0.4450	0.4536	0.4620	0.4702	0.4782	0.4859	0.4934	0.5007	0.5076	0.5143	0.5207	0.5268	0.5326	0.5381	0.5433	0.5482	0.5528	0.5571	0.5612	0.5651	0.5688	0.5724	0.5757	0.5788	0.5817	0.5842
64	0.4039	0.4134	0.4228	0.4321	0.4414	0.4504	0.4594	0.4681	0.4767	0.4850	0.4931	0.5010	0.5085	0.5159	0.5229	0.5296	0.5361	0.5422	0.5480	0.5535	0.5587	0.5636	0.5682	0.5724	0.5764	0.5802	0.5836	0.5868	0.5898	0.5925	0.5950
65	0.4077	0.4174	0.4271	0.4368	0.4463	0.4557	0.4649	0.4740	0.4829	0.4916	0.5000	0.5082	0.5162	0.5238	0.5312	0.5383	0.5450	0.5515	0.5576	0.5634	0.5689	0.5741	0.5790	0.5835	0.5878	0.5918	0.5954	0.5988	0.6020	0.6049	0.6075
66	0.4112	0.4213	0.4312	0.4412	0.4510	0.4607	0.4702	0.4796	0.4889	0.4979	0.5067	0.5152	0.5235	0.5315	0.5393	0.5467	0.5538	0.5606	0.5670	0.5732	0.5790	0.5845	0.5896	0.5944	0.5989	0.6031	0.6071	0.6107	0.6140	0.6171	0.6199
67	0.4146	0.4249	0.4351	0.4453	0.4554	0.4654	0.4753	0.4850	0.4946	0.5039	0.5131	0.5220	0.5306	0.5390	0.5470	0.5548	0.5623	0.5694	0.5762	0.5826	0.5888	0.5945	0.6000	0.6051	0.6099	0.6143	0.6185	0.6223	0.6259	0.6292	0.6322
68	0.4178	0.4283	0.4388	0.4492	0.4596	0.4699	0.4801	0.4901	0.5000	0.5097	0.5191	0.5284	0.5374	0.5461	0.5545	0.5626	0.5704	0.5779	0.5850	0.5918	0.5983	0.6044	0.6101	0.6155	0.6206	0.6253	0.6297	0.6338	0.6375	0.6410	0.6442
69	0.4208	0.4315	0.4423	0.4530	0.4636	0.4742	0.4846	0.4950	0.5051	0.5151	0.5249	0.5345	0.5438	0.5529	0.5617	0.5701	0.5783	0.5861	0.5936	0.6007	0.6075	0.6139	0.6199	0.6256	0.6310	0.6360	0.6406	0.6449	0.6489	0.6527	0.6561
70	0.4236	0.4345	0.4455	0.4564	0.4673	0.4782	0.4889	0.4995	0.5100	0.5203	0.5305	0.5404	0.5500	0.5594	0.5685	0.5773	0.5858	0.5940	0.6018	0.6093	0.6164	0.6231	0.6295	0.6355	0.6411	0.6464	0.6513	0.6559	0.6601	0.6640	0.6676
71	0.4262	0.4374	0.4485	0.4597	0.4709	0.4819	0.4930	0.5039	0.5146	0.5252	0.5357	0.5459	0.5559	0.5656	0.5751	0.5842	0.5931	0.6016	0.6097	0.6175	0.6254	0.6332	0.6405	0.6475	0.6542	0.6604	0.6662	0.6717	0.6768	0.6815	0.6859
72	0.4286	0.4400	0.4514	0.4628	0.4741	0.4855	0.4967	0.5079	0.5190	0.5299	0.5406	0.5511	0.5614	0.5715	0.5813	0.5908	0.6008	0.6106	0.6207	0.6302	0.6392	0.6487	0.6581	0.6672	0.6760	0.6848	0.6934	0.7019	0.7102	0.7182	0.7258
73	0.4309	0.4424	0.4540	0.4656	0.4772	0.4888	0.5003	0.5117	0.5230	0.5342	0.5452	0.5561	0.5667	0.5770	0.5871	0.5970	0.6065	0.6156	0.6245	0.6332	0.6419	0.6504	0.6587	0.6668	0.6748	0.6827	0.6905	0.6981	0.7056	0.7129	0.7201
74	0.4330	0.4447	0.4565	0.4683	0.4801	0.4918	0.5036	0.5153	0.5268	0.5383	0.5496	0.5607	0.5716	0.5823	0.5927	0.6028	0.6127	0.6222	0.6313	0.6401	0.6485	0.6566	0.6642	0.6714	0.6783	0.6847	0.6907	0.6964	0.7016	0.7065	0.7110
75	0.4350	0.4468	0.4588	0.4707	0.4827	0.4947	0.5067	0.5186	0.5304	0.5421	0.5536	0.5650	0.5762	0.5872	0.5979	0.6083	0.6185	0.6283	0.6378	0.6469	0.6556	0.6640	0.6720	0.6795	0.6866	0.6934	0.6997	0.7056	0.7111	0.7162	0.7210
76	0.4368	0.4488	0.4609	0.4730	0.4852	0.4974	0.5095	0.5216	0.5337	0.5456	0.5574	0.5691	0.5805	0.5918	0.6028	0.6135	0.6240	0.6341	0.6439	0.6533	0.6624	0.6711	0.6793	0.6872	0.6946	0.7016	0.7083	0.7144	0.7202	0.7256	0.7306
77	0.4384	0.4506	0.4628	0.4751	0.4875	0.4998	0.5122	0.5245	0.5367	0.5489	0.5609	0.5728	0.5846	0.5961	0.6074	0.6184	0.6291	0.6395	0.6496	0.6594	0.6688	0.6777	0.6863	0.6945	0.7022	0.7095	0.7164	0.7229	0.7289	0.7346	0.7398
78	0.4399	0.4522	0.4646	0.4771	0.4895	0.5021	0.5146	0.5271	0.5396	0.5519	0.5642	0.5763	0.5883	0.6001	0.6116	0.6229	0.6339	0.6446	0.6550	0.6651	0.6747	0.6840	0.6929	0.7014	0.7094	0.7170	0.7242	0.7309	0.7372	0.7431	0.7486
79	0.4413	0.4537	0.4662	0.4788	0.4915	0.5042	0.5168	0.5295	0.5422	0.5547	0.5672	0.5796	0.5918	0.6038	0.6156	0.6271	0.6384	0.6494	0.6601	0.6704	0.6803	0.6899	0.6991	0.7078	0.7162	0.7241	0.7315	0.7385	0.7451	0.7513	0.7570
80	0.4426	0.4551	0.4678	0.4805	0.4932	0.5061	0.5189	0.5318	0.5446	0.5573	0.5700	0.5825	0.5949	0.6072	0.6192	0.6310	0.6426	0.6538	0.6647	0.6753	0.6856	0.6954	0.7049	0.7139	0.7225	0.7307	0.7384	0.7457	0.7526	0.7590	0.7650
81	0.4438	0.4564	0.4691	0.4820	0.4949	0.5078	0.5208	0.5338	0.5468	0.5597	0.5725	0.5853	0.5979	0.6103	0.6226	0.6346	0.6464	0.6579	0.6691	0.6799	0.6891	0.6994	0.7096	0.7196	0.7292	0.7384	0.7471	0.7556	0.7638	0.7715	0.7789
82	0.4449	0.4576	0.4704	0.4833	0.4963	0.5094	0.5225	0.5357	0.5488	0.5619	0.5749	0.5878	0.6006	0.6132	0.6257	0.6379	0.6499	0.6617	0.6731	0.6842	0.6951	0.7057	0.7160	0.7259	0.7354	0.7445	0.7532	0.7617	0.7700	0.7779	0.7853
83	0.4458	0.4586	0.4715	0.4846	0.4977	0.5109	0.5241	0.5374	0.5506	0.5639	0.5770	0.5901	0.6031	0.6159	0.6285	0.6410	0.6532	0.6651	0.6768	0.6881	0.6991	0.7097	0.7200	0.7298	0.7392	0.7482	0.7567	0.7648	0.7724	0.7796	0.7863
84	0.4467	0.4596	0.4726	0.4857	0.4989	0.5122	0.5255	0.5389	0.5523	0.5657	0.5790	0.5922	0.6053	0.6183	0.6311	0.6438	0.6562	0.6683	0.6802	0.6917	0.7030	0.7138	0.7243	0.7344	0.7440	0.7532	0.7620	0.7703	0.7782	0.7856	0.7925
85	0.4475	0.4605	0.4735	0.4867	0.5000	0.5134	0.5268	0.5403	0.5538	0.5673	0.5807	0.5941	0.6074	0.6205	0.6335	0.6463	0.6589	0.6712	0.6833	0.6951	0.7065	0.7176	0.7283	0.7386	0.7484	0.7579	0.7669	0.7754	0.7835	0.7912	0.7983
86	0.4482	0.4612	0.4744	0.4876	0.5010	0.5145	0.5280	0.5416	0.5552	0.5688	0.5824	0.5958	0.6093	0.6225	0.6357	0.6486	0.6614	0.6739	0.6861	0.6981	0.7097	0.7210	0.7319	0.7424	0.7525	0.7622	0.7714	0.7802	0.7885	0.7963	0.8037
87	0.4489	0.4619	0.4752	0.4885	0.5019	0.5155	0.5291	0.5428	0.5565	0.5701	0.5838	0.5974	0.6109	0.6244	0.6376	0.6507	0.6636	0.6763	0.6887	0.7008	0.7126	0.7241	0.7352	0.7459	0.7562	0.7661	0.7756	0.7845	0.7931	0.8011	0.8087
88	0.4495	0.4626	0.4758	0.4892	0.5028	0.5164	0.5301	0.5438	0.5576	0.5714	0.5851	0.5988	0.6125	0.6260	0.6394	0.6526	0.6657	0.6785	0.6911	0.7033	0.7153	0.7270	0.7382	0.7491	0.7596	0.7697	0.7794	0.7885	0.7973	0.8055	0.8133
89	0.4500	0.4632	0.4765	0.4899	0.5035	0.5172	0.5309	0.5447	0.5586	0.5725	0.5863	0.6001	0.6139	0.6275	0.6410	0.6544	0.6675	0.6805	0.6932	0.7056	0.7177	0.7295	0.7410	0.7521	0.7627	0.7730	0.7828	0.7922	0.8011	0.8096	0.8176
90	0.4505	0.4637	0.4770	0.4905	0.5042	0.5179	0.5317	0.5456	0.5595	0.5735	0.5874	0.6013	0.6151	0.6288	0.6425	0.6559	0.6692	0.6823	0.6951	0.7077	0.7199	0.7319	0.7435	0.7547	0.7656	0.7760	0.7860	0.7955	0.8046	0.8133	0.8215

Tabulka 9. Hodnoty  $\bar{a}_{x|y}^I$  při úrokové sazbě 4 % p.a.

<b>Žena</b>	<b>60</b>	<b>61</b>	<b>62</b>	<b>63</b>	<b>64</b>	<b>65</b>	<b>66</b>	<b>67</b>	<b>68</b>	<b>69</b>	<b>70</b>	<b>71</b>	<b>72</b>	<b>73</b>	<b>74</b>	<b>75</b>	<b>76</b>	<b>77</b>	<b>78</b>	<b>79</b>	<b>80</b>	<b>81</b>	<b>82</b>	<b>83</b>	<b>84</b>	<b>85</b>	<b>86</b>	<b>87</b>	<b>88</b>	<b>89</b>	<b>90</b>
<b>Muž</b>	3,7160	3,5099	3,3076	3,1097	2,9166	2,7289	2,5468	2,3710	2,2016	2,0390	1,8834	1,7351	1,5941	1,4606	1,3345	1,2160	1,1049	1,0011	0,9045	0,8149	0,7320	0,6557	0,5856	0,5216	0,4631	0,4100	0,3620	0,3187	0,2797	0,2448	0,2136
<b>61</b>	3,9516	3,7370	3,5261	3,3193	3,1171	2,9201	2,7287	2,5434	2,3646	2,1925	2,0276	1,8700	1,7199	1,5775	1,4429	1,3160	1,1969	1,0855	0,9816	0,8850	0,7957	0,7133	0,6375	0,5681	0,5048	0,4472	0,3950	0,3479	0,3055	0,2675	0,2335
<b>62</b>	4,1951	3,9723	3,7529	3,5373	3,3261	3,1198	2,9190	2,7242	2,5358	2,3542	2,1797	2,0126	1,8533	1,7017	1,5582	1,4227	1,2952	1,1758	1,0642	0,9604	0,8642	0,7753	0,6934	0,6184	0,5499	0,4874	0,4308	0,3796	0,3336	0,2922	0,2552
<b>63</b>	4,4461	4,2153	3,9875	3,7632	3,5431	3,3277	3,1176	2,9132	2,7152	2,5239	2,3397	2,1631	1,9942	1,8332	1,6805	1,5361	1,3999	1,2721	1,1526	1,0411	0,9376	0,8419	0,7537	0,6727	0,5985	0,5310	0,4696	0,4141	0,3640	0,3191	0,2788
<b>64</b>	4,7041	4,4655	4,2295	3,9967	3,7678	3,5434	3,3240	3,1102	2,9025	2,7015	2,5076	2,3212	2,1426	1,9721	1,8099	1,6563	1,5112	1,3747	1,2468	1,1274	1,0163	0,9134	0,8184	0,7311	0,6510	0,5780	0,5115	0,4514	0,3970	0,3482	0,3045
<b>65</b>	4,9684	4,7222	4,4783	4,2373	3,9998	3,7665	3,5379	3,3147	3,0975	2,8868	2,6831	2,4869	2,2985	2,1183	1,9465	1,7834	1,6291	1,4837	1,3471	1,2194	1,1004	0,9900	0,8878	0,7938	0,7075	0,6286	0,5568	0,4916	0,4328	0,3798	0,3323
<b>66</b>	5,2384	4,9850	4,7334	4,4844	4,2385	3,9965	3,7590	3,5266	3,2999	3,0795	2,8661	2,6600	2,4617	2,2717	2,0901	1,9174	1,7537	1,5990	1,4536	1,3172	1,1900	1,0717	0,9621	0,8610	0,7681	0,6831	0,6055	0,5351	0,4714	0,4140	0,3625
<b>67</b>	5,5135	5,2531	4,9942	4,7374	4,4834	4,2329	3,9866	3,7451	3,5092	3,2793	3,0561	2,8402	2,6321	2,4321	2,2407	2,0582	1,8849	1,7208	1,5662	1,4210	1,2852	1,1587	1,0413	0,9329	0,8330	0,7415	0,6579	0,5819	0,5131	0,4510	0,3951
<b>68</b>	5,7929	5,5258	5,2598	4,9956	4,7338	4,4751	4,2203	3,9700	3,7249	3,4856	3,2529	3,0273	2,8092	2,5994	2,3981	2,2057	2,0226	1,8490	1,6850	1,5307	1,3861	1,2511	1,1257	1,0095	0,9024	0,8041	0,7142	0,6323	0,5579	0,4908	0,4304
<b>69</b>	6,0758	5,8023	5,5296	5,2582	4,9889	4,7224	4,4593	4,2004	3,9465	3,6981	3,4559	3,2207	2,9929	2,7732	2,5620	2,3597	2,1668	1,9835	1,8099	1,6463	1,4927	1,3490	1,2152	1,0911	0,9764	0,8710	0,7743	0,6862	0,6061	0,5336	0,4683
<b>70</b>	6,3614	6,0819	5,8028	5,5246	5,2482	4,9741	4,7031	4,4359	4,1733	3,9160	3,6647	3,4200	3,1826	2,9532	2,7321	2,5200	2,3172	2,1241	1,9409	1,7678	1,6049	1,4523	1,3099	1,1775	1,0551	0,9422	0,8386	0,7439	0,6577	0,5797	0,5092
<b>71</b>	6,6488	6,3637	6,0785	5,7940	5,5107	5,2294	4,9508	4,6757	4,4048	4,1388	3,8786	3,6247	3,3779	3,1388	2,9081	2,6861	2,4735	2,2706	2,0776	1,8950	1,7228	1,5611	1,4098	1,2690	1,1384	1,0178	0,9070	0,8055	0,7129	0,6290	0,5530
<b>72</b>	6,9373	6,6469	6,3560	6,0654	5,7756	5,4875	5,2017	4,9190	4,6401	4,3659	4,0970	3,8342	3,5782	3,3297	3,0894	2,8578	2,6354	2,4227	2,2200	2,0278	1,8461	1,6751	1,5149	1,3654	1,2265	1,0980	0,9796	0,8710	0,7718	0,6816	0,6000
<b>73</b>	7,2259	6,9306	6,6344	6,3380	6,0422	5,7476	5,4550	5,1650	4,8786	4,5963	4,3191	4,0477	3,7829	3,5252	3,2756	3,0344	2,8024	2,5800	2,3677	2,1659	1,9747	1,7944	1,6251	1,4667	1,3193	1,1826	1,0565	0,9405	0,8344	0,7378	0,6501
<b>74</b>	7,5139	7,2139	6,9128	6,6111	6,3096	6,0089	5,7098	5,4130	5,1193	4,8295	4,5444	4,2647	3,9913	3,7248	3,4660	3,2156	2,9741	2,7422	2,5204	2,3089	2,1083	1,9186	1,7401	1,5728	1,4167	1,2717	1,1376	1,0141	0,9008	0,7975	0,7036
<b>75</b>	7,8004	7,4961	7,1903	6,8837	6,5768	6,2705	5,9653	5,6621	5,3616	5,0646	4,7719	4,4843	4,2026	3,9276	3,6601	3,4006	3,1500	2,9088	2,6775	2,4566	2,2465	2,0475	1,8598	1,6835	1,5186	1,3652	1,2229	1,0916	0,9710	0,8608	0,7603
<b>76</b>	8,0846	7,7763	7,4663	7,1550	6,8432	6,5315	6,2206	5,9114	5,6045	5,3007	5,0009	4,7058	4,4163	4,1331	3,8571	3,5890	3,3294	3,0791	2,8386	2,6084	2,3890	2,1808	1,9839	1,7986	1,6249	1,4629	1,3124	1,1732	1,0450	0,9276	0,8205
<b>77</b>	8,3656	8,0537	7,7397	7,4242	7,1078	6,7912	6,4750	6,1601	5,8472	5,5370	5,2305	4,9283	4,6314	4,3405	4,0564	3,7799	3,5118	3,2527	3,0032	2,7640	2,5354	2,3180	2,1121	1,9178	1,7353	1,5647	1,4058	1,2586	1,1227	0,9980	0,8840
<b>78</b>	8,6428	8,3275	8,0099	7,6904	7,3698	7,0486	6,7276	6,4074	6,0889	5,7728	5,4600	5,1511	4,8472	4,5489	4,2572	3,9727	3,6964	3,4288	3,1707	2,9226	2,6852	2,4589	2,2439	2,0408	1,8495	1,6703	1,5030	1,3477	1,2041	1,0719	0,9508
<b>79</b>	8,9153	8,5969	8,2760	7,9529	7,6284	7,3030	6,9775	6,6525	6,3288	6,0072	5,6885	5,3734	5,0629	4,7577	4,4587	4,1667	3,8825	3,6068	3,3404	3,0839	2,8378	2,6027	2,3791	2,1671	1,9672	1,7794	1,6038	1,4404	1,2889	1,1492	1,0209
<b>80</b>	9,1825	8,8613	8,5374	8,2110	7,8829	7,5537	7,2241	6,8946	6,5661	6,2394	5,9152	5,5943	5,2777	4,9660	4,6602	4,3611	4,0694	3,7861	3,5117	3,2470	2,9926	2,7491	2,5169	2,2965	2,0880	1,8918	1,7079	1,5363	1,3770	1,2297	1,0941
<b>81</b>	9,4437	9,1200	8,7933	8,4640	8,1327	7,7999	7,4665	7,1329	6,8001	6,4686	6,1394	5,8131	5,4908	5,1731	4,8609	4,5551	4,2565	3,9658	3,6839	3,4114	3,1491	2,8975	2,6570	2,4283	2,2115	2,0070	1,8150	1,6354	1,4682	1,3133	1,1704
<b>82</b>	9,6984	9,3724	9,0432	8,7112	8,3769	8,0410	7,7041	7,3668	7,0299	6,6941	6,3603	6,0291	5,7014	5,3782	5,0601	4,7480	4,4428	4,1453	3,8563	3,5765	3,3066	3,0472	2,7988	2,5621	2,3373	2,1247	1,9246	1,7371	1,5621	1,3997	1,2495
<b>83</b>	9,9460	9,6180	9,2865	8,9520	8,6151	8,2763	7,9362	7,5956	7,2550	6,9153	6,5772	6,2415	5,9090	5,5805	5,2570	4,9391	4,6278	4,3240	4,0282	3,7415	3,4644	3,1976	2,9417	2,6973	2,4647	2,2443	2,0364	1,8412	1,6586	1,4886	1,3312
<b>84</b>	10,1860	9,8562	9,5227	9,1860	8,8467	8,5053	8,1624	7,8186	7,4748	7,1315	6,7895	6,4496	6,1127	5,7795	5,4509	5,1277	4,8108	4,5010	4,1990	3,9058	3,6219	3,3481	3,0851	2,8333	2,5933	2,3654	2,1500	1,9472	1,7572	1,5799	1,4152
<b>85</b>	10,4181	10,0866	9,7513	9,4127	9,0712	8,7274	8,3820	8,0355	7,6886	7,3421	6,9966	6,6530	6,3120	5,9745	5,6412	5,3131	4,9910	4,6757	4,3680	4,0686	3,7785	3,4982	3,2284	2,9697	2,7226	2,4875	2,2648	2,0547	1,8575	1,6730	1,5013
<b>86</b>	10,6419	10,3089	9,9720	9,6316	9,2882	8,9423	8,5946	8,2456	7,8960	7,5466	7,1979	6,8509	6,5063	6,1648	5,8274	5,4948	5,1679	4,8475	4,5344	4,2295	3,9335	3,6471	3,3709	3,1057	2,8519	2,6100	2,3804	2,1634	1,9591	1,7677	1,5891
<b>87</b>	10,8571	10,5228	10,1845	9,8425	9,4974	9,1496	8,7998	8,4486	8,0966	7,7445	7,3931	7,0430	6,6950	6,3500	6,0087	5,6721	5,3408	5,0158	4,6979	4,3878	4,0863	3,7942	3,5122	3,2409	2,9808	2,7324	2,4962	2,2726	2,0616	1,8635	1,6783
<b>88</b>	11,0635	10,7280	10,3884	10,0450	9,6984	9,3490	8,9974	8,6442	8,2900	7,9356	7,5816	7,2287	6,8778	6,5296	6,1849	5,8445	5,5093	5,1801	4,8577	4,5429	4,2364	3,9391	3,6516	3,3746	3,1086	2,8542	2,6119	2,3819	2,1645	1,9600	1,7684
<b>89</b>	11,2609	10,9244	10,5837	10,2391	9,8911	9,5402	9,1870	8,8320	8,4760	8,1194	7,7631	7,4078	7,0542	6,7031	6,3553	6,0116	5,6729	5,3398	5,0134	4,6943	4,3833	4,0812	3,7886	3,5064	3,2349	2,9749	2,7267	2,4908	2,2674	2,0568	1,8591
<b>90</b>	11,4492	11,1119	10,7701	10,4244	10,0752	9,7231	9,3684	9,0119	8,6541	8,2958	7,9375	7,5800	7,2240	6,8703	6,5198	6,1731	5,8311	5,4947	5,1645	4,8415	4,5264	4,2199	3,9228	3,6356	3,3592	3,0939	2,8404	2,5989	2,3698	2,1535	1,9499



Tabulka 11. Hodnoty  $\bar{a}_{y|x}^I$  při úrokové sazbě 4 % p.a.

	60	61	62	63	64	65	66	67	68	69	70	71	72	73	74	75	76	77	78	79	80	81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
<b>Žena</b>	1.6380	1.7750	1.9207	2.0754	2.2391	2.4119	2.5938	2.7845	2.9840	3.1919	3.4079	3.6316	3.8625	4.1000	4.3435	4.5922	4.8454	5.1033	5.3621	5.6239	5.8867	6.1497	6.4120	6.6727	6.9309	7.1859	7.4367	7.6826	7.9230	8.1572	8.3846
<b>Muž</b>	1.5165	1.6451	1.7822	1.9280	2.0826	2.2462	2.4186	2.5999	2.7899	2.9884	3.1950	3.4095	3.6313	3.8599	4.0948	4.3352	4.5804	4.8297	5.0821	5.3370	5.5933	5.8502	6.1068	6.3622	6.6155	6.8660	7.1126	7.3548	7.5918	7.8228	8.0475
	1.4008	1.5211	1.6497	1.7867	1.9323	2.0866	2.2497	2.4215	2.6019	2.7908	2.9879	3.1929	3.4054	3.6249	3.8508	4.0826	4.3194	4.5607	4.8055	5.0531	5.3025	5.5530	5.8035	6.0533	6.3014	6.5469	6.7892	7.0273	7.2605	7.4883	7.7099
	1.2908	1.4031	1.5233	1.6517	1.7883	1.9335	2.0872	2.2495	2.4203	2.5995	2.7870	2.9824	3.1853	3.3954	3.6122	3.8350	4.0632	4.2961	4.5329	4.7728	5.0151	5.2587	5.5028	5.7466	5.9891	6.2295	6.4670	6.7008	6.9301	7.1542	7.3726
	1.1867	1.2912	1.4032	1.5231	1.6510	1.7871	1.9315	2.0844	2.2456	2.4151	2.5928	2.7784	2.9717	3.1722	3.3795	3.5931	3.8124	4.0366	4.2651	4.4971	4.7317	4.9681	5.2055	5.4429	5.6795	5.9144	6.1468	6.3760	6.6010	6.8213	7.0361
	1.0884	1.1853	1.2895	1.4010	1.5204	1.6476	1.7829	1.9263	2.0779	2.2378	2.4057	2.5815	2.7649	2.9557	3.1535	3.3576	3.5676	3.7829	4.0028	4.2264	4.4531	4.6820	4.9122	5.1430	5.3733	5.6024	5.8295	6.0536	6.2741	6.4902	6.7013
	0.9959	1.0855	1.1820	1.2855	1.3965	1.5150	1.6413	1.7755	1.9177	2.0679	2.2260	2.3920	2.5656	2.7465	2.9345	3.1290	3.3296	3.5357	3.7466	3.9617	4.1801	4.4011	4.6239	4.8476	5.0713	5.2943	5.5156	5.7345	5.9502	6.1618	6.3689
	0.9091	0.9917	1.0808	1.1766	1.2794	1.3895	1.5070	1.6322	1.7650	1.9057	2.0541	2.2103	2.3740	2.5450	2.7231	2.9079	3.0989	3.2955	3.4973	3.7035	3.9134	4.1262	4.3412	4.5575	4.7743	4.9908	5.2061	5.4194	5.6299	5.8369	6.0396
	0.8278	0.9037	0.9858	1.0741	1.1691	1.2710	1.3800	1.4964	1.6201	1.7514	1.8903	2.0367	2.1905	2.3517	2.5199	2.6948	2.8760	3.0631	3.2554	3.4529	3.6536	3.8580	4.0649	4.2735	4.4831	4.6928	4.9017	5.1091	5.3141	5.5160	5.7142
	0.7519	0.8216	0.8969	0.9781	1.0656	1.1596	1.2604	1.3681	1.4830	1.6051	1.7346	1.8714	2.0155	2.1668	2.3251	2.4901	2.6615	2.8388	3.0217	3.2094	3.4015	3.5971	3.7957	3.9964	4.1984	4.4009	4.6031	4.8043	5.0036	5.2002	5.3935
	0.6814	0.7450	0.8139	0.8884	0.9687	1.0552	1.1480	1.2475	1.3537	1.4669	1.5872	1.7146	1.8491	1.9906	2.1391	2.2942	2.4557	2.6233	2.7965	2.9748	3.1576	3.3443	3.5343	3.7267	3.9209	4.1160	4.3112	4.5059	4.6991	4.8901	5.0782
	0.6159	0.6739	0.7368	0.8048	0.8783	0.9576	1.0428	1.1343	1.2323	1.3369	1.4482	1.5664	1.6915	1.8234	1.9621	2.1074	2.2591	2.4169	2.5804	2.7491	2.9226	3.1002	3.2813	3.4653	3.6513	3.8388	4.0267	4.2145	4.4014	4.5865	4.7691
	0.5554	0.6081	0.6652	0.7272	0.7943	0.8667	0.9447	1.0286	1.1186	1.2149	1.3176	1.4268	1.5427	1.6653	1.7944	1.9301	2.0720	2.2200	2.3738	2.5329	2.6969	2.8653	3.0374	3.2127	3.3904	3.5699	3.7504	3.9311	4.1112	4.2901	4.4671
	0.4996	0.5473	0.5991	0.6554	0.7164	0.7823	0.8535	0.9302	1.0126	1.1009	1.1953	1.2959	1.4029	1.5163	1.6361	1.7622	1.8946	2.0329	2.1770	2.3265	2.4810	2.6400	2.8031	2.9695	3.1387	3.3100	3.4827	3.6561	3.8294	4.0018	4.1727
	0.4483	0.4913	0.5382	0.5891	0.6444	0.7043	0.7690	0.8388	0.9140	0.9947	1.0812	1.1736	1.2720	1.3765	1.4872	1.6041	1.7270	1.8558	1.9903	2.1302	2.2752	2.4249	2.5788	2.7363	2.8968	3.0598	3.2245	3.3903	3.5564	3.7222	3.8869
	0.4012	0.4400	0.4822	0.5282	0.5781	0.6323	0.6910	0.7543	0.8227	0.8962	0.9751	1.0596	1.1498	1.2459	1.3478	1.4556	1.5693	1.6888	1.8138	1.9443	2.0799	2.2203	2.3649	2.5134	2.6652	2.8197	2.9763	3.1343	3.2931	3.4519	3.6101
	0.3582	0.3930	0.4309	0.4723	0.5173	0.5662	0.6191	0.6765	0.7384	0.8052	0.8769	0.9539	1.0363	1.1242	1.2176	1.3168	1.4215	1.5319	1.6478	1.7690	1.8953	2.0264	2.1618	2.3013	2.4443	2.5903	2.7386	2.8887	3.0399	3.1916	3.3430
	0.3190	0.3501	0.3841	0.4212	0.4616	0.5056	0.5533	0.6050	0.6609	0.7213	0.7863	0.8562	0.9312	1.0113	1.0967	1.1874	1.2836	1.3852	1.4922	1.6043	1.7214	1.8434	1.9698	2.1003	2.2344	2.3718	2.5118	2.6538	2.7974	2.9417	3.0863
	0.2833	0.3111	0.3415	0.3747	0.4109	0.4502	0.4931	0.5395	0.5899	0.6443	0.7030	0.7663	0.8342	0.9069	0.9847	1.0675	1.1555	1.2486	1.3469	1.4502	1.5584	1.6714	1.7889	1.9105	2.0359	2.1646	2.2962	2.4302	2.5659	2.7028	2.8403
	0.2511	0.2758	0.3028	0.3324	0.3647	0.3999	0.4382	0.4798	0.5250	0.5739	0.6267	0.6837	0.7451	0.8109	0.8814	0.9567	1.0368	1.1218	1.2118	1.3066	1.4062	1.5105	1.6192	1.7321	1.8488	1.9690	2.0922	2.2181	2.3459	2.4753	2.6056
	0.2219	0.2438	0.2679	0.2941	0.3229	0.3542	0.3884	0.4255	0.4659	0.5097	0.5571	0.6083	0.6635	0.7228	0.7865	0.8547	0.9274	1.0047	1.0867	1.1734	1.2647	1.3605	1.4607	1.5650	1.6732	1.7850	1.9000	2.0177	2.1377	2.2595	2.3825
	0.1956	0.2150	0.2363	0.2596	0.2851	0.3129	0.3433	0.3763	0.4123	0.4514	0.4938	0.5396	0.5891	0.6424	0.6997	0.7612	0.8269	0.8969	0.9714	1.0503	1.1336	1.2213	1.3133	1.4093	1.5092	1.6127	1.7195	1.8292	1.9414	2.0555	2.1713
	0.1720	0.1891	0.2079	0.2285	0.2510	0.2757	0.3026	0.3319	0.3639	0.3986	0.4364	0.4773	0.5215	0.5692	0.6206	0.6758	0.7350	0.7982	0.8655	0.9371	1.0128	1.0928	1.1768	1.2648	1.3567	1.4521	1.5509	1.6526	1.7570	1.8637	1.9721
	0.1509	0.1659	0.1825	0.2006	0.2205	0.2422	0.2660	0.2920	0.3203	0.3511	0.3846	0.4209	0.4603	0.5028	0.5487	0.5982	0.6512	0.7080	0.7687	0.8333	0.9019	0.9745	1.0509	1.1313	1.2154	1.3030	1.3940	1.4880	1.5847	1.6839	1.7850
	0.1320	0.1452	0.1597	0.1757	0.1932	0.2123	0.2332	0.2561	0.2811	0.3083	0.3379	0.3701	0.4051	0.4429	0.4838	0.5278	0.5752	0.6261	0.6806	0.7387	0.8005	0.8661	0.9354	1.0084	1.0851	1.1652	1.2486	1.3351	1.4244	1.5162	1.6101
	0.1152	0.1268	0.1395	0.1534	0.1688	0.1856	0.2039	0.2241	0.2460	0.2700	0.2962	0.3246	0.3555	0.3890	0.4252	0.4644	0.5066	0.5520	0.6006	0.6527	0.7082	0.7672	0.8298	0.8959	0.9654	1.0383	1.1145	1.1937	1.2758	1.3604	1.4473
	0.1003	0.1104	0.1215	0.1337	0.1471	0.1618	0.1779	0.1955	0.2148	0.2358	0.2588	0.2838	0.3111	0.3406	0.3727	0.4073	0.4448	0.4851	0.5284	0.5749	0.6245	0.6774	0.7337	0.7932	0.8561	0.9222	0.9914	1.0637	1.1387	1.2164	1.2964
	0.0871	0.0959	0.1055	0.1162	0.1279	0.1407	0.1547	0.1701	0.1870	0.2054	0.2256	0.2475	0.2714	0.2974	0.3256	0.3562	0.3893	0.4250	0.4634	0.5047	0.5490	0.5962	0.6466	0.7000	0.7566	0.8162	0.8789	0.9445	1.0129	1.0838	1.1572
	0.0754	0.0831	0.0915	0.1007	0.1109	0.1220	0.1342	0.1477	0.1624	0.1785	0.1960	0.2152	0.2362	0.2590	0.2838	0.3106	0.3398	0.3713	0.4052	0.4418	0.4810	0.5231	0.5679	0.6157	0.6664	0.7200	0.7765	0.8358	0.8978	0.9623	1.0293
	0.0652	0.0718	0.0791	0.0871	0.0959	0.1056	0.1162	0.1278	0.1406	0.1546	0.1699	0.1867	0.2050	0.2249	0.2466	0.2701	0.2957	0.3234	0.3533	0.3855	0.4202	0.4575	0.4973	0.5398	0.5850	0.6330	0.6837	0.7370	0.7930	0.8515	0.9124
	0.0562	0.0619	0.0682	0.0751	0.0827	0.0911	0.1003	0.1104	0.1215	0.1336	0.1469	0.1615	0.1774	0.1948	0.2137	0.2342	0.2566	0.2808	0.3071	0.3354	0.3660	0.3988	0.4341	0.4718	0.5120	0.5547	0.6000	0.6478	0.6981	0.7508	0.8059

Tabulka 12. Hodnoty  $\bar{a}_{y|x}^D$  při úrokové sazbě 4 % p.a.

Muž	Žena																															
	60	61	62	63	64	65	66	67	68	69	70	71	72	73	74	75	76	77	78	79	80	81	82	83	84	85	86	87	88	89	90	
60	1.3792	1.4966	1.6219	1.7552	1.8967	2.0466	2.2047	2.3713	2.5460	2.7288	2.9195	3.1178	3.3232	3.5355	3.7539	3.9781	4.2074	4.4411	4.6785	4.9188	5.1612	5.4050	5.6493	5.8932	6.1361	6.3770	6.6151	6.8498	7.0803	7.3059	7.5260	
61	1.2743	1.3841	1.5015	1.6267	1.7599	1.9012	2.0507	2.2083	2.3741	2.5479	2.7295	2.9188	3.1153	3.3186	3.5284	3.7441	3.9651	4.1908	4.4204	4.6532	4.8885	5.1255	5.3633	5.6011	5.8382	6.0737	6.3068	6.5368	6.7629	6.9844	7.2009	
62	1.1746	1.2770	1.3868	1.5041	1.6290	1.7619	1.9027	2.0515	2.2083	2.3730	2.5455	2.7256	2.9130	3.1074	3.3083	3.5153	3.7277	3.9451	4.1666	4.3917	4.6196	4.8495	5.0805	5.3120	5.5430	5.7728	6.0006	6.2256	6.4471	6.6644	6.8768	
63	1.0802	1.1755	1.2778	1.3873	1.5042	1.6287	1.7609	1.9009	2.0488	2.2045	2.3678	2.5388	2.7170	2.9022	3.0941	3.2921	3.4958	3.7046	3.9179	4.1350	4.3551	4.5776	4.8016	5.0264	5.2511	5.4749	5.6971	5.9169	6.1335	6.3463	6.5546	
64	0.9911	1.0795	1.1746	1.2765	1.3855	1.5018	1.6256	1.7570	1.8960	2.0426	2.1969	2.3586	2.5275	2.7035	2.8862	3.0752	3.2699	3.4700	3.6748	3.8836	4.0958	4.3106	4.5273	4.7451	4.9632	5.1808	5.3971	5.6114	5.8229	6.0310	6.2349	
65	0.9072	0.9890	1.0770	1.1716	1.2730	1.3814	1.4969	1.6197	1.7500	1.8877	2.0328	2.1853	2.3451	2.5118	2.6852	2.8649	3.0507	3.2418	3.4379	3.6382	3.8422	4.0491	4.2582	4.4688	4.6800	4.8911	5.1013	5.3098	5.5160	5.7190	5.9183	
66	0.8285	0.9039	0.9852	1.0727	1.1667	1.2673	1.3748	1.4893	1.6110	1.7399	1.8760	2.0194	2.1699	2.3273	2.4914	2.6619	2.8384	3.0205	3.2077	3.3994	3.5950	3.7937	3.9950	4.1981	4.4022	4.6065	4.8103	5.0129	5.2134	5.4112	5.6056	
67	0.7548	0.8241	0.8990	0.9797	1.0666	1.1597	1.2594	1.3658	1.4791	1.5994	1.7267	1.8610	2.0023	2.1504	2.3052	2.4665	2.6337	2.8067	2.9848	3.1677	3.3547	3.5451	3.7383	3.9337	4.1304	4.3277	4.5249	4.7211	4.9158	5.1081	5.2975	
68	0.6860	0.7496	0.8183	0.8926	0.9725	1.0585	1.1506	1.2492	1.3543	1.4662	1.5848	1.7102	1.8425	1.9815	2.1270	2.2790	2.4369	2.6007	2.7697	2.9436	3.1218	3.3038	3.4888	3.6762	3.8653	4.0553	4.2456	4.4354	4.6240	4.8106	4.9946	
69	0.6220	0.6801	0.7431	0.8111	0.8845	0.9636	1.0485	1.1395	1.2367	1.3404	1.4506	1.5673	1.6907	1.8206	1.9570	2.0997	2.2484	2.4029	2.5628	2.7277	2.8970	3.0703	3.2469	3.4262	3.6075	3.7901	3.9733	4.1563	4.3386	4.5192	4.6977	
70	0.5626	0.6156	0.6730	0.7352	0.8024	0.8749	0.9529	1.0366	1.1263	1.2220	1.3240	1.4323	1.5470	1.6680	1.7954	1.9290	2.0685	2.2138	2.3645	2.5203	2.6807	2.8452	3.0133	3.1843	3.3576	3.5325	3.7084	3.8846	4.0602	4.2347	4.4074	
71	0.5076	0.5558	0.6080	0.6647	0.7261	0.7923	0.8637	0.9405	1.0229	1.1110	1.2051	1.3052	1.4114	1.5238	1.6423	1.7669	1.8974	2.0335	2.1751	2.3219	2.4733	2.6290	2.7884	2.9510	3.1162	3.2833	3.4517	3.6207	3.7896	3.9577	4.1244	
72	0.4569	0.5005	0.5480	0.5995	0.6553	0.7156	0.7808	0.8510	0.9264	1.0073	1.0937	1.1860	1.2840	1.3880	1.4979	1.6136	1.7352	1.8624	1.9949	2.1326	2.2751	2.4219	2.5726	2.7268	2.8837	3.0429	3.2036	3.3653	3.5273	3.6889	3.8494	
73	0.4103	0.4497	0.4926	0.5392	0.5898	0.6447	0.7039	0.7679	0.8367	0.9106	0.9899	1.0745	1.1647	1.2605	1.3621	1.4693	1.5821	1.7004	1.8241	1.9529	2.0864	2.2244	2.3664	2.5120	2.6607	2.8118	2.9647	3.1190	3.2739	3.4287	3.5828	
74	0.3675	0.4030	0.4417	0.4838	0.5295	0.5792	0.6329	0.6910	0.7536	0.8210	0.8933	0.9707	1.0534	1.1414	1.2349	1.3338	1.4381	1.5478	1.6628	1.7827	1.9075	2.0367	2.1701	2.3071	2.4474	2.5904	2.7355	2.8822	3.0298	3.1778	3.3254	
75	0.3283	0.3602	0.3950	0.4329	0.4742	0.5190	0.5675	0.6201	0.6769	0.7380	0.8038	0.8744	0.9499	1.0305	1.1162	1.2071	1.3033	1.4046	1.5110	1.6224	1.7385	1.8591	1.9838	2.1124	2.2443	2.3791	2.5163	2.6553	2.7956	2.9366	3.0775	
76	0.2926	0.3212	0.3524	0.3864	0.4235	0.4638	0.5075	0.5549	0.6062	0.6616	0.7213	0.7854	0.8541	0.9275	1.0059	1.0891	1.1774	1.2706	1.3688	1.4718	1.5794	1.6915	1.8078	1.9279	2.0516	2.1782	2.3075	2.4388	2.5717	2.7055	2.8397	
77	0.2601	0.2857	0.3135	0.3440	0.3772	0.4134	0.4526	0.4953	0.5415	0.5914	0.6453	0.7033	0.7656	0.8324	0.9037	0.9797	1.0604	1.1458	1.2360	1.3309	1.4303	1.5341	1.6421	1.7540	1.8694	1.9880	2.1093	2.2329	2.3583	2.4850	2.6123	
78	0.2307	0.2534	0.2783	0.3054	0.3351	0.3674	0.4026	0.4408	0.4823	0.5272	0.5757	0.6280	0.6843	0.7448	0.8094	0.8785	0.9520	1.0301	1.1126	1.1997	1.2912	1.3869	1.4868	1.5905	1.6978	1.8084	1.9219	2.0379	2.1558	2.2753	2.3957	
79	0.2041	0.2242	0.2463	0.2705	0.2969	0.3257	0.3571	0.3913	0.4284	0.4686	0.5121	0.5592	0.6099	0.6644	0.7228	0.7854	0.8521	0.9231	0.9984	1.0780	1.1618	1.2498	1.3417	1.4376	1.5370	1.6398	1.7455	1.8538	1.9643	2.0766	2.1901	
80	0.1800	0.1979	0.2175	0.2390	0.2624	0.2880	0.3159	0.3464	0.3794	0.4154	0.4543	0.4964	0.5419	0.5909	0.6435	0.7000	0.7603	0.8246	0.8930	0.9655	1.0420	1.1225	1.2069	1.2951	1.3868	1.4819	1.5800	1.6809	1.7840	1.8891	1.9957	
81	0.1585	0.1742	0.1916	0.2105	0.2313	0.2540	0.2787	0.3058	0.3352	0.3671	0.4019	0.4395	0.4801	0.5240	0.5712	0.6220	0.6763	0.7344	0.7962	0.8619	0.9315	1.0049	1.0820	1.1628	1.2472	1.3348	1.4255	1.5190	1.6149	1.7129	1.8126	
82	0.1391	0.1530	0.1683	0.1850	0.2033	0.2234	0.2453	0.2692	0.2952	0.3236	0.3545	0.3879	0.4241	0.4633	0.5055	0.5510	0.5997	0.6520	0.7077	0.7671	0.8301	0.8967	0.9669	1.0406	1.1178	1.1982	1.2817	1.3681	1.4569	1.5479	1.6408	
83	0.1218	0.1340	0.1474	0.1622	0.1783	0.1959	0.2152	0.2363	0.2594	0.2845	0.3118	0.3414	0.3736	0.4084	0.4461	0.4866	0.5302	0.5770	0.6271	0.6805	0.7373	0.7975	0.8612	0.9282	0.9985	1.0721	1.1486	1.2280	1.3099	1.3942	1.4804	
84	0.1064	0.1171	0.1289	0.1418	0.1559	0.1714	0.1884	0.2070	0.2272	0.2494	0.2735	0.2997	0.3282	0.3590	0.3924	0.4285	0.4673	0.5091	0.5539	0.6017	0.6528	0.7070	0.7645	0.8252	0.8890	0.9560	1.0258	1.0985	1.1738	1.2514	1.3311	
85	0.0927	0.1021	0.1123	0.1236	0.1360	0.1496	0.1645	0.1808	0.1986	0.2180	0.2392	0.2623	0.2874	0.3147	0.3442	0.3762	0.4107	0.4478	0.4877	0.5304	0.5761	0.6248	0.6765	0.7312	0.7889	0.8496	0.9131	0.9794	1.0482	1.1194	1.1928	
86	0.0806	0.0887	0.0977	0.1075	0.1183	0.1302	0.1432	0.1575	0.1730	0.1901	0.2087	0.2280	0.2490	0.2710	0.2940	0.3189	0.3458	0.3747	0.4056	0.4395	0.4764	0.5164	0.5596	0.6058	0.6550	0.7072	0.7625	0.8100	0.8702	0.9329	0.9980	1.0652
87	0.0699	0.0770	0.0848	0.0933	0.1027	0.1130	0.1244	0.1368	0.1504	0.1653	0.1816	0.1993	0.2187	0.2397	0.2626	0.2874	0.3143	0.3434	0.3747	0.4084	0.4446	0.4833	0.5246	0.5685	0.6151	0.6643	0.7162	0.7706	0.8274	0.8866	0.9480	
88	0.0605	0.0666	0.0733	0.0808	0.0889	0.0979	0.1077	0.1186	0.1304	0.1434	0.1575	0.1730	0.1899	0.2084	0.2284	0.2502	0.2738	0.2994	0.3270	0.3567	0.3887	0.4230	0.4597	0.4989	0.5405	0.5845	0.6311	0.6801	0.7314	0.7851	0.8408	
89	0.0522	0.0575	0.0633	0.0697	0.0768	0.0846	0.0931	0.1025	0.1128	0.1240	0.1363	0.1498	0.1646	0.1806	0.1981	0.2172	0.2378	0.2603	0.2845	0.3107	0.3389	0.3692	0.4017	0.4364	0.4734	0.5127	0.5543	0.5982	0.6444	0.6928	0.7432	
90	0.0449	0.0495	0.0545	0.0601	0.0662	0.0729	0.0803	0.0884	0.0973	0.1070	0.1177	0.1294	0.1422	0.1562	0.1714	0.1880	0.2060	0.2256	0.2468	0.2698	0.2946	0.3212	0.3499	0.3805	0.4133	0.4482	0.4853	0.5245	0.5659	0.6093	0.6548	