## **UNIVERZITA PARDUBICE**

Fakulta elektrotechniky a informatiky

# SADA BENCHMARKOVÝCH DYNAMICKÝCH SOUSTAV PRO EVALUACI METOD AUTOMATICKÉ REGULACE

Marek Pakosta

Bakalářská práce 2019 Univerzita Pardubice Fakulta elektrotechniky a informatiky Akademický rok: 2018/2019

# ZADÁNÍ BAKALÁŘSKÉ PRÁCE

(PROJEKTU, UMĚLECKÉHO DÍLA, UMĚLECKÉHO VÝKONU)

Jméno a příjmení:	Marek Pakosta
Osobní číslo:	I16259
Studijní program:	B2612 Elektrotechnika a informatika
Studijní obor:	Řízení procesů
Název tématu:	Sada benchmarkových dynamických soustav pro evaluaci metod automatické regulace

Zadávající katedra: Katedra řízení procesů

#### Zásady pro vypracování:

Postup: cílem práce je navržení skupiny lineárních modelů dynamických soustav, které budou sloužit jako benchmarky pro vyhodnocení kvality metod automatické regulace. Je třeba dbát na to, aby mezi benchmarkovými soustavami byly zahrnuty všechny významné vlastnosti dynamických soustav (jednokapacitní, vícekapacitní, periodické, aperiodické, s dopravním zpožděním, neminimálněfázové, nestabilní). Součástí práce bude podrobný popis vlastností jednotlivých soustav, důvody zahrnutí do skupiny a demonstrační návrh automatické regulace soustavy pomocí vhodně vybrané metody.

Teoretická část: Komplexní rešerše posledních vědeckých publikací představujících nějakou metodu automatické regulace se zaměřením na posouzení dynamických soustav, které byly použity pro demonstraci metody. Stanovení postupu selekce soustav do vytvářené skupiny. Finální výběr soustav.

Praktická část: Vytvoření komplexního popisu vybraných soustav z pohledu jejich vlastností (přechodové charakteristiky, frekvenční charakteristiky).

Návrh řízení každé vybrané soustavy vhodnou metodou včetně diskuse.

Rozsah grafických prací:

Rozsah pracovní zprávy:

cca 50 stran

Forma zpracování bakalářské práce: tištěná/elektronická

Seznam odborné literatury:

BALÁTĚ, J. Automatické řízení. Praha: BEN, 2003. 654 s. ISBN 80-7300-020-2. Astrom, K., Hagglund, T. PID Controllers: Theory, Design, and Tuning. The Instrumentation, Systems, and Automation Society, 1995. 343 s. ISBN 1556175167.

Sharma, R. PID Controller Tuning Techniques: A Review. JCET Vol. 2 Iss. 4 October 2012 PP. 168-176

Vedoucí bakalářské práce:

doc. Ing. Petr Doležel, Ph.D. Katedra řízení procesů

Datum zadání bakalářské práce: Termín odevzdání bakalářské práce: 10. května 2019

14. prosince 2018

Ing. Zdeněk Němec, Ph.D. děkan

V Pardubicích dne 14. prosince 2018



L.S.

N

Ing. Daniel Honc, Ph.D. vedoucí katedry

### Prohlášení

#### Prohlašuji:

Tuto práci jsem vypracoval samostatně. Veškeré literární prameny a informace, které jsem v práci využil, jsou uvedeny v seznamu použité literatury.

Byl jsem seznámen s tím, že se na moji práci vztahují práva a povinnosti vyplývající ze zákona č. 121/2000 Sb., autorský zákon, zejména se skutečností, že Univerzita Pardubice má právo na uzavření licenční smlouvy o užití této práce jako školního díla podle § 60 odst. 1 autorského zákona, a s tím, že pokud dojde k užití této práce mnou nebo bude poskytnuta licence o užití jinému subjektu, je Univerzita Pardubice oprávněna ode mne požadovat přiměřený příspěvek na úhradu nákladů, které na vytvoření díla vynaložila, a to podle okolností až do jejich skutečné výše.

Beru na vědomí, že v souladu s § 47b zákona č. 111/1998 Sb., o vysokých školách a o změně a doplnění dalších zákonů (zákon o vysokých školách), ve znění pozdějších předpisů, a směrnicí Univerzity Pardubice č. 9/2012, bude práce zveřejněna v Univerzitní knihovně a prostřednictvím Digitální knihovny Univerzity Pardubice.

V Pardubicích dne 26. 3. 2019

Marek Pakosta

### Poděkování

Rád bych poděkoval svému vedoucímu, kterým byl doc. Ing. Petr Doležel, Ph.D., za zvýšení míry poznání, věcné rady a připomínky, také bych rád poděkoval svým rodičům za podporu během studia.

V Pardubicích dne 26. 3. 2019

Marek Pakosta

### ANOTACE

V rámci práce byly navrženy dynamické soustavy vhodné pro testování kvality různých návrhů regulačních obvodů. Jednotlivé soustavy byly nejprve podrobně popsány z hlediska dynamických vlastností, přičemž snahou bylo, aby každá soustava měla specifický dominantní rys. V další části práce pak byly demonstrativně navrženy regulační obvody k řízení všech představených soustav a kvalita regulace byla diskutována.

### KLÍČOVÁ SLOVA

Benchmark, dynamická soustava, řízení procesů, PID regulátor.

### TITLE

Set of dynamical systems for controller benchmark

### ANNOTATION

A set of dynamical systems, which are suitable for quality control evaluation, is proposed in this thesis. In the beginning of the work, the individual systems are described comprehensively. Each system provides a specific feature important from the control design point of view. Then, the control system design is performed for every proposed system and the results are systematically discussed at the end of the work.

### **KEYWORDS**

Benchmark, Dynamical system, Process control, PID controller.

# OBSAH

	SEZNAM ZKRATEK A ZNAČEK	
	SEZNAM SYMBOLŮ PROMĚNNÝCH VELIČIN A FUNKC	11
	SEZNAM ILUSTRACÍ	14
	SEZNAM TABULEK	16
	ÚVOD	17
1	ZÁKLADNÍ POJMY	18
1.1	Systém	18
1.2	Dynamický systém	19
1.2.1	Model	19
1.3	Laplaceova transformace	20
1.4	Obrazový přenos	21
1.5	Přechodová charakteristika	22
1.6	Statická charakteristika	23
1.7	Rozdělení dynamických systémů z hlediska ustáleného stavu	23
1.8	Impulsní charakteristika	24
1.8.1	Vztah mezi přechodovou a impulzní charakteristikou	25
1.8.2	Frekvenční charakteristika	25
1.8.3	Frekvenční přenos	
1.8.4	Amplitudo-fázová frekvenční charakteristika	
2	AUTOMATICKÁ REGULACE	
2.1	Regulační obvod	29
2.2	PID regulátor	
2.2.1	Proporcionální regulátor (P složka)	
2.2.2	Integrační regulátor (I složka)	
2.2.3	Derivační regulátor (D složka)	
2.3	Syntéza regulačního obvodu	
2.4	Stabilita regulačního obvodu	
2.4.1	Stabilita uzavřeného regulačního obvodu	
2.5	Stabilní systém	35
2.6	Kritéria stability	
2.6.1	Hurwitzovo (algebraické) kritérium stability	
2.7	Kvalita regulace	

2.7.1	Posouzení kvality podle tvaru přechodové funkce	36
2.7.2	Posouzení kvality podle integrálních kritérií	37
2.7.3	Posouzení kvality regulace v Gaussově komplexní rovině	38
2.7.4	Posouzení kvality regulace ve frekvenční oblasti	38
3	METODY NASTAVENÍ PID REGULÁTORU	39
3.1	Aproximace obrazových přenosů	40
3.1.1	Úprava L-přenosů na základě znalosti přechodové charakteristiky	41
3.1.2	Přímá úprava L-přenosů soustav	41
3.2	Metody seřizování vycházející z uzavřeného regulačního obvodu	46
3.2.1	Experimentální metoda pokus-omyl	46
3.2.2	Ziegler-Nicholsova metoda kritických parametrů	47
3.2.3	Tyreusova-Luybenova metoda	48
3.2.4	Metoda čtvrtinového tlumení	49
3.2.5	Metoda dobrého zesílení	50
3.3	Metody seřizování vycházející z modelu soustavy	51
3.3.1	Metoda SIMC	51
3.3.2	Metoda požadovaného modelu	52
3.3.3	Metoda optimálního modulu	53
3.3.4	Metoda Symetrického optima	55
3.3.5	Metoda násobného dominantního pólu	56
4	POPIS A NÁVRH ŘÍZENÍ BENCHMARKOVÝCH SOUSTAV	59
4.1	Benchmarková soustava vyššího řádu – periodická	62
4.1.1	Aplikování metod	63
4.1.2	Vyhodnocení účinnosti metod	65
4.2	Benchmarková soustava vyššího řádu – aperiodická	65
4.2.1	Aplikování metod	67
4.2.2	Vyhodnocení účinnosti metod	68
4.3	Benchmarková soustava s dopravním zpožděním	69
4.3.1	Aplikování metod	71
4.3.2	Vyhodnocení účinnosti metod	72
4.4	Benchmarková soustava s dominantní časovou konstantou	73
4.4.1	Aplikování metod	75
4.4.2	Vyhodnocení účinnosti metod	76
4.5	Benchmarková soustava s dominantním zesílením	77

4.5.1	Aplikování metod	78
4.5.2	Vyhodnocení účinnosti metod	80
4.6	Benchmarková soustava neminimálně fázová	80
4.6.1	Aplikování metod	82
4.6.2	Vyhodnocení účinnosti metod	
4.7	Benchmarková soustava se záporným zesílením	84
4.7.1	Aplikování metod	86
4.7.2	Vyhodnocení účinnosti metod	
4.8	Benchmarková soustava nestabilní – kmitavá	87
4.8.1	Vyšetření oblasti stability	
4.8.2	Automatická regulace nestabilní soustavy	90
4.8.3	Vyhodnocení účinnosti metody "pokus – omyl"	93
4.9	Benchmarková soustava nestabilní – nekmitavá	93
4.9.1	Vyšetření oblasti stability	94
4.9.2	Automatická regulace nestabilní soustavy	96
4.9.3	Vyhodnocení účinnosti regulace	97
4.10	Benchmarková soustava nestabilní – integrační	98
4.10.1	Aplikování metod	100
4.10.2	Vyhodnocení účinnosti metod	102
5	ZÁVĚR	104
	POUŽITÁ LITERATURA	105

# SEZNAM ZKRATEK A ZNAČEK

AFFCh	amplitudo-fázová frekvenční charakteristika
AFCh	amplitudová frekvenční charakteristika
D	derivační regulátor
FFCh	fázová frekvenční charakteristika
Ι	integrační regulátor
IAE	Integral of Absolute Error (absolutní regulační plocha)
IE	Integral of Error (lineární regulační plocha)
ISE	Integral of Squared Error (kvadratická regulační plocha)
ITAE	Integral of Time multiplied by Absolute Error
LT	Laplaceova transformace
LTI	Linear Time Invariant (lineární časově nezávislý)
MČT	metoda čtvrtinového tlumení
MDZ	metoda dobrého zesílení
MNDP	metoda násobného dominantního pólu
MOM	metoda optimálního modulu
MPM	metoda požadovaného modelu
MSO	metoda symetrického optima
ORO	otevřený regulační obvod
Р	proporcionální regulátor
PD	proporcionálně derivační regulátor
PI	proporcionálně integrační regulátor
PID	proporcionálně integračně derivační (regulátor)
P-O	metoda pokus – omyl
SIMC	SIMple Control
SPR	stavitelné parametry regulátoru
TLM	Tyreusova-Luybenova metoda
URO	uzavřený regulační obvod
ZNMKP	Zieglerova-Nicholsova metoda kritických parametrů

# SEZNAM SYMBOLŮ PROMĚNNÝCH VELIČIN A FUNKCÍ

Α velikost předchozí amplitudy koeficient výstupní veličiny  $a_{\rm n}$ В velikost následující amplitudy B(s)přenos benchmarkové soustavy  $B_1(s)$ přenos benchmarkové soustavy vyššího řádu - periodické  $B_{10}(s)$ přenos benchmarkové soustavy nestabilní - integrační  $B_{10a}(s)$ aproximovaný tvar integrační benchmarkové soustavy č. 1  $B_{10b}(s)$ aproximovaný tvar integrační benchmarkové soustavy č. 2  $B_{10c}(s)$ aproximovaný tvar integrační benchmarkové soustavy č. 3  $B_{10d}(s)$ aproximovaný tvar integrační benchmarkové soustavy č. 4  $B_2(s)$ přenos benchmarkové soustavy vyššího řádu – aperiodické  $B_3(s)$ přenos benchmarkové soustavy s dopravním zpožděním  $B_4(s)$ přenos benchmarkové soustavy s dominantní časovou konstantou  $B_5(s)$ přenos benchmarkové soustavy s dominantním zesílením přenos benchmarkové soustavy neminimálně fázové  $B_6(s)$  $B_7(s)$ přenos benchmarkové soustavy se záporným zesílením  $B_8(s)$ přenos benchmarkové soustavy nestabilní – kmitavé  $B_9(s)$ přenos benchmarkové soustavy nestabilní - nekmitavé  $b_{\rm m}$ koeficient vstupní veličiny porucha působící na výstupu soustavy d(t) $d^{\mathrm{m}}$ řád derivace vstupní veličiny  $d^{n}$ řád derivace výstupní veličiny Laplaceův obraz regulační odchylky E(s)regulační odchylka e(t)F(s)obrazový přenos  $F_{ew}(s)$ obrazový přenos mezi regulační odchylkou a žádanou veličinou  $F_{\rm wy}(s)$ obrazový přenos mezi žádanou a regulovanou veličinou  $G(i\omega)$ komplexní obrazový přenos impulzní charakteristika g(t)Η Hurwitzova matice H(s)Laplaceův obraz jednotkového skoku i komplexní proměnná, index

$I_{\rm IAE}$	absolutní regulační plocha
$I_{\mathrm{IE}}$	lineární regulační plocha
IISE	kvadratická regulační plocha
IITAE	kritérium ITAE
j	komplexní proměnná
$k_1$	zesílení soustavy
KP	zesílení regulátoru
<i>K</i> <sub>P1/4</sub>	zesílení (pro MČT)
K <sub>PGG</sub>	zesílení (pro MDZ)
$K_{\rm Pk}$	kritické zesílení
L	operátor přímé L-transformace
L-1	operátor zpětné (inverzní) L-transformace
n	stupeň charakteristické rovnice
P(s)	polynom proměnné s
pp	pásmo proporcionality, %
Q(s)	charakteristický polynom
r	relativní řád systému
R(s)	obrazový přenos regulátoru
r <sub>i</sub>	váhy proporcionální, integrační a derivační složky
S	dráha, m
S	komplexní proměnná
S(s)	obrazový přenos soustavy
Si	násobnost dominantního pólu (i=1, 2, 3, 4)
Si	póly systému
$s_i^0$	nuly systému
<i>s</i> <sup>n</sup>	řád systému
t	reálná proměnná
$t_0$	doba odezvy, s
$T_{1/4}$	doba kmitu (pro MČT), s
$T_{\rm D}$	derivační časová konstanta regulátoru
T <sub>d</sub>	dopravní zpoždění, s
T <sub>di</sub>	dopravní zpoždění, s
$T_{\mathrm{I}}$	integrační časová konstanta regulátoru

$T_{\rm k}$	kritická perioda, s
<i>t</i> <sub>max</sub>	doba dosažení maximálního překmitu, s
$T_{ m ou}$	perioda překmit-podkmit, s
treg	doba regulace, s
$T_{ m w}$	časová konstanta pro nastavení systému bez dopravního zpoždění, s
$T_{\Sigma}$	souhrnná časová konstanta, s
U(s)	Laplaceův obraz akční veličiny
<i>u</i> ( <i>t</i> )	akční veličina
v	rychlost, m.s <sup>-1</sup>
v(t)	porucha působící na vstupu soustavy
W(s)	Laplaceův obraz řídicí veličiny
w(t)	žádaná veličina
X(s)	obraz funkce definované v oblasti komplexní proměnné
x(t)	originál funkce
Y(s)	Laplaceův obraz výstupu
y(t)	regulovaná veličina
Ymax	maximální hodnota regulované veličina při překmitu
α	stavitelný koeficient filtru D složky
Δ	tolerance regulace, %
$\delta(t)$	Diracův jednotkový impulz
$\eta(t)$	jednotkový skok
κ	relativní překmit
ξ	součinitel relativního tlumení
τ, Τ	časová konstanta, s
$\varphi$	fázový posuv, °
ω	frekvence, s <sup>-1</sup>

# SEZNAM ILUSTRACÍ

Obr. 1 – Obrazový přenos	21
Obr. 2 – Jednotkový skok	22
Obr. 3 – Statická charakteristika	23
Obr. 4 – Jednotkový impulz	25
Obr. 5 – Vynášení hodnot v Kartézském tvaru	27
Obr. 6 – Vynášení hodnot v polárním tvaru	27
Obr. 7 – Amplitudofázová frekvenční charakteristika	28
Obr. 8 – Blokové schéma otevřeného regulačního obvodu	29
Obr. 9 – Blokové schéma uzavřeného regulačního obvodu	30
Obr. 10 – Místa působení poruch	39
Obr. 11 – Seřizování regulátoru MČT	48
Obr. 12 – Experimentální seřizování MDZ	49
Obr. 13 – Charakteristiky popisující benchmarkovou soustavu B <sub>1</sub>	63
Obr. 14 – Regulační pochod benchmarkové soustavy B <sub>1</sub>	64
Obr. 15 – Charakteristiky popisující benchmarkovou soustavu B2	66
Obr. 16 – Regulační pochod benchmarkové soustavy B2	68
Obr. 17 – Porovnání AFCh a FFCh soustav	69
Obr. 18 – Charakteristiky popisující benchmarkovou soustavu B <sub>3</sub>	70
Obr. 19 – Regulační pochod benchmarkové soustavy B3	72
Obr. 20 – Charakteristiky popisující benchmarkovou soustavu B <sub>4</sub>	74
Obr. 21 – Regulační pochod benchmarkové soustavy B4	76
Obr. 22 – Charakteristiky popisující benchmarkovou soustavu B5	78
Obr. 23 – Regulační pochod benchmarkové soustavy B <sub>5</sub>	79
Obr. 24 – Charakteristiky popisující benchmarkovou soustavu B <sub>6</sub>	81
Obr. 25 – Regulační pochod benchmarkové soustavy B <sub>6</sub>	83
Obr. 26 – Charakteristiky popisující benchmarkovou soustavu B7	85
Obr. 27 – Regulační pochod benchmarkové soustavy B7	87
Obr. 28 – Charakteristiky popisující benchmarkovou soustavu B <sub>8</sub>	88
Obr. 29 – Vliv změn hodnot P-složky regulátoru na regulační pochod	91
Obr. 30 – Regulační pochod benchmarkové soustavy B8	92
Obr. 31 – Charakteristiky popisující benchmarkovou soustavu B <sub>9</sub>	93
Obr. 32 – Regulační pochod benchmarkové soustavy B <sub>9</sub>	97

Obr. 33 – Charakteristiky popisující benchmarkovou soustavu B <sub>10</sub>	99
Obr. 34 – Přechodové charakteristiky původní soustavy $B_{10}$ a jejích aproximací	101
Obr. 35 – Regulační pochod benchmarkové soustavy B <sub>10</sub>	101

# SEZNAM TABULEK

Tab. 1 – Vliv jednotlivých složek regulátoru na regulační pochod	39
Tab. 2 – Převodní tabulka pro vyšší řád	43
Tab. 3 – Stavitelné parametry PID regulátoru pro ZNMKP	46
Tab. 4 – Stavitelné parametry PID regulátoru pro TLM	47
Tab. 5 – SPR pro MČT	48
Tab. 6 – Stavitelné parametry analogového PID regulátoru pro metodu SIMC	51
Tab. 7 – Hodnoty koeficientů pro požadovaný relativní překmit $\kappa$	52
Tab. 8 – Stavitelné parametry analogového PID regulátoru pro MPM	52
Tab. 9 – Stavitelné parametry analogového PID regulátoru pro MOM	54
Tab. 10 – Stavitelné parametry analogového PID regulátoru pro MSO	55
Tab. 11 – Přehled použitých experimentálních metod	61
Tab. 12 – Přehled použitých metod vyžadujících znalost přenosu soustavy	61
Tab. 13 – SPR získané danými metodami pro soustavu B <sub>1</sub>	64
Tab. 14 – SPR získané danými metodami pro soustavu B2	67
Tab. 15 – SPR získané danými metodami pro soustavu B <sub>3</sub>	71
Tab. 16 – SPR získané danými metodami pro soustavu B4	75
Tab. 17 – SPR získané danými metodami pro soustavu B5	79
Tab. 18 – SPR získané danými metodami pro soustavu B <sub>6</sub>	82
Tab. 19 – SPR získané danými metodami pro soustavu B7	86
Tab. 20 – Získané SPR pro soustavu B <sub>8</sub>	91
Tab. 21 – Získané SPR pro soustavu B <sub>9</sub>	96
Tab. 22 – SPR získané danými metodami pro soustavu B <sub>10</sub>	100

# ÚVOD

Cílem této práce je získání přenosů zastupujících všechny typické dynamické soustavy prostřednictvím rešerše aktuální odborné literatury, popis jejich vlastností a následný výběr vhodné metody automatické regulace pro daný typ soustavy.

Při zařazování soustav do výběru byl kladen důraz na to, aby se jednalo, pokud možno, o praktické systémy z technické praxe, aby tyto soustavy byly podepřeny odbornou literaturou (případně aby se jednalo o soustavy, na kterých se testují různé metody) a aby jednotlivé vybrané soustavy měly dominantní typické vlastnosti.

Teoretická část vysvětluje základní pojmy potřebné k pochopení dané problematiky. Je zde vysvětlen pojem dynamický systém, model, způsob získání modelu, Laplaceova transformace, impulzní, přechodová, frekvenční a statická charakteristika. Následně je vysvětlen princip automatické regulace, regulačního obvodu, PID regulátoru, návrhu regulačního obvodu, stability a kvality regulace.

Dále se práce zabývá možnostmi návrhů regulačních obvodů se zaměřením na PID regulátory. Navazuje detailní popis aproximace obrazových přenosů a následuje výběr a popis metod sloužících k získání stavitelných parametrů PID regulátoru, které budou aplikovány na jednotlivé soustavy.

Poslední kapitola obsahuje samotný výběr benchmarkových soustav podle uvedených kritérií, popis jejich vlastností a příklady návrhu řízení.

# 1 ZÁKLADNÍ POJMY

## 1.1 SYSTÉM

Systémem rozumíme obecně soubor prvků, mezi nimiž existují vzájemné vztahy a jako celek má určité vztahy ke svému okolí (Balátě, 2003). Systém je charakterizován vztahem ke svému okolí a svojí vlastní strukturou určující jeho vnitřní uspořádání. Chováním systému rozumíme závislost mezi určitými podněty na jeho vstupu a příslušnými odezvami na jeho výstupu. Systémy můžeme rozdělit dle (Vrožina, 2012; Honc, 2018; Burý, 2007):

- Vztahu k realitě reálné × abstraktní. Reálné systémy jsou tvořeny prvky hmotné povahy. Abstraktní systémy jsou tvořeny prvky nehmotné povahy.
- Chování v čase statické × dynamické. U statického systému závisí výstup v daném okamžiku pouze na okamžité hodnotě vstupu. Výstup dynamického systému závisí také na historii předcházejících vstupů a výstupů.
- Typu systémových veličin spojité × diskrétní. Spojitý signál má tu vlastnost, že v libovolném intervalu nabývá nekonečného počtu hodnot. U diskrétního signálu rozlišujeme vzorkování, tedy přiřazení konečného počtu hodnot spojitému signálu v čase, a kvantování, přiřazení jedné z konečného počtu hodnot amplitudě spojitého signálu.
- Tvaru statické charakteristiky lineární × nelineární. Lineární systém lze popsat soustavou lineárních diferenciálních rovnic a platí pro ně princip superpozice. Nelineární systém takto popsat nelze a neplatí pro něj princip superpozice.
- Rozložení parametrů v prostoru soustředěné × rozprostřené. Systém se soustředěnými parametry má stejné parametry v celém prostoru objektu. Lze ho popsat soustavou obyčejných diferenciálních rovnic. Parametry u systému s rozprostřenými parametry jsou závislé na poloze v objektu. Takový systém je popsán soustavou parciálních diferenciálních rovnic.
- Závislosti na čase závislé (variantní) × nezávislé (invariantní) na čase. U časově invariantních systémů jsou parametry dynamického modelu nezávislé na čase. Časově variantní dynamické systémy mají své parametry závislé na čase.
- Počtu vstupů a výstupů jednorozměrové × vícerozměrové.

### 1.2 DYNAMICKÝ SYSTÉM

Všechny systémy v přírodě mají nějakou dynamiku. Vzhledem k tomu, že každý reálný systém má nějakou hmotu, která se musí "rozpohybovat", vždy (i u velmi rychlých systémů, např. elektrických) existuje nějaký přechodový děj. Existence dynamiky je tedy zdůvodněna akumulací hmoty, energie nebo obojího. Dynamický systém tím pádem nereaguje svým výstupem na změnu vstupu na úrovni algebraické funkce, ale vykazuje přechodový děj popsatelný diferenciální rovnicí (Honc, 2018).

#### **1.2.1 Model**

Termínem model rozumíme matematický popis reálného systému vytvářeného pro určité účely, např. hloubkové porozumění modelovanému systému. Proces tvorby modelu se nazývá *modelování*. Při vytváření modelu dochází z hlediska přesnosti k redukci vzhledem k původnímu systému. Model musí vyjadřovat ty stránky daného jevu, které jsou z hlediska studia a zkoumání důležité. Redukce reálného systému na jeho matematický model se nazývá *identifikace* (Balátě, 2003).

Máme-li k dispozici matematický model, potom můžeme nahradit experimentování na reálném systému právě experimentováním na jeho modelu. Při experimentování s modelem napodobujeme nějakou situaci nebo vytváříme podmínky, které mohou nastat u skutečného systému během normálních, resp. havarijních pracovních podmínek. Tyto činnosti nazýváme *simulací* (Balátě, 2003). Simulace se často provádí s využitím výpočetní techniky. Simulace najde využití zejména tam, kde by testování reálného provozu bylo časově, ekonomicky či jinak nemožné nebo neefektivní (Macalík, 2008). Identifikaci lze provádět dle (Balátě, 2003) dvěma způsoby:

- Analyticky (matematicko-fyzikální analýzou) model v tomto případě získáváme sestavením rovnic vyjadřujících vztahy mezi vstupními a výstupními (případně také stavovými) signály prvků. Při tomto způsobu identifikace se vychází z látkových nebo energetických bilancí. Jelikož přesný popis skutečného systému může být velice komplexní, využíváme zde mnohých zjednodušení a aproximací složitých vztahů jednoduššími.
- Empiricky matematický model se určuje na základě experimentálně získaných údajů
  o chování daného systému. V tomto případě na daný systém nahlížíme jako na tzv.
  "černou skřínku". Takto získaný model je často použitelný v "menším rozsahu" (např.
  v okolí pracovního bodu, v ustáleném stavu apod.).

Verifikací nazýváme test shody modelu a systému. Test spočívá v porovnání odezvy

modelu a odezvy skutečného systému (Balátě, 2003).

Model systému může být dle (Balátě, 2003; Cvejn, 2017):

- Vnější (tzv. vstupně-výstupní) je zde vyjádřena závislost mezi vstupem a výstupem systému. Takto popsaný systém považujeme za černou skřínku s nějakým vstupem a odpovídajícím výstupem. Nevíme tedy, co se děje uvnitř (nemusíme znát strukturu analyzovaného systému). Analyzujeme reakci systému na vstupní signály.
- Vnitřní (stavový) je zde vyjádřena závislost mezi vstupem a stavem systému a také závislost mezi stavem systému a jeho výstupem.

### **1.3 LAPLACEOVA TRANSFORMACE**

Laplaceova transformace (L-transformace) je používána při popisu, analýze a syntéze regulačních obvodů. Účelem transformace je převést problém obtížně řešitelný v prostoru originálů (časové proměnné) do prostoru obrazů (komplexní proměnné), tam problém vyřešit a následně převést zpět do prostoru originálů. V transformované oblasti je možná nejenom analýza, ale také syntéza regulačního obvodu – vlastní návrh regulace, posouzení stability a kvality. L-transformaci lze taktéž využít pro řešení diferenciálních rovnic (Honc, 2018). L-transformace je definována vztahem

$$Y(s) = L\{y(t)\} = \int_{0}^{\infty} y(t)e^{-st} dt,$$
(1)

a pro zpětnou (inverzní) L-transformaci platí

$$y(t) = L^{-1} \{ Y(s) \} = \frac{1}{2\pi j} \int_{c-j\omega}^{c+j\omega} Y(s) e^{st} ds,$$
(2)

kde s je komplexní proměnná,

t – reálná proměnná,

y(t) – originál (funkce definovaná pro  $t \in \langle 0, \infty \rangle$ ,

*Y*(s) – obraz (funkce definovaná v oblasti komplexní proměnné),

L – operátor přímé L-transformace,

L<sup>-1</sup> – operátor zpětné (inverzní) L-transformace (Honc, 2018).

### 1.4 OBRAZOVÝ PŘENOS

Příčina a následek jsou spolu prostřednictvím systému vázány operátorem transformace F(s) (Vrožina, 2012). Tento operátor se nazývá obrazový přenos a je dán poměrem Laplaceova obrazu výstupní a vstupní veličiny systému za předpokladu nulových počátečních podmínek.

Z důvodu fyzikální realizovatelnosti musí být řád derivace výstupu vyšší nebo roven



Obr. 1 – Obrazový přenos

řádu derivace vstupu (Vrožina, 2012). Výstup systému je tedy vázán vztahem (Honc, 2018)

$$Y(s) = F(s)U(s).$$
(3)

Kde U(s) – obraz vstupu (příčina),

Y(s) – obraz výstupu (následek).

Pro samotný obrazový přenos dostáváme

$$F(s) = \frac{Y(s)}{U(s)}.$$
(4)

Mějme diferenciální rovnici ve tvaru

$$a_n \frac{d^n y(t)}{dt^n} + \dots + a_1 \frac{dy(t)}{dt} + a_0 y(t) = b_m \frac{d^m u(t)}{dt^m} + \dots + b_1 \frac{du(t)}{dt} + b_0 u(t).$$
(5)

Po Laplaceově transformaci vztahu (5) získáme

$$(a_n s^n + \ldots + a_1 s + a_0) Y(s) = (b_m s^m + \ldots + b_1 s + b_0) U(s).$$
(6)

Pro přenos platí

$$F(s) = \frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{B(s)}{A(s)} = \frac{b_m s^m + \dots + b_1 s + b_0}{a_n s^n + \dots + a_1 s + a_0}.$$
(7)

Jmenovatel přenosu se nazývá charakteristický polynom. Přenos se často vyjadřuje ve tvaru součinu kořenových činitelů

$$F(s) = \frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{B(s)}{A(s)} = \frac{b_m(s - s_1^0)(s - s_2^0)\dots(s - s_m^0)}{a_n(s - s_1)(s - s_2)\dots(s - s_n)}.$$
(8)

Kde s<sub>i</sub> jsou póly systému,

 $s_i^0$  – nuly systému.

# 1.5 PŘECHODOVÁ CHARAKTERISTIKA



Obr. 2 – Jednotkový skok

Přechodová charakteristika je grafické znázornění přechodové funkce. Lze ji vypočítat z modelu nebo změřit na reálném zařízení (Honc, 2018). Přechodová funkce je definována jako časová odezva systému na jednotkový (nebo také Heavisideův) skok (viz obr. 2) vstupní veličiny při nulových počátečních podmínkách (Balátě, 2003). Praktickou realizací může být například připojení zdroje napětí o velikosti 1 V. Jednotkový skok je definovaný jako (Balátě, 2003):

$$u(t) = \eta(t) = 0 \operatorname{pro} t < 0,$$
 (9)

$$u(t) = \eta(t) = 1 \operatorname{pro} t \ge 0.$$
 (10)

Laplaceův obraz jednotkového skoku je

$$L\{\eta(t)\} = L\{l(t)\} = \frac{1}{s}.$$
(11)

Obraz přechodové funkce je

$$L\{h(t)\} = H(s) = F(s)U(s) = \frac{F(s)}{s}.$$
(12)

### 1.6 STATICKÁ CHARAKTERISTIKA

Všechny systémy mají nějakou dynamiku (vykazují přechodový děj), z dlouhodobého pohledu (roztažením časového měřítka) získáme pro ustálené hodnoty statickou charakteristiku. Ustálením rozumíme odeznění přechodového děje. Statická charakteristika je tedy grafické znázornění závislosti ustálených výstupů na vstupech systému. Prakticky se statická charakteristika tvoří tak, že pro určité změny vstupu se počká do ustálení a odečtou se jim odpovídající výstupy. Dvojice hodnot se nakonec vynesou do grafu (Honc, 2018).



Obr. 3 – Statická charakteristika

### 1.7 ROZDĚLENÍ DYNAMICKÝCH SYSTÉMŮ Z HLEDISKA USTÁLENÉHO STAVU

Dynamické systémy můžeme třídit podle různých hledisek. Budeme-li předpokládat, že daný systém je lineární, můžeme ho potom posuzovat podle jeho ustáleného stavu, a to tak, zda existuje nulový resp. nenulový ustálený stav, anebo zda neexistuje. Tato vlastnost se velmi dobře posuzuje z přechodové charakteristiky h(t) pro  $t\rightarrow\infty$ . (Vrožina, 2012). Systémy potom dělíme dle (Vrožina, 2012) na:

- proporcionální (statické) tyto soustavy se po vychýlení z ustáleného stavu samy ustálí na nové hodnotě ustáleného stavu, přičemž tento stav je nenulový. Příkladem může být zesilovač (proporcionální regulátor), převodovky, potrubí s kapalinami nebo teplota v místnosti.
- integrační (astatické) u těchto soustav ustálený klidový stav neexistuje a proto u nich neexistuje ani statická charakteristika. Prakticky to znamená, že pro každou nenulovou ustálenou hodnotu vstupní veličiny výstupní veličina roste (nebo klesá) až na hodnotu danou fyzikálním omezením. Integrační soustavy se tedy po vychýlení z ustáleného

stavu bez pomoci regulátoru neustálí na nové hodnotě. Příkladem může být integrační regulátor, řízení vozidel, zásobníky sypkých hmot, nádrže s nuceným přítokem a odtokem, kondenzátory.

Derivační – u těchto soustav sice ustálený stav existuje, ale je nulový, tzn. statická charakteristika je triviální. Ideální derivační člen je fyzikálně nerealizovatelný. Příkladem může být derivační regulátor, elektrické obvody s odpory a kapacitami, nebo s odpory a indukčnostmi.

### 1.8 IMPULSNÍ CHARAKTERISTIKA

Impulsní charakteristika je grafické znázornění impulsní funkce – odezvy na Diracův jednotkový impuls. Jednotkový impuls se značí  $\delta$  a je zjednodušeně definován:

$$\delta(t) = 0, \text{ pro } t \neq 0, \tag{13}$$

a

$$\delta(t) = \infty, \text{ pro } t = 0. \tag{14}$$

Jednotkový impuls musí splňovat

$$\int_{-\infty}^{\infty} \delta(t - t_0) \mathrm{d}t = 1.$$
(15)

Plocha pod křivkou má tvar obdélníku, jehož výška se blíží nekonečnu a jeho šířka se blíží nule (obr. 4), tudíž můžeme říct, že obsah plochy je roven jedné (z toho název jednotkový impuls). Jak je již z definice patrné, jednotkový impuls je v praxi nerealizovatelný, pro konkrétní obvod však stačí, aby  $t_0 \ll \tau$  (kde  $\tau$  je nejkratší časová konstanta obvodu).



Obr. 4 – Jednotkový impulz

#### 1.8.1 Vztah mezi přechodovou a impulzní charakteristikou

Jelikož je jednotkový impuls nekonečně krátký, lze derivací přechodové funkce podle času zjistit okamžité hodnoty v čase *t*, pro které můžeme touto derivací nalézt nějaký vzorec, který bude vyhovovat impulsní charakteristice. Pro vztah mezi impulsní a přechodovou charakteristikou platí

$$g(t) = \frac{d(h(t))}{dt}.$$
(16)

Kde g(t) je impulzní charakteristika,

h(t) – přechodová charakteristika.

Impulsní charakteristiku tedy získáme derivací přechodové charakteristiky a naopak přechodovou charakteristiku získáme integrací impulsní charakteristiky (Honc, 2018).

#### 1.8.2 Frekvenční charakteristika

Zatímco přechodová a impulsní charakteristika jsou posuzovány v časové oblasti, frekvenční charakteristika popisuje chování systémů v oblasti frekvenční. Lze ji vypočítat z modelu nebo změřit. Na rozdíl od obrazového přenosu v L-transformaci má frekvenční přenos konkrétní fyzikální význam (Cvejn, 2017; Honc, 2018).

#### 1.8.3 Frekvenční přenos

Předpokládáme-li lineární časově nezávislý (LTI) systém, pak při měření vstupuje do soustavy harmonický signál z generátoru a na jejím výstupu je po ustálení signál stejné frekvence, ale se změněnou amplitudou a oproti vstupnímu signálu fázově posunutý. Signál je při průchodu systémem násoben nějakým faktorem. Tomuto faktoru z oboru komplexních čísel,

který existuje pro každou frekvenci složky signálu (a je obecně pro každou frekvenci jiný), se říká *frekvenční přenos*.

U obrazového přenosu figurovala proměnná *s*. Ve skutečnosti je však tato proměnná substitucí a tím i rozšířením Fourierovy transformace. Frekvenční přenos je definován jako poměr Fourierových obrazů signálů na výstupu a na vstupu (Cvejn, 2017)

$$G(i\omega) = \frac{Y(i\omega)}{U(i\omega)}.$$
(17)

Kde  $G(i\omega)$  je komplexní obrazový přenos,

 $Y(i\omega)$  – substituovaný Laplaceův obraz výstupu,

 $U(i\omega)$  – substituovaný Laplaceův obraz vstupu.

#### 1.8.4. Amplitudo-fázová frekvenční charakteristika

Známe-li frekvenční přenos, tak dosazením konkrétní hodnoty za proměnnou  $\omega$  v intervalu  $\omega \in \langle 0, \infty \rangle$  dostáváme bod frekvenční charakteristiky v Gaussově komplexní rovině. Každý bod Amplitudofázové frekvenční charakteristiky (AFFCh) představuje chování soustavy pro jednu frekvenci – obsahuje tedy tři informace. Lze tedy zakreslit zvlášť amplitudu jako funkci frekvence (amplitudovou frekvenční charakteristiku – AFCh) a zvlášť fázový posun jako funkci frekvence (fázovou frekvenční charakteristiku – FFCh). Těmto grafům se říká v angličtině Bode plot (Honc, 2018; Cvejn, 2017).

Frekvenční přenos může být v kartézském nebo polárním tvaru. Kartézské vyjádření má tvar

$$G(i\omega) = P(\omega) + iQ(\omega) = \operatorname{Re}[G(i\omega) + i\operatorname{Im}[G(i\omega)].$$
(18)

Kde  $G(i\omega)$  je komplexní obrazový přenos,

 $P(\omega)$  – reálná část obecného polynomu,

 $Q(\omega)$  – imaginární část obecného polynomu.

Na osu x vynášíme hodnoty reálné části Re a na ose y pak hodnoty imaginární části Im.



Obr. 5 – Vynášení hodnot v Kartézském tvaru

Z tohoto tvaru lze získat modul a úhel, který svírá úsečka (vedená z počátku souřadnicového systému) s osou x do daného bodu.



Pro modul a úhel platí vztahy

$$G(i\omega) = \sqrt{P(\omega)^2 + Q(\omega)^2},$$
(19)

$$\varphi(\omega) = \arctan\left(\frac{Q(\omega)}{P(\omega)}\right). \tag{20}$$

Známe-li úhel a modul, můžeme převést komplexní číslo do goniometrického tvaru

$$\operatorname{Re} = \left| G(i\omega) \right| \cos \varphi(\omega) \tag{21}$$

$$\operatorname{Im} = \left| G(i\omega) \right| \sin \varphi(\omega) \tag{22}$$

$$G(i\omega) = |G(i\omega)|\cos\varphi(\omega) + |G(i\omega)|\sin\varphi(\omega)$$
(23)

$$G(i\omega) = |G(i\omega)|(\cos\varphi(\omega) + i\sin\varphi(\omega))$$
(24)

$$G(i\omega) = |G(i\omega)|e^{i\varphi(\omega)}.$$
(25)

Vztah (25) představuje vyjádření frekvenčního přenosu v polárních souřadnicích. Úhel je funkcí frekvence, proto se mu říká fáze, modulu se říká amplituda. Pro realizaci AFFch je potřeba znát amplitudu a fázi pro limitní případy tedy pro  $\omega \rightarrow 0$  a  $\omega \rightarrow \infty$ 



Obr. 7 – Amplitudofázová frekvenční charakteristika

Z AFFch je vidět, jak černý fázor (modul) udává hodnotu fázového posuvu a zesílení amplitudy. Čím je vyšší posuv, tím je menší zesílení a naopak. To, kolik kvadrantů AFFCh "protne", závisí na relativním řádu systému

$$r = n - m \,. \tag{26}$$

Kde r je relativní řád systému,

n – řád polynomu ve jmenovateli

*m* – řád polynomu v čitateli.

Jelikož vycházíme z obrazového přenosu, tak to znamená, že výstupní derivace musí být vyšší než řád vstupní derivace. Potom pro fázový posuv platí

$$\varphi(\omega) = -r\frac{1}{2}\pi \text{ (Cvejn, 2017).}$$
(27)

# 2 AUTOMATICKÁ REGULACE

Automatická regulace je tou oblastí automatického řízení, kdy celý regulační systém (regulační obvod) má za úkol eliminovat vliv poruchových veličin, které působí na objekt regulace – regulovanou soustavu (Burý, 2007). K této regulaci slouží regulátory. Regulace je řízena buď otevřenými, nebo uzavřenými systémy. U otevřeného systému hovoříme o ovládání, uzavřeným systémem rozumíme automatickou regulaci. Na rozdíl od ručního řízení probíhá automatické řízení samočinně pomocí umělého řídicího prvku.

Automatická regulace využívá informaci o stavu systému. Použití informace o stavu řízeného systému zvýší kvalitu řízení – zavedením *záporné* zpětné vazby (Honc, 2018). V přírodě obecně existuje záporná a kladná zpětná vazba. Příkladem kladné zpětné vazby může být tání ledovců vlivem globálního oteplování, zmenšování plochy ledovců (která také efektivně odráží světlo) působí "se změnou", tedy urychluje toto oteplování. Příkladem záporné zpětné vazby je regulace teploty v těle. Kladnou zpětnou vazbu najdeme spíše v neživé přírodě, naopak zápornou zpětnou vazbu zase v "živé" přírodě (Cvejn, 2017).

## 2.1 REGULAČNÍ OBVOD

Jak již bylo zmíněno, rozlišujeme otevřený (rozpojený) regulační obvod (ORO) a uzavřený regulační obvod (URO). V případě ORO hovoříme o ovládání u URO zase o automatické regulaci. V obou případech je cílem řízení, aby se ovládaná nebo regulovaná veličina blížila co nejvíce k žádané veličině, nebo v ideálním případě aby ji byla rovna i přes působící poruchy (Honc, 2018).

Efektivita ovládání závisí na kvalitě informací o ovládaném systému a míře vlivu poruch. Je třeba mít na paměti, že pomocí ovládání nelze stabilizovat nestabilní systém, tak jak to lze udělat pomocí automatické regulace (Honc, 2018). Regulace není tolik náchylná na kvalitu informací o ovládaném systému a dokáže lépe potlačit vliv poruch. Při návrhu musíme mít však na paměti, že pomocí zpětné vazby můžeme původně stabilní systém destabilizovat. Pokud řízení probíhá bez účasti člověka, mluvíme o automatickém řízení (Honc, 2018).



Obr. 8 – Blokové schéma otevřeného regulačního obvodu



Obr. 9 – Blokové schéma uzavřeného regulačního obvodu

Regulujícím subsystémem je *regulátor* a regulovaným subsystémem je *regulovaná soustava* (tedy typicky nějaký dynamický systém).

Regulátor je technické zařízení zpracovávající okamžitou hodnotu vzniklé regulační odchylky dle vztahu e(t) = w(t) - y(t). Na základě této regulační odchylky upraví zásah svojí akční veličinou u(t) do regulované soustavy. Cílem je, aby regulovaná veličina y(t) byla udržována na požadované (nejčastěji konstantní) hodnotě, a to i přes působení poruchy d(t)působící na výstupu soustavy, případně poruchy v(t) působící na vstupu soustavy. Požadovanou hodnotu regulované veličiny (nastavovanou na vstupu do systému) představuje w(t)(Burý, 2007).

### 2.2 PID REGULÁTOR

Tento regulátor je jednoduchý, snadno realizovatelný a universální. Jedná se o nejrozšířenější regulátor, který vyhodnocuje akční zásah na základě regulační odchylky, jejím integrálu a její derivaci (Cvejn, 2017). Obsahuje 3 složky (Honc, 2018):

- proporcionální (P),
- integrační (I),
- derivační (D).

Rovnice popisující chování analogového PID regulátoru je následující

$$u(t) = r_0 e(t) + r_{-1} \int_0^t e(\tau) d\tau + r_1 \frac{de(t)}{dt}, \qquad (28)$$

kde u(t) je výstupní veličina (akční) z regulátoru,

e(t) – veličina vstupující do regulátoru,

 $r_i$  – váhy proporcionální, integrační a derivační složky regulátoru.

L-transformace rovnice (25) má tvar

$$U(s) = r_0 E(s) + r_{-1} \frac{E(s)}{s} + r_1 s E(s).$$
<sup>(29)</sup>

Kde U(s) je Laplaceův obraz akční veličiny,

E(s) – Laplaceův obraz regulační odchylky,

r0 – váha proporcionální složky regulátoru,

*r*<sub>-1</sub> – váha integrační složky regulátoru,

*r*<sub>1</sub> – váha derivační složky regulátoru.

Za předpokladu nulových počátečních podmínek můžeme psát obrazový přenos

$$R(s) = \frac{U(s)}{E(s)} = r_0 + \frac{r_{-1}}{s} + r_1 s.$$
(30)

V praxi se kvůli realizovatelnosti pracuje pouze se společným parametrem a časovými konstantami

$$u(t) = K_P \left[ e(t) + \frac{1}{T_I} \int_0^t e(\tau) \mathrm{d}\tau + T_D \frac{\mathrm{d}e(t)}{\mathrm{d}t} \right].$$
(31)

Kde K<sub>P</sub> je společný parametr proporcionální složky regulátoru (systém s ovlivňováním),

 $T_{\rm I}$  – integrační časová konstanta regulátoru,

 $T_{\rm D}$  – derivační časová konstanta regulátoru.

Zde jsou parametry integrační a derivační složky nahrazeny časovými konstantami  $T_I$  a  $T_D$ . Pro získání P regulátoru je třeba položit  $T_I \rightarrow \infty \wedge T_D \rightarrow 0$ .

L-transformace vztahu (31) má tvar

$$u(t) = K_P \left[ E(s) + \frac{1}{T_I} \frac{E(s)}{s} + T_D s E(s) \right].$$
(32)

Za předpokladu nulových počátečních podmínek můžeme psát obrazový přenos

$$R(s) = \frac{U(s)}{E(s)} = K_P \left[ 1 + \frac{1}{T_I s} + T_D s \right].$$
(33)

U průmyslových regulátorů se často používá tzv. pásmo proporcionality, které je definováno jako

$$pp = 100 \cdot \frac{1}{K_P} \% . \tag{34}$$

Výše uvedené parametry jsou označovány jako stavitelné parametry regulátoru (SPR) jejichž vhodné nastavení pro danou regulovanou soustavu zajistí požadovanou kvalitu regulace.

V praxi se používají i jednodušší typy regulátorů jako regulátor typu P (proporcionální), I (integrační), PI (proporcionálně integrační) a PD (proporcionálně derivační). Rovnice těchto členů lze získat z rovnice PID regulátoru vynecháním příslušných členů (uvažování některého parametru nulovým). Samotný D regulátor nelze použít – v ustáleném stavu by došlo k rozpojení zpětné vazby – derivace regulační odchylky je nulová (Honc, 2018).

### 2.2.1 Proporcionální regulátor (P složka)

Představuje zesílení záporné zpětné vazby. Čím větší zesílení, tím je rychlejší regulační děj, ale pro příliš vysoké hodnoty je kmitavý a může vést i k destabilizaci (rozkmit výstupní hodnoty narůstá do nekonečna).

U statických soustav samotná P složka nezaručí dosažení žádané hodnoty, neboť pro nenulovou hodnotu výstupní veličiny je nutný nenulový vstup regulátoru, tedy nenulová regulační odchylka. Odchylka je tím menší, čím je větší zesílení.

#### 2.2.2 Integrační regulátor (I složka)

Umožňuje dosáhnout nulové regulační odchylky i pro statické soustavy. Integrační složka ale zvyšuje relativní řád a prodlužuje regulační pochod.

Přítomnost integrační složky znamená, že regulátor obsahuje nulový pól

$$R(s) = \frac{P(s)}{s}.$$
(35)

Kde R(s) je obrazový přenos regulátoru,

P(s) – obecný polynom.

Ustálená hodnota regulační odchylky pro

$$\lim_{t \to \infty} w(t) = w_{\infty} \text{ je}$$
(36)

$$\lim_{t \to \infty} e(t) = \lim_{s \to 0} F_{ew}(s) w_{\infty} = \lim_{s \to 0} \frac{1}{1 + \frac{P(s)}{s} S(s)} w_{\infty} = \lim_{s \to 0} \frac{s}{s + P(s)S(s)} w_{\infty} = 0$$
(37)

Kde  $F_{ew}(s)$  je obrazový přenos mezi regulační odchylkou a žádanou veličinou,  $w_{\infty}$  – ustálená hodnota žádané veličiny,

S(s) – obrazový přenos soustavy.

#### 2.2.3 Derivační regulátor (D složka)

Přítomnost D složky má na regulovaný obvod vliv v tom, že urychluje regulační pochod (zvlášť u soustav vyšších řádů popř. soustav s dopravním zpožděním). Umožňuje zpětné vazbě reagovat s určitým předstihem. V ustáleném stavu její vliv vymizí.

Dodáním derivační složky se sníží relativní řád přenosu otevřené smyčky. U systémů vyšších řádů se tím zmenší prodleva, než systém začne reagovat (Cvejn, 2017).

Derivační člen je ale idealizovaný a nejde přímo prakticky realizovat, protože jeho amplitudová charakteristika  $A(\infty) \rightarrow \infty$  pro  $\omega \rightarrow \infty$ , proto u praktické implementace nutně musí dojít ke zkreslení (na rozdíl od integrační složky, která naopak vyšší frekvence tlumí) (Cvejn, 2017). Praktická implementace derivační složky je založena na členu setrvačností prvního řádu ve tvaru

$$\frac{T_D s}{\alpha T_D s + 1}.$$
(38)

Doporučovaná hodnota  $\alpha$  je cca v rozsahu 0,05 ÷ 0,2. Setrvačný člen je spíše výhodou, protože potlačuje vysoké frekvence, které často odpovídají rušivým složkám signálu (Cvejn, 2017).

### 2.3 SYNTÉZA REGULAČNÍHO OBVODU

Syntézou regulačního obvodu nazýváme proces volby regulátoru a jeho seřízení z hlediska požadavků na kvalitu regulace. Pro dosažení nulové trvalé regulační odchylky je nutné u proporcionálních soustav (s ustáleným stavem) použít regulátor s integrační složkou. To není nutné u soustav integračních. Vyšší stupeň integrace by byl vhodný například ke sledování žádaných hodnot ve tvaru rampy, ale celkově zvyšuje náchylnost regulačního obvodu k nestabilitě a znesnadňuje naladění. Regulátor by měl svou strukturou odpovídat struktuře regulované soustavy – pro složitější soustavy je nutné použít složitější regulátor. Pro řízení soustavy blízké svým chováním soustavě 1. řádu stačí regulátor typu PI. Pro 2. řád je výhodná složka "D", která snižuje celkový řád, ale musíme řešit filtraci měřené veličiny. Vyšší derivační složky pro soustavu 3. řádu a vyšších opět přinese zlepšení, ale je nutná ještě sofistikovanější filtrace – například stavovým pozorovatelem. Další otázkou je nastavení regulátoru. Konzervativní nastavení povede na robustnější řešení, ale obvykle za cenu nižší kvality. Naopak agresivnější nastavení zajistí obecně kvalitnější regulační pochod, ale při změně vlastností regulované soustavy může způsobovat problémy. Z pohledu regulace jsou nejobtížněji regulovatelné soustavy vyššího řádu, soustavy s neminimální fází (nestabilními

nulami) a soustavy s dopravním zpožděním. Metody seřizování regulátorů mohou být experimentální nebo analytické (Honc, 2018).

Pro návrh regulačního systému je důležité znát statické a dynamické vlastnosti regulované soustavy prezentované matematickým modelem. Jak již bylo zmíněno, postup vedoucí na matematický model regulované soustavy se nazývá identifikací regulované soustavy. Teprve pak lze dle kritérií vybírat vhodný typ regulátoru a seřizovat jeho parametry pro jeho optimální činnost (Burý, 2007).

### 2.4 STABILITA REGULAČNÍHO OBVODU

Stabilita je jedním z nejdůležitějších pojmů automatické regulace. Regulační pochod nastává v systému vždy, jestliže je porušen jeho stacionární stav. To může nastat vždy při výskytu poruchové veličiny, nebo při změně žádané veličiny. Regulační pochod je tedy vlastně přechodným dějem, jehož výsledkem má být nový stacionární stav, nebo vyregulovanému vlivu poruchové veličiny (Burý, 2007).

Jestliže je regulační obvod schopen zaujmout nový stacionární stav, tj. jestliže přechodový děj s časem doznívá, pak jde o stabilní regulační pochod. Jestliže však přechodový děj nedoznívá a regulační obvod tedy nezaujme nový stacionární stav, pak jde o nestabilní regulační pochod. V takovém případě je činnost regulačního systému (obvodu) narušena a ten nemůže regulovat. Regulační obvod je tedy stabilní, jestliže po vychýlení regulačního obvodu z rovnovážného stavu a po odstranění podnětu, který tuto odchylku způsobil, se regulační obvod během času vrátí do původního rovnovážného stavu. Stabilita je tedy základní podmínkou správné činnosti regulačního systému (Burý, 2007).

Systém je tedy stabilní (ve smyslu omezeného vstupu a výstupu) právě tehdy, když pro jakýkoliv vstupní signál u(t) takový, že

$$\|u\| < \infty \operatorname{plat} i \|y\| < \infty.$$
<sup>(39)</sup>

Lineární systém je stabilní právě tehdy, když platí

$$\int_{0}^{\infty} |g(t)| \mathrm{d}t < \infty, \tag{40}$$

kde g(t) je jeho impulsní charakteristika.

Aby byl systém stabilní, tak musí všechny kořeny jeho charakteristického mnohočlenu ležet uvnitř levé poloroviny Gaussovy roviny, tj. v množině takových *s*, že Re s < 0. Toto tvrzení je nutnou podmínkou stability. Toto tvrzení dává *přímou metodu* vyšetření stability na základě polohy pólů charakteristického mnohočlenu (jmenovatele přenosu) (Cvejn, 2017).

### 2.4.1 Stabilita uzavřeného regulačního obvodu

V případě lineárního systému a lineárního regulátoru je uzavřený regulační obvod sám lineárním systémem, jehož vstupem jsou působící poruchy d(t), v(t) a referenční proměnná w(t). Při automatickém řízení může nastat situace, kdy systém je sám o sobě stabilní, ale po uzavření zpětné vazby se celý systém stává nestabilním a naopak (Cvejn, 2017).

V principu jsou možné 3 případy (Cvejn, 2017):

- Stabilní regulační děj po určité době dojde k ustálení výstupu na nové hodnotě.
- Nestabilní regulační děj při působení nenulového vstupu nedojde po určité době k ustálení na nové hodnotě (místo toho výstup systému narůstá nade všechny meze).
- Regulační děj na mezi stability je mezní případ, kdy hodnoty výstupní veličiny oscilují, ale amplituda kmitů se nezvětšuje ani nezmenšuje.
   Pro vyšetření stability pracujeme s charakteristickým mnohočlenem přenosu, který je vždy stejný pro libovolný vstup a výstup soustavy (ty se liší čitatelem přenosu, který na stabilitu nemá vliv).

### 2.5 STABILNÍ SYSTÉM

Podmínky rozhodující o stabilitě systému (Balátě, 2003):

- Nutnou, ale ne postačující podmínkou stability je, aby všechny koeficienty charakteristické rovnice měly stejné znaménko a žádný z nich nebyl roven nule. Počet koeficientů je roven n+1, je-li n stupeň charakteristické rovnice.
- Je-li charakteristická rovnice 2. stupně a všechny tři koeficienty jsou stejného znaménka, je regulační obvod vždy stabilní bez ohledu na velikost koeficientů (podmínka č. 1 se v tomto případě stává podmínkou postačující).
- 3. Je-li charakteristická rovnice třetího a vyššího stupně a všechny koeficienty mají stejné znaménko a jsou různé od nuly, stabilita regulačního obvodu je závislá na velikosti jednotlivých koeficientů a je nutné ji řešit např. pomocí některého z kritérií stability.

### 2.6 KRITÉRIA STABILITY

Posuzování stability přímou metodou, tedy zjišťování kořenů charakteristické rovnice, mnohdy nebývá snadné a je tím obtížnější, čím je větší řád charakteristické rovnice. Proto se ke zjišťování stability systému používají *kritéria* stability, pomocí nichž se lze snadněji přesvědčit o stabilitě (Burý, 2007). Kritéria stability jsou v zásadě dvojího typu (Cvejn, 2017):

- Algebraická mezi tato kritéria patři např. Hurwitzovo a Routh-Schurovo kritérium stability.
- Frekvenční mezi tato kritéria patři např. Nyquistovo a Michajlovo kritérium stability.

Význam těchto kritérií v současné době poněkud klesá, protože pomocí moderních softwarových nástrojů není problém určit kořeny mnohočlenů libovolného řádu. Přesto jsou však užitečná pro návrh regulátoru.

#### 2.6.1 Hurwitzovo (algebraické) kritérium stability

Toto kritérium se opírá o sestavení Hurtwitzova determinantu z konstant charakteristické rovnice (Burý, 2007).

Rovnici tvaru (Cvejn, 2017):

$$Q(s) = a_n s^n + a_{n-1} s^{n-1} + \dots + a_1 s + a_0.$$
(41)

Kde Q(s) je tzv. charakteristický polynom (jmenovatel obrazového přenosu),

*a*<sub>n</sub> – koeficient výstupní veličiny.

Z této rovnice (41) sestavíme Hurwitzovu matici

	$\begin{bmatrix} a_{n-1} \end{bmatrix}$	$a_n$	0	0	0	0
	$a_{n-3}$	$a_{n-2}$	$a_{n-1}$	$a_n$	0	0
	$a_{n-5}$	$a_{n-4}$	$a_{n-3}$	$a_{n-2}$	$a_{n-1}$	$a_n$
<i>H</i> =	$a_{n-7}$	$a_{n-6}$	$a_{n-5}$	$a_{n-4}$	$a_{n-3}$	$a_{n-2}$
		•	•	•	•	•
		•	•	•	•	•
	L .	•	•	•	•	$a_0$

ze které určíme determinant

Lineární regulační systém je dle Hurtwitze stabilní, když je hodnota H>0, tj. když všechny subdeterminanty jsou kladné. Protože  $a_0$  musí být kladné, stačí vyšetřit subdeterminanty do (n-1) řádu (Burý, 2007).

### 2.7 KVALITA REGULACE

Výše bylo uvedeno, že uzavřený regulační obvod musí být stabilní. Další věc, kterou u uzavřeného regulačního obvodu posuzujeme, je kvalita regulace. Kvalitu regulace můžeme posuzovat podle (Cvejn, 2017):
- kritérií v časové oblasti:
  - o podle tvaru přechodové funkce,
  - o podle integrálních kritérií,
- rozmístění pólů přenosu v Gaussově komplexní rovině,
- kritérií ve frekvenční oblasti.

#### 2.7.7 Posouzení kvality podle tvaru přechodové funkce

Jedním z ukazatelů kvality je *doba regulace t*<sub>reg</sub>, je dána časem, kdy regulovaná veličina poprvé vstoupí do pásma o šířce  $2\Delta$  a již v něm zůstane (zůstane mezi  $y(\infty)-\Delta$  a  $y(\infty)+\Delta$ ).

*Tolerance regulace*  $\Delta$  je dána vztahem

$$\Delta = \delta \mathbf{y}(\infty), \ \delta = 0.01 \div 0.05. \tag{43}$$

Udává se v procentech a nejčastěji nabývá hodnot 2 nebo 5 %.

Relativní překmit (přeregulování):

$$\kappa = \frac{y_{\max} - y(\infty)}{y(\infty)},\tag{44}$$

Případ  $\kappa = 0$  odpovídá nekmitavému (aperiodickému) regulačnímu pochodu (tam kde je překmit nežádoucí).

*Rychlost odezvy t*<sup>0</sup> je doba, za kterou regulovaná veličina poprvé dosáhne ustálené hodnoty  $y(\infty)$ . Bývá také definována jako doba od dosažení 10 % do 90 % ustálené hodnoty regulované veličiny (Honc, 2018; Vítečková, 2011).

#### 2.7.2 Posouzení kvality podle integrálních kritérií

Pro celkové posouzení kvality regulačního pochodu jsou vhodná integrální kritéria – tzv. regulační plocha. Čím bude obsah regulační plochy nižší, tím vyšší bude kvalita regulace. Optimální nastavení parametrů regulátoru (vzhledem k danému kritériu) lze podle situace získat analytickou nebo numerickou metodou (Honc, 2018). Integrální kritéria můžeme rozdělit dle (Honc, 2018; Vítečková, 2011) na:

• Lineární regulační plocha (IE – Integral of Error) je definována jako

$$I_{IE} = \int_{0}^{\infty} e(\tau) \mathrm{d}\tau.$$
(45)

Kritérium není vhodné pro kmitavé regulační pochody, protože se plochy pod osou času odečítají od ploch nad osou.

• Absolutní regulační plocha (IAE – Integral of Absolute Error) je definována jako

$$I_{IAE} = \int_{0}^{\infty} |e(\tau)| \mathrm{d}\tau.$$
(46)

Kritérium je vhodné pro nekmitavé i kmitavé regulační pochody, pro kmitavé jej nelze spočítat analyticky, ale pouze simulačně.

• Kvadratická regulační plocha (ISE – Integral of Squared Error) je definována jako

$$I_{ISE} = \int_{0}^{\infty} e(\tau)^2 \,\mathrm{d}\tau. \tag{47}$$

Kritérium je vhodné pro nekmitavé i kmitavé regulační pochody a lze jej spočítat i analyticky, ale výsledné regulační pochody bývají až příliš kmitavé.

*Kritérium ITAE* (Integral of Time multiplied by Absolute Error) – v sobě zahrnuje čas i
regulační odchylku a proto při jeho optimalizaci dochází současně k minimalizaci
absolutní regulační plochy i doby regulace. Kritérium je definováno jako

$$I_{ITAE} = \int_{0}^{\infty} t |e(\tau)| d\tau.$$
(48)

Kritérium ITAE je vhodné pro kmitavé i nekmitavé regulační pochody, pro nekmitavé regulační pochody jej nelze spočítat analyticky, ale pouze simulačně stejně jako IAE.

## 2.7.3 Posouzení kvality regulace v Gaussově komplexní rovině

Umístění pólů v komplexní rovině má zásadní vliv na kvalitu regulace. Reálné póly znamenají, že regulační pochod bude aperiodický. Naopak komplexně sdružené póly uzavřeného regulačního obvodu způsobí kmitání regulované veličiny. Čím jsou póly blíže počátku, tím je regulační pochod pomalejší a naopak. Kvalitu regulačního pochodu ovlivňují významným způsobem i nuly uzavřeného regulačního obvodu. Stabilní nuly snižují relativní řád, a proto kvalitu zvyšují, nestabilní nuly naopak kvalitu snižují a způsobují podobné problémy jako dopravní zpoždění (Honc, 2018).

#### 2.7.4 Posouzení kvality regulace ve frekvenční oblasti

Kvalitu regulace lze posuzovat také ve frekvenční oblasti, kdy je sledován průběh amplitudové frekvenční charakteristiky regulačního obvodu. Ve frekvenční oblasti lze také posuzovat citlivost regulačního obvodu ke změnám vlastností jeho členů, s čímž souvisí robustnost regulačního obvodu (Honc, 2018).

# **3 METODY NASTAVENÍ PID REGULÁTORU**

V technické praxi je potřeba nastavit regulátor tak, aby byla dosažena požadovaná kvalita regulace. Pro níže uvedené metody vycházíme z předpokladu, že systémy jsou lineární. Posuzuje se schopnost (Cvejn, 2017):

- účinně kompenzovat působící poruchy, rozlišujeme působení poruch (viz obr. 10):
  - na vstupu soustavy (v(t));
  - na výstupu soustavy pokud porucha působí na výstupu soustavy (*d*(*t*)), tak má podobnou dynamiku jako změna žádané hodnoty *w*(*t*) (Honc, 2018).
- rychle reagovat na změnu žádané hodnoty (sledování trajektorie).



Obr. 10 – Místa působení poruch

Z přenosů, které charakterizují regulovanou soustavu, je pro návrh regulačního obvodu nezbytná znalost přenosu akční veličiny na regulovanou. Tento přenos se označuje jako přenos soustavy a značí se F(s). Efektivnímu vykompenzování poruch působících na vstupu a na výstupu soustavy nelze vyhovět současně. Regulační obvod nastavený pro rychlé vyrovnání poruch působících na vstupu soustavy často reaguje podstatně hůře při skokových změnách žádané hodnoty (poruchy působící na výstupu soustavy) a naopak. Ve většině průmyslových aplikací (přes 90 %) se používají právě PID regulátory (Cvejn, 2017). Obecný vliv stavitelných parametrů standardního analogového regulátoru PID na rychlost a stabilitu regulačního pochodu je uvedena v tab. 1 (Vítečková, 2011).

Tab. 1 – Vliv jednotlivých složek regulátoru na regulační pochod

Parametry regulátoru	Rychlost	Stabilita
zvýšení K <sub>P</sub>	zvýšení	snížení
zvýšení T <sub>I</sub>	snížení	zvýšení
zvýšení T <sub>D</sub>	zvýšení	zvýšení

Při dolaďování regulátorů jde vždy o nějaké kompromisní řešení mezi rychlostí a stabilitou odezvy. Až na některé výjimky obecně platí, že proporcionální a integrační složky regulační obvod destabilizují, zatímco derivační složka má při vhodné filtraci stabilizující vliv (Vítečková, 2011).

Nekmitavému (aperiodickému) regulačnímu pochodu odpovídá  $\kappa = 0$ , který je požadován u procesů, kde překmit by mohl způsobit nežádoucí účinky (jsou to především tepelné a chemické procesy, ale také pohyby robotů, manipulátorů apod.) (Vítečková, 2011).

Pro  $\kappa > 0$  bývá regulační pochod kmitavý a je rychlejší než nekmitavý pochod. Rychlost nárůstu regulované veličiny y(t) se dá ocenit pomocí rychlosti odezvy  $t_0$ . Rychlost odezvy je ukazatel použitelný jak pro kmitavé, tak i nekmitavé regulační pochody a dokonce i pro pochody s dopravním zpožděním (Vítečková, 2011).

Pro většinu procesů je vyhovující regulační pochod s relativním překmitem okolo 5 %, tento překmit bude taktéž volen v případě, že to daná metoda seřizování umožňuje, a v případě, že to nebude v rozporu s daným typem regulované soustavy (Vítečková, 2011).

Pokud se současně zajistí i minimální doba regulace ( $t_{reg}$ ), pak takový regulační pochod je často považován za "prakticky optimální". Používá se všude tam, kde malý překmit nevadí, příp. je žádoucí, např. u ručkových měřicích a zapisovacích přístrojů (v tomto případě umožňuje rychle interpolovat polohu ručičky při měření) (Vítečková, 2011).

## 3.1 APROXIMACE OBRAZOVÝCH PŘENOSŮ

Některé metody jsou použitelné pouze pro určitý tvar obrazového přenosu. Pokud chceme takovou metodu aplikovat i na soustavu, která tento tvar nemá, je nutná aproximace na vhodný tvar (Šulc, 2004).

Poměrně častá je potřeba naměřenou nebo ze složitého simulačního modelu získanou přechodovou charakteristiku regulované soustavy použít jako vstupní informaci pro návrh regulačního obvodu. Postupuje se tak, že podkladová charakteristika je považována za charakteristiku nějakého vhodně zvoleného lineárního systému a jsou na ní aplikovány vztahy a zákonitosti, které lze odvodit, a samozřejmě platí přesně pouze pro zvolený lineární systém. Touto cestou se vlastně provede nejenom identifikace náhradního lineárního modelu, ale současně i určitá aproximace vlastností reálné soustavy, které komplikují syntézu a přitom nemají zásadní vliv na její výsledek. Jedná se zejména o řád modelu soustavy, některé nepodstatné nelinearity a proměnné vlastnosti (Šulc, 2004).

## 3.1.1 Úprava L-přenosů na základě znalosti přechodové charakteristiky

Pokud tvar L-přenosu soustavy nevyhovuje zvolené metodě seřízení daného regulátoru a lze např. simulačně určit jeho přechodovou charakteristiku, pak je možné použít některý z následujících postupů. Předpokládá se, že časové konstanty splňují podmínku

$$T_i \ge T_{i+1}, i = 1, 2, \dots,$$
 (49)

tj. časová konstanta s nižším indexem má vyšší nebo stejnou hodnotu než časová konstanta s vyšším indexem.

## 3.1.2 Přímá úprava L-přenosů soustav

Nejjednodušší přímé úpravy L-přenosů soustav vycházejí z rovnosti doplňkových ploch nad náhradní a simulovanou (skutečnou, původní) přechodovou charakteristikou regulované soustavy.

#### Nekmitavé proporcionální soustavy

 a) V případě jedné dominantní časové konstanty jsou ostatní méně významné sloučeny do jedné souhrnné konstanty

$$\frac{k_1}{(T_1s+1)\prod_{i=2}^n (T_is+1)} \approx \frac{k_1}{(T_1s+1)(T_{\Sigma}s+1)},$$
(50)

$$T_{\Sigma} = \sum_{i=2}^{n} T_i, T_1 >> T_i, i = 2, 3, \dots, n.$$
(51)

 b) V případě jedné dominantní časové konstanty je taktéž možné sloučit méně významné časové konstanty do hodnoty dopravního zpoždění

$$\frac{k_1}{(T_1s+1)\prod_{i=2}^n (T_is+1)} \approx \frac{k_1}{(T_1s+1)} e^{-T_ds},$$
(52)

$$T_d = \sum_{i=2}^n T_i, T_1 >> T_i, i = 2, 3, \dots, n.$$
(53)

 c) Máme-li dvě dominantní časové konstanty, tak je možné tyto zachovat a ostatní méně významné sloučit do hodnoty dopravního zpoždění

$$\frac{k_1}{(T_1s+1)(T_2s+1)\prod_{i=3}^n (T_is+1)} \approx \frac{k_1}{(T_1s+1)(T_2s+1)} e^{-T_ds},$$
(54)

$$T_d = \sum_{i=3}^n T_i, T_1 \ge T_2 >> T_i, i = 3, 4, \dots, n.$$
(55)

 d) V případě komplexních kořenů lze tyto zachovat v níže uvedeném tvaru a méně významné časové konstanty taktéž sloučit do dopravního zpoždění

$$\frac{k_1}{\left(T_0^2 s^2 + 2\xi_0 T_0 s + 1\right)} \approx \frac{k_1}{\left(T_0^2 s^2 + 2\xi_0 T_0 s + 1\right)} e^{-T_d s},$$

$$T_d = \sum_{i=1}^n T_i, T_0 >> T_i >> T_i, i = 1, 2, \dots, n.$$
(57)

Kde *T*<sub>d</sub> je dopravní zpoždění.

## Nekmitavé integrační soustavy

a)

$$\frac{k_1}{s\prod_{i=1}^n (T_i s + 1)} \approx \frac{k_1}{s(T_{\Sigma} s + 1)} e^{-T_d s}, \quad T_{\Sigma} = \sum_{i=1}^n T_i,$$
(58)

b)

$$\frac{k_1}{s\prod_{i=1}^n (T_i s + 1)} \approx \frac{k_1}{s} e^{-T_d s}, \quad T_d = \sum_{i=1}^n T_i,$$
(59)

c)

$$\frac{k_1}{s(T_1s+1)\prod_{i=2}^n (T_is+1)} \approx \frac{k_1}{s(T_1s+1)} e^{-T_ds},$$
(60)

$$T_d = \sum_{i=2}^n T_i, T_1 >> T_i, i = 2, 3, \dots, n.$$
(61)

## Aproximace soustavy vyššího řádu

Pro vzájemné převedení L-přenosů soustav ((62) – (64)) lze použít tab. 2 (Vítečková, 2011). Přenos ve tvaru

$$\frac{1}{\left(T_i s + 1\right)^i} e^{-T_{di}s} \tag{62}$$

lze pomocí tab. 2 snadno upravit na tvar

$$\frac{1}{T_1 s + 1} e^{-T_{d1} s},\tag{63}$$

nebo na tvar

$$\frac{1}{(T_2s+1)^2}e^{-T_{d2}s}.$$
(64)

$\frac{1}{\left(T_is+1\right)^i}e^{-T_{di}s}$	i	1	2	3	4	5	6
$\frac{1}{T_1s+1}e^{-T_{d1}s}$	$rac{T_1}{T_i}$	1	1,568	1,980	2,320	2,615	2,881
	$\frac{T_{d1} - T_{di}}{T_i}$	0	0,552	1,232	1,969	2,741	3,537
$\frac{1}{e^{-T_{d2}s}}$	$\frac{T_2}{T_i}$	0,638	1	1,263	1,480	1,668	1,838
$\overline{\left(T_2s+1\right)^2}^{\mathbf{C}}$	$\frac{T_{d2}-T_{di}}{T_i}$	* -0,352	0	0,535	1,153	1,821	2,523

Tab. 2 – Převodní tabulka pro vyšší řád

#### "Pravidlo poloviny"

Výhodné je použití kombinace náhradní součtové časové konstanty  $T_{\Sigma}$  a náhradního dopravního zpoždění  $T_d$ . Využívá se zde toho, že obsah plochy pod původní přechodovou charakteristikou a aproximovanou přechodovou charakteristikou je stejný. Odpovídající aproximace

$$\frac{k_1}{\prod_{i=1}^n (T_i s+1)} \approx \frac{k_1}{T_{\Sigma} s+1},\tag{65}$$

$$\frac{k_1}{\prod_{i=1}^n (T_i s + 1)} \approx e^{-T_d s}.$$
(66)

Za předpokladu, že L-přenos soustavy má tvar s nestabilními nulami

$$F_{s}(s) = \frac{\prod_{j} (1 - \tau_{j0} s)}{\prod_{i} (T_{i0} s + 1)} e^{-T_{d0} s},$$
(67)

$$T_{i0} \ge T_{i+1,0} \ge 0, \ \tau_{j0} \ge 0, \ T_{d0} \ge 0,$$
(68)

lze získat přenos ve tvaru

$$F_{s}(s) = \frac{k_{1}}{T_{1}s + 1}e^{-T_{d0}s},$$
(69)

$$T_1 = T_{10} + \frac{T_{20}}{2}, \quad T_{d1} = T_{d0} + \frac{T_{20}}{2} + \sum_{i \ge 3} T_{i0} + \sum_j \tau_{j0}, \tag{70}$$

nebo přenos ve tvaru

$$F_{s}(s) = \frac{k_{1}}{(T_{1}s+1)(T_{2}s+1)}e^{-T_{d0}s},$$
(71)

$$T_1 = T_{10}, \quad T_2 = T_{20} + \frac{T_{30}}{2}, \quad T_{d2} = T_{d0} + \frac{T_{30}}{2} + \sum_{i \ge 4} T_{i0} + \sum_j \tau_{j0}.$$
(72)

Je zřejmé, že platí

$$\sum_{i\geq4} T_{i0} + \sum_{j} \tau_{j0} + T_{d0} = T_1 + T_{d1} = T_1 + T_2 + T_{d2},$$
(73)

tj. "pravidlo poloviny" zachovává rovnost doplňkových ploch nad náhradními přechodovými charakteristikami a původní přechodovou charakteristikou, ale vhodně je rozdělí mezi setrvačnou časovou konstantu, příp. dvě časové konstanty a dopravní zpoždění (Vítečková, 2011; Šulc, 2004).

# 3.2 METODY SEŘIZOVÁNÍ VYCHÁZEJÍCÍ Z UZAVŘENÉHO REGULAČNÍHO OBVODU

Praktickou výhodou těchto metod je, že nevyžadují znalost přenosu. Tyto metody pracují se skutečným regulačním obvodem, tedy pracují s reálnou soustavou a reálným regulátorem. Z tohoto důvodu nevyžadují v podstatě žádné znalosti o vlastnostech soustavy. Aplikují se nejčastěji na již existující regulační obvody, které je nutno doladit nebo seřídit po rekonstrukci nebo opravě (Vítečková, 2011). K nejpoužívanějším postupům, patří metoda Zieglera a Nicholse publikovaná již v roce 1942, popř. metody z ní odvozené (Cvejn, 2017).

#### 3.2.1 Experimentální metoda pokus-omyl

Jedná se o velmi jednoduchou a účinnou metodu, která bývá v praxi velmi často využívána. Nevyžaduje žádnou informaci o vlastnostech regulačního obvodu. Je vhodná především pro nově navržené regulační obvody, nebo pro takové, u kterých dochází k výměně některého členu a je třeba je znovu seřídit a uvést do provozu (Šulc, 2004).

Tato metoda umožňuje seřídit regulační obvod z hlediska změny žádané hodnoty (resp. poruchy působící na výstupu soustavy) a také seřídit regulační obvod z hlediska poruchy působící na vstupu soustavy. Jelikož se jedná o experimentální metodu, je vhodné doporučit postupovat tak, aby žádná změna hodnoty daného stavitelného parametru nepřesáhla rozsah 50 % předchozí hodnoty (tedy hodnoty v předchozím kroku). Začne-li se regulační pochod přibližovat požadovanému, je vhodné postupovat po menších krocích, a to v rozsahu 25 % oproti hodnotě v předchozím kroku (Šulc, 2004).

#### Postup

- 1. Nastaví se požadovaná hodnota regulované veličiny. Následně se vyřadí integrační složka  $(T_I \rightarrow \infty)$  a derivační složka  $(T_D \rightarrow 0)$  a zesílení regulátoru  $K_P$  se sníží.
- 2. Zesílení regulátoru  $K_p$  se postupně zvyšuje do té doby, než se při skokové změně žádané veličiny získá požadovaný průběh regulované veličiny y(t) (s požadovaným tlumením v případě kmitavého regulačního pochodu, tzn. požadovaný regulační pochod). Případná regulační odchylka se prozatím ignoruje.
- 3. Zesílení regulátoru  $K_p$  se sníží na 75 % předchozí hodnoty. Následně se integrační časová konstanta začne postupně snižovat (dokud není odstraněna trvalá regulační odchylka v případě proporcionální regulované soustavy). Snižuje se do té doby, dokud není získán požadovaný průběh regulované veličiny y(t). Požadovaný regulační pochod se doladí změnou zesílení regulátoru  $K_p$  (Šulc, 2004).

4. Derivační časová konstanta  $T_D$  se nastaví na desetinu hodnoty integrační časové konstanty  $T_I$ . Má-li derivační složka nepříznivý vliv na regulační pochod, tak se následně vyřadí. Pokud naopak dojde ke zlepšení regulačního pochodu, je možné zvýšit hodnotu derivační časové konstanty  $T_D$  až na čtvrtinu hodnoty integrační časové konstanty  $T_I$ . Současně se zvýší zesílení regulátoru  $K_P$  zhruba o čtvrtinu oproti předchozí hodnotě (získané v bodě č. 3). Hodnota integrační časové konstanty  $T_I$  se sníží zhruba o třetinu oproti předchozí hodnotě (získané v bodě č. 3).

#### 3.2.2 Zieglerova-Nicholsova metoda kritických parametrů

Zieglerova-Nicholsova metoda kritických parametrů (ZNMKP) spočívá v přivedení regulačního obvodu na kmitavou mez stability vhodnou volbou zesílení  $K_{Pk}$  při současném vyřazení I-složky  $(T_I \rightarrow \infty)$  a D-složky  $(T_D \rightarrow 0)$ . Následně se z periodického průběhu regulačního pochodu odečtou tzv. "kritické" parametry  $K_{Pk}$  a  $T_k$ . Přičemž  $K_{Pk}$  se určí iteračně, jedná se o zesílení, které přivede obvod na kmitavou mez stability (Vítečková, 2011). Hodnoty stavitelných parametrů se následně určí na základě tab. 3 (Vítečková, 2011).

Regulátor	$K_P^*$	$T_{I}^{*}$	$T_D^*$
Р	$0,5K_{Pk}$	_	_
Ы	$0,45K_{Pk}$	$\frac{T_k}{1,2} \doteq 0,83T_k$	_
PID	$0,6K_{Pk}$	0,5 <i>T</i> <sub>k</sub>	$0,125T_k$

Tab. 3 – Stavitelné parametry PID regulátoru pro ZNMKP

Destabilizující vliv integrační složky u analogového regulátoru PI se projevil snížením  $K_{Pk}$  oproti analogovému regulátoru P a stabilizující vliv derivační složky (při vhodné filtraci) u standardního analogového regulátoru PID se projevil zvýšením zesílení  $K_{Pk}$ . Poměr  $\frac{T_D}{T_I} = \frac{1}{4}$  (Vítečková, 2011).

ZNMKP je výhodná především tím, že nepředpokládá žádnou znalost vlastností regulované soustavy a že pracuje s reálnou soustavou i regulátorem. Její zásadní vadou je, že musí přivést regulační obvod na mez kmitavé stability, tj. musí ho rozkmitat, což většina

reálných soustav nedovoluje, a dále že se mohou výraznějším způsobem projevit jejich nelineární vlastnosti (Vítečková, 2011).

Reálný překmit po seřízení analogového regulátoru ZNMKP je od 10% do 60%, v průměru pro různé soustavy okolo 25 %. Seřízení ZNMKP bývá vhodné pro stabilizující regulaci v případě působení poruchové veličiny v(t) na *vstupu* soustavy (Vítečková, 2011).

Výhodou této metody je, že na základě znalosti kritických parametrů  $K_{Pk}$  a  $T_k$  může být určen L-přenos soustavy a pro seřízení regulátoru lze použít i jinou vhodnější metodu. Kritické parametry mohou být přibližně určeny i metodou relé (Vítečková, 2011).

## Postup

- 1. Zesílení regulátoru  $K_P$  se postupně zvyšuje tak dlouho, až při malé změně žádané veličiny w(t) v regulačním obvodu vystoupí kmity mající stejnou amplitudou, to odpovídá kmitavé mezi stability.
- 2. Z periodického průběhu regulované veličiny se určí kritická perioda  $T_k$  a z nastavení regulátoru kritické zesílení  $K_{Pk}$ .
- Pro zvolený typ regulátoru se z tab. 3 určí hodnoty jeho stavitelných parametrů (Vítečková, 2011).

#### 3.2.3 Tyreusova-Luybenova metoda

Kritické parametry pro seřízení analogových regulátorů PI a PID využívá také Tyreusova-Luybenova metoda (TLM). SPR lze v tomto případě získat podle tab. 4.

Regulátor	$K_P^*$	$T_{I}^{*}$	$T_D^*$
PI	$0,31K_{Pk}$	$2,2T_k$	_
PID	$0,45K_{Pk}$	$2,2T_k$	$\frac{T_k}{6,3} \doteq 0,16T_k$

Tab. 4 - Stavitelné narametrv PID regulátoru pro TLM

#### Postup

1. Zesílení regulátoru  $K_p$  se postupně zvyšuje tak dlouho, až při malé změně žádané veličiny w(t) v regulačním obvodu vystoupí kmity mající stejnou amplitudou, to odpovídá kmitavé mezi stability.

- 2. Z periodického průběhu regulované veličiny se určí kritická perioda  $T_k$  a z nastavení regulátoru kritické zesílení  $K_{Pk}$ .
- 3. Pro zvolený typ regulátoru se z tab. 4 určí hodnoty jeho stavitelných parametrů (Vítečková, 2011).

## 3.2.4 Metoda čtvrtinového tlumení

Metoda čtvrtinového tlumení (MČT) je modifikací ZNMKP. Na rozdíl od této metody nepředpokládá rozkmitání regulačního obvodu, což umožňuje pracovat v lineární oblasti (nehrozí zejména omezení typu meze nasycení) a použití u většího množství regulovaných soustav.



Obr. 11 – Seřizování regulátoru MČT

Tab. 5 – SPR pro MC1									
Regulátor	$K_P^*$	$T_{I}^{*}$	$T_D^*$						
Р	$K_{P1/4}$	_	_						
PI	$0,9K_{P1/4}$	$T_{1/4}$	_						
PID	$1,2K_{P1/4}$	0,6 <i>T</i> <sub>1/4</sub>	0,1 <i>5T</i> <sub>1/4</sub>						

) (ČT app

#### Postup

- 1. Zesílení regulátoru  $K_P$  se postupně zvyšuje tak dlouho, až při skokové změně žádané veličiny w(t) se obdrží přechodová charakteristika taková, aby podíl po sobě následujících amplitud byl roven  $\frac{A}{B} = \frac{1}{4}$  (tj. útlum = 4) viz obr. 11.
- 2. Z přechodové charakteristiky se odečte doba kmitu  $T_{1/4}$  a z nastavení regulátoru zesílení  $K_{P1/4}$ .
- Pro zvolený typ regulátoru se z tab. 5 určí hodnoty jeho stavitelných parametrů (Vítečková, 2011; Šulc, 2004).

#### 3.2.5 Metoda dobrého zesílení

Metoda dobrého zesílení (MDZ) je podobná experimentální metodě "pokus - omyl".

#### Postup

1. Zesílení regulátoru  $K_p$  se postupně zvyšuje tak dlouho, až při malé změně žádané veličiny w(t) se dostane průběh s překmitem a pozorovatelným podkmitem (obr. 12).



Obr. 12 - Experimentální seřizování MDZ

Tomuto průběhu odpovídá zesílení  $K_{PGG}$ . Skok žádané veličiny w(t) nesmí v žádném případě způsobovat nelineární chování, tj. především nasycení.

2. Integrační časová konstanta se nastaví na hodnotu

$$T_{I} = 1,5T_{ou}$$

a zesílení regulátoru na hodnotu

$$k_P = 0.8K_{PGG}.$$

Doba  $T_{ou}$  (overshoot – překmit, undershoot – podkmit) se určí v souladu s obr. 12.

- 3. V případě použití derivační složky se derivační časová konstanta nastaví na hodnotu  $T_D = 0.25T_I$ . Pokud se nepříznivě projeví šumy nebo akční veličina u(t) bude příliš aktivní, pak použití derivační složky není vhodné a znovu se vyřadí.
- 4. Konečný požadovaný průběh regulované veličiny y(t) se získá doladěním zesílení regulátoru  $K_P$ , případně integrační časovou konstantou  $T_I$  (Vítečková, 2011).

Je zřejmé, že uvedená metoda je použitelná pouze pro soustavy, u kterých lze získat průběhy v souladu s obr. 12. Určitou výhodou metody dobrého zesílení je to, že při mírně kmitavém průběhu první podkmit se určí lépe než druhý překmit (Vítečková, 2011).

# 3.3 METODY SEŘIZOVÁNÍ VYCHÁZEJÍCÍ Z MODELU SOUSTAVY

Pokud je přenos soustavy znám, jsou k dispozici postupy, pomocí kterých je možné dosáhnout kvalitnějších regulačních průběhů. Tyto metody jsou však většinou rovněž komplikovanější, a proto se v praxi méně využívají (Cvejn, 2017).

### 3.3.1 Metoda SIMC

Mezi jednoduché, ale účinné metody seřizování analogových regulátorů patří metoda SIMC. Vychází z regulace s vnitřním modelem – IMC (Internal Model Control), a proto její autor navrhuje zkratku SIMC interpretovat jako "SIMple Control" nebo "Skogestad IMC".

Regulovaná soustava			Regulátor					
		Тур	$K_P^*(K_P'^*)$	$T_I^*({T_I'}^*)$	$T_D^*(T_D^{\prime *})$			
1	$k_1 e^{-T_d s}$	Ι	_	$2k_1T_d$	_			
2	$\frac{k_1}{T_1s+1}e^{-T_ds}$	PI	$\frac{T_1}{2k_1T_d}$	$\min[T_1, 8T_d]$	_			
3	k. Ta	PID <sub>i</sub>	$\frac{T_1}{2k_1T_d}$	$\min[T_1, 8T_d]$	$T_2$			
4*	$\frac{T_1}{(T_1s+1)(T_2s+1)}e^{-T_ds}$ $T_1 \ge T_2$	רות	$\frac{T_1 + T_2}{2k_1T_d}$	$T_{1} + T_{2}$	$\frac{T_1T_2}{T_1+T_2}$			
5*	1 2	FID	$\frac{T_1(T_2 + 8T_d)}{16k_1T_d^2}$	$T_{2} + 8T_{d}$	$\frac{8T_2T_d}{T_2+8T_d}$			
6	$\frac{k_1}{s} e^{-T_d s}$	PI	$\frac{1}{2k_1T_d}$	8 <i>T</i> <sub>d</sub>	_			
7	$k_1 e^{-T_d s}$	PID <sub>i</sub>	$\frac{1}{2k_1T_d}$	8 <i>T</i> <sub>d</sub>	$T_2$			
8	$s(T_2s+1)$	PID	$\frac{T_2 + 8T_d}{16k_1T_d^2}$	$T_{2} + 8T_{d}$	$\frac{8T_2T_d}{T_2+8T_d}$			
9	$k_1 e^{-T_d s}$	PID <sub>i</sub>	$\frac{1}{16k_1T_d^2}$	8 <i>T</i> <sub>d</sub>	8 <i>T</i> <sub>d</sub>			
10	$\frac{1}{s^2}c$	PID	$\frac{1}{8k_1T_d^2}$	$16T_d$	$4T_d$			

Tab. 6 – Stavitelné parametry analogového PID regulátoru pro metodu

#### Postup

- L-přenos soustavy se libovolnou metodou z oddílu 3.1 upraví na vhodný tvar z tab. 6, který současně určuje doporučený analogový regulátor.
- Pro doporučený regulátor se podle tab. 6 určí hodnoty jeho stavitelných parametrů (Vítečková, 2011).

#### 3.3.2 Metoda požadovaného modelu

Metoda požadovaného modelu (MPM), dříve nazývaná také metoda inverze dynamiky, byla rozpracována na Fakultě strojní VŠB – Technické univerzitě Ostrava. Je to metoda velmi jednoduchá a účinná (Vítečková, 2011). Umožňuje seřízení jak číslicových, tak i analogových konvenčních regulátorů při zajištění nulové trvalé regulační odchylky na skok polohy žádané veličiny w(t) nebo poruchy v(t) působící na vstupu soustavy (Šulc, 2004).

Je vhodná především pro soustavy s *dopravním zpožděním*, které může být výrazně dominantní. Umožňuje seřídit pro danou regulovanou soustavu regulátor tak, aby byl zaručen požadovaný relativní překmit přechodové charakteristiky regulačního obvodu  $\kappa$  zvolený v rozmezí od 0 do 0,5 (tj. od 0 do 50 %), což je pro praktické účely zcela postačující. Zároveň je použitelná i pro soustavy bez dopravního zpoždění  $(T_d = 0)$ . V takovém případě předpokládáme přenos tvaru

$$F_{wy}(s) = \frac{1}{T_w s + 1}$$
 (Šulc, 2004). (74)

Tab. 7 – Hodnoty koeficientů pro požadovaný relativní překmit  $\kappa$ 

к	0	0,05	0,10	0,15	0,20	0,25	0,30	0,35	0,40	0,45	0,50
α	1,282	0,984	0,884	0,832	0,763	0,697	0,669	0,640	0,618	0,599	0,577
β	2,718	1,944	1,720	1,561	1,437	1,337	1,248	1,172	1,104	1,045	0,992

		$\begin{array}{ll} \text{Regulátor} & < & \text{analogový } T = 0 \\ & \text{číslicový } T > 0 \end{array}$				
R	legulovaná soustava	Тур	1	K <sup>*</sup> <sub>P</sub>	$T_r^*$	$T_{\rm D}^*$
		51	$T_d = 0$	$T_d > 0$	-1	-D
1	$\frac{k_1}{s} e^{-T_d s}$	Р	$\frac{2}{k_1(2T_w+T)}$	$\frac{1}{k_1(\alpha T + \beta T_d)}$	_	_
2	$\frac{k_1}{T_1s+1}e^{-T_ds}$	PI	$\frac{2T_I^*}{k_1(2T_w+T)}$	$\frac{T_I^*}{k_1(\alpha T + \beta T_d)}$	$T_1 - \frac{T}{2}$	_
3	$\frac{k_1}{s(T_1s+1)}e^{-T_ds}$	PD	$\frac{2}{k_1(2T_w+T)}$	$\frac{1}{k_1(\alpha T + \beta T_d)}$	_	$T_1 - \frac{T}{2}$
4	$\frac{k_1}{(T_1s+1)(T_2s+1)} e^{-T_ds} T_1 \ge T_2$	PID	$\frac{2T_I^*}{k_1(2T_w+T)}$	$\frac{T_I^*}{k_1(\alpha T + \beta T_d)}$	$T_1 + T_2 - T$	$\frac{T_1 T_2}{T_1 + T_2} - \frac{T}{4}$
5	$\frac{k_1}{T_0^2 s^2 + 2\xi_0 T_0 s + 1} e^{-T_d s}$ 0,5 < $\xi_0 \le 1$	PID	$\frac{2T_I^*}{k_1(2T_w+T)}$	$\frac{T_I^*}{k_1(\alpha T + \beta T_d)}$	$2\xi_0T_0-T$	$\frac{T_0}{2\xi_0} - \frac{T}{4}$

Tab. 8 - Stavitelné parametry analogového PID regulátoru pro MPM

#### Postup

- Přenos regulované soustavy se upraví na některý ze základních tvarů uvedených v tab. 8 (Vítečková, 2011), který současně určuje doporučený regulátor.
- 2. Pro požadovaný relativní překmit  $\kappa$  se dle tab. 7 (Vítečková, 2011) určí hodnota koeficientu  $\beta$  v případě analogového regulátoru a koeficient  $\alpha$  v případě regulátoru číslicového.
- 3. Pro doporučený analogový regulátor se na základě tab. 8 určí hodnoty jeho stavitelných parametrů (pro analogový regulátor platí T = 0) (Vítečková, 2011).

## 3.3.3 Metoda optimálního modulu

Pro seřizování konvenčních regulátorů bývá často využívána metoda optimálního modulu (MOM). Tato metoda předpokládá, že regulovaná soustava je nízkého řádu bez dopravního zpoždění. Metoda optimálního modulu patří mezi analytické metody a vychází z požadavku na L-přenos řízení  $F_{wv}(s) \rightarrow 1$  (Vítečková, 2011).

Vychází tedy z požadavku přiblížit se volbou parametrů regulátoru k ideálnímu přenosu řízení (Šulc, 2004).

Určitou nevýhodou této metody je, že při regulaci soustav s integračním charakterem zanechává trvalou regulační odchylku, působí-li porucha v(t) na jejich vstupu (Vítečková, 2011). V praxi je oceňováno dosažení maximální rychlosti odezvy, při které ještě nevznikne kmitavý průběh akční veličiny mající nepříznivý vliv na životnost některých provedení pohonů. V některých případech je totiž překmit přechodové charakteristiky obvodu nežádoucí a cílem optimalizace je naopak seřízení s nekmitavou přechodovou charakteristikou, velmi často je volen systém s násobnou časovou konstantou (Šulc, 2004).

Metoda optimálního modulu nemusí obecně zajistit požadovanou kvalitu regulace. Má však dobré uplatnění při regulaci elektrických pohonů, kde malé časové konstanty zastoupí náhradní časová konstanta  $T_{\Sigma}$ , která je definována (viz oddíl 3.1) jako součet všech časových konstant s výjimkou první nebo prvních dvou dominantních časových konstant. Součtová časová konstanta pak v přenosu soustavy figuruje místo druhé nebo třetí časové konstanty, a lze použít stejné vztahy jako pro proporcionální soustavu druhého nebo třetího řádu (Šulc, 2004).

Regulovaná			Regulátor <	<ul> <li>analogový</li> <li>číslicový</li> </ul>	T = 0 $T > 0$
	Sousiava	Тур	$K_P^*$	$T_{I}^{*}$	$T_D^*$
1	$\frac{k_1}{T_1s+1}$	Ι	_	$2k_1(T_1-0,5T)$	_
2	$\frac{k_1}{s(T_1s+1)}$	Р	$\frac{1}{2k_1T_1}$	_	_
3	$\frac{k_1}{(T_1s+1)(T_2s+1)}$ $T_1 \ge T_2$	PI	$\frac{T_1 - 0.5T}{2k_1T_2}$	<i>T</i> <sub>1</sub> − 0,5 <i>T</i>	-
4	$\frac{k_1}{s(T_1s+1)(T_2s+1)}$ $T_1 \ge T_2$	PD	$\frac{1}{2k_1(T_2+0,5T)}$	_	$T_1 - 0,5T$
5	$ \frac{k_1}{(T_1s+1)(T_2s+1)(T_3s+1)} \\ T_1 \ge T_2 \ge T_3 $	PID	$\frac{T_1 + T_2 - T}{2k_1(T_3 + 0.5T)}$	$T_1 + T_2 - T$	$\frac{T_1T_2}{T_1+T_2} - \frac{T}{4}$

Tab. 9 - Stavitelné parametry analogového PID regulátoru pro MOM

#### Postup

- L-přenos soustavy se upraví na vhodný tvar podle tab. 9 (Vítečková, 2011) (nejjednodušší postup je s využitím náhradní součtové časové konstanty, viz oddíl 3.1), který současně určuje doporučený konvenční regulátor.
- Pro doporučený regulátor se podle tab. 9 vypočtou hodnoty jeho stavitelných parametrů (Vítečková, 2011).

#### 3.3.4 Metoda Symetrického optima

Metoda symetrického optima je vhodná pro seřizování regulačních obvodů s řádem astatismu  $q \ge 2$ , a především v případě působení poruch na vstupu soustavy. MSO, podobně jako MOM, se převážně používá u elektrických pohonů, kde se místo vstupního filtru používá omezení rychlosti nárůstu žádané veličiny (Vítečková, 2011). Standardní tvar L-přenosu řízení pro MSO vznikne pro soustavu s L-přenosem

$$F_{s}(s) = \frac{k_{1}}{s(T_{1}s+1)}$$
(75)

a konvenční analogový regulátor PI s L-přenosem

$$R(s) = k_P \left( 1 + \frac{1}{T_I s} \right).$$
(76)

Protože pro  $T_1 >> T_2$  lze psát

$$\frac{k_1}{(T_1s+1)(T_2s+1)} = \frac{\frac{k_1}{T_1}}{\left(s+\frac{1}{T_1}\right)(T_2s+1)} \approx \frac{\frac{k_1}{T_1}}{s(T_2s+1)}$$
(Vítečková, 2011). (77)

Regulovaná soustava		Regulátor PI $< \frac{2}{3}$	nalogový $T = 0$ číslicový $T > 0$
		$K_P^*$	$T_{I}^{*}$
1	$\frac{k_1}{s(T_1s+1)}$	$\frac{4}{k_1(8T_1+3T)}$	$4T_1 - 0,5T$
2	$\frac{k_1}{(T_1s+1)(T_2s+1)} \\ T_1 >> T_2$	$\frac{4T_1}{k_1(8T_2+3T)}$	$4T_2 - 0,5T$

Tab. 10 - Stavitelné parametry analogového PID regulátoru pro MSO

## Postup

- L-přenos soustavy musí mít tvar uvedený v tab. 10 (Vítečková, 2011), jinak je ho třeba upravit např. pomocí součtové časové konstanty (viz oddíl 3.1).
- Na základě tab. 10 se vypočtou hodnoty stavitelných parametrů regulátoru (Vítečková, 2011).

## 3.3.5 Metoda násobného dominantního pólu

Metoda násobného dominantního pólu je velmi výhodná pro nekmitavé regulované soustavy s dopravním zpožděním, je-li zároveň požadován nekmitavý regulační pochod. Předpokládá tvary přenosu regulované soustavy

$$S(s) = \frac{k}{T_1 s + 1} e^{-T_d s},$$
(78)

$$S(s) = \frac{k}{s(T_1 s + 1)} e^{-T_d s}$$
(79)

a tvar

$$S(s) = \frac{k}{(T_i s + 1)^i} e^{-T_d s},$$
(80)

který může být snadno aproximován na (79).

Přenos regulované soustavy s dopravním zpožděním ve tvaru (79) může být snadno získán z její filtrované nebo jinak upravované přechodové charakteristiky na základě vztahu

$$T_{1} = 1,245(t_{0,7} - t_{0,33}) T_{d1} = 1,498t_{0,33} - 0,498t_{0,7}$$
 
$$\Rightarrow F_{s}(s) = \frac{k}{T_{1}s + 1}e^{-T_{d1}s}$$
 (Šulc, 2004). (81)

Jsou uvažovány pouze takové kombinace modelů regulátor – regulovaná soustava, které zajistí nulovou trvalou regulační odchylku při skokové změně žádané veličiny w(t) nebo poruchové veličiny v(t) působící na výstupu regulované soustavy. Při existenci dopravního zpoždění jsou jiné kombinace z hlediska velikosti trvalé regulační odchylky pro technickou praxi zcela nevhodné (Šulc, 2004).

U proporcionálních soustav s dopravním zpožděním MNDP dává poměrně kvalitní regulační pochod z hlediska žádané w(t) i poruchové v(t) veličiny. Problémy vystupují při malých hodnotách dopravního zpoždění, kdy odezva na skokovou změnu polohy žádané veličiny w(t) obsahuje překmit, který může být v některých případech nežádoucí. (Vítečková, 2011).

U integračních soustav pro konvenční regulátory s integrační složkou MNDP dává kvalitní odezvu na skokovou změnu polohy poruchy působící na jejím vstupu v(t), ale současně velký překmit při skokové změně žádané veličiny w(t), případně poruchové veličiny působící na výstupu d(t) soustavy (Vítečková, 2011).

Metoda násobného dominantního pólu vychází z předpokladu, že dominantní pól regulačního obvodu je násobný reálný, zajišťující stabilní nekmitavý regulační pochod blízký k meznímu nekmitavému regulačnímu procesu. Současně se předpokládá, že vliv nul a nedominantních pólů lze zanedbat. (Šulc, 2004).

Výběr regulátoru a získání stavitelných parametrů (Šulc, 2004):

• Regulátor PID (soustava s přenosem (79))

$$s_4 = -\frac{3}{T_d} - \frac{1}{2T_I} + \sqrt{\frac{3}{T_d^2} + \frac{1}{4T_I^2}}$$
(82)

$$K_{P} = \frac{1}{k} \Big[ T_{d}^{2} T_{I} s_{4} + \Big( 3T_{d} T_{I} + T_{d}^{2} \Big) s_{4} + T_{d} s_{4} - 1 \Big] e^{T_{d} s_{4}}$$
(83)

$$T_{I} = -2 \frac{T_{d}^{2} T_{I} s_{4}^{3} + \left(3T_{d} T_{I} + T_{d}^{2}\right) s_{4}^{2} + T_{d} s_{4} - 1}{\left(T_{d}^{2} T_{I} s_{4} + 2T_{d} T_{I} + T_{d}^{2}\right) s_{4}^{3}}$$
(84)

$$T_{D} = -\frac{1}{2} \frac{T_{d}^{2} T_{I} s_{4}^{2} + \left(4T_{d} T_{I} + T_{d}^{2}\right) s_{4} + 2T_{I} + 2T_{d}}{T_{d}^{2} T_{I} s_{4}^{3} + \left(3T_{d} T_{I} + T_{d}^{2}\right) s_{4}^{2} + T_{d} s_{4} - 1}$$
(85)

• Regulátor PI (soustava s přenosem (79))

$$s_3 = -\frac{2}{T_d} - \frac{1}{2T_I} + \sqrt{\frac{2}{T_d^2} + \frac{1}{4T_I^2}}$$
(86)

$$K_{P} = -\frac{1}{k} \Big[ T_{d} T_{I} s_{3}^{2} + (2T_{I} + T_{d}) s_{3} + 1 \Big] e^{T_{d} s_{3}}$$
(87)

$$T_{I} = -\frac{T_{d}T_{I}s_{3}^{2} + (2T_{I} + T_{d})s_{3} + 1}{(T_{d}T_{I}s_{3} + T_{I} + T_{d})s_{3}^{2}}$$
(88)

• Regulátor I (soustava s přenosem (79))

$$s_2 = -\frac{1}{T_d} - \frac{1}{2T_I} + \sqrt{\frac{1}{T_d^2} + \frac{1}{4T_I^2}}$$
(89)

$$T_{I} = -\frac{k}{(T_{1}s_{2}+1)s_{2}e^{T_{d}s_{2}}}$$
(90)

• Regulátor PD (soustava s přenosem (80))

$$s_3 = -\frac{2}{T_d} - \frac{1}{2T_I} + \sqrt{\frac{2}{T_d^2} + \frac{1}{4T_I^2}}$$
(91)

$$K_{P} = \frac{1}{k} \left( T_{d} T_{I} s_{3} + T_{I} + T_{d} - 1 \right) s_{3}^{2} e^{T_{d} s_{3}}$$
(92)

$$T_{D} = \frac{T_{d}T_{I}s_{3}^{2} + (2T_{I} + T_{d})s_{3} + 1}{(T_{d}T_{I}s_{3} + T_{I+}T_{d})s_{3}^{2}}$$
(93)

• Regulátor P (soustava s přenosem (80))

$$s_2 = -\frac{1}{T_d} - \frac{1}{2T_I} + \sqrt{\frac{1}{T_d^2} + \frac{1}{4T_I^2}}$$
(94)

$$K_{P} = -\frac{1}{k} (T_{I} s_{2} + 1) s_{2} e^{T_{d} s_{2}}$$
(95)

## Postup

1. Přenos proporcionální nekmitavé regulované soustavy upravit na tvar (79), integrační nekmitavé regulované soustavy upravit na tvar (80).

- Zvolit vhodný regulátor z doporučovaných typů, tj. pro regulovanou soustavu s přenosem (79) některý z regulátorů I, PI a PID, pro regulovanou soustavu s přenosem (80) některý z regulátorů P a PD.
- Na základě vztahů ((82) (95)) vypočítat hodnoty stavitelných parametrů zvoleného typu regulátoru (Šulc, 2004).

# 4 POPIS A NÁVRH ŘÍZENÍ BENCHMARKOVÝCH SOUSTAV

V této kapitole budou popsány vlastnosti jednotlivých zástupců typických dynamických systémů. Při výběru byl kladen důraz na to, aby se jednalo, pokud možno, o praktické systémy z technické praxe, aby tyto soustavy byly podepřeny odbornou literaturou (případně aby se jednalo o soustavy, na kterých se testují různé metody) a aby jednotlivé vybrané soustavy měly své viditelné typické vlastnosti.

Byly vybrány následující soustavy:

Soustava vyššího řádu – periodická

$$B_1(s) = \frac{250}{s^3 + 13,69s^2 + 35,39s + 278,4}$$
(Sahib, 2015), (96)

• Soustava vyššího řádu – aperiodická

$$B_2(s) = \frac{2}{(4s+1)^3}$$
 (Vítečková, 2011), (97)

• Soustava s dopravním zpožděním

$$B_3(s) = \frac{1.5}{(2s+1)^4} e^{-10s}$$
(Vítečková, 2011), (98)

• Soustava s dominantní časovou konstantou

$$B_4(s) = \frac{1}{(17s+1)(6s+1)}$$
(Xue, 2007), (99)

• Soustava s dominantním zesílením

$$B_5(s) = \frac{30}{(0,005s+1)} \cdot \frac{0,242}{(0,0294s^2+0.59s+1)}$$
(Šulc, 2004), (100)

Soustava neminimálně fázová

$$B_6(s) = \frac{-2s+1}{(10s+1)(6s+1)(s+1)}$$
(Vítečková, 2011), (101)

• Soustava se záporným zesílením

$$B_{7}(s) = \frac{2s-1}{(10s+1)(6s+1)(s+1)}$$
(Vítečková, 2011), (102)

• Soustava nestabilní – kmitavá

$$B_8(s) = \frac{-0,0098s - 0,00245}{s^2 - 0,04s + 0,025}$$
 (Christer, 2017), (103)

• Soustava nestabilní – nekmitavá

$$B_9(s) = \frac{7,21s + 0,3792}{s^3 + 0,097s^2 - 2,3708s + 0,0545}$$
(Gazdoš, 2013), (104)

• Soustava nestabilní – integrační

$$B_{10}(s) = \frac{1}{s(10s+1)(2s+1)}$$
(Vítečková, 2011). (105)

Na benchmarkové soustavy byly aplikovány experimentální metody (tab. 11) a metody vyžadující znalost přenosu soustavy (tab. 12). Pokud je políčko pro danou soustavu v tabulce přeškrtnuté, znamená to, že daná soustava byla vynechána, protože:

- Nemohla být použita z důvodu:
  - Základní tvar nešel jednoduše aproximovat metodami uvedenými v oddíle 3.1 na tvar, který daná metoda vyžaduje.
  - Nešla experimentálně nastavit (příkladem je soustava benchmarková soustava B<sub>1</sub>, u které se nedařilo nastavit MČT poměr amplitud dvou po sobě jdoucích kmitů na ¼).
  - Metoda není určena pro daný typ soustavy.
- Regulační pochod pro danou metodu vedl při působení poruchy na vstupu soustavy na trvalou regulační odchylku (příkladem je nastavení benchmarkové soustavy B<sub>10</sub> MČT, MPM, MOM a MNDP).
- Pokus o nastavení danou metodou vedl k nestabilnímu regulačnímu pochodu.
- Metoda byla určena jen pro regulaci určitého typu soustavy a nebyla tedy úmyslně použita pro jiné (příkladem je metoda P-O, která byla použita pro regulaci nestabilních soustav).

Pozn.: To, že daná metoda byla aplikována, neznamená, že regulační pochod získaný touto metodou bude použit do vyhodnocovacího grafu (příkladem jsou MDZ a MSO u benchmarkové soustavy  $B_{10}$ , které reagují na poruchu působící na vstupu soustavy s velice pomalou dobou regulace  $t_{reg}$ ).

	P-O	ZNMKP	TLM	MČT	MDZ
$B_1$	-	ANO	ANO	-	ANO
<b>B</b> <sub>2</sub>	-	ANO	ANO	ANO	ANO
<b>B</b> <sub>3</sub>	—	ANO	ANO	ANO	ANO
$B_4$	—	—	-	ANO	ANO
<b>B</b> <sub>5</sub>	—	ANO	ANO	ANO	ANO
B <sub>6</sub>	—	ANO	ANO	ANO	ANO
<b>B</b> <sub>7</sub>	_	ANO	ANO	ANO	ANO
$B_8$	ANO	—		—	Ι
<b>B</b> <sub>9</sub>	ANO	_	_	_	_
<b>B</b> <sub>10</sub>	_	ANO	ANO	_	ANO

Tab. 11 – Přehled použitých experimentálních metod

Tab. 12 – Přehled použitých metod vyžadujících znalost přenosu soustavy

	SIMC	MPM	MOM	MSO	MNDP
$\mathbf{B}_1$	-	-	-	-	-
$B_2$	ANO	ANO	ANO	ANO	ANO
B <sub>3</sub>	ANO	ANO	-	-	ANO
$B_4$	ANO	ANO	ANO	ANO	ANO
B5	-	-	-	-	-
B <sub>6</sub>	ANO	ANO	_	_	ANO
<b>B</b> <sub>7</sub>	ANO	ANO	—	—	ANO
B <sub>8</sub>	-	-	-	-	-
B9	-	_	-	-	-
B <sub>10</sub>	ANO	_	_	ANO	_

# 4.1 BENCHMARKOVÁ SOUSTAVA VYŠŠÍHO ŘÁDU – PERIODICKÁ

Tento typ soustavy je zde zastoupen přenosem

$$B_1(s) = \frac{250}{s^3 + 13,69s^2 + 35,39s + 278,4}.$$
 (106)

Přenosu (106) odpovídá chování AVR systému, který je použit u synchronních motorů, aby udržoval velikost napětí na svorkách na konstantní specifikované úrovni. Jednoduchý AVR systém se skládá ze čtyř hlavních komponent, konkrétně zesilovače, budiče, generátoru a senzoru (Sahib, 2015). Každý komponent má přenos prvního řádu s určitým zesílením a určitou časovou konstantou. Výsledný přenos (106) vzniká jejich vlivem jejich sériového zapojení. Z grafu (obr. 13 – A, B) je vidět, že se jedná o kmitavý děj.



Obr. 13 - Charakteristiky popisující benchmarkovou soustavu B1

## 4.1.1 Aplikování metod

Přenos (106) nelze jednoduše upravit způsoby aproximace uvedenými v oddíle 3.1. Budou tedy využity experimentální metody získání staviltených parametrů PID regulátoru, tedy ZNMKP, její modifikace TLM a MDZ.

	$K_{ m P}$	$T_{ m I}$	$T_{ m D}$		
ZNMKP	0,4682	0,5281	0,1320		
TLM	0,3511	2,3236	0,1677		
MDZ	0,1600	0,9383	0,2346		

Tab. 13 – SPR získané danými metodami pro soustavu B1



Obr. 14 – Regulační pochod benchmarkové soustavy B1

## 4.1.2 Vyhodnocení účinnosti metod

Jak vyplývá z grafu (obr. 14), nejvhodnější metoda pro tuto soustavu je ZNMKP, která je dle teorie nevhodná pro změnu žádané veličiny (resp. poruchy působící na výstupu soustavy), avšak pro tuto soustavu má nejrychlejší dobu regulace. Co se týče odezvy na změnu žádané hodnoty, nemá žádná z těchto metod relativní překmit. TLM společně s MDZ jsou svým regulačním pochodem velice podobné, obě mají ve srovnání se ZNMKP podobně pomalou dobu regulace. Také je vidět, že u všech metod je regulační pochod kmitavý.

Stejně tak při posuzování reakce na poruchu působící na vstupu soustavy je ZNMKP nejvhodnější (doba regulace je opět nejkratší).

# 4.2 BENCHMARKOVÁ SOUSTAVA VYŠŠÍHO ŘÁDU – APERIODICKÁ

Tato soustava je popsána přenosem

$$B_2(s) = \frac{2}{\left(4s+1\right)^3}.$$
(107)

Jedná se o tři kapacity o stejných vlastnostech řazené za sebou. Praktickým příkladem mohou být 3 nádrže řazené kaskádově tak, že výtok jedné nádrže tvoří přítok nádrže následující. Dalším příkladem je ohřev vzduchu v místnosti, který je ovlivňován ohřevem ohřívacího média – vody, přičemž teplo přestupuje přes třetí kapacitu – pláště topení (je zřejmé, že teplo nezačne oscilovat). Z grafu (obr. 15 - A, B) je vidět, že se jedná o děj aperiodický (nekmitavý).



Obr. 15 – Charakteristiky popisující benchmarkovou soustavu B2

## 4.2.1 Aplikování metod

Přenos (107) lze na základě vztahu (62) a tab. 2 aproximovat na tvar

$$B_2(s) \approx \frac{2}{7,92s+1} e^{-4,93s}.$$
(108)

Tento tvar (108) je očekáván níže uvedenými aplikovanými metodami. MOM si vystačí se základním přenosem, který lze zapsat jako

$$B_2(s) = \frac{2}{(4s+1)(4s+1)(4s+1)}.$$
(109)

	$K_{ m P}$	$T_{ m I}$	$T_{ m D}$
SIMC	0,4016	7,9600	_
MPM	0,7500	12,0000	2,6667
МОМ	0,5000	8,0000	2,0000
MNDP	0,3036	7,8090	_
ZNMKP	0,9238	7,2552	1,8138
MČT	1,7400	12,2138	3,0534

Tab. 14 – SPR získané danými metodami pro soustavu B<sub>2</sub>



Obr. 16 – Regulační pochod benchmarkové soustavy B2

#### 4.2.2 Vyhodnocení účinnosti metod

Na změnu žádané hodnoty nejlépe reaguje MPM (viz obr. 16), doba regulace je u této metody nejrychlejší. Co se doby regulace týče, tak MOM a SIMC jsou taktéž vhodné, ale mají vyšší relativní překmit než MPM. MNDP má nejpomalejší dobu regulace, ale současně také nejnižší relativní překmit. Experimentální ZNMKP a MČT reagují s vyšším relativním překmitem a delší dobou regulace.

MČT je považována za nejvhodnější metodu získání stavitelných parametrů z hlediska změny žádané veličiny i z hlediska působení poruchové veličiny na vstupu soustavy.

# 4.3 BENCHMARKOVÁ SOUSTAVA S DOPRAVNÍM ZPOŽDĚNÍM

Tato soustava je popsána přenosem

$$B_3(s) = \frac{1.5}{\left(2s+1\right)^4} e^{-10s}.$$
(110)

Jedná se o soustavu vyššího řádu s aperiodickým průběhem a dominantním časovým zpožděním (viz obr. 18). Dopravní zpoždění se projeví zpožděním výstupního signálu vzhledem k časovému působení vstupního signálu, a to právě o hodnotu  $T_d$  (v tomto případě 10 s). Z grafu (obr. 18 – A) je zřejmé, že dopravní zpoždění pouze posune přechodovou charakteristiku o hodnotu 10 s, tvar zůstává stejný jako v případě bez dopravního zpoždění. Dalším praktickým důsledkem dopravního zpoždění je, že modul výsledného přenosu se nemění, zatímco fázový úhel se natáčí o záporný úhel  $-T_d \omega$  (obr. 18 – C). Z průběhu kmitočtové charakteristiky lze také vidět, že pro nízké  $\omega$  je natočení malé, s rostoucím  $\omega$  roste i fázový úhel. Jak bylo uvedeno výše, modul výsledného přenosu se nemění, logaritmické amplitudové charakteristiky regulovaných soustav s dopravním zpožděním jsou stejné jako bez



Obr. 17 - Porovnání AFCh a FFCh soustav

dopravního zpoždění s tím, že se podstatně mění fázové charakteristiky (obr. 17).

Porovnáme zvlášť soustavu s dopravním zpožděním a soustavu bez dopravního zpoždění, tedy přenosy

$$B(s) = \frac{1.5}{(2s+1)^4} e^{-10s},$$

$$B_3(s) = \frac{1.5}{(2s+1)^4}.$$
(111)
(112)





Praktickým příkladem regulované soustavy s dopravním zpožděním je proces zásobování kotle uhlím. Toto palivo je skladované v zásobníku, který se nachází v určité vzdálenosti *s* od samotného kotle. Doprava paliva do kotle je zde prováděna pomocí dopravníkového pásu, který se pohybuje určitou rychlostí *v*. Tuhé palivo padající na dopravníkový pás je regulováno ventilem. Systém pak reaguje na změnu množství paliva (působením ventilu) až za dobu

$$T_d = \frac{s}{v}$$
 (Vavruša, 2006). (113)

## 4.3.1 Aplikování metod

Přenos (110) lze na základě vztahu (62) a tab. 2 aproximovat na tvar

$$B_3(s) \approx \frac{1.5}{4.64s + 1} e^{-13.94s},\tag{114}$$

případně na tvar

$$B_3(s) = \frac{1,5}{(2,96s+1)(2,96s+1)} e^{-12,306s}.$$
(115)

Na tyto dva aproximované tvary jdou již použít metody: SIMC, MPM a MNDP.

	$K_{ m P}$	$T_{ m I}$	$T_{ m D}$
SIMC	0,1110	4,6400	_
	0,1604	5,9200	1,4800
MPM	0,1650	5,9200	1,4800
	0,1180	5,9200	1,4800
MNDP	0,2164	8,2157	2,0286

Tab. 15 – SPR získané danými metodami pro soustavu B<sub>3</sub>



Obr. 19 – Regulační pochod benchmarkové soustavy B3

## 4.3.2 Vyhodnocení účinnosti metod

Experimentální metody sice byly pro získání stavitelných parametrů použity, ale pro svoji nevhodnost nebyly do grafu (obr. 19) zahrnuty. Regulační pochody pro metody SIMC, MPM a MNDP jsou svým průběhem srovnatelné. Metoda SIMC umožňuje získání parametrů pro nastavení jak PI regulátoru, tak PID regulátoru, protože bylo možné tuto soustavu aproximovat dvěma náhradními přenosy (114) a (115).
Lepšího regulačního pochodu než metoda SIMC s PID regulátorem dosahuje metoda SIMC s PI regulátorem. MPM byla nastavována s výběrem relativního překmitu  $\kappa = 0.05$ . MPM byla nastavena také pro  $\kappa = 0$  v případě, že nelze tolerovat překmit.

Nejlepší metoda získání stavitelných parametrů PID regulátoru pro tuto soustavu je MNDP, která je nejvhodnější jak z hlediska změny žádané veličiny, tak poruchy působící na vstupu soustavy.

# 4.4 BENCHMARKOVÁ SOUSTAVA S DOMINANTNÍ ČASOVOU KONSTANTOU

Tato soustava je popsána přenosem

$$B_4(s) = \frac{1}{(17s+1)(6s+1)},\tag{116}$$

ze kterého můžeme vidět, že jedna časová konstanta je dominantní. Abychom mohli vidět vliv dominantní časové konstanty, vyneseme do grafů zvlášť ještě přenosy

$$B(s) = \frac{1}{(6s+1)},\tag{117}$$

a

$$B(s) = \frac{1}{(17s+1)}.$$
(118)

Z přechodové a impulzní charakteristiky (obr. 20 - A, B) můžeme vidět, že tvar průběhu benchmarkové soustavy (116) kopíruje tvar průběhu soustavy 1. řádu s přenosem o vyšší časové konstantě (118). Rovněž z AFCh a FFCh (obr. 20 - D) je vidět, že se benchmarková soustava (116) svým průběhem přibližuje průběhu soustavy 1. řádu s přenosem o vyšší časové konstantě (118).



Obr. 20 – Charakteristiky popisující benchmarkovou soustavu B<sub>4</sub>, 1 – regulovaná soustava s nedominantní časovou konstantou (117), 2 – regulovaná soustava s dominantní časovou konstantou (118), 3 – benchmarková soustava B<sub>4</sub> (116).

### 4.4.1 Aplikování metod

Přenos (116) je ve tvaru vhodném pro MOM, případně MPM ( $T_d=0$ ). Pro ostatní metody je však nutné ho aproximovat. MOM byla nastavena pro nulový relativní překmit ( $\kappa = 0$ ).

Na základě "pravidla poloviny" z pododdílu 3.1.2 můžeme přenos (116) aproximovat na tvar

$$B_4(s) \approx \frac{1}{(20s+1)} e^{-3s}.$$
 (119)

 $K_{\rm P}$  $T_{\rm I}$  $T_{\rm D}$ 4,8000 MDZ 19,9283 4,9821 SIMC 3,3333 20,0000 \_ MPM 2,4528 20,0000 — 17,0000 MOM 1,4167 8,9249 MNDP 5,0600 0,7582

Tab. 16 – SPR získané danými metodami pro soustavu B4



Obr. 21 – Regulační pochod benchmarkové soustavy B4

#### 4.4.2 Vyhodnocení účinnosti metod

Při posuzování odezvy regulačního pochodu na změnu žádané veličiny dávají metody SIMC, MPM a MDZ přibližně stejné výsledky co se relativního překmitu týče. MOM má však oproti MDZ a SIMC pomalejší dobu regulace. MNDP má dobu regulace srovnatelnou s metodou SIMC, avšak MNDP má mnohem vyšší relativní překmit, který je současně nejvyšší ze všech metod. Jediná metoda, která má nulový relativní překmit, je MOM. Nejvhodnější

metodou pro změnu žádané veličiny je v případě této soustavy MPM (pokud si můžeme dovolit relativní překmit) a MOM (v případě že je relativní překmit nežádoucí).

Pro zregulování poruchy působící na vstupu soustavy se jako nejvhodnější metody nabízí SIMC, MNDP a MDZ, které jsou svými regulačními pochody srovnatelné. MNDP má nejrychlejší dobu regulace v případě poruchy působící na vstupu soustavy, avšak není současně vhodná pro změnu žádané veličiny (relativní překmit je zde nejvyšší). Byla prokázána nevhodnost MOM pro zregulování poruchy působící na vstupu soustavy (v místě akční veličiny), což souhlasí s teorií (viz pododdíl 3.3.3).

Jako nejvhodnější metoda nastavení PID regulátoru pro tuto soustavu z hlediska změny žádané veličiny a poruchy působící na vstupu soustavy jeví MPM a MDZ.

### 4.5 BENCHMARKOVÁ SOUSTAVA S DOMINANTNÍM ZESÍLENÍM

Tato benchmarková soustava je popsána přenosem

$$B_5(s) = \frac{30}{(0,005s+1)} \cdot \frac{0,242}{(0,0294s^2 + 0.59s+1)}.$$
(120)

Jedná se současně o praktický příklad, přenos (120) reprezentuje model změn otáček stejnosměrného elektrického motoru s konstantním buzením v závislosti na řídicím napětí na kotvě a zátěžovém momentu jako proporcionální systém třetího řádu (Šulc, 2004). Zesílení je v přenosu této soustavy (120) dominantní, protože časové konstanty jsou oproti němu menší. To můžeme vidět na přechodové a impulzní charakteristice (obr. 22 – A, B).



Obr. 22 - Charakteristiky popisující benchmarkovou soustavu B5

#### 4.5.1 Aplikování metod

Pro tuto soustavu budou použity experimentální metody nastavení PID regulátoru, protože přenos (120) nelze aproximovat metodami uvedenými v oddíle 3.1. Byly aplikovány metody ZNMKP, TLM, MČT a MDZ. ZNMKP nebyla však pro svůj nevhodný regulační pochod zařazena do vyhodnocení účinnosti regulace.

	$K_{ m P}$	$T_{ m I}$	$T_{\mathrm{D}}$
TLM	0,8600	0,2182	0,0157
MČT	5,4000	0,1171	0,0293
MDZ	0,9600	0,3048	0,0762

Tab. 17 – SPR získané danými metodami pro soustavu B5



Obr. 23 – Regulační pochod benchmarkové soustavy B5

1.5 *t*, s 2.5

3

2

-1

-2 L

0.5

1

#### 4.5.2 Vyhodnocení účinnosti metod

TLM stejně jako MDZ dobře reaguje na změnu žádané hodnoty, což souhlasí s literaturou (Vítečková, 2011). Odezva těchto dvou metod je však podstatně horší pro poruchu působící na vstupu soustavy. MČT je nejvhodnější z použitých experimentálních metod co se týče zregulování poruchy působící na vstupu soustavy, současně reaguje nejrychleji na změnu žádané hodnoty (doba regulace je nejrychlejší), její relativní překmit při změně žádané hodnoty je pouze nepatrně vyšší než u ostatních použitých metod, tím je považována za nejvhodnější metodu pro tuto soustavu.

# 4.6 BENCHMARKOVÁ SOUSTAVA NEMINIMÁLNĚ FÁZOVÁ

Tato soustava je popsána přenosem

$$B_6(s) = \frac{-2s+1}{(10s+1)(6s+1)(s+1)}.$$
(121)

Přenos některých regulovaných soustav obsahuje kladné nulové body. Tato vlastnost se projeví v průběhu přechodové charakteristiky, která má v počátku přechodového děje výchylku na nesprávnou stranu (obr. 24 - A) (Balátě, 2003).

Praktickým příkladem takového systému může být chování výšky hladiny v bubnu parního kotle. Fyzikální chování lze vysvětlit tak, že při vývinu páry v kotli je do bubnu dopravována parovodní směs, která má určitý měrný objem. Po větší změně akční veličiny, tj. při zvýšení napájení větším hmotnostním tokem "studené" vody, je porušena teplotní bilance parovodní směsi ve varném systému i v bubnu kotle. Dojde k ochlazení parovodní směsi, která zmenší svůj objem a v důsledku toho dojde i ke snížení hladiny až do té doby, než vlivem nerovnováhy hmotnostních toků přiváděné napájecí vody a odváděné syté páry začne hladina stoupat. Při změně odběru syté páry dojde opačnému ději (tzv. navření hladiny) (Balátě, 2003).

Dalším příkladem systému s neminimální fází může být také letadlo, které chce změnit svoji výšku (předpokládejme, že chce změnit nadmořskou výšku na vyšší), aby tak učinilo, musí nachýlit svojí zadní část směrem dolů, to má však také za následek, že těžiště celého letadla na malou chvíli klesne předtím, než opět stoupne vlivem zdvihu. Dalším praktickým příkladem může být investiční efekt na ziskovost z ekonomie, podélné parkování vozidla, nebo biologický systém – trávení potravy.

Pokud má přenosová funkce nuly v pravé polorovině Gaussovy roviny, nebo vykazuje dopravní zpoždění, pak takový systém označujeme jako systém s neminimální fází. Stejně jako soustavy s dopravním zpožděním i neminimálně fázové soustavy představují výrazné snížení

robustnosti regulačního obvodu. Jestliže se vrátíme k praktickému přikladu s podélným parkováním vozidla, je zřejmé, že takový proces nebude probíhat "rychle".



Obr. 24 – Charakteristiky popisující benchmarkovou soustavu B6

### 4.6.1 Aplikování metod

Na základě "pravidla poloviny" z pododdílu 3.1.2 můžeme přenos (121) aproximovat na tvar

$$B_6(s) \approx \frac{1}{13s+1} e^{-6s} \,. \tag{122}$$

Tento tvar (122) je již vhodný pro metody nastavení PID regulátoru: SIMC, MPM a MNDP. MPM byla nastavena pro nulový relativní překmit ( $\kappa = 0$ ).

	K <sub>P</sub>	$T_{\mathrm{I}}$	T <sub>D</sub>
ZNMKP	1,1597	10,4948	2,6237
MČT	3,7200	15,9204	3,9801
SIMC	1,0833	13,0000	_
MPM	0,7972	13,0000	_
MNDP	1,5762	12,0520	1,3984

Tab. 18 – SPR získané danými metodami pro soustavu B<sub>6</sub>



Obr. 25 – Regulační pochod benchmarkové soustavy B<sub>6</sub>

#### 4.6.2 Vyhodnocení účinnosti metod

Z grafu (obr. 25) je vidět, že nejvhodnější metodou nastavení PID regulátoru z hlediska změny žádané veličiny je MPM, ta je však zároveň nejhorší z hlediska poruchy působící na vstupu soustavy. Pokud nevadí relativní překmit a je k dispozici akční člen s vysokým rozsahem, tak nejvhodnější metodou nastavení PID regulátoru z hlediska změny žádané veličiny i poruchy působící na vstupu soustavy je experimentální MČT. Pokud relativní překmit vadí, tak nejvhodnější metodou je výše zmíněná MPM. Ostatní metody sice na poruchu působící na vstupu soustavy reagují lépe než MPM, ale zato mají vyšší relativní překmit při změně žádané veličiny, případně delší dobu regulace.

# 4.7 BENCHMARKOVÁ SOUSTAVA SE ZÁPORNÝM ZESÍLENÍM

Úpravou čitatele přenosu (121) získáme soustavu se záporným zesílením

$$B_6(s) = \frac{2s-1}{(10s+1)(6s+1)(s+1)}.$$
(123)

Praktickým příkladem takové soustavy je chování vodní turbíny s delším přívodním potrubím. Při přivírání regulačního orgánu vlivem setrvačnosti vody v přiváděcím potrubí vlivem vodního rázu dojde ke zvýšení průtokové rychlosti a tedy v počátku přechodového jevu ke zvýšení úhlové rychlosti turbíny (Balátě, 2003). V takovém případě dojde na přechodové charakteristice k překmitu a následnému ustálení na záporné hodnotě (obr. 26 - A).



Obr. 26 – Charakteristiky popisující benchmarkovou soustavu B7

### 4.7.1 Aplikování metod

Na základě "pravidla poloviny" z pododdílu 3.1.2 můžeme přenos (123) aproximovat na tvar

$$B_7(s) = \frac{-1}{13s+1}e^{-6s}.$$
 (124)

Nastavení regulátoru je v tomto případě stejné jako v pododdíle 4.6.1 s tím rozdílem, že je zde záporné zesílení regulátoru  $K_p$ , to se promítne i do průběhu akční veličiny (viz obr. 27).

	$K_{ m P}$	$T_{ m I}$	$T_{ m D}$
ZNMKP	-1,1597	10,4948	2,6237
MČT	-3,7200	15,9204	3,9801
SIMC	-1,0833	13,0000	_
MPM	-0,7972	13,0000	_
MNDP	-1,5762	12,0520	1,3984

Tab. 19 – SPR získané danými metodami pro soustavu B<sub>7</sub>



Obr. 27 – Regulační pochod benchmarkové soustavy B7

### 4.7.2 Vyhodnocení účinnosti metod

Účinnost metod může být popsána stejně jako v pododdíle 4.6.2 s tím rozdílem, že akční zásahy jsou kvůli regulaci soustavy se záporným zesílením převráceny do záporných hodnot.

# 4.8 BENCHMARKOVÁ SOUSTAVA NESTABILNÍ – KMITAVÁ

Tato soustava je popsána přenosem

$$B_8(s) = \frac{-0,0098s - 0,00245}{s^2 - 0,04s + 0.025}.$$
(125)

Příkladem je proces zdvihu ropného potrubí, tzv. režim "těžkého" toku je běžným problémem na ropných polích a je charakterizován velkými oscilacemi tlaku a průtoku. Doporučeným řešením je aktivní řízení horního škrtítka. Chování takového "zdviháku" ropného potrubí může být popsáno přenosem (125) (Christer, 2017).



Obr. 28 - Charakteristiky popisující benchmarkovou soustavu B8

#### 4.8.1 Vyšetření oblasti stability

Přenos uzavřeného regulačního obvodu má tvar

$$F_{wy}(s) = \frac{Y(s)}{W(s)} = \frac{R(s)S(s)}{1 + R(s)S(s)}.$$
(126)

Kde  $F_{wy}(s)$  je obrazový přenos mezi žádanou veličinou a regulovanou veličinou,

Y(s) – Laplaceův obraz regulované veličiny,

W(s) – Laplaceův obraz žádané veličiny,

R(s) – obrazový přenos regulátoru,

S(s) – obrazový přenos soustavy.

Na soustavu B<sub>8</sub> popsanou přenosem (125) bude aplikována metoda "pokus – omyl". Abychom mohli použít tuto metodu, je potřeba nejprve vyšetřit oblast stability pro proporcionální složku regulátoru, jejíž obrazový přenos má tvar

$$R(s) = \frac{U(s)}{E(s)} = r_0.$$
 (127)

Můžeme psát

$$F_{wy}(s) = \frac{Y(s)}{W(s)} = \frac{R(s)S(s)}{1+R(s)S(s)} = \frac{\frac{r_{0}(-0.0098s - 0.00245)}{s^{2} - 0.04s + 0.025}}{1 + \frac{r_{0}(-0.0098s - 0.00245)}{s^{2} - 0.04s + 0.025}} =$$

$$= \frac{\frac{r_{0}(-0.0098s - 0.00245)}{s^{2} - 0.04s + 0.025}}{s^{2} - 0.04s + 0.025} =$$

$$= \frac{r_{0}(-0.0098s - 0.00245)}{s^{2} - 0.04s + 0.025} =$$

$$= \frac{r_{0}(-0.0098s - 0.00245)}{s^{2} - 0.04s + 0.025 + r_{0}(-0.0098s - 0.00245)} =$$

$$= \frac{-0.0098sr_{0} - 0.00245r_{0}}{s^{2} - 0.04s + 0.025 - 0.00245r_{0}} =$$

$$= \frac{-0.0098sr_{0} - 0.00245r_{0}}{s^{2} + (-0.04s - 0.0098r_{0})s + (0.025 - 0.00245r_{0})}.$$
(128)

Z podmínky č. 1 rozhodující o stabilitě systému (viz oddíl 2.5) lze psát

$$-0.04 - 0.0098r_0 > 0 \Longrightarrow r_0 < -4.0816 \tag{129}$$

а

$$0,025 - 0,00245r_0 > 0 \Longrightarrow r_0 < 10,2041.$$
(130)

Oblast stability pro tuto soustavu při použití proporcionálního regulátoru je pro

$$r_0 \in (-\infty, -4, 0816).$$
 (131)

#### 4.8.2 Automatická regulace nestabilní soustavy

Na tuto soustavu byla pro získání stavitelných parametrů PID regulátoru použita metoda "pokus – omyl", jejíž popis je uveden v pododdíle 3.2.1.

Postup získání stavitelných parametrů pro PID regulátor byl následující:

- 1. Jako první krok se vyřadila integrační složka regulátoru  $(T_I \rightarrow \infty)$  a derivační složka regulátoru  $(T_D \rightarrow 0)$ . Následně se snížilo zesílení regulátoru  $K_P$ , přičemž byla respektována podmínka daná vztahem (131). Pro zesílení regulátoru byla zvolena hodnota blízká mezi stability, a to hodnota  $K_P = -5$ .
- Zesílení regulátoru K<sub>P</sub> bylo postupně snižováno do té doby, než se regulační pochod jevil jako vhodný (s požadovaným tlumením). Vliv změn jednotlivých hodnot zesílení regulátoru K<sub>P</sub> je vidět na obr. 29. Jako vhodné zesílení K<sub>P</sub> bylo vybráno K<sub>P</sub> = -30.
- 3. Předchozí hodnota zesílení regulátoru  $K_p$  (získána v kroku č. 2) byla snížena o čtvrtinu, tedy na  $K_p = -22,5$ . Následně se začala snižovat integrační časová konstanta  $T_I$ . Přidání integrační složky již odstranilo trvalou regulační odchylku. Snižování integrační časové konstanty mělo vliv na dobu regulace, která se snižovala směrem k nižším hodnotám  $T_I$ . Jako nejvhodnější byla nakonec zvolena hodnota  $T_I = 22,5$ .
- 4. Derivační konstanta  $T_D$  se nastavila na desetinu hodnoty integrační časové konstanty  $T_I$ , tedy na  $T_D = 2,25$ . Zesílení regulátoru  $K_P$  bylo sníženo o čtvrtinu, tedy na hodnotu  $K_P = -28,125$ . Hodnota integrační časové konstanty byla snížena o třetinu, tedy na hodnotu  $T_I = 15,007$ . Protože přidání derivační složky vedlo ke zlepšení regulačního pochodu (snížilo relativní překmit), byla hodnota derivační složky zvýšena na 25 % hodnoty  $T_I$ , tedy na  $T_D = 5,625$ . Tato hodnota derivační složky byla ponechána, protože ještě více zmenšila relativní překmit a snížila dobu regulace.



Obr. 29 – Vliv změn hodnot P-složky regulátoru na regulační pochod

	KP	$T_{ m I}$	$T_{\mathrm{D}}$
P-O	-28,125	15,007	5,625

Tab. 20 – Získan	é SPR pro	soustavu B <sub>8</sub>
------------------	-----------	-------------------------



Obr. 30 – Regulační pochod benchmarkové soustavy B<sub>8</sub>

### 4.8.3 Vyhodnocení účinnosti metody "pokus – omyl"

Z hlediska změny žádané veličiny (resp. poruchy působící na výstupu soustavy) je nastavení touto metodou vhodné. Doba regulace je poněkud pomalejší, na druhou stranu relativní překmit je nízký. Ještě lepší výsledek je při posuzování reakce systému na poruchu působící na vstupu soustavy. Zregulování poruchy je sotva postřehnutelné viz obr 30.

# 4.9 BENCHMARKOVÁ SOUSTAVA NESTABILNÍ – NEKMITAVÁ

Následující přenos popisuje chování balistické rakety. Jedná se o řízení nadmořské výšky balistické rakety. Z pohledu teorie řízení je tento systém nestabilní s jedním vstupem a jedním výstupem. Vstupem systému je vychýlení spalovací komory a výstupem je nadmořská výška rakety.

Přenosová funkce modelu odpovídající nadmořské výšky rakety vztažené k vychýlení



Obr. 31 – Charakteristiky popisující benchmarkovou soustavu B<sub>9</sub> spalovací komory má dva póly v pravé komplexní polorovině a jednu zápornou nulu

$$B_{9}(s) = S(s) = \frac{7,21s + 0,3792}{s^{3} + 0,097s^{2} - 2,3708s + 0,0545}.$$
(132)

Dalším praktickým příkladem nestabilní nekmitavé soustavy je inverzní kyvadlo, průtočný chemický reaktor nebo nadzvuková vojenská stíhačka X-29.

### 4.9.1 Vyšetření oblasti stability

Přenos uzavřeného regulačního obvodu má tvar

$$F_{wy}(s) = \frac{Y(s)}{W(s)} = \frac{R(s)S(s)}{1 + R(s)S(s)}.$$
(133)

Stejně jako v předchozím případě na soustavu B<sub>9</sub> popsanou přenosem (132) bude aplikována metoda "pokus – omyl".

Opět nejprve vyšetříme oblast stability pro tuto soustavu při použití proporcionálního regulátoru, jehož obrazový přenos má tvar

$$R(s) = \frac{U(s)}{E(s)} = r_0.$$
 (134)

Můžeme psát

$$F_{wy}(s) = \frac{Y(s)}{W(s)} = \frac{R(s)S(s)}{1+R(s)S(s)} = \frac{\frac{r_0(7,21s+0,3792)}{s^3+0,097s^2-2,3708s+0,0545}}{1+\frac{r_0(7,21s+0,3792)}{s^3+0,097s^2-2,3708s+0,0545}} =$$

$$=\frac{\frac{7,21r_0s+0,3792r}{s^3+0,097s^2-2,3708s+0,0545}}{\frac{s^3+0,097s^2-2,3708s+0,0545+7,21r_0s+0,3792r_0}{s^3+0,097s^2-2,3708s+0,0545}}=\frac{7,21r_0s+0,3792r}{s^3+0,097s^2-2,3708s+0,0545+7,21r_0s+0,3792r_0}=$$

$$=\frac{7,21r_0s+0,3792r_0}{s^3+0,097s^2+(7,21r_0-2,3708)s+(0,3792r_0+0,0545)}.$$
(135)

Z podmínky č. 1 rozhodující o stabilitě systému (viz oddíl 2.5) lze psát

$$7,21r_0 - 2,3708 > 0 \Longrightarrow r_0 > 0,3289 \tag{136}$$

a

$$0,3792r_0 + 0,0545 > 0 \Longrightarrow r_0 > -0,1437.$$
(137)

Oproti předchozí soustavě (125) je tato třetího řádu. Je tedy nutné zjistit třetí podmínku stability z determinantu Hurwitzovy matice (viz pododdíl 2.6.1)

$$\boldsymbol{H} = \begin{pmatrix} a_{n-1} & a_{n-3} & a_{n-5} \\ a_n & a_{n-2} & a_{n-4} \\ 0 & a_{n-1} & a_{n-3} \end{pmatrix}.$$
(138)

Stačí uvažovat subdeterminant řádu n-1. Samotná třetí podmínka stability je

$$\boldsymbol{H} = \begin{vmatrix} a_{n-1} & a_{n-3} \\ a_n & a_{n-2} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 0,097 & 0,3792r_0 + 0,0545 \\ 1 & 7,21r_0 - 2,3708 \end{vmatrix} = 0,097(7,21r_0 - 2,2708) - (0,3792r_0 + 0,0545) = 0,32017r_0 - 0,2845 \Rightarrow 0,32017r_0 - 0,2845 > 0 \Rightarrow r_0 > 0,8849.$$
(139)

Oblast stability pro tuto soustavu při použití proporcionálního regulátoru je pro

$$r_0 \in (0,8849;\infty).$$
 (140)

#### 4.9.2 Automatická regulace nestabilní soustavy

Na tuto soustavu byla pro získání stavitelných parametrů PID regulátoru použita metoda "pokus – omyl", jejíž popis je uveden v pododdíle 3.2.1.

Postup je následující:

- 1. Jako první krok byla vyřazena integrační složka regulátoru  $(T_I \rightarrow \infty)$  a derivační složka regulátoru  $(T_D \rightarrow 0)$ . Následně se snížilo zesílení regulátoru  $K_P$ , přičemž byla respektována podmínka daná vztahem (140). Pro zesílení regulátoru byla zvolena hodnota blízká mezi stability, a to hodnota  $K_P = 1$ .
- 2. Zesílení regulátoru  $K_p$  se začalo postupně zvyšovat. Tuto nekmitavou soustavu se podařilo pouhou změnou zesílení regulátoru  $K_p$  rozkmitat. Jelikož ani řádová změna zesílení regulátoru  $K_p$  (1, 10, 100, ...) neměla kromě frekvence jednotlivých kmitů výrazný vliv na regulační pochod, byla zvolena hodnota  $K_p = 10$ .
- 3. Předchozí hodnota zesílení regulátoru  $K_P$  (získána v kroku č. 2) se snížila o čtvrtinu, tedy na  $K_P = 7,5$ . Následně se začala snižovat integrační časová konstanta  $T_I$ . Jelikož ani řádová změna integrační časové konstanty  $T_I$  (10 000, 1 000, 100, ...) neměla na tlumení regulačního pochodu poznatelný vliv, byla zvolena  $T_I = 50$ .

Derivační konstanta  $T_D$  se nastavila na desetinu hodnoty integrační časové konstanty  $T_I$  tedy na  $T_D = 5$ . Protože došlo ke zlepšení regulačního pochodu, bylo možné nastavit derivační časovou konstantu  $T_D$  na čtvrtinu hodnoty integrační časové  $T_I$  konstanty, tedy na  $T_D = 12,5$ . Toto zvýšení hodnoty derivační složky však nemělo na regulační pochod zlepšující vliv, proto byla opět nastavena hodnota  $T_D = 5$ . Hodnota proporcionální složky regulátoru  $K_P$  se zvýšila o čtvrtinu tedy na  $K_P = 9,375$ . Hodnota integrační časové konstanty  $T_I$  se snížila o třetinu tedy na hodnotu  $T_I = 33,335$ .

	$K_{ m P}$	$T_{ m I}$	$T_{ m D}$
P-O	9,375	33,335	5

Tab. 21 – Získané SPR pro soustavu B<sub>9</sub>



Obr. 32 – Regulační pochod benchmarkové soustavy B9

### 4.9.3 Vyhodnocení účinnosti regulace

Metoda "pokus – omyl" dává z hlediska změny žádané hodnoty (resp. poruchy působící na výstupu soustavy) solidní výsledek. Doba regulace je rozumná, stejně tak relativní překmit. K zregulování poruchy působící na vstupu soustavy dojde poměrně rychle.

## 4.10 BENCHMARKOVÁ SOUSTAVA NESTABILNÍ – INTEGRAČNÍ

Tato soustava je popsána přenosem

$$B_{10}(s) = \frac{1}{s(10s+1)(2s+1)}.$$
(141)

Jmenovatel přenosu (141) obsahuje nulový pól, soustava má tedy integrační charakter. Jak je vidět (obr. 33 – A), integrační soustavy nemají, na rozdíl od soustav proporcionálních, samoregulační schopnosti. Po vyvedení soustavy z rovnovážného stavu se výstupní signál po odeznění přechodového děje mění konstantní rychlostí.

Z grafu (obr. 33) je také vidět, že se jedná o integrační soustavu se setrvačností druhého řádu s aperiodickým průběhem. Je zde dominantní časová konstanta, proto se přechodová charakteristika podobá integrační soustavě se setrvačností prvního řádu. Příkladem soustavy se setrvačností druhého řádu může být změna polohy letadla (vzhledem k zemskému povrchu) při určité změně směru (i vertikálního).

Praktické regulované soustavy, jako jsou plynové turbíny nebo pístové motory, se vzhledem k řízení úhlové rychlosti chovají jako soustavy se setrvačností prvního řádu. Jejich autoregulativní schopnost pro provozní podmínky (velmi malé odchylky od žádané hodnoty) je bezvýznamná. Proto tyto soustavy bývají při hrubších analýzách považovány za integrační regulované soustavy (Balátě, 2003).



Obr. 33 – Charakteristiky popisující benchmarkovou soustavu  $B_{10}$ 

#### 4.10.1 Aplikování metod

Přenos (141) může být snadno aproximován na následující tvary

$$B_{10a}(s) \approx \frac{1}{s(12s+1)}$$
 (dle vztahu 58), (142)

$$B_{10b}(s) \approx \frac{1}{s} e^{-12s}$$
 (dle vztahu 59), (143)

$$B_{10c}(s) \approx \frac{1}{s(12s+1)} e^{-2s}$$
 (dle vztahu 60), (144)

$$B_{10d}(s) \approx \frac{1}{s(11s+1)} e^{-s} \text{ (dle ,,pravidla poloviny" viz pododdíl 3.1.2).}$$
(145)

Jelikož se pro tuto soustavu nabízí více aproximací, bylo by vhodné vyhodnotit, která aproximace je nejvhodnější. Takový tvar bude poté pro danou metodu upřednostněn.

Z obr. 34 je zřejmé, že nejvíc se původní charakteristice  $B_{10}$  (141) přibližuje tvar (145) aproximovaný použitím "pravidla poloviny". Následují tvary  $B_{10c}$ ,  $B_{10a}$  a  $B_{10b}$ , které se původnímu tvaru (141) přibližují nejméně. Tvar (143) můžeme použít pro metodu SIMC, ale MPM doporučuje pro tento typ přenosu PD regulátor a vyřazení I složky vede na trvalou regulační odchylku, proto pro nastavení MPM bude použit přenos  $B_{10b}$  (143). MOM dokonce umožnuje použit neaproximovaný tvar přenosu (141). MSO nepočítá s dopravním zpožděním a původní tvar přenosu (141) také nelze použít, bude tedy použit přenos (142). Taktéž MNDP spolu s MČT není použitelná pro jejich trvalou regulační odchylku při působení poruchy na vstupu soustavy. Jako vhodné metody zbyly ZNMKP, TLM a metoda SIMC.

	$K_{ m P}$	$T_{ m I}$	$T_{ m D}$
ZNMKP	1,1244	14,0496	3,5124
TLM	0,8433	61,8182	4,4602
SIMC	1,1875	19,0000	4,6316

Tab. 22 – SPR získané danými metodami pro soustavu B10



Obr. 34 – Přechodové charakteristiky původní soustavy  $B_{10}$  a jejích aproximací



Obr. 35 – Regulační pochod benchmarkové soustavy B10

#### 4.10.2 Vyhodnocení účinnosti metod

Z hlediska změny žádané hodnoty má TLM nejnižší relativní překmit, ale současně nejdelší dobu regulace. ZNMKP má relativní překmit nejvyšší, ale současně má nejrychlejší dobu regulace. Kompromisem mezi dobou regulace (ZNMKP) a relativním překmitem (TLM) je metoda SIMC vycházející ze znalosti modelu soustavy. Ačkoli pro tuto soustavu by z hlediska změny žádané šlo použít více metod, nebyly do vyhodnocení zahrnuty. Snahou bylo vybrat metody, které zajistí oba požadavky (jak změnu žádané veličiny, tak zregulování poruchy) současně.

Při posuzování kvality regulace z hlediska poruchy působící na vstupu soustavy je nejméně vhodná TLM, doba regulace je zde nejvyšší. ZNMKP reaguje na poruchu na vstupu soustavy s nejrychlejší dobou regulace. Metoda SIMC reaguje na poruchu na vstupu soustavy s dobou regulace, která je zde o něco vyšší než u ZNMKP.

Nejvhodnější metoda získání stavitelných parametrů PID regulátoru pro tuto soustavu je metoda SIMC, představuje určitý kompromis mezi dobou regulace a relativním překmitem zbývajících dvou metod. Je zde vidět, že metoda SIMC v kombinaci s jednoduchým pravidlem "poloviny" dává dobré a robustní seřízení PID regulátoru.

# 5 ZÁVĚR

Všechny děje v přírodě vykazují nějaký přechodový děj. Figuruje zde tedy existence dynamiky, a to i pro takové systémy, které za normálních okolností (při troše zjednodušení) považujeme za statické (například elektronický zesilovač). Tato práce se systémy vykazujícími přechodový děj zabývá, přičemž jsou zahrnuty i příklady výskytů jednotlivých typů přechodových dějů.

Hlavní cíl práce, tedy získání přenosů všech typů dynamických soustav, vyžadovalo komplexní rešerši odborné literatury. Na vyhledávání ve zdrojích mělo vliv porozumění problematice a také neznalost cizojazyčné odborné terminologie. Všechny použité obrazové přenosy jsou však podepřeny odbornou literaturou. Všechny vybrané benchmarkové soustavy byly detailně popsány takovým způsobem, aby vynikly jejich dynamické vlastnosti.

Na celkem 10 typů dynamických soustav bylo dále aplikováno 5 experimentálních metod návrhu parametrů PID regulátoru a 5 metod vyžadujících znalost přenosu soustavy. Jelikož ve výběru jsou obsaženy i systémy z technické praxe, u kterých vzhledem k jejich popisu nešla provést triviální aproximace, musely na ně být použity experimentální metody. Experimentální metody jsou tím pádem universálnější. Nejlépe šla na benchmarkové soustavy aplikovat experimentální metoda dobrého zesílení, z metod vyžadujících znalost přenosu soustavy to byla metoda SIMC.

Jak již bylo zmíněno, to, že metoda šla použít, neznamená, že se dostala do vyhodnocovací fáze. Z hlediska užitečných regulačních pochodů je do vyhodnocovacích grafů nejčastěji zařazena Zieglerova-Nicholsova metoda kritických parametrů, metoda čtvrtinového tlumení (experimentální metody), SIMC a metoda násobného dominantního pólu (metody vyžadující znalost přenosu soustavy). Pro každý typ dynamické soustavy (s výjimkou nestabilní kmitavé a nestabilní nekmitavé) se však našla více než jedna metoda získání stavitelných parametrů analogového PID regulátoru, přičemž jejich aplikace závisí na požadavcích na kvalitu – zdůvodněno ve vyhodnocení jednotlivých soustav (např. relativní překmit).

Samostatnou skupinu tvoří nestabilní soustavy, na které se nejevilo přínosné použití jiných metod než metody pokus – omyl. Metoda pokus – omyl by byla zároveň nejuniversálnější ze všech použitých metod, ale byla do práce zařazena jen speciálně kvůli nestabilní nekmitavé a nestabilní kmitavé soustavě. Pro použití této metody bylo vhodné určení oblasti stability pomocí Hurwitzova kritéria stability. Všechny typy dynamických soustav je možné regulovat klasickým analogovým PID regulátorem.

# POUŽITÁ LITERATURA

- BALÁTĚ, J. 2003. *Automatické řízení. 1.* vyd. Praha: BEN technická literatura, 2003. 663 s. ISBN 80-7300-020-2.
- BURÝ, A. 2007. *Teorie systémů a řízení* [online]. Vyd. I. Ostrava Poruba: Vysoká škola Báňská Technická univerzita Ostrava, [cit. 2019-01-25]. Dostupné z: http://homen.vsb.cz/~bur50/tar07.pdf.
- CVEJN, J. 2017. Automatizace 1. Pardubice: Přednášky předmětu.
- SAHIB, M. A. 2015. A novel optimal PID plus second order derivative controller for AVR system. *Engineering Science and Technology, an International Journal*. Červen 2015, 18(2). ISSN 2215-0986. Dostupné také z: <u>https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S2215098614000974.</u>
- GAZDOŠ, F.; KOLAŘÍK J. 2013. Database of unstable systems: A new site for models of unstable processes. In: REKDALSBAKKEN, W.; BYE, R. T.; ZHANG, H. *Proceedings* 27th European Conference on Modelling and Simulation ECMS [online]. Alesund, Norsko: European Council for Modelling and Simulation (ECMS), 2013 [cit. 2019-03-26]. s. 422– 427. Dostupné z: http://www.scs-europe.net/dlib/2013/2013-0422.htm.
- HONC, D. 2018. Automatizace 2. Pardubice: Přednášky předmětu.
- CHRISTER, D.; DI RUSCIO D. 2017. PD/PID controller tuning based on modelapproximations: Model reduction of some unstable and higher order nonlinear models. *Modeling, Identification and Control* [online]. **38**(4), [cit. 2019-03-26]. ISSN 1890-1328. Dostupné z: <u>http://www.mic-journal.no/PDF/2017/MIC-2017-4-3.pdf.</u>
- MACALÍK, R. Identifikace regulované soustavy experimentální jednotka pro spalování biomasy [online]. Brno: 2008 [cit. 2019-04-11]. Diplomová práce. Vysoké učení technické v Brně, Fakulta strojního inženýrství, Ústav automatizace a informatiky. Vedoucí práce Ing. Vítězslav Máša. Dostupné z: https://www.vutbr.cz/www\_base/zav\_prace\_soubor\_verejne.php?file\_id=10676.
- ŠULC, B a VÍTEČKOVÁ, M. 2004. *Teorie a praxe návrhu regulačních obvodů*. Praha: ČVUT. 333 s. ISBN 80-01-03007-5.
- VAVRUŠA, S. 2006. Řízení spojitých systémů s dopravním zpožděním různými metodami. Zlín. Disertační práce. Univerzita Tomáše Bati ve Zlíně, Fakulta aplikované informatiky. Vedoucí práce Prof. Ing. Petr Dostál, CSc. Dostupné také z: <u>https://digilib.k.utb.cz/bitstream/handle/10563/590/vavru%C5%A1a\_2006\_dp.pdf?sequenc\_e=1&isAllowed=y</u>.
- VÍTEČKOVÁ, M.; VÍTEČEK A. 2011. *Vybrané metody seřizování regulátorů*. Ostrava: Vysoká škola báňská Technická univerzita Ostrava. ISBN 978-80-248-2503-8.
- VROŽINA, M; JANČÍKOVÁ, Z. a DAVID, J. 2012. Identifikace systémů. Vyd. 1. Ostrava: Vysoka škola baňská Technická univerzita Ostrava. ISBN 978-80-248-2594-6.
- XUE, D.; CHEN, Y.; ATHERTON, D. P. 2007. Linear Feedback Control: Analysis and Design with MATLAB [online]. Philadelphia, PA: Society for Industrial and Applied Mathematics, © 2007, [cit. 2019-03-26]. ISBN 978-0-898716-38-2. Dostupné z: <u>https://electrical2005.files.wordpress.com/2016/11/linear-feedback-control-analysis-anddesign-with-matlab.pdf.</u>