



UNIVERZITA PARDUBICE  
Fakulta elektrotechniky a informatiky



# **Určení polohy cíle ze signálů dopplerovského senzoru se dvěma popřípadě třemi přijímači a jedním vysílačem**

**Vojtěch Hůla**

Bakalářská práce  
2019

## ZADÁNÍ BAKALÁŘSKÉ PRÁCE

(PROJEKTU, UMĚLECKÉHO DÍLA, UMĚLECKÉHO VÝKONU)

Jméno a příjmení: **Vojtěch Hůla**  
Osobní číslo: **I16270**  
Studijní program: **B2612 Elektrotechnika a informatika**  
Studijní obor: **Komunikační a mikroprocesorová technika**  
Název tématu: **Určení polohy cíle ze signálů dopplerovského senzoru se dvěma popřípadě třemi přijímači a jedním vysílačem.**  
Zadávací katedra: **Katedra elektrotechniky**

### Z á s a d y p r o v y p r a c o v á n í :

Matematicky popsat výstupní signál z dopplerovského senzoru ze dvou popřípadě tří přijímačů a jednoho vysílače s optimální vzdáleností antén. Odvodit vztahy pro souřadnice cíle ve třídimensionálním prostoru. Pro určení vzdálenosti cíle bude použit dvou kmitočtový CW radar. Vzdálenost se určí z fázového posuvu dopplerovských signálů na dvou různých kmitočtech. Úhlové souřadnice se určí z fázového posuvu dopplerovských signálů na stejném kmitočtu dvou různých přijímačů.

Rozsah grafických prací:

Rozsah pracovní zprávy: 50

Forma zpracování bakalářské práce: **tištěná/elektronická**

Seznam odborné literatury:

[1] **BEZOUŠEK, Pavel a Pavel ŠEDIVÝ. Radarová technika. Praha: Vydavatelství ČVUT, 2004. ISBN 80-01-03036-9.**

[2] **DOBEŠ, Josef a Václav ŽALUD. Moderní radiotechnika. Praha: BEN - technická literatura, 2006. ISBN 80-7300-132-2.**

Vedoucí bakalářské práce: **Ing. Zdeněk Němec, Ph.D.**

Katedra elektrotechniky

Konzultant bakalářské práce: **Ing. Richard Capalini, CSc.**


Steinel Technik Pardubice

Datum zadání bakalářské práce: **15. října 2018**

Termín odevzdání bakalářské práce: **10. května 2019**



Ing. Zdeněk Němec, Ph.D.  
děkan



Ing. Jan Pidanič, Ph.D.  
vedoucí katedry

V Pardubicích dne 15. listopadu 2018

### *Čestné prohlášení:*

Prohlašuji, že jsem tuto práci vypracoval samostatně a uvedl jsem všechnu použitou literaturu, která je uvedena v seznamu použité literatury.

Byl jsem seznámen s tím, že se na mojí práci vztahují práva a povinnosti vyplývající ze zákona č. 121/2000 Sb., autorský zákon, zejména se skutečností, že univerzita Pardubice má práva na uzavření licenční smlouvy o užití této práce jako školního díla podle § 60 odst. 1 autorského zákona, a s tím, že pokud dojde k užití této práce mnou nebo bude poskytnuta licence o užití jinému subjektu, je Univerzita Pardubice oprávněna ode mne požadovat přiměřený příspěvek na úhradu nákladů, které na vytvoření díla vynaložila, a to podle okolností až do jejich skutečné výše.

Beru na vědomí, že v souladu s § 47b zákona č. 111/1998 Sb., o vysokých školách a o změně a doplnění dalších zákonů (zákon o vysokých školách), ve znění pozdějších předpisů a směrnicí Univerzity Pardubice č. 9/2012, bude práce zveřejněna v univerzitní knihovně a prostřednictvím digitální knihovny Univerzity Pardubice.

V Pardubicích dne 5.května 2019

Vojtěch Hůla

### *Poděkování:*

Chci poděkovat především svému školiteli Ing. Zdeňku Němcovi, Ph.D. za pečlivost, ochotu, vstřícnost a odborné i lidské zázemí při vedení mé diplomové práce. Dále děkuji svému konzultantovi Ing. Richardu Capalini, Csc. za poskytnutí řešení firmy Steinel Technik s.r.o. a pomoc s tvorbou mé bakalářské práce a shovívavost při komunikaci se mnou. Také děkuji panu prof. Ing. Pavlu Bezouškovi, Csc. za zpestřující konzultace. Děkuji také svému bratru Ing. Františku Hůlovi za cenné rady k tvorbě programu a celé své rodině za poskytnutí zázemí.

### *Abstract:*

Tato bakalářská práce se zabývá odvozením matematického modelu radarového interferenčního systému pro pomalu pohybující se cíle. Pomocí tohoto geometrického modelu lze cíl ve velké vzdálenosti aproximovat rovinou. Pokud má tento cíl komplikovaný tvar, např. tvar lidské osoby, lze jej nahradit více rovinami s různými odrazivostmi. Poté je možné určit souřadnice a radiální rychlosti cíle vůči senzoru. Tyto údaje pak umožňují sledování pohybu cíle, kdy je pohyb rozdělen na přímkové trajektorie. Měřením souřadnic těchto trajektorií je pak v závěru určena trajektorie cíle a to za předpokladu rychlého odebírání vzorků z přijímačů a rychlého zpracování dat.

### *Klíčová slova :*

Anténa, CW radar, Dopplerovský radar, geometrie detektoru, multisenzorové a multipoziční systémy, simulace a aproximace, směrové kosíny

### *Title :*

Determination of target position from Doppler sensor signals with two or three receivers and one transmitter

### *Abstract :*

This bachelor's thesis deals with the derivation of a mathematical model of a radar interference system for slow moving targets. This geometrical model enables the plane approximation of a distant target. When a target's shape is complicated, e.g. human, it can be substituted by multiple planes with various reflectances. Subsequently, one can determine coordinates and the radial velocity of the target with respect to the sensor. This data makes possible the monitoring of the motion where the trajectory is piecewise linear. The measurement of these coordinates allows the determination of the target's trajectory, assuming fast receiver data sampling and evaluation.

### *Key words :*

Antenna, CW radar, Dopler radar, detector geometry, multisensor and multiposition systems, simulations and approximations, directional cosines

# Obsah

<b>Seznam obrázků</b>	<b>8</b>
<b>Úvod</b>	<b>9</b>
<b>1 Dopplerův efekt</b>	<b>12</b>
<b>2 Popis senzoru</b>	<b>14</b>
<b>3 Model radaru s dvěma přijímacími anténami pro určení cílů v rovině</b>	<b>16</b>
3.1 Určení směrových kosinů . . . . .	18
3.1.1 Řešení pomocí dvou kmitočtů . . . . .	18
3.2 Určení vzdálenosti cíle . . . . .	19
3.3 Určení rychlosti cíle . . . . .	19
<b>4 Modely prostorových situací pro různé druhy cílů s různou geometrií detektorů</b>	<b>22</b>
4.1 Odvození Dopplerova posuvu pro situaci samostatných antén . . . . .	22
4.2 Výstupní signál dopplerovského radaru po aproximaci bodového zdroje na odraznou plochu	23
4.3 Geometrie modelu s konstantní fází . . . . .	24
4.3.1 Projekce přijímacích bodů na rovině konstantní fáze . . . . .	27
4.3.2 Dopadající signály na přijímací antény . . . . .	28
4.3.3 Dopadající signál na antény přijímačů . . . . .	30
4.3.4 Signály na směšovačích . . . . .	32
4.3.5 Poloha cíle . . . . .	33
<b>5 Popis simulace</b>	<b>43</b>
5.1 Zadání vstupních parametrů . . . . .	43
5.2 Poloha přijímacích antén . . . . .	43
5.3 Výpočet rozdílu drah vysílač - cíl a cíl - přijímač . . . . .	44
5.4 Dopplerovy frekvenční posuny . . . . .	44
5.5 Amplituda signálu . . . . .	46
5.6 Signály na přijímacích . . . . .	46
5.7 Výpočet směrových kosinů . . . . .	46
5.8 Výpočet vzdálenosti . . . . .	46
5.9 Výpočet polohy . . . . .	47
5.10 Výpočet předpokládané rychlosti cíle . . . . .	47
<b>Závěr</b>	<b>48</b>

# Seznam obrázků

1.1	Dopplerův posuv . . . . .	12
2.1	Blokové schéma dopplerovského radaru . . . . .	15
3.1	Geometrie radarového systému v rovině . . . . .	17
4.1	Rozložení antén radaru v rovině $z = 0$ . . . . .	24
4.2	Roviny konstantních fází v časech 1 a 2 . . . . .	25
4.3	Zobrazení jednotlivých souřadnic podél jednotlivých souřadnic . . . . .	29
4.4	Schéma senzoru se třemi přijímacími anténami. MO1 je místní oscilátor na kmitočtu $f_1$ , MO2 je místní oscilátor na kmitočtu $f_2$ , Směš.1 až Směš. 3 jsou směšovače, DP1 až DP3 jsou stejné dolnofrekvenční propusti, $s_{vm}(t)$ je vysílaný signál, $s_{dkm}(t)$ jsou signály dopadající na antény A1 až A3, při kmitočtech vysílače $f_m, s_{skm}(t)$ jsou přijaté signály po směšování a $s_{km}(t)$ jsou přijaté signály po směšování a filtraci. . . . .	31
4.5	Dopplerovské signály na výstupu směšovače s dolnofrekvenčním filtrem . . . . .	33
5.1	Pohyb cíle před radarem . . . . .	44
5.2	Pohyb cíle před radarem . . . . .	45
5.3	Signály na přijímačích . . . . .	46



# Úvod

Tato práce řeší sestavení matematického modelu, na jehož základě lze navrhnout dopplerovský radar, který by s 3 anténami umístěnými na pomyslných hranách rovnostranného trojúhelníku dokázal změřit polohu tak rychlost cíle. Tento typ radaru by byl určen jen pro malé vzdálenosti. Z toho vyplývá jeho nízká energetická náročnost a malý vysílaný výkon.

Slovo RADAR vzniklo ze slovního spojení Radio Detection And Ranging, přeloženo jako rádiové odhalování a určování vzdálenosti [1]. Dnes se tím rozumí pojem radiolokace. Obecně nelze mluvit o radiolokaci, neboť lze zkoumat objekty v našem přirozeném fyzikálním prostoru nejen s pomocí rádiových vln, což je jen malá část spektra elektromagnetických vln, ale i s pomocí ostatních frekvenčních oblastí elektromagnetického spektra např. laserové dálkoměry využívající pulsy koherentních optických vln [2]. Pro měření vzdálenosti v kapalném prostředí, či plynném prostředí se používají echolokátory využívající ultrazvukovou část akustického spektra. Dále existuje možnost využít hyperzvuku šířícího se v živé tkáni a tak zobrazit tvar orgánu živočicha.

Jakákoli fyzikální veličina, která se může uvolnit ze zdroje a pomocí vlnění se šířit do okolního prostoru, může být použita pro detekci místa překážek na dráze která je dle Fermatova principu nejkratší.

Nejzajímavější je případ, kdy se provádí detekce cíle stojícího vůči pohybuujícímu se detektoru, nebo cíle pohybuujícímu se vůči detektoru pomocí rádiových vln tzv. radiolokací. Jít touto cestou se už kdysi pokusil německý technik Christian Hülsmeier v roce 1904, kdy patentoval svůj objev v Kolíně na Rýnem pod názvem „Telemobiloskop“. Bohužel se nedočkal úspěchu. Po předvedení svého vynálezu veřejnosti v Londýně a Rotterdamu nezískal finanční podporu na výzkum a musel práce ukončit [1].

Před 2.světovou válkou zaujal tento objev armádu USA, Velké Británie a Německa. Tyto radary měly sloužit jako výstraha před leteckými útoky. K tomu sloužily pozemní radary dalekého dosahu. V průběhu války se počala rozvíjet technologie mikrovlnných radarů pracujících na frekvencích kolem 3 GHz (vlnová délka 10cm) . Toto vedlo ke zlepšení rozlišovací schopnosti v azimutu. Radary se instalovali do bombardérů pro vyhledávání německých ponorek atd.

Už v roce 1940 v USA byly instalovány radary zejména na tichomořském pobřeží na ostrahu vzdušného prostoru. Radary byly mohutné, pracovali na frekvencích okolo 100 MHz s výkony cca 100 kW. Osvědčily se například při útoku na Pearl Harbour v roce 1941, kdy odhalily útočící japonská letadla. Radary vyvinuté před válkou již pracovali od 125 MHz do 565 MHz. Kupříkladu radar Mamut 1 měl nepohyblivou anténu o rozměrech 10 x 25 m složenou z velkého počtu dipólů. Tato anténa již měla svazek vychylovaný fázováním jednotlivých zářičů. Po válce se radarová technika počala velmi rychle rozvíjet. Zejména v civilních aplikacích, např. pro řízení letového provozu či navigaci lodí. Využití se přesunulo do pásem od 1 GHz do 10 GHz. Počátkem 60.let se počaly využívat mikrovlnné zesilovací elektroniky-klystrony, umožňující použít dopplerovské zpracování signálu. Koncem 60.let se nízkovýkonové elektronky nahradily polovodičovými součástkami, které umožnily v 70.letech nahradit analogové obvody digitálními. Ty v konečném důsledku umožnily zpracování signálů a jejich zobrazení. Počátkem 3. tisíciletí došlo ke sjednocení technologií a komplexnímu využití multisenzorových a multipozičních systémů.

Tato práce se zabývá matematickým modelem interferenčního radaru. V tomto případě se jedná o koherentní systém. Koherentní proto, jelikož musí být splněna podmínka stejné počáteční náhodné fáze signálu směřujícího do vysílací antény a do směšovače v bloku přijímače [7]. Zároveň nesmí docházet k fázovému šumu, to znamená, že okamžitá fáze bude narůstat s časem[14]. Kapitola 1 vysvětluje teorii Dopplerova efektu pro cíle pomalé v poměru k rychlosti světla ve vakuu. V kapitole 2 najdeme popis

radarového senzoru pracujícího v rovině kolmé k rovině radarového systému v našem případě dokonalého umístění [13]. V kapitole 3 je podrobně zpracována geometrie radarového interferenčního systému pracujícího v rovině (přesně v polorovině) popsaného v kapitole 1. V kapitole 4 se řeší odvození stejných vztahů pro rychlost cíle a určení jeho polohy jako v kapitole 3 ale pro případ v prostoru. V kapitole 5 je ukázka modelového příkladu simulace v programu Matlab.

# Rešerše

Existují tyto dostupné senzory pohybu: aktivní ( dopplerovské senzory ) a pasivní ( PIR ). Detekci pohybu lze docílit nejlépe pomocí PIR senzoru [16], [17]. Tento senzor pomocí Fresnelových čoček soustředí infračervené záření do IR senzoru v diferenciálním módu, porovnává změny teplot a podle toho je pak na výstupu kladný nebo záporný signál. Co se týče dosahu, jsou srovnatelné s dopplerovskými mikrovlnnými senzory, ale detekční úhel mají zpravidla menší až na výjimky . PIR senzory jsou cenově dostupnější. Nemusí být napájeny ze sítě, jelikož dopadající infračervené záření vytváří na výstupu detektoru napětí, které vyhodnocujeme. Z důvodu pasivní činnosti se navzájem neruší a mohou být v prostoru umístěny libovolně od sebe a jednotlivé oblasti detekce se mohou překrývat. Z těchto důvodů jsou výhodné pro zařízení, kde chybí možnost napájení. Dále PIR senzory nedetekují např. vegetaci, která se nachází v blízkosti senzoru a tudíž neovlivní detekci. Rušením mohou být proměnné zdroje tepelného záření jako jsou větrné turbulence, komíny, topení. Proto teplotní čidla nelze zakomponovat do prostor s vytápěním nebo s rychlými změnami teplot. Ultrazvukové senzory [18] sice pracují na stejném principu jako mikrovlnné senzory, ale výsledky měření jsou ovlivňovány fyzikálními vlastnostmi prostředí. Při různém složení např. vzduchu a různé teplotě se vlny šíří různou rychlostí a senzor pracuje spolehlivě při neměnném počasí, kdy nejsou výrazné změny větru mající vliv na směr a rychlost šíření akustických vln. Rovnice pro určení polohy jsou ekvivalentní. Ultrazvukové senzory používané ve vzdušném prostředí pracují na frekvencích 40 kHz, což při suchém vzduchu o teplotě 25 °C odpovídá vlnové délce přibližně 9 mm. Na mikrovlnném pásmu tomu odpovídá frekvence v pásmu 34 GHz. Takováto zařízení jsou oproti ultrazvukovým sensorům velmi složitá a drahá. Dosah ultrazvukových sensorů je teoreticky maximálně 4 m, ale při běžných aplikacích se pohybuje v řádu jednoho metru. Jelikož je jejich vlnová délka mnohem menší, než vlnová délka mikrovlnných sensorů, které se běžně používají v pásmu 5.8 GHz tak slouží buď jako dveřní senzory či senzory v halách, nebo na pisoárech. Mikrovlnné senzory pohybu pracují na frekvenčních pásmech 5.8 GHz, 10 GHz a 24 GHz. Pásmo 24 GHz slouží výhradně v dopravě na měření rychlosti. Toto pásmo se výrazně tlumí, proto tyto radary využijeme téměř kdekoliv, aniž bychom způsobovali rušení jiných zařízení. Tyto radary společně s ultrazvukovými čidly mají tu výhodu, že pokud se objekt nepřibližuje či nevzdaluje, ale pohybuje se kolem senzoru, tak Dopplerův efekt přestane být výrazný a senzor potom nemusí tyto cíle brát v potaz. To můžeme brát jako výhodu u dveřních sensorů, po kterých požadujeme, aby se dveře otevřeli jen v případě, kdy se člověk chystá vejít nebo odejít z objektu.

# Kapitola 1

## Dopplerův efekt

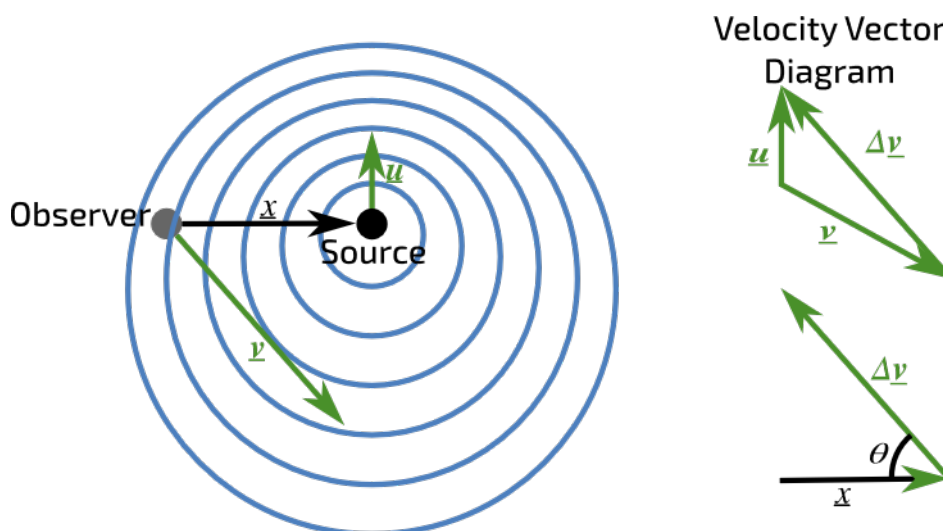
Dopplerův frekvenční posuv vzniká při relativním pohybu zdroje nebo pozorovatele. Obecně platí fakt, že při přibližování zdroje k pozorovateli či pozorovatele ke zdroji frekvence vlnění se mění z důvodu neměnné rychlosti světla.

Rychlost cíle (přijímače) vůči zdroji (vysílači) je radální rychlost cíle. Vzorce pro obecný případ dvou samostatných antén je odvozen v podkapitole 4.1. Jelikož anténa současně může fungovat jako přijímací či vysílací, tak platí rovnice 4.2.

$$\Phi_D = 2\pi \frac{R}{c} \quad (1.1)$$

kde  $\Phi_D$  je fázové zpoždění. Z důvodu pohybu cíle se toto zpoždění v čase mění a jeho změnu vystihuje Dopplerovský posuv úhlové frekvence. To vystihuje následující vztah

$$\omega_D = \frac{d\Phi_D}{dt} = \frac{2\pi}{\lambda} \cdot \frac{dR}{dt} = \frac{2\pi}{\lambda} \cdot v_R \quad (1.2)$$



Obrázek 1.1: Dopplerův posuv

$v_R$  je radiální rychlost cíle, potom dostáváme Dopplerovský posun ve frekvenci

$$f_D = \frac{v_R}{\lambda} \quad (1.3)$$

a jelikož pohyb cíle nemusí být nutně od nebo k radaru, dostáváme obecný případ, kdy svírá vektor rychlosti cíle k vektoru radiální rychlosti cíle úhel  $\Theta$  a vztah [20]

$$f_D = \frac{v}{\lambda} \cos \Theta \quad (1.4)$$

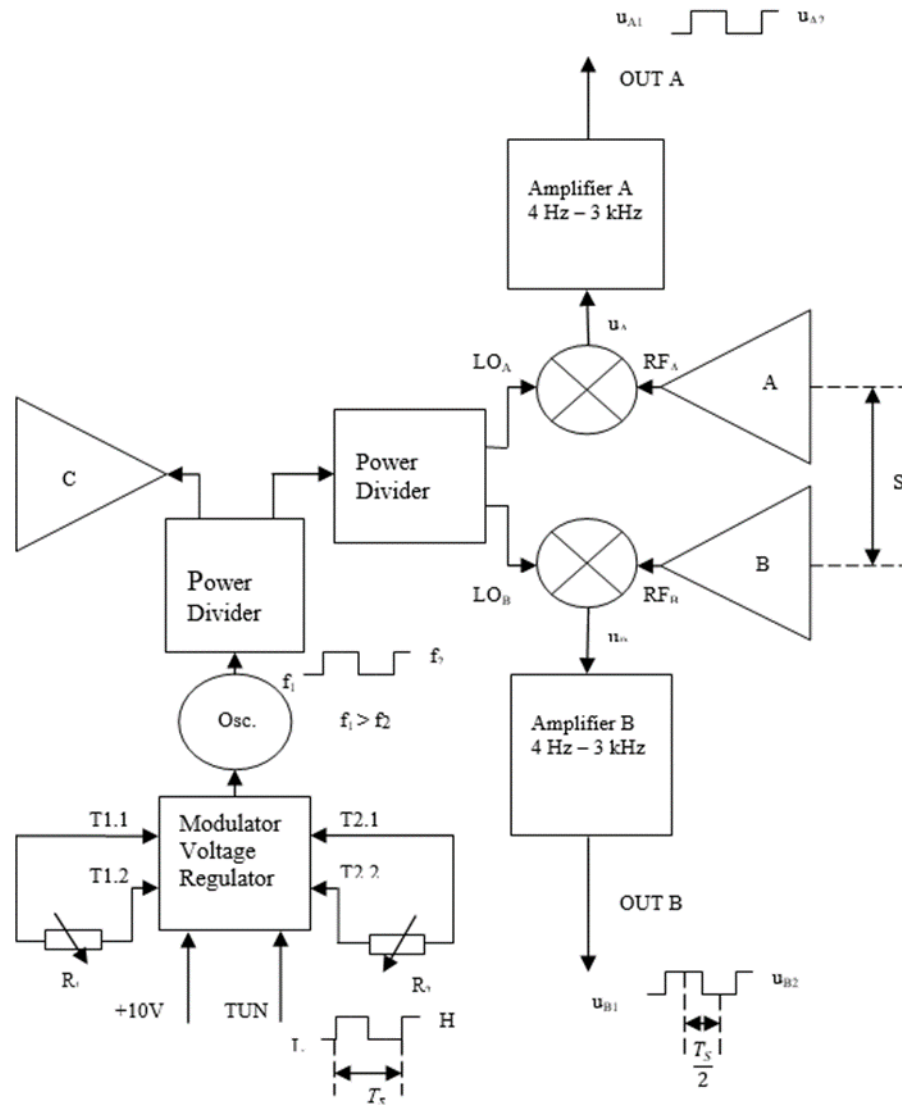
kde  $\Theta$  je úhel v rozmezí 0 až  $\pi$  rad [12].

## Kapitola 2

# Popis senzoru

Blokové schéma senzoru je na obr.2.1. Senzor tvoří dva oscilátory, které se přepínají obdélníkovým signálem s periodou  $T_s$ . V H úrovni pracuje vysílač na  $f_1$  a L úrovni na  $f_2$ . Obě frekvence se dají jemně doladit potenciometry  $R_1$  a  $R_2$ . Signál z oscilátoru pokračuje do výkonového děliče, kde se výkon rozdělí v poměru 1:1 a polovina výkonu jde do vysílací antény a druhá polovina vede do dalšího děliče výkonu, kde se výkon v poměru 1:1 rozdělí do přijímacích antén. Potom po násobení signálu z oscilátoru se signálem z přijímače na směšovači dostáváme dvě složky signálu. A to dvojnásobnou frekvenci s dopplerovským posunem a dopplerovský posun. Dopplerovský posun je v řádu jednotek  $Hz$ . Výstup směšovače směřuje do selektivního zesilovače. Tento zesilovač jak je zobrazeno na obr.1, pracuje v pásmu  $4Hz$  až  $3kHz$ . V našem případě pro dvě frekvence budeme pracovat se čtyřmi dopplerovskými signály, které zesílíme v selektivním zesilovači.

# 1. IHF Sensor



Obrázek 2.1: Blokové schéma dopplerovského radaru

## Kapitola 3

# Model radaru s dvěma přijímacími anténami pro určení cílů v rovině

V případě určení souřadnic cílů v rovině nám postačí fázoměrný radar s přijímacími anténami vzdálenými navzájem od sebe  $\frac{\lambda}{2}$  s vysílací anténou uprostřed. Z důvodu zanedbatelné velikosti radaru vůči cíli se musí počítat s více cíli, tedy je důležité zpracování pomocí FFT [19], kde vyhodnotíme dopplerovský posuv. Důležitý je odraz od plochy, kde její část kolmá na směr dopadu odrazí část dopadající mikrovlnné energie nazpátek k radaru. Hovoříme o modelu s konstantní fází z důvodu velkého poměru vzdálenosti cíle od radaru k vlnové délce  $\frac{d}{\lambda}$ , kde se na malých plochách dá hovořit o dopadající rovinné vlně, která má plochu konstantní fáze v rovině kolmé na směr šíření. V následujících statích pojednávajících o určení polohy zanedbáme dopplerovské posuvy.

Podle následujícího obrázku 3.1 máme 3 polohové vektory  $R_V$ ,  $R_{P1}$  a  $R_{P2}$  jejichž absolutní velikosti se v čase lineárně mění. Uvedeno v následující soustavě rovnic :

$$x_A = R_V + R_{P1} \quad (3.1a)$$

$$x_B = R_V + R_{P2} \quad (3.1b)$$

potom

$$x_A = 2R_V + R' \quad (3.2a)$$

$$x_B = 2R_V - R' \quad (3.2b)$$

kde z geometrie pro  $R'$  platí

$$R' = \frac{s}{2} \sin \varphi. \quad (3.3)$$

$\varphi$  je úhel, který svírá kolmice na přímkou senzoru a vektor vzdálenosti cíle od vysílací antény

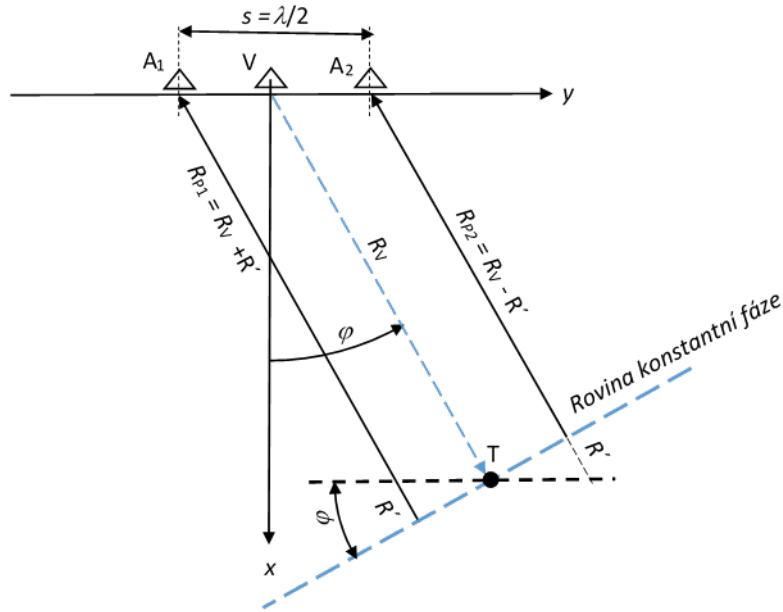
$s$  je vzdálenost přijímacích antén od sebe

Časové zpoždění od jednoho cíle pro oba přijímače popisují následující rovnice

$$t_A = \frac{2R_V + R'}{c} \quad (3.4a)$$

$$t_B = \frac{2R_V - R'}{c} \quad (3.4b)$$





Obrázek 3.1: Geometrie radarového systému v rovině

Vysílač přepíná mezi 2 frekvencemi  $f_1$  a  $f_2$ . Po filtraci dolní propustí dostáváme 4 dopplerovské signály

$$u_{A_1 f_1} = \frac{1}{2} U_{A_1}^2 \cos\left(2\pi f_{d1} t + 2\pi \frac{R_V + R_{P1}}{c} (f_1 - f_{d1})\right) \quad (3.5a)$$

$$u_{A_1 f_2} = \frac{1}{2} U_{A_2}^2 \cos\left(2\pi f_{d3} t + 2\pi \frac{R_V + R_{P1}}{c} (f_2 - f_{d3})\right) \quad (3.5b)$$

$$u_{A_2 f_1} = \frac{1}{2} U_{A_1}^2 \cos\left(2\pi f_{d2} t + 2\pi \frac{R_V + R_{P2}}{c} (f_1 - f_{d2})\right) \quad (3.5c)$$

$$u_{A_2 f_2} = \frac{1}{2} U_{A_2}^2 \cos\left(2\pi f_{d4} t + 2\pi \frac{R_V + R_{P2}}{c} (f_2 - f_{d4})\right). \quad (3.5d)$$

Každý kmitočet má jiné fázové zpoždění na své cestě k přijímači

$$\Phi_{A_1 f_1} = 2\pi \frac{R_V + R_{P1}}{c} (f_1 - f_{d1}) \quad (3.6a)$$

$$\Phi_{A_2 f_1} = 2\pi \frac{R_V + R_{P2}}{c} (f_1 - f_{d2}) \quad (3.6b)$$

$$\Phi_{A_1 f_2} = 2\pi \frac{R_V + R_{P1}}{c} (f_2 - f_{d3}) \quad (3.6c)$$

$$\Phi_{A_2 f_2} = 2\pi \frac{R_V + R_{P2}}{c} (f_2 - f_{d4}). \quad (3.6d)$$

kde  $R_V$  je vzdálenost cíle od vysílací antény a  $R_{P1}$ ,  $R_{P2}$  vzdálenost přijímacích antén od roviny konstantní fáze v poloze cíle

K určení vzdálenosti upravíme na:

$$\Phi_{A_1 f_1} = 2\pi \frac{2R_V + R'}{c} (f_1 - f_{d1}) \quad (3.7a)$$

$$\Phi_{A_2 f_1} = 2\pi \frac{2R_V - R'}{c} (f_1 - f_{d2}) \quad (3.7b)$$

$$\Phi_{A_1 f_2} = 2\pi \frac{2R_V + R'}{c} (f_1 - f_{d3}) \quad (3.7c)$$

$$\Phi_{A_2 f_2} = 2\pi \frac{2R_V - R'}{c} (f_2 - f_{d4}). \quad (3.7d)$$

### 3.1 Určení směrových kosinů

V této kapitole se zabýváme určením úhlů pohybu cíle v rovině. Pro určení směrových kosinů můžeme postupovat dvěma směry. V rovině můžeme změřit 2 úhly a to  $\alpha$  a  $\beta$ . Pro tyto 2 neznámé úhly musíme sestavit matici  $2 \times 2$  fázových rozdílů na jednom kmitočtu. Jeden kmitočet nám poskytne jedinou rovnici a to pro vzájemný rozdíl fázových zpoždění obou přijímacích antén. Nyní bud' sestavíme druhou rozdílovou rovnici z fázových rozdílů na druhém kmitočtu, nebo pomocí vztahů ve sférické soustavě odvodíme potřebné rovnice.

#### 3.1.1 Řešení pomocí dvou kmitočtů

Zde sestavíme soustavu rovnic vzájemných fázových rozdílů na obou kmitočtech.

$$\Phi_{A_1 f_1} - \Phi_{A_2 f_1} = 2\pi \frac{2R_V + R'}{c} (f_1 - f_{d1}) - 2\pi \frac{2R_V - R'}{c} (f_1 - f_{d2}) \quad (3.8a)$$

$$\Phi_{A_1 f_2} - \Phi_{A_2 f_2} = 2\pi \frac{2R_V + R'}{c} (f_2 - f_{d3}) - 2\pi \frac{2R_V - R'}{c} (f_2 - f_{d4}) \quad (3.8b)$$

Soustavu rovnic upravíme do tvaru

$$\Phi_{A_1 f_1} - \Phi_{A_2 f_1} = \frac{4\pi}{c} R' (f_1 - f_{d1} + f_{d2}) \quad (3.9)$$

pro  $f_1$

$$\Phi_{A_1 f_2} - \Phi_{A_2 f_2} = \frac{4\pi}{c} R' (f_2 - f_{d3} + f_{d4}) \quad (3.10)$$

pro  $f_2$

Pro určení směrových kosinů musíme soustavu rovnic zjednodušit zanedbáním dopplerovských posuvů, které mají malý vliv na přesnost.

$$\Phi_{A_1 f_1} - \Phi_{A_2 f_1} = \frac{2\pi}{c} f_1 s \cdot \sin \varphi \quad (3.11)$$

pro  $f_1$

$$\Phi_{A_2 f_2} - \Phi_{A_1 f_2} = \frac{2\pi}{c} f_2 s \cdot \sin \varphi \quad (3.12)$$

pro  $f_2$

Z těchto rovnic vyplývá řešení úhlu  $\varphi$

$$\sin(\varphi) = \frac{c}{2\pi} \frac{\Phi_{A_1 f_1} - \Phi_{A_2 f_1} + \Phi_{A_2 f_2} - \Phi_{A_1 f_2}}{(f_1 + f_2)s} \quad (3.13a)$$

$$\varphi = \arcsin\left(\frac{c}{2\pi} \frac{\Phi_{A_1 f_1} - \Phi_{A_2 f_1} + \Phi_{A_2 f_2} - \Phi_{A_1 f_2}}{(f_1 + f_2)s}\right). \quad (3.13b)$$

### 3.2 Určení vzdálenosti cíle

Zde pomocí součtu a rozdílu fázových zpoždění dopadajících signálů na antény přijímačů na obou kmitočtech vypočteme vzdálenost cíle.

$$\Phi_{A_1 f_1} - \Phi_{A_1 f_2} = 2\pi \frac{2R_V + R'}{c} (f_1 - f_{d1}) - 2\pi \frac{2R_V + R'}{c} (f_2 - f_{d3}) \quad (3.14a)$$

$$\Phi_{A_2 f_1} - \Phi_{A_2 f_2} = 2\pi \frac{2R_V - R'}{c} (f_1 - f_{d2}) - 2\pi \frac{2R_V - R'}{c} (f_2 - f_{d4}). \quad (3.14b)$$

Tyto rovnice upravíme

$$\Phi_{A_1 f_1} - \Phi_{A_1 f_2} = \frac{2\pi}{c} (2R_V + R') (f_1 - f_2 - f_{d1} + f_{d3}) \quad (3.15)$$

a

$$\Phi_{A_2 f_1} - \Phi_{A_2 f_2} = \frac{2\pi}{c} (2R_V - R') (f_1 - f_2 - f_{d2} + f_{d4}) \quad (3.16)$$

Předešlé rovnice sečteme

$$\Phi_{A_1 f_1} + \Phi_{A_2 f_1} - (\Phi_{A_1 f_2} + \Phi_{A_2 f_2}) = \frac{2\pi}{c} 4R_V (f_1 - f_2) - \frac{2\pi}{c} (4R_V (f_{d1} + f_{d2} - f_{d3} + f_{d4}) + R' (f_{d1} - f_{d2} - f_{d3} + f_{d4})) \quad (3.17)$$

Potom po rozdílu předešlých rovnic a zanedbání dopplerovských posuvů  $-f_{d1} + f_{d3}$  a  $-f_{d2} + f_{d4}$ , jejichž součet se blíží nule dostáváme součtový vzorec

$$\Phi_{A_1 f_1} + \Phi_{A_2 f_1} - (\Phi_{A_1 f_2} + \Phi_{A_2 f_2}) = \frac{2\pi}{c} 4R_V (f_1 - f_2). \quad (3.18)$$

Z tohoto vztahu dostáváme konečný výraz pro výpočet vzdálenosti

$$R_V = \frac{\Phi_{A_1 f_1} + \Phi_{A_2 f_1} - \Phi_{A_1 f_2} + \Phi_{A_2 f_2}}{2\pi} \frac{c}{4(f_1 - f_2)}. \quad (3.19)$$

### 3.3 Určení rychlosti cíle

Obecně pro odlišné vzdálenosti od vysílače k cíli a zpět, od jednoho ze dvou přijímacích bodů do jedné z přijímacích antén se také liší jejich rychlosti vzhledem k vysílači či k přijímacím anténám.

Dostáváme 4 dopplerovské posuvy dané rovnicemi,

$$f_{D1} = \frac{v_R}{\lambda_1} + \frac{v_{PA1}}{\lambda_1} = \frac{v_R}{c} f_1 + \frac{v_{PA1}}{c} f_1 \quad (3.20a)$$

$$f_{D2} = \frac{v_R}{\lambda_1} + \frac{v_{PA2}}{\lambda_1} = \frac{v_R}{c} f_1 + \frac{v_{PA2}}{c} f_1 \quad (3.20b)$$

$$(3.20c)$$

$$f_{D3} = \frac{v_R}{\lambda_2} + \frac{v_{PA1}}{\lambda_2} = \frac{v_R}{c} f_2 + \frac{v_{PA1}}{c} f_2 \quad (3.20d)$$

$$(3.20e)$$

$$f_{D4} = \frac{v_R}{\lambda_2} + \frac{v_{PA2}}{\lambda_2} = \frac{v_R}{c} f_2 + \frac{v_{PA2}}{c} f_2. \quad (3.20f)$$

Potom vyjádříme rozdíl  $f_{D1} - f_{D3}$

$$f_{D1} - f_{D3} = \frac{v_R + v_{PA1}}{c} (f_1 - f_2). \quad (3.21)$$

Rovnici upravíme a dostaneme

$$v_R + v_{PA1} = \frac{f_{D1} - f_{D3}}{f_1 - f_2} \cdot c \quad (3.22)$$

Pokud vztah znepečsníme a položíme  $v_r = v_{PA(1,2)}$  to plyne z předpokladu  $f_{D1} = f_{D2}$  nebo  $f_{D3} = f_{D4}$  potom dostaneme

$$2v_R = \frac{f_{D1} - f_{D3}}{f_1 - f_2} \cdot c. \quad (3.23)$$

Radiální rychlost popisuje následující vztah

$$v_R = \frac{f_{D1} - f_{D3}}{f_1 - f_2} \cdot \frac{c}{2}. \quad (3.24)$$

Pokud tato zanedbání nejsou možná z důvodu nepřesnosti, pak z geometrie modelu platí

$$v_R = \frac{v_{PA1} + v_{PA2}}{2}. \quad (3.25)$$

Potom ze soustavy rovnic 3.20 uděláme soustavu 2 rovnic pomocí dopplerovských rozdílů na každé anténě zvlášť pro oba kmitočty.

$$\frac{f_{D1} - f_{D3}}{f_1 - f_2} \cdot c = \frac{v_{PA1} + v_{PA2}}{2} + v_{PA1} \quad (3.26a)$$

$$\frac{f_{D2} - f_{D4}}{f_1 - f_2} \cdot c = \frac{v_{PA1} + v_{PA2}}{2} + v_{PA2} \quad (3.26b)$$

Dále si označíme

$$A = \frac{f_{D1} - f_{D3}}{f_1 - f_2} \cdot c \quad (3.27a)$$

$$B = \frac{f_{D2} - f_{D4}}{f_1 - f_2} \cdot c \quad (3.27b)$$

a napíšeme v maticovém tvaru

$$\begin{pmatrix} A \\ B \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{3}{2} & \frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} & \frac{3}{2} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} v_{PA1} \\ v_{PA2} \end{pmatrix}. \quad (3.28)$$

Potom determinant soustavy  $D$  se rovná 2 a soustava má obecné řešení. Soustava má subdeterminanty

$$D_{v_{PA1}} = \begin{bmatrix} A & \frac{1}{2} \\ B & \frac{3}{2} \end{bmatrix} \quad (3.29)$$

a

$$D_{v_{PA2}} = \begin{bmatrix} \frac{3}{2} & A \\ \frac{1}{2} & B \end{bmatrix}. \quad (3.30)$$

Nyní máme 2 řešení

$$v_{PA1} = \frac{D_{v_{PA1}}}{D} \quad (3.31)$$

a

$$v_{PA2} = \frac{D_{v_{PA2}}}{D}. \quad (3.32)$$

Rovnice 3.25 lze upravit

$$v_R = \frac{\frac{D_{v_{PA1}}}{D} + \frac{D_{v_{PA2}}}{D}}{2} = \frac{D_{v_{PA1}} + D_{v_{PA2}}}{2D} = \frac{D_{v_{PA1}} + D_{v_{PA2}}}{4} \quad (3.33)$$

Po dosazení výpočtu jednotlivých subdeterminantů a jejich dosazením dostaneme konečný tvar pro určení radiální složky rychlosti cíle vzhledem k vysílací anténě

$$v_R = \frac{f_{D1} + f_{D2} - f_{D3} - f_{D4}}{4(f_1 - f_2)}. \quad (3.34)$$

## Kapitola 4

# Modely prostorových situací pro různé druhy cílů s různou geometrií detektorů

Z důvodu rozličných měřítek cílů vůči radarům se pro jednoduchost zavádějí různé aproximační modely s různou chybou určení souřadnic a rychlosti cíle[15].

### 4.1 Odvození Dopplerova posuvu pro situaci samostatných antén

Signál přichází na přijímací antény se zpožděním dané obecným vzorcem, kdy přijímací a vysílací antény jsou zvlášť:

$$t_d = \frac{R_V + R_P}{c} \text{ [s; mm} \cdot \text{s}^{-1}, \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}] \quad (4.1)$$

$t_d$  je doba letu signálu od zdroje k cíli a zpět ke zdroji

$R_V$  vzdálenost vysílací antény a cíle

$R_P$  vzdálenost cíle a přijímací antény

Kde  $R_V$  je vzdálenost vysílače k cíli a  $R_P$  je vzdálenost cíle k přijímači. Tyto vzdálenosti se v čase mění díky pohybu tělesa a  $c$  je rychlost vlny v daném prostředí. Tento vzorec platí jen v případě, kdy cíl je bod v  $n$ -dimenzionálním prostoru.

Kdyby vysílač zároveň mohl vysílat a přijímat, tak vzdálenosti  $R_V$  a  $R_P$  se rovnají, potom[2]:

$$t_d = \frac{2R}{c} \text{ [s; m, m} \cdot \text{s}^{-1}] \quad (4.2)$$

$R$  vzdálenost vysílací/přijímací antény a cíle

Přijatý signál má vzorec:

$$u_D = U_c \cos \omega(t - t_d) \text{ [V; V, rad} \cdot \text{s}^{-1}, \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}] \quad (4.3)$$

$u_D$  je okamžitá hodnota přijímaného napětí na anténě

$U_c$  je amplituda signálu

Vzdálenosti od cíle jsou obecné vektory v n-dimenzionálním prostoru, konkrétně 3-dimenzionálním. Zde jsou zmíněny jen jejich absolutní velikosti.

Samozřejmě při pohybu se vzdálenosti mění ve vztahu:

$$R_V = R_{V0} + v_{Rt} \text{ [m; m, m} \cdot \text{s}^{-1}, \text{t]} \quad (4.4a)$$

$$R_P = R_{P0} + v_{Pt} \text{ [m; m, m} \cdot \text{s}^{-1}, \text{t]} \quad (4.4b)$$

Kde  $R_{V0}$  odpovídá počáteční vzdálenosti bodového cíle od vysílací antény a  $R_{P0}$  odpovídá počáteční vzdálenosti bodového cíle od přijímací antény.

Odvození Dopplerova posuvu z dopadající vlny (v obecném prostředí se šíří vektor intenzity elektrického pole  $\mathbf{E}$ ):

$$\mathbf{E} = E_c \cos \omega(t - t_d) \text{ [V} \cdot \text{m}^{-1}; \text{V} \cdot \text{m}^{-1}, \text{rad} \cdot \text{s}^{-1}, \text{s, s]} \quad (4.5a)$$

$$\mathbf{E} = E_c \cos \omega \left( t - \frac{R_V + R_P}{c} \right) \text{ [V} \cdot \text{m}^{-1}; \text{V} \cdot \text{m}^{-1}, \text{rad} \cdot \text{s}^{-1}, \text{s, m, m, m} \cdot \text{s}^{-1}] \quad (4.5b)$$

$$\Phi_0 = \omega t - \omega \frac{R_V + R_P}{c} \text{ [rad; rad} \cdot \text{s}^{-1}, \text{s, rad} \cdot \text{s}^{-1}, \text{m, m, m} \cdot \text{s}^{-1}] \quad (4.5c)$$

$$2\pi f_{Dt} = 2\pi \frac{R_V + R_P}{\lambda} \text{ [s}^{-1}, \text{s; m, m, m]} \quad (4.5d)$$

$$f_D = \frac{R_V + R_P}{\lambda} \cdot \frac{1}{t} \text{ [s}^{-1}; \text{m, m, m, s]} \quad (4.5e)$$

$$f_D = \frac{v_R}{\lambda} + \frac{v_P}{\lambda} \text{ [s}^{-1}; \text{m} \cdot \text{s}^{-1}, \text{m, m} \cdot \text{s}^{-1}, \text{m]} \quad (4.5f)$$

Změna fázového zpoždění za změnu času odpovídá Dopplerově úhlovému frekvenčnímu posuvu, který je stejný jako předcházející odvození a má tvar:

$$\omega_{D1} = \frac{2\pi}{\lambda} \cdot \frac{\partial R_V}{\partial t} \text{ [rad} \cdot \text{s}^{-1}; \text{m, m} \cdot \text{s}^{-1}] \quad (4.6a)$$

$$\omega_{D2} = \frac{2\pi}{\lambda} \cdot \frac{\partial R_P}{\partial t} \text{ [rad} \cdot \text{s}^{-1}; \text{m, m} \cdot \text{s}^{-1}] \quad (4.6b)$$

## 4.2 Výstupní signál dopplerovského radaru po aproximaci bodového zdroje na odraznou plochu

V tomto případě je cíl je vůči anténní soustavě nekonečně velký. Z tohoto důvodu vybíráme následující model. Model je vytvořen ve vývojovém prostředí Matlab. Umí určit jeden cíl v prostoru a jeho pohyb vůči přijímacím anténám. Výsledný pohyb vůči senzoru se vypočítá jako aritmetický průměr rychlostí vůči třem přijímacím anténám na dvou kmitočtech.

Druhý kmitočet je určen z podmínky odstupu 7 MHz. To vede ke vztahu pro výpočet  $\lambda_2$ .

Vycházíme ze vztahu:

$$f_2 = f_1 - 7 \cdot 10^6 \text{ [s}^{-1}; \text{s}^{-1}] \quad (4.7)$$

tudíž

$$\frac{c}{\lambda_2} = \frac{c}{\lambda_1} - 7 \cdot 10^6 \text{ [m} \cdot \text{s}^{-1}, \text{m; m} \cdot \text{s}^{-1}, \text{m]} \quad (4.8)$$

a  $\lambda_2$  vychází

$$\lambda_2 = \frac{\lambda_1 c}{c - 7 \cdot 10^6 \lambda_1} \text{ [m} \cdot \text{s}^{-1}, \text{m; m} \cdot \text{s}^{-1}, \text{m]} \quad (4.9)$$

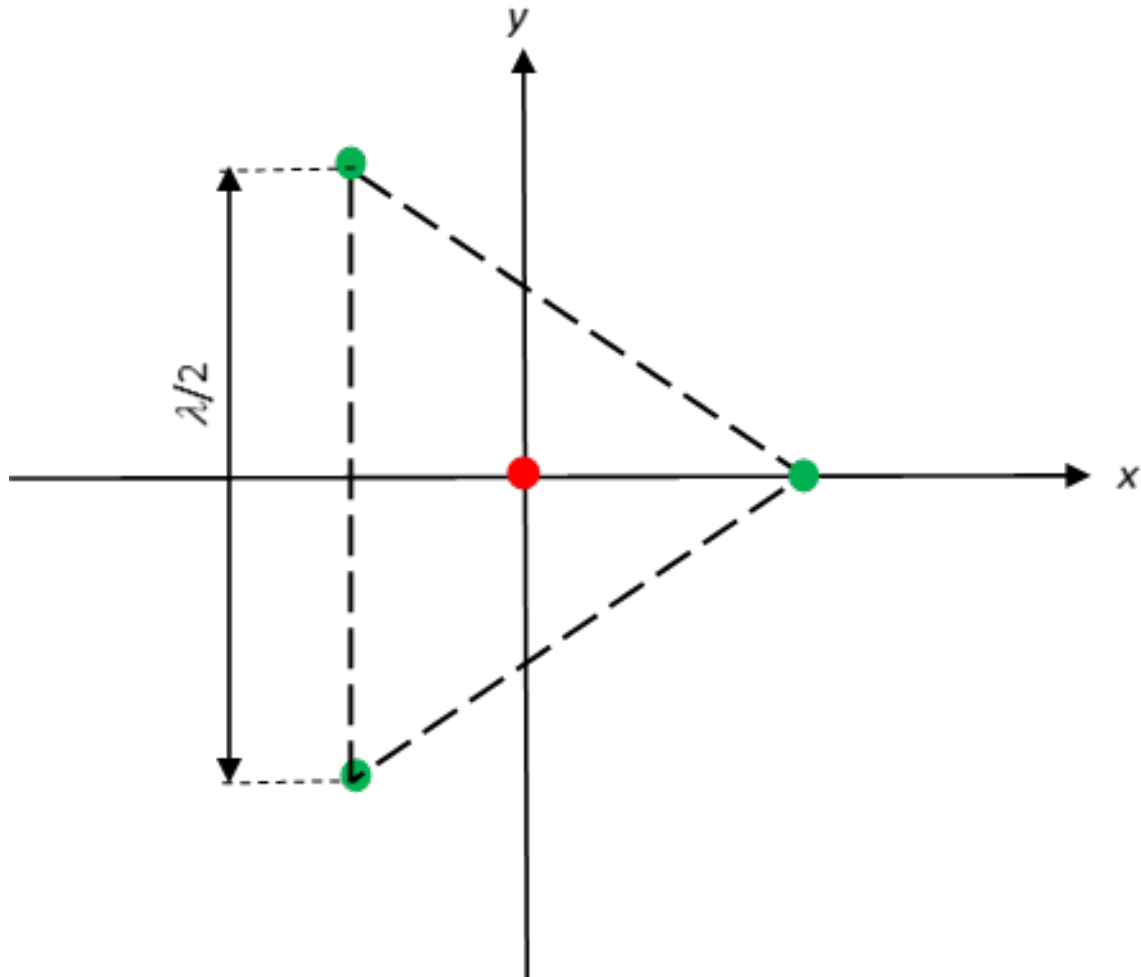
### 4.3 Geometrie modelu s konstantní fází

Radár se skládá ze tří popřípadě dvou přijímacích antén a vysílací antény, která leží v těžišti soustavy přijímacích antén a tvoří rovnostranný trojúhelník se stranou o velikosti  $\frac{\lambda}{2}$ . Matice antén jsou  $\mathbf{A}_1$ ,  $\mathbf{A}_2$  a  $\mathbf{A}_3$

$$\mathbf{A}_1 = \begin{pmatrix} -\lambda_1 \frac{\sqrt{3}}{12} \\ \frac{\lambda_1}{4} \\ 0 \end{pmatrix}, \mathbf{A}_2 = \begin{pmatrix} -\lambda_1 \frac{\sqrt{3}}{12} \\ -\frac{\lambda_1}{4} \\ 0 \end{pmatrix}, \mathbf{A}_3 = \begin{pmatrix} \lambda_1 \frac{\sqrt{3}}{6} \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad (4.10)$$

Tyto souřadnice můžeme polohově transformovat.

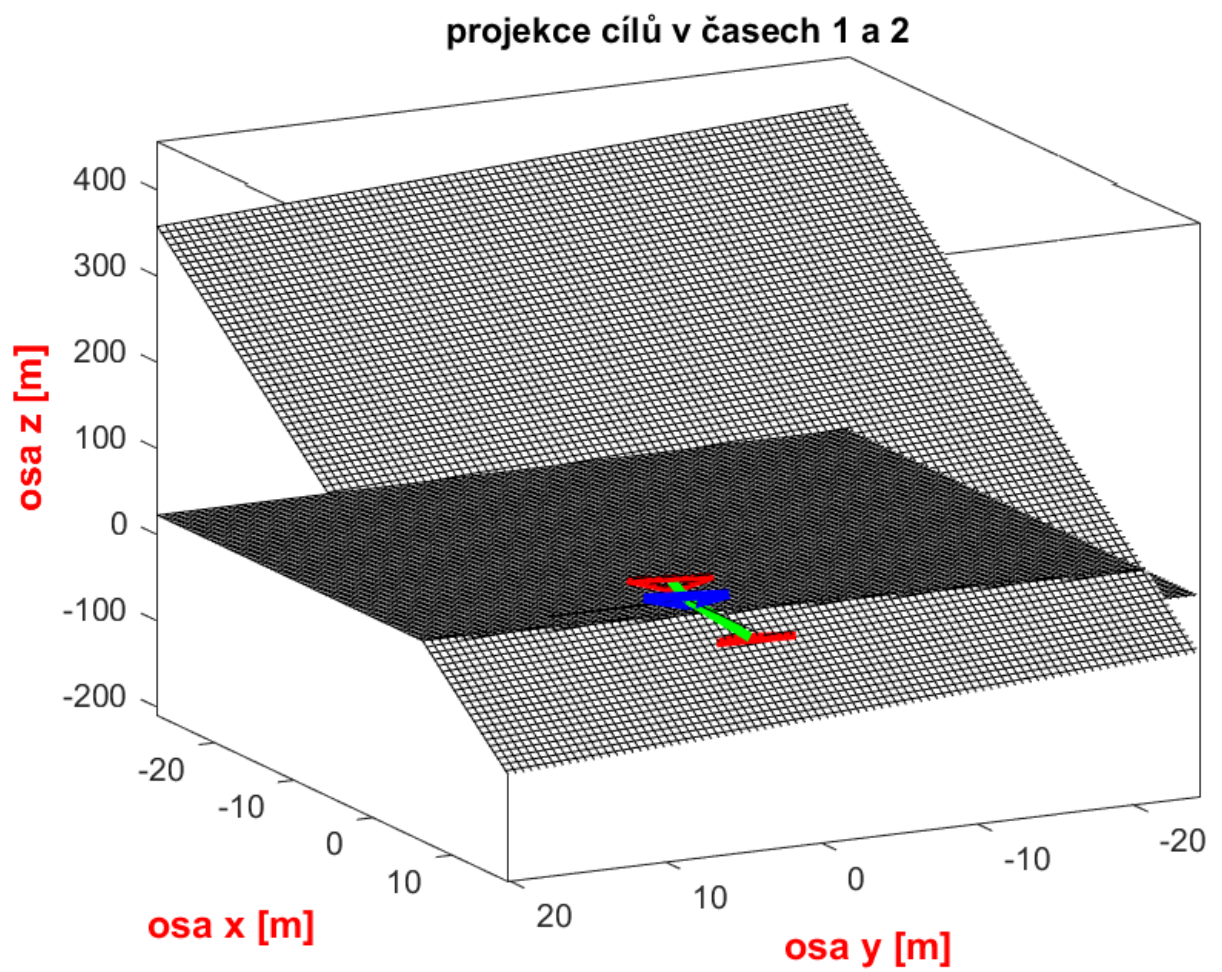
Zde vycházíme z analytické geometrie třírozměrného prostoru. Použijí ty samé souřadnice, kde se z polárních souřadnic pomocí elevace, azimutu a vzdálenosti od počátku a případného posunutí pomocí vektoru určí kartézské souřadnice jednotlivých bodů.



Obrázek 4.1: Rozložení antén radaru v rovině  $z = 0$

Cíl leží v rovině konstantní fáze, která je kolmá k vektoru směru od vysílače k cíli viz. obr. 5.3.





Obrázek 4.2: Roviny konstantních fází v časech 1 a 2

V této soustavě lze bod vyjádřit jako funkci 3 proměnných. A to pomocí souřadnic  $\mathbf{X}$

$$\mathbf{X} = \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} \quad (4.11)$$

Vyjádřeno vektorově:

$$\mathbf{X}_1 = \begin{pmatrix} x_1 \\ y_1 \\ z_1 \end{pmatrix}, \mathbf{X}_2 = \begin{pmatrix} x_2 \\ y_2 \\ z_2 \end{pmatrix}, \dots, \mathbf{X}_n = \begin{pmatrix} x_n \\ y_n \\ z_n \end{pmatrix} \quad (4.12)$$

Tyto body můžeme libovolně potočit kolem libovolné osy vynásobením maticemi rotace.

$$\mathbf{R}_x = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \epsilon & \sin \epsilon \\ 0 & -\sin \epsilon & \cos \epsilon \end{pmatrix}, \mathbf{R}_y = \begin{pmatrix} \cos \eta & 0 & -\sin \eta \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin \eta & 0 & \cos \eta \end{pmatrix}, \mathbf{R}_z = \begin{pmatrix} \cos \theta & \sin \theta & 0 \\ -\sin \theta & \cos \theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (4.13)$$

Kde  $\begin{pmatrix} x'_1 \\ x'_2 \\ x'_3 \end{pmatrix}$  jsou souřadnice nové polohy bodů v prostoru vyjádřené v rovnicích 4.14

$$\mathbf{A}'_1 = \mathbf{R}_x \cdot \mathbf{R}_y \cdot \mathbf{R}_z \cdot \mathbf{A}_1, \mathbf{A}'_2 = \mathbf{R}_x \cdot \mathbf{R}_y \cdot \mathbf{R}_z \cdot \mathbf{A}_2, \mathbf{A}'_3 = \mathbf{R}_x \cdot \mathbf{R}_y \cdot \mathbf{R}_z \cdot \mathbf{A}_3, \quad (4.14)$$

Navíc se zde nemusí body pohybovat vůči počátku, ale můžou se vztahovat k jinému počátku než středu soustavy těchto bodů.

Je-li  $\mathbf{S} = \begin{pmatrix} s_1 \\ s_2 \\ s_3 \end{pmatrix}$  vektor translace potom

$$\mathbf{X}''_1 = \begin{pmatrix} x'_1 \\ y'_1 \\ z'_1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} s_1 \\ s_2 \\ s_3 \end{pmatrix}, \mathbf{A}_1 = \mathbf{X}''_1, \mathbf{A}_2 = \mathbf{X}''_2, \mathbf{A}_3 = \mathbf{X}''_3, \quad (4.15)$$

$$\mathbf{A}''_1 = \mathbf{A}'_1 + \mathbf{S}, \mathbf{A}''_2 = \mathbf{A}'_2 + \mathbf{S}, \mathbf{A}''_3 = \mathbf{A}'_3 + \mathbf{S}, \quad (4.16)$$

Následně se spočítá rovina antén. K tomu potřebujeme znát rovnici roviny antén.

Obecně se rovina vyjádří [3] pomocí skalárního součinu vektoru roviny a normálového vektoru. Normálový vektor roviny se určí jako vektorový součin vektorů roviny  $\mathbf{u}$  a  $\mathbf{v}$ .

$$\mathbf{u} = \mathbf{A}_1 - \mathbf{A}_3 \quad (4.17a)$$

$$\mathbf{v} = \mathbf{A}_2 - \mathbf{A}_3 \quad (4.17b)$$

Normálový vektor  $\mathbf{w}$  se spočítá jako  $\mathbf{u} \times \mathbf{v}$

$$\mathbf{P} = \mathbf{A}_3 \quad (4.18a)$$

$$\mathbf{X} - \mathbf{P} = \mathbf{A}_3 - \mathbf{A}_1 \quad (4.18b)$$

Rovinu popisuje rovnice,

$$\mathbf{w} \cdot (\mathbf{X} - \mathbf{P}) = 0 \quad (4.19)$$

Rozepsaná do jednotlivých složek,

$$w_1(x_1 - x_3) + w_2(y_1 - y_3) + w_3(z_1 - z_3) = 0. \quad (4.20)$$

Vynásobením dostaneme rovnici roviny ve tvaru

$$ax + by + cz + d = 0. \quad (4.21)$$

$$d = -w_1x_3 - w_2y_3 - w_3z_3 \quad (4.22)$$

### 4.3.1 Projekce přijímacích bodů na rovině konstantní fáze

K cíli vede spojnice bodů vysílač - cíl  $\mathbf{r}$ .

Kde  $\mathbf{r} = \mathbf{C} - \mathbf{V}$

Rovinu konstantní fáze dostaneme z obecné rovnice roviny.

$$z = \frac{a}{c}x + \frac{a}{b}y + \frac{d}{c} = -\frac{1}{c}(ax + by + d). \quad (4.23)$$

vektor  $\mathbf{w}$  je kolmý na rovinu konstantní fáze a jeho složky jsou  $a = w_1$ ,  $b = w_2$ ,  $c = w_3$ , a dále pomocí vztahu  $\mathbf{w} \cdot (\mathbf{V} - \mathbf{C}) = 0$  dojdeme k rovnici

$$z = -\frac{1}{w_3}(w_1x + w_2y + d), \quad (4.24)$$

kde  $d$  je  $-c_1x_1 - c_2y_1 - c_3z_1$ . Vycházíme z toho, že body  $\mathbf{P}_1, \mathbf{P}_2, \mathbf{P}_3$  (přijímací body) jsou projekce  $\mathbf{A}_1, \mathbf{A}_2, \mathbf{A}_3$  posunutě o vektor  $t\mathbf{w}$ . Potom jsou určeny rovnicí  $\mathbf{w} \cdot (\mathbf{X} + t\mathbf{w} - \mathbf{C}) = 0$ , kde  $\mathbf{X}$  vybírá z  $\mathbf{A}_1, \mathbf{A}_2, \mathbf{A}_3$ . Odtud vyjádříme parametr  $t$

$$t = \frac{w_1C_1 - w_1X_1 + w_2C_2 - w_2X_2 + w_3C_3 - w_3X_3}{w_1w_1 + w_2w_2 + w_3w_3} \quad (4.25)$$

Projekce přijímacích bodů je  $\mathbf{P} = \mathbf{X} + t\mathbf{w}$

Obdržíme celkem 3 projekce

$$\mathbf{P}_1 = \mathbf{A}_1 + t\mathbf{w} \quad (4.26a)$$

$$\mathbf{P}_2 = \mathbf{A}_2 + t\mathbf{w} \quad (4.26b)$$

$$\mathbf{P}_3 = \mathbf{A}_3 + t\mathbf{w} \quad (4.26c)$$

Tyto body leží na rovině konstantní fáze. Vzdálenosti bodů  $\mathbf{A} = [\mathbf{A}_1 \mathbf{A}_2 \mathbf{A}_3]$  a projekcí  $\mathbf{P} = [\mathbf{P}_1 \mathbf{P}_2 \mathbf{P}_3]$ .

Bodu  $\mathbf{A}_1$  a  $\mathbf{P}_1$

$$\Delta_1 = \|\mathbf{A}_1 - \mathbf{P}_1\| = \sqrt{(x_1 - p_{11})^2 + (y_1 - p_{12})^2 + (z_1 - p_{13})^2} \quad (4.27)$$

Bodu  $\mathbf{A}_2$  a  $\mathbf{P}_2$

$$\Delta_2 = \|\mathbf{A}_2 - \mathbf{P}_2\| = \sqrt{(x_2 - p_{21})^2 + (y_2 - p_{22})^2 + (z_2 - p_{23})^2} \quad (4.28)$$

Bodu  $\mathbf{A}_3$  a  $\mathbf{P}_3$

$$\Delta_3 = \|\mathbf{A}_3 - \mathbf{P}_3\| = \sqrt{(x_3 - p_{31})^2 + (y_3 - p_{32})^2 + (z_3 - p_{33})^2} \quad (4.29)$$

Stejně lze vypočítat vzdálenost vysílače od cíle

$$\Delta = \|\mathbf{V} - \mathbf{C}\| = \sqrt{(v_1 - c_1)^2 + (v_2 - c_2)^2 + (v_3 - c_3)^2} \quad (4.30)$$

Z rozdílů jednotlivých vzdáleností se vypočítají dráhové rozdíly postupně pro body  $\mathbf{A}_1, \mathbf{A}_2$  a  $\mathbf{A}_3$ . Pro  $\mathbf{A}_1$  je  $\Delta - \Delta_1$ ,  $\mathbf{A}_2$  je  $\Delta - \Delta_2$  a  $\mathbf{A}_3$  je  $\Delta - \Delta_3$ .

Již můžeme vypočítat rozdíly drah mezi jednotlivými anténami a zjistit vzájemné fázové rozdíly dané vzorcem,

pro bod  $\mathbf{A}_1$

$$\Phi_1 = \frac{2\pi}{\lambda} \Delta_1, \quad (4.31)$$

$\mathbf{A}_2$

$$\Phi_2 = \frac{2\pi}{\lambda} \Delta_2, \quad (4.32)$$

a  $\mathbf{A}_3$

$$\Phi_3 = \frac{2\pi}{\lambda} \Delta_3. \quad (4.33)$$

Následně spočítáme výsledné difference ve fázích mezi jednotlivými anténami pro body  $\mathbf{A}_1$  a  $\mathbf{A}_2$  jako  $\Phi_1 - \Phi_2$ ,  $\mathbf{A}_1$  a  $\mathbf{A}_3$  jako  $\Phi_1 - \Phi_3$  a  $\mathbf{A}_2$  a  $\mathbf{A}_3$  jako  $\Phi_2 - \Phi_3$ .

### 4.3.2 Dopadající signály na přijímací antény

Signál přichází na přijímací antény se zpožděním pro případ, kdy přijímací a vysílací anténa jsou zvlášť, potom jednotlivá zpoždění jsou dané vztahem

$$t_d = \frac{\Delta + \Delta_P}{c}. \quad (4.34)$$

Kde index  $P$  nabývá hodnoty 1, 2, 3. Kde  $\Delta$  je vzdálenost vysílače k cíli a  $\Delta_P$  je vzdálenost cíle k přijímači, tyto vzdálenosti se v čase mění díky pohybu tělesa a  $c$  je rychlost vlny v daném prostředí. Dostáváme 3 zpoždění.

A z toho 3 různé signály elektrické intenzity. Tyto signály budou mít stejný tvar jako rovnice 4.5.

Zde se mění v závislosti na čase výraz  $-\omega \frac{\Delta(t) + \Delta_P(t)}{c}$

Obecně lze signál zapsat ve tvaru  $s[t - t_d]$

Časové zpoždění  $t_d$  se mění se změnou polohy vůči jednotlivým anténám podle vztahu

$$t_d(P) = \frac{1}{c} (\Delta[t - t_d] + \Delta_P[t - t_d]) \quad (4.35)$$

Tuto rovnici můžeme rozvinout pomocí Taylorova rozvoje na tvar v okolí bodu  $t_d(\tau) = \tau$  na tvar,

$$t_d(t) = \tau + \frac{dt_d(\tau)}{dt} (t - \tau) + \frac{d^2 t_d(\tau)}{dt^2} \frac{(t - \tau)^2}{2!} + \dots \quad (4.36)$$

Nyní definujeme,

$$\frac{dR_V}{dt} = v_R \quad (4.37a)$$

$$\frac{dR_{P1}}{dt} = v_{PA1} \quad (4.37b)$$

$$\frac{dR_{P2}}{dt} = v_{PA2} \quad (4.37c)$$

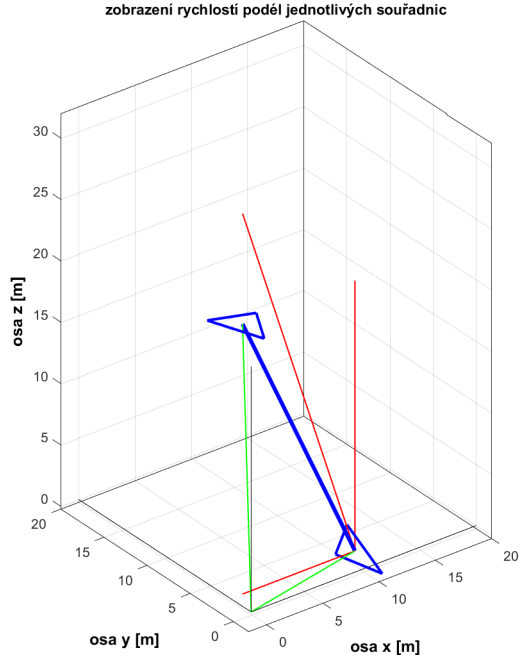
$$\frac{dR_{P3}}{dt} = v_{PA3} \quad (4.37d)$$

$$\frac{d^2 R_V}{dt^2} = a_R \quad (4.37e)$$

$$\frac{d^2 R_{P1}}{dt^2} = a_{PA1} \quad (4.37f)$$

$$\frac{d^2 R_{P2}}{dt^2} = a_{PA2} \quad (4.37g)$$

$$\frac{d^2 R_{P3}}{dt^2} = a_{PA3} \quad (4.37h)$$



Obrázek 4.3: Zobrazení jednotlivých souřadnic podél jednotlivých souřadnic

Obr.4.2 popisuje situaci pohybu cíle před senzorem, kde zelené čáry znamenají vzdálenost cíle v obou časových okamžicích od vysílací antény, hrany modrých trojúhelníků zobrazují myšlené přijímací body neboli projekce přijímacích antén na rovinu konstantní fáze dále modrá čára mezi trojúhelníky zobrazuje trajektorii cíle a červené úsečky zobrazují rychlosti cíle k jednotlivým osám, kde ta nejdelší zobrazuje rychlost vektor rychlosti cíle v prostoru .

Ze vzorce pro zpoždění  $t_d(t)$  vypočítáme první dva členy rozvoje, které stačí k dostatečné interpretaci funkce zpoždění.

#### 4.3.2.1 Odvození 1. členu

$$\frac{dt_d(\tau)}{dt} = \frac{1}{c} \frac{d(R_V[t - \frac{dt_d}{dt}] + R_P[t - \frac{dt_d}{dt}])}{dt} \cdot (1 - \frac{dt_d}{dt}) = \frac{1}{c} \frac{d(R_V[t - \frac{dt_d}{dt}] + R_P[t - \frac{dt_d}{dt}])}{dt} - \frac{1}{c} \frac{d(R_V[t - \frac{dt_d}{dt}] + R_P[t - \frac{dt_d}{dt}])}{dt} \cdot \frac{dt_d}{dt} \quad (4.38)$$

$$\frac{dt_d}{dt} + \frac{1}{c} \frac{d(R_V[t - \frac{dt_d}{dt}] + R_P[t - \frac{dt_d}{dt}])}{dt} \cdot \frac{dt_d}{dt} = \frac{1}{c} \frac{d(R_V[t - \frac{dt_d}{dt}] + R_P[t - \frac{dt_d}{dt}])}{dt} \quad (4.39a)$$

$$\frac{dt_d}{dt} \left( 1 + \frac{1}{c} \frac{d(R_V[t - \frac{dt_d}{dt}] + R_P[t - \frac{dt_d}{dt}])}{dt} \right) = \frac{1}{c} \frac{d(R_V[t - \frac{dt_d}{dt}] + R_P[t - \frac{dt_d}{dt}])}{dt} \quad (4.39b)$$

$$\frac{dt_d}{dt} = \frac{\frac{1}{c} \frac{d(R_V[t - \frac{dt_d}{dt}] + R_P[t - \frac{dt_d}{dt}])}{dt}}{1 + \frac{1}{c} \frac{d(R_V[t - \frac{dt_d}{dt}] + R_P[t - \frac{dt_d}{dt}])}{dt}} \quad (4.39c)$$

Po úpravě dostáváme konečný vztah ve tvaru

$$\frac{dt_d(\tau)}{dt} = \frac{v_R(\tau) + v_P(\tau)}{c + v_R(\tau) + v_P(\tau)} \quad (4.40)$$

#### 4.3.2.2 Odvození 2. členu

Zderivováním  $\frac{dt_d}{dt}$  dojdeme k vyjádření druhého členu Taylorova rozvoje dopadající signálu.

$$\frac{d^2 t_d}{dt^2} = \frac{d}{dt} (v_R(\tau) + v_P(\tau)) \left( (v_R(\tau) + v_P(\tau))^{-1} \right) \quad (4.41a)$$

$$\frac{d^2 t_d}{dt^2} = \left( a_R(\tau) \cdot \frac{d\tau}{dt} + a_P(\tau) \cdot \frac{d\tau}{dt} \right) (c + v_R(\tau) + v_P(\tau))^{-1} - (v_R(\tau) + v_P(\tau)) (c + v_R(\tau) + v_P(\tau))^{-2} \cdot \left( a_R(\tau) \cdot \frac{d\tau}{dt} + a_P(\tau) \cdot \frac{d\tau}{dt} \right) \quad (4.41b)$$

$$\frac{d^2 t_d}{dt^2} = \left( a_R(\tau) \cdot \frac{d\tau}{dt} + a_P(\tau) \cdot \frac{d\tau}{dt} \right) \left( \frac{1}{c + v_R(\tau) + v_P(\tau)} - \frac{v_R(\tau) + v_P(\tau)}{(c + v_R(\tau) + v_P(\tau))^2} \right) \quad (4.41c)$$

Po úpravě

$$\frac{d^2 t_d(\tau)}{dt^2} = \frac{(a_R(\tau) \cdot \dot{\tau} + a_P(\tau) \cdot \dot{\tau}) \cdot c}{(c + v_R(\tau) + v_P(\tau))^2} \quad (4.42)$$

#### 4.3.3 Dopadající signál na antény přijímačů

$$s_{dkm}(t) = A_d \cdot s[t - t_d] = A_d \cdot s \left[ t - \tau_r - \frac{dt_d(\tau_r)}{dt} (t - \tau_r) - \frac{d^2 t_d(\tau_r)}{dt^2} \frac{(t - \tau_r)^2}{2!} - \dots \right] = \quad (4.43a)$$

$$= A_d \cdot s \left[ (t - \tau_r) \cdot \left( 1 - \frac{v_R(\tau) + v_P(\tau)}{c + v_R(\tau) + v_P(\tau)} \right) - \frac{(a_R(\tau) \cdot \frac{d\tau}{dt} + a_P(\tau) \cdot \frac{d\tau}{dt}) \cdot c}{(c + v_R(\tau) + v_P(\tau))^2} \cdot \frac{(t - \tau_r)^2}{2!} + \dots \right] \quad (4.43b)$$

Kde  $\tau_r$  je zpoždění signálu, který se odrazí ve vzdálenosti  $R_{V0}$  (vzdálenost v cíle od vysílací antény v čase  $t$ ),  $A_d$  se v tomto případě myslí amplituda vektoru elektrického pole  $\mathbf{E}$ .

V tomto modelu se uvažuje rovnoměrný pohyb po zakřivené dráze. Rychlost je podél dráhy konstantní např.  $v_R(\tau) = v_R$

Jež se dá vyjádřit obecný tvar signálu,

$$s_d(t) = A_d \cdot \cos \left( 2\pi f \left( 1 - \frac{v_R + v_P}{c + v_R + v_P} \right) (t - \tau_r) \right) = \quad (4.44a)$$

$$s_d(t) = A_d \cdot \cos \left( 2\pi \left( f t - f \frac{R_{V0} + R_{Pk0}}{c} - f \frac{v_R + v_P}{c + v_R + v_P} t + f \frac{v_R + v_P}{c + v_R + v_P} \frac{R_{V0} + R_{Pk0}}{c} \right) \right) = \quad (4.44b)$$

$$s_d(t) = A_d \cdot \cos \left( 2\pi \left( f t - f_{dkm} t - f \frac{R_{V0} + R_{Pk0}}{c} + f_{dkm} \frac{R_{V0} + R_{Pk0}}{c} \right) \right) \quad (4.44c)$$

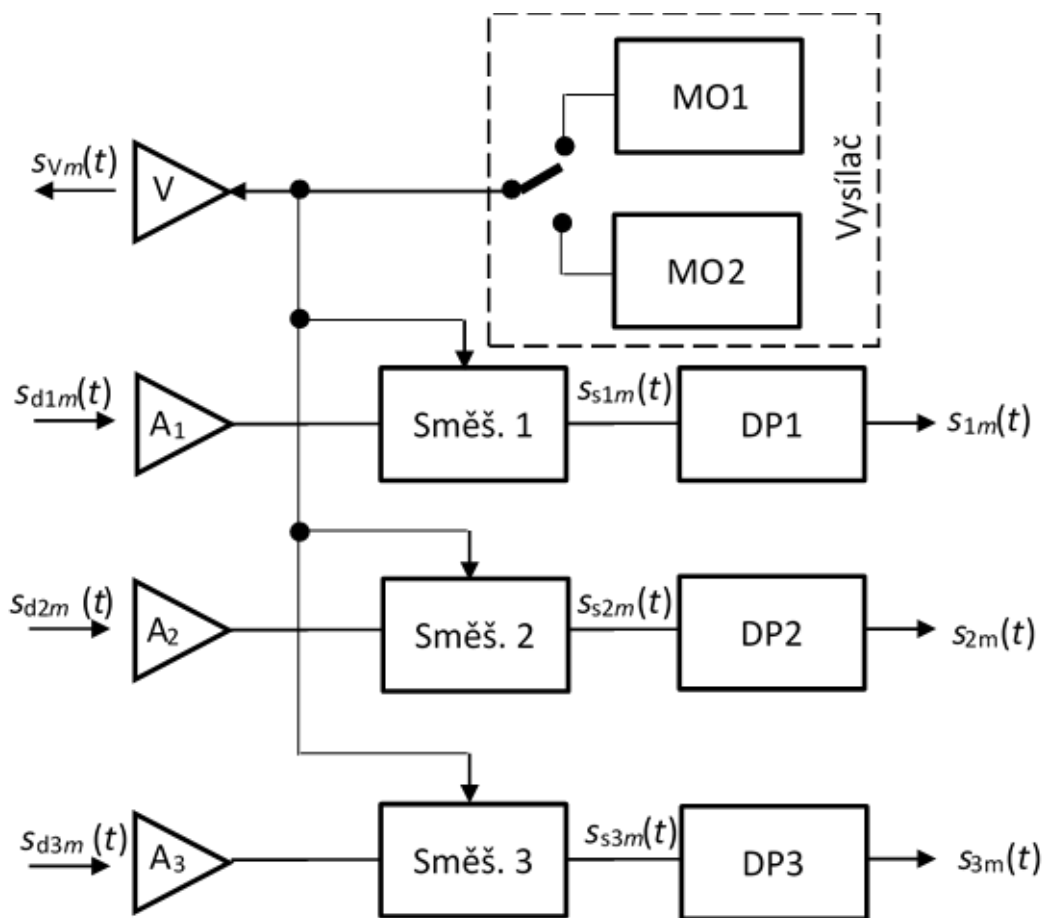
Zvýrazněná rovnice popisuje signál na přijímacích anténách, kde se jednotlivé signály liší jen v  $f_d$  a  $\tau_r$ .

Kde:  $f_{dkm} = f_m \cdot (v_{Pk} + v_R) / (c + v_{Pk} + v_R)$  je Dopplerův posuv signálu, vysílaného na kmitočtu  $f_m$  a dopadajícího na k-tou anténu

$R_{V0}$  je vzdálenost cíle od vysílače v okamžiku  $t = \tau$

$R_{Pk0}$  je vzdálenost cíle od k - té přijímací antény v okamžiku  $t = \tau$

$\Phi_r$  je fázový posuv signálu při odrazu



Obrázek 4.4: Schéma senzoru se třemi přijímacími anténami. MO1 je místní oscilátor na kmitočtu  $f_1$ , MO2 je místní oscilátor na kmitočtu  $f_2$ , Směš.1 až Směš. 3 jsou směšovače, DP1 až DP3 jsou stejné dolnofrekvenční propusti,  $s_{Vm}(t)$  je vysílaný signál,  $s_{dkm}(t)$  jsou signály dopadající na antény A1 až A3, při kmitočtech vysílače  $f_m$ ,  $s_{skm}(t)$  jsou přijaté signály po směšování a  $s_{km}(t)$  jsou přijaté signály po směšování a filtraci.

#### 4.3.4 Signály na směšovačích

Signál z jednotlivých antén se vynásobí se signálem bez zpoždění. Můžeme zde předpokládat, že vlnění dopadající na cíl v místě dopadu mění fázi o  $\Phi_r$  a vysílač vysílá s náhodnou fází  $\Phi_p$ .

##### 4.3.4.1 Signály na směšovačích přijímačů

$$s_{skm} = s_{Vm}(t) \cdot s_{dkm}(t) = 0.5A_V A_d \cdot \cos\left(2\pi\left(-f_{dkm}t - f \frac{R_{V0} + R_{Pk0}}{c} + f_{dkm} \frac{R_{V0} + R_{Pk0}}{c}\right) + \Phi_r\right) + \quad (4.45)$$

$$+ 0.5A_V A_d \cdot \cos\left(4\pi f t + 2\pi\left(-f_{dkm}t - f \frac{R_{V0} + R_{Pk0}}{c} + f_{dkm} \frac{R_{V0} + R_{Pk0}}{c}\right) + 2\Phi_{pm} + \Phi_r\right) \quad (4.46)$$

Kde:  $k = 1, 2, 3 \dots$  odpovídá pořadí přijímací antény  $A_1$  až  $A_3$

$m = 1, 2 \dots$  odpovídá frekvenci vysílaného signálu  $f_1$  nebo  $f_2$

Po filtraci dolní propustí z prvního přijímače zůstane složka signálu s dopplerovským kmitočtem

$$s_{km}(t) = 0.5A_V A_d \cdot \cos\left(2\pi\left(-f_{dkm}t - f \frac{R_{V0} + R_{Pk0}}{c} + f_{dkm} \frac{R_{V0} + R_{Pk0}}{c}\right) + \Phi_r\right) \quad (4.47)$$

$$s_{km}(t) = 0.5A_V A_d \cdot \cos\left(-2\pi f_{dkm}t - 2\pi \frac{R_{V0} + R_{Pk0}}{c} (f - f_{dkm}) + \Phi_r\right) \quad (4.48)$$

Rovnice je upravena do konečného tvaru, z důvodu sudosti funkce tj.  $\cos(x) = \cos(-x)$

$$s_{km}(t) = 0.5A_V A_d \cdot \cos\left(2\pi f_{dkm}t + 2\pi \frac{R_{V0} + R_{Pk0}}{c} (f - f_{dkm}) - \Phi_r\right) \quad (4.49)$$

Signály na výstupu směšovače celkem 6 po dolnofrekvenční filtraci pro případ dvou frekvencí s frekvenčním odstupem mezi sebou můžeme vidět na obr.4.3

Kde fázové posunutí je  $\Phi_{A_1}$  pro anténu  $A_1$ .

$$\Phi_{A_1} = 2\pi \frac{R_{V0} + R_{P10}}{c} (f - f_{d1}) \quad (4.50)$$

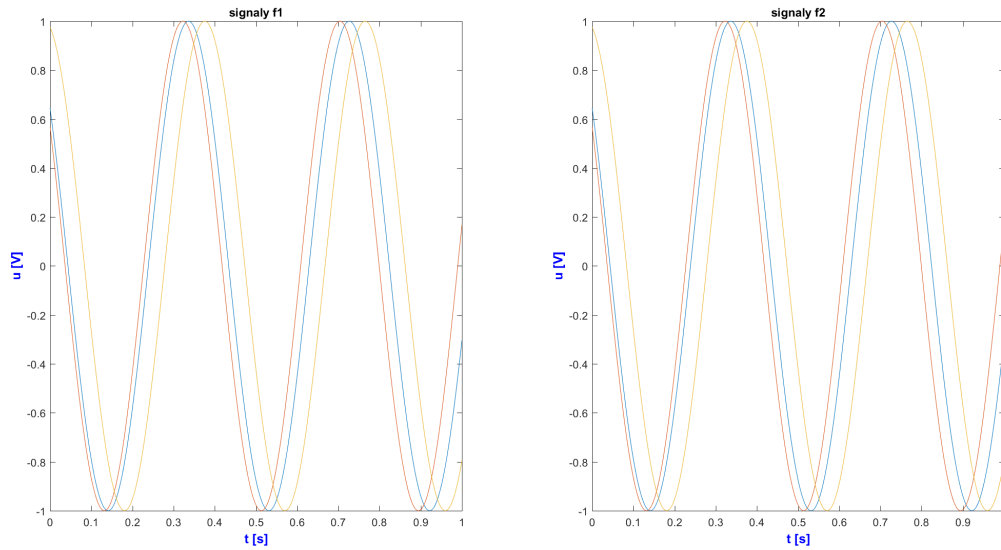
,  $\Phi_{A_2}$  pro anténu  $A_2$

$$\Phi_{A_2} = 2\pi \frac{R_{V0} + R_{P20}}{c} (f - f_{d2}) \quad (4.51)$$

$\Phi_{A_3}$  pro anténu  $A_1$ .

$$\Phi_{A_3} = 2\pi \frac{R_{V0} + R_{P30}}{c} (f - f_{d3}). \quad (4.52)$$





Obrázek 4.5: Dopplerovské signály na výstupu směšovače s dolnofrekvenčním filtrem

Vzájemné rozdíly mezi anténami  $A_1$  a  $A_2$ ,  $A_1$  a  $A_3$  a  $A_2$  a  $A_3$  jsou,

$$\Phi_{A_1A_2} = 2\pi \frac{R_{V0} + R_{P10}}{c} (f - f_{d1}) - 2\pi \frac{R_{V0} + R_{P20}}{c} (f - f_{d2}) \quad (4.53a)$$

$$\Phi_{A_1A_3} = 2\pi \frac{R_{V0} + R_{P10}}{c} (f - f_{d1}) - 2\pi \frac{R_{V0} + R_{P30}}{c} (f - f_{d3}) \quad (4.53b)$$

$$\Phi_{A_2A_3} = 2\pi \frac{R_{V0} + R_{P20}}{c} (f - f_{d2}) - 2\pi \frac{R_{V0} + R_{P30}}{c} (f - f_{d3}) \quad (4.53c)$$

$$(4.53d)$$

### 4.3.5 Poloha cíle

Z předešlých vzorců se dají spočítat úhly

$$\Phi_{A_1A_2} = \frac{2\pi}{\lambda} ((x_A - x_B) \cos \alpha + (y_A - y_B) \cos \beta + (z_A - z_B) \cos \gamma) \quad (4.54a)$$

$$\Phi_{A_1A_3} = \frac{2\pi}{\lambda} ((x_A - x_C) \cos \alpha + (y_A - y_C) \cos \beta + (z_A - z_C) \cos \gamma) \quad (4.54b)$$

$$\Phi_{A_2A_3} = \frac{2\pi}{\lambda} ((x_B - x_C) \cos \alpha + (y_B - y_C) \cos \beta + (z_B - z_C) \cos \gamma) \quad (4.54c)$$

Kde souřadnice  $x_A$ ,  $y_A$  a  $z_A$  jsou souřadnice přijímací antény  $A_1$ ,  $x_B$ ,  $y_B$  a  $z_B$  jsou souřadnice přijímací antény  $A_2$  a  $x_C$ ,  $y_C$  a  $z_C$  jsou souřadnice přijímací antény  $A_3$ .

$\alpha$ ,  $\beta$  a  $\gamma$  jsou úhly které určují cíl  $P_1$ .

#### 4.3.5.1 Obecné řešení polohy cíle

##### *Určení směrových kosinů polohy*

Pro určení kosinů úhlů cíle v prostoru lze sestavit soustavy rovnic pro oba kmitočty  $f_1$  a  $f_2$ .

$$\Phi_{A_1A_2m} = \frac{2\pi f_m}{c} ((x_1 - x_2) \cos \alpha_m + (y_1 - y_2) \cos \beta_m + (z_1 - z_2) \cos \gamma_m) \quad (4.55a)$$

$$\Phi_{A_1A_3m} = \frac{2\pi f_m}{c} ((x_1 - x_3) \cos \alpha_m + (y_1 - y_3) \cos \beta_m + (z_1 - z_3) \cos \gamma_m) \quad (4.55b)$$

I když by měly teoreticky výpočty na obou frekvencích  $f_1$  a  $f_2$  vyjít stejně, kvůli chybám měření dostaneme jistě v obou případech odlišné hodnoty. Proto je také označíme  $\alpha_m$ ,  $\beta_m$  a  $\gamma_m$ , kde  $m = 1, 2$ .

$$(x_1 - x_2) \cos \alpha_m + (y_1 - y_2) \cos \beta_m = -(z_1 - z_2) \cos \gamma_m + \frac{c}{2\pi f_m} \Phi_{A_1A_2m} \quad (4.56a)$$

$$(x_1 - x_3) \cos \alpha_m + (y_1 - y_3) \cos \beta_m = -(z_1 - z_3) \cos \gamma_m + \frac{c}{2\pi f_m} \Phi_{A_1A_3m} \quad (4.56b)$$

V maticovém zápisu:

$$\mathbf{A} \cdot \begin{pmatrix} \cos \alpha_m \\ \cos \beta_m \end{pmatrix} = \mathbf{Z} \cdot \cos \gamma_m + \Phi_m \quad (4.57)$$

Jejíž řešením je:

$$\Omega_m = \mathbf{A}^{-1} \cdot \mathbf{Z} \cdot \cos \gamma_m + \mathbf{A}^{-1} \cdot \Phi_m \quad (4.58)$$

Kde:

$$\Omega_m = \begin{pmatrix} \cos \alpha_m \\ \cos \beta_m \end{pmatrix}; \mathbf{A} = \begin{pmatrix} x_1 - x_2 & y_1 - y_2 \\ x_1 - x_3 & y_1 - y_3 \end{pmatrix}; \mathbf{Z} = -\begin{pmatrix} z_1 - z_2 \\ z_1 - z_3 \end{pmatrix}; \Phi_m = \frac{c}{2\pi f_m} \begin{pmatrix} \Phi_{A_1A_2m} \\ \Phi_{A_1A_3m} \end{pmatrix} \quad (4.59)$$

Po dosazení do třetí (kvadratické) rovnice dostaneme kvadratickou rovnici pro  $\cos \gamma_m$ :

$$E \cdot \cos^2 \gamma_m + F_m \cdot \cos \gamma_m + G_m = 0 \quad (4.60)$$

Než přistoupíme k výpočtu koeficientů  $E$ ,  $F_m$  a  $G_m$  upravíme vztah pro řešení soustavy lineárních rovnic  $\Omega_m$  (tedy pro  $\cos \alpha_m$  a  $\cos \beta_m$ ):

$$\cos \alpha_m = A \cdot \cos \gamma_m; \cos \beta_m = B \cdot \cos \gamma_m + D_m \quad (4.61)$$

$$A = -((z_1 - z_2)(y_1 - y_3) - (z_1 - z_3)(y_1 - y_2)) \cdot \text{Det}^{-1}(\mathbf{A}) \quad (4.62a)$$

$$B = -((x_1 - x_2)(z_1 - z_3) - (x_1 - x_3)(z_1 - z_2)) \cdot \text{Det}^{-1}(\mathbf{A}) \quad (4.62b)$$

$$C_m = \frac{c}{2\pi f_m} (\Phi_{A_1A_2m} \cdot (y_1 - y_3) - \Phi_{A_1A_3m} \cdot (y_1 - y_2)) \cdot \text{Det}^{-1}(\mathbf{A}) \quad (4.62c)$$

$$D_m = \frac{c}{2\pi f_m} (\Phi_{A_1A_2m} \cdot (x_1 - x_3) - \Phi_{A_1A_3m} \cdot (x_1 - x_2)) \cdot \text{Det}^{-1}(\mathbf{A}) \quad (4.62d)$$

$$\text{Det}^{-1}(\mathbf{A}) = \frac{1}{(x_1 - x_2)(y_1 - y_3) - (x_1 - x_3)(y_1 - y_2)} \quad (4.62e)$$

Koeficienty kvadratické rovnice:

$$E = 1 + A^2 + B^2 \quad (4.63a)$$

$$F_m = 2(AC_m + BD_m) \quad (4.63b)$$

$$G_m = C_2^2 + D_2^2 - 1 \quad (4.63c)$$

Řešením kvadratické rovnice je:

$$\cos \gamma_m = \left( -2F_m \pm \sqrt{F_m^2 - 4EG_m} \right) \cdot (4E)^{-1} \quad (4.64)$$

Nakonec vypočítáme ostatní směrové kosiny ze vztahů 4.55. Pro každý vysílaný kmitočet tak dostaneme jinou hodnotu těchto kosinů. Výsledné hodnoty kosinů, s nimiž pak budeme dále počítat vypočítáme jako průměry těchto hodnot:

$$\cos \alpha = \frac{\cos \alpha_1 + \cos \alpha_2}{2}; \cos \beta = \frac{\cos \beta_1 + \cos \beta_2}{2}; \cos \gamma = \frac{\cos \gamma_1 + \cos \gamma_2}{2}; \quad (4.65)$$

Odtud určíme souřadnice cíle  $c_1, c_2, c_3$ :

$$c_1 = v_1 + R_{V0} \cdot \cos \alpha \quad (4.66a)$$

$$c_2 = v_2 + R_{V0} \cdot \cos \beta \quad (4.66b)$$

$$c_3 = v_3 + R_{V0} \cdot \cos \gamma \quad (4.66c)$$

kde:  $v_1, v_2, v_3$  jsou souřadnice vysílače.

Rovnice jsou 2 z důvodu lineární závislosti rovnic v soustavě vzájemných fázových rozdílů mezi jednotlivými přijímacími anténami navzájem.

Obecné řešení pro lineárně nezávislou soustavu rovnic fázových rozdílů na přijímacích anténách je

$$\mathbf{A} \cdot \mathbf{x} = \mathbf{B} \quad (4.67)$$

Kde  $\mathbf{x}$  je vektor neznámých

$$\begin{pmatrix} x_1 \\ \dots \\ x_i \end{pmatrix}, \quad (4.68)$$

, Zde  $\mathbf{x}$  se rozumí vektor kosinů

$$\begin{pmatrix} \cos \alpha \\ \cos \beta \\ \cos \gamma \end{pmatrix}, \quad (4.69)$$

A jako levá strana rovnice bez proměnných

$$\begin{pmatrix} x_A - x_B & y_A - y_B & z_A - z_B \\ x_A - x_C & y_A - y_C & z_A - z_C \\ x_B - x_C & y_B - y_C & z_B - z_C \end{pmatrix} \quad (4.70)$$

Pravá strana rovnice

$$\begin{pmatrix} \Phi_{A_1A_2} \\ \Phi_{A_1A_3} \\ \Phi_{A_2A_3} \end{pmatrix}, \quad (4.71)$$

Potom řešení je ve tvaru

$$x = \frac{\Delta_i}{\Delta} \quad (4.72)$$

Kde  $i = 0, 1, 2$  a  $x$  je vektor neznámých, pak  $\Delta$  je determinant soustavy .

$$\Delta = \begin{vmatrix} x_A - x_B & y_A - y_B & z_A - z_B \\ x_A - x_C & y_A - y_C & z_A - z_C \\ x_B - x_C & y_B - y_C & z_B - z_C \end{vmatrix} \quad (4.73)$$

$$= (x_A - x_B)(y_A - y_C)(z_B - z_C) + (y_A - y_B)(z_A - z_C)(x_B - x_C) + (x_A - x_C)(y_B - y_C)(z_A - z_B) - \quad (4.74)$$

$$- (z_A - z_B)(y_A - y_C)(x_B - x_C) - (x_A - x_B)(y_B - y_C)(z_A - z_C) - (y_A - y_B)(x_A - x_C)(z_B - z_C) = 0 \quad (4.75)$$

Tuto podmínku pro nalezení lineárně nezávislé soustavy rovnic popisujeme v odstavci *Diskuse rozmístění přijímacích antén*. Jelikož determinant soustavy je nulový, tak nelze nalézt obecné řešení a soustava o třech neznámých přechází na soustavu o dvou neznámých, které se určí pomocí parametru. Volíme jako parametr  $\cos \gamma$  a vybereme jednu kombinaci ze 3 rovnic, např. První a druhou nebo první a třetí či druhou a třetí rovnici.

Tento vztah se dá upravit se znalostí že úhel  $\gamma$  umíme vypočítat ze vztahu

$$\cos \gamma = \frac{z_C}{R} \quad (4.76)$$

Kde souřadnice  $z_T$  je souřadnice cíle  $P_1$  a  $R$  je vzdálenost cíle v okamžiku 1, tzn. na začátku pohybu.

$$\begin{pmatrix} \Phi_{A_1A_2} \\ \Phi_{A_1A_3} \\ \Phi_{A_2A_3} \end{pmatrix} = \left( \frac{2\pi}{\lambda} \begin{pmatrix} x_A - x_B & y_A - y_B \\ x_A - x_C & y_A - y_C \\ x_B - x_C & y_B - y_C \end{pmatrix} + \frac{2\pi}{\lambda} \begin{pmatrix} z_A - z_B \\ z_A - z_C \\ z_B - z_C \end{pmatrix} \right) \cdot \begin{pmatrix} \cos \alpha \\ \cos \beta \\ \cos \gamma \end{pmatrix} \quad (4.77)$$

Toto řeší následující soustava rovnic s parametrem  $\cos \gamma$

$$\begin{pmatrix} \Phi_{A_1A_2} \\ \Phi_{A_1A_3} \\ \Phi_{A_2A_3} \end{pmatrix} = \left( \frac{2\pi}{\lambda} \begin{pmatrix} x_A - x_B & y_A - y_B \\ x_A - x_C & y_A - y_C \\ x_B - x_C & y_B - y_C \end{pmatrix} + \frac{2\pi}{\lambda} \begin{pmatrix} z_A - z_B \\ z_A - z_C \\ z_B - z_C \end{pmatrix} \right) \cdot \begin{pmatrix} \cos \alpha \\ \cos \beta \\ \cos \gamma \end{pmatrix} \quad (4.78)$$

$$\begin{pmatrix} \Phi_{A_1A_2} \\ \Phi_{A_1A_3} \\ \Phi_{A_2A_3} \end{pmatrix} - \frac{2\pi}{\lambda} \begin{pmatrix} z_A - z_B \\ z_A - z_C \\ z_B - z_C \end{pmatrix} \cdot \cos \gamma = \frac{2\pi}{\lambda} \begin{pmatrix} x_A - x_B & y_A - y_B \\ x_A - x_C & y_A - y_C \\ x_B - x_C & y_B - y_C \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \cos \alpha \\ \cos \beta \end{pmatrix}, \quad (4.79)$$

$$\left( \begin{pmatrix} \Phi_{A_1A_2} \\ \Phi_{A_1A_3} \\ \Phi_{A_2A_3} \end{pmatrix} - \frac{2\pi}{\lambda} \begin{pmatrix} z_A - z_B \\ z_A - z_C \\ z_B - z_C \end{pmatrix} \cdot \cos \gamma \right) \cdot \frac{\lambda}{2\pi} = \begin{pmatrix} x_A - x_B & y_A - y_B \\ x_A - x_C & y_A - y_C \\ x_B - x_C & y_B - y_C \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \cos \alpha \\ \cos \beta \end{pmatrix}, \quad (4.80)$$

A tato rovnice v konečném tvaru dá dvě nezávislá řešení a to  $\cos \alpha$  a  $\cos \beta$ . Kde se pomocí funkce arccos vyjádří tři úhly, které svírá cíl vůči vysílací anténě.

Souřadnice dostaneme vyjádřením ze vzorce,

$$x = R_1 \cdot \cos \alpha \quad (4.81a)$$

$$y = R_1 \cdot \cos \beta \quad (4.81b)$$

$$z = R_1 \cdot \cos \gamma \quad (4.81c)$$

Předešlé řešení bylo použito v programu.

### Diskuse rozmístění přijímacích antén

Zde vycházíme ze soustavy rovnic 4.54 a matic antén 4.10, které lze upravit do tvaru

$$\mathbf{S}_1 = \begin{pmatrix} x_A \\ y_A \\ 0 \end{pmatrix}, \mathbf{S}_2 = \begin{pmatrix} x_A \\ -y_A \\ 0 \end{pmatrix}, \mathbf{S}_3 = \begin{pmatrix} -2x_A \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad (4.82)$$

Potom můžeme matici nechat rotovat podél jednotlivých souřadných os maticemi rotací 4.13. Po rotaci kolem osy  $x$  nám vychází matice transformovaná matice  $\mathbf{S}'$ .

$$\mathbf{S}'_1 = \begin{pmatrix} x_A \\ y_A \cos \alpha \\ y_A \sin \alpha \end{pmatrix}, \mathbf{S}'_2 = \begin{pmatrix} x_A \\ -y_A \cos \alpha \\ y_A \sin \alpha \end{pmatrix}, \mathbf{S}'_3 = \begin{pmatrix} -2x_A \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad (4.83)$$

dále vynásobíme maticema rotace kolem osy  $y$  a dostáváme transformovanou matici  $\mathbf{S}''$

$$\mathbf{S}''_1 = \begin{pmatrix} x_A \cos \beta + y_A \sin \alpha \sin \beta \\ y_A \cos \alpha \\ -x_A \sin \beta + y_A \sin \alpha \cos \beta \end{pmatrix}, \mathbf{S}''_2 = \begin{pmatrix} x_A \cos \beta + y_A \sin \alpha \sin \beta \\ -y_A \cos \alpha \\ -x_A \sin \beta - y_A \sin \alpha \cos \beta \end{pmatrix}, \mathbf{S}''_3 = \begin{pmatrix} -2x_A \cos \beta \\ 0 \\ 2x_A \sin \beta \end{pmatrix} \quad (4.84)$$

Tuto matici dále upravíme do jednodušší formy ve tvaru

$$\mathbf{S}''_1 = \begin{pmatrix} a_{11} \\ a_{12} \\ a_{13} \end{pmatrix}, \mathbf{S}''_2 = \begin{pmatrix} a_{21} \\ -a_{12} \\ a_{23} \end{pmatrix}, \mathbf{S}''_3 = \begin{pmatrix} a_{31} \\ 0 \\ -a_{31} \tan \beta \end{pmatrix} \quad (4.85)$$

Tato rovnice se vynásobí maticí rotace kolem osy  $z$  a dostaneme matici  $\mathbf{S}'''$

$$\mathbf{S}'''_1 = \begin{pmatrix} a_{11} \cos \gamma - a_{12} \sin \gamma \\ a_{11} \sin \gamma + a_{12} \cos \gamma \\ a_{13} \end{pmatrix}, \mathbf{S}'''_2 = \begin{pmatrix} a_{21} \cos \gamma - a_{12} \sin \gamma \\ a_{21} \sin \gamma - a_{12} \cos \gamma \\ a_{23} \end{pmatrix}, \mathbf{S}'''_3 = \begin{pmatrix} a_{31} \cos \gamma \\ a_{31} \sin \gamma \\ -a_{31} \tan \beta \end{pmatrix} \quad (4.86)$$

Tyto tři matice dále zjednodušíme na tvar

$$\mathbf{S}'''_1 = \begin{pmatrix} b_{11} \\ b_{12} \\ b_{13} \end{pmatrix}, \mathbf{S}'''_2 = \begin{pmatrix} b_{21} \\ b_{22} \\ b_{23} \end{pmatrix}, \mathbf{S}'''_3 = \begin{pmatrix} b_{31} \\ b_{31} \tan \gamma \\ -b_{31} \frac{\tan \beta}{\cos \gamma} \end{pmatrix} \quad (4.87)$$

Matice souřadnic jednotlivých antén po transformaci souřadnic lze sjednotit do jedné matice antén  $\mathbf{S}$ . Potom lze tuto soustavu popsat determinantem

$$\Delta_{\mathbf{S}'''} = \begin{vmatrix} b_{11} & b_{12} & b_{13} \\ b_{21} & b_{22} & b_{23} \\ b_{31} & b_{31} \tan \gamma & -b_{31} \frac{\tan \beta}{\cos \gamma} \end{vmatrix}. \quad (4.88)$$

Determinant vychází:

$$\Delta_S''' = -b_{11}b_{22}b_{31} \frac{\tan\beta}{\cos\gamma} + b_{12}b_{23}b_{31} + b_{21}b_{31}b_{13} \tan\gamma - b_{31}b_{22}b_{13} - \quad (4.89)$$

$$-b_{11}b_{23}b_{31} \tan\gamma + b_{21}b_{12}b_{31} \frac{\tan\beta}{\cos\gamma} = 0 \quad (4.90)$$

Tento determinant nesmí být nulový. Toto není splněno v našem případě. Matice je singulární a fáze jednotlivých antén jsou lineárně závislé. Nelze určit bod v prostoru, ale jen v rovině. Pro jakýkoli útvar v rovině lze psát jeho matici

$$\mathbf{R} = \begin{pmatrix} r_{11} & r_{12} & 0 \\ r_{21} & r_{22} & 0 \\ r_{31} & r_{32} & 0 \end{pmatrix} \quad (4.91)$$

a potom determinant matice 4.91 se rovná 0. Proto soustava antén musí tvořit prostorový útvar. Alespoň jedna souřadnice jakékoli antény musí mít souřadnici z.

Nejjednodušší případ by nastal například v rozmístění antén,

$$\mathbf{R}_E = \begin{pmatrix} r_{11} & 0 & 0 \\ 0 & r_{22} & 0 \\ 0 & 0 & r_{33} \end{pmatrix}, \quad (4.92)$$

kdy vždy jedna z antén bude mít jen jednu souřadnici nenulovou jako ostatní antény a zároveň se souřadnice budou lišit. To dostaneme jen v 3! neboli 6 případech.

### *Určení vzdálenosti cíle*

V této části zjišťujeme rovnici k určení vzdálenosti cíle od senzoru. Tuto vzdálenost přibližně určuje aritmetický průměr vzdáleností cíle od jednotlivých přijímacích antén.

Vzdálenost se určí přepínáním frekvencí. Čím je frekvenční rozdíl menší, tím to můžeme použít pro delší vzdálenost, jelikož fázová zpoždění jsou menší. Čím větší je frekvence více se změní fáze podél dráhy tam a zpět.

Vycházíme z fázových rozdílů a součtů na obou kmitočtech. Dostáváme 6 rozdílových rovnic,

$$\Phi_{A_1 f_1} = 2\pi \frac{R_{V0} + R_{P10}}{c} (f_1 - f_{d1}) \quad (4.93a)$$

$$\Phi_{A_1 f_2} = 2\pi \frac{R_{V0} + R_{P10}}{c} (f_2 - f_{d4}) \quad (4.93b)$$

$$\Phi_{A_2 f_1} = 2\pi \frac{R_{V0} + R_{P20}}{c} (f_1 - f_{d2}) \quad (4.93c)$$

$$\Phi_{A_2 f_2} = 2\pi \frac{R_{V0} + R_{P20}}{c} (f_2 - f_{d5}) \quad (4.93d)$$

$$\Phi_{A_3 f_1} = 2\pi \frac{R_{V0} + R_{P30}}{c} (f_1 - f_{d3}) \quad (4.93e)$$

$$\Phi_{A_3 f_2} = 2\pi \frac{R_{V0} + R_{P30}}{c} (f_2 - f_{d6}). \quad (4.93f)$$

Tuto soustavu lze zapsat ve tvaru,

$$\Phi_{A_1f_1} = 2\pi \frac{2R_{V0} + \Delta R_{P10}}{c} (f_1 - f_{d1}) \quad (4.94a)$$

$$\Phi_{A_1f_2} = 2\pi \frac{2R_{V0} + \Delta R_{P10}}{c} (f_2 - f_{d4}) \quad (4.94b)$$

$$\Phi_{A_2f_1} = 2\pi \frac{2R_{V0} + \Delta R_{P20}}{c} (f_1 - f_{d2}) \quad (4.94c)$$

$$\Phi_{A_2f_2} = 2\pi \frac{2R_{V0} + \Delta R_{P20}}{c} (f_2 - f_{d5}) \quad (4.94d)$$

$$\Phi_{A_3f_1} = 2\pi \frac{2R_{V0} + \Delta R_{P30}}{c} (f_1 - f_{d3}) \quad (4.94e)$$

$$\Phi_{A_3f_2} = 2\pi \frac{2R_{V0} + \Delta R_{P30}}{c} (f_2 - f_{d6}). \quad (4.94f)$$

Pro fáze na přijímacích anténách na obou kmitočtech sestrojíme součtové rovnice

$$\Phi_{A_1f_1} + \Phi_{A_2f_1} + \Phi_{A_3f_1} = \frac{2\pi}{c} (3R_{V0} + R_{P10} + R_{P20} + R_{P30}) f_1 = \frac{2\pi}{c} 6R_{V0} f_1 \quad (4.95a)$$

$$\Phi_{A_1f_2} + \Phi_{A_2f_2} + \Phi_{A_3f_2} = \frac{2\pi}{c} (3R_{V0} + R_{P10} + R_{P20} + R_{P30}) f_2 = \frac{2\pi}{c} 6R_{V0} f_2. \quad (4.95b)$$

Tyto dvě rovnice odečteme a získáme vztah

$$\Phi_{A_1f_1} + \Phi_{A_2f_1} + \Phi_{A_3f_1} - \Phi_{A_1f_2} - \Phi_{A_2f_2} - \Phi_{A_3f_2} = \frac{2\pi}{c} 6R_{V0} (f_1 - f_2) \quad (4.96)$$

A odtud získáme vztah pro výpočet vzdálenosti od vysílače:

$$R_{V0} = \frac{c}{(f_1 - f_2)} \cdot \frac{\Phi_{A_1f_1} + \Phi_{A_2f_1} + \Phi_{A_3f_1} - \Phi_{A_1f_2} - \Phi_{A_2f_2} - \Phi_{A_3f_2}}{12\pi} \quad (4.97)$$

### Určení rychlosti cíle

Nyní odvodíme vzorce pro radiální rychlost cíle vůči vysílací anténě. Jako v kapitole 2.2 postupujeme z obecného předpokladu odlišné radiální rychlosti k přijímací i vysílací anténě. Získáme obecný tvar celkového Dopplerova posuvu pro 3 přijímací antény. Ve výsledku máme 6 dopplerovských posuvů pro dva kmitočty na každou přijímací anténu a máme 6 rovnic

$$f_{D1} = \frac{v_R}{\lambda_1} + \frac{v_{PA1}}{\lambda_1} = \frac{v_R}{c} f_1 + \frac{v_{PA1}}{c} f_1 \quad (4.98a)$$

$$f_{D2} = \frac{v_R}{\lambda_1} + \frac{v_{PA2}}{\lambda_1} = \frac{v_R}{c} f_1 + \frac{v_{PA2}}{c} f_1 \quad (4.98b)$$

$$f_{D3} = \frac{v_R}{\lambda_1} + \frac{v_{PA3}}{\lambda_2} = \frac{v_R}{c} f_1 + \frac{v_{PA3}}{c} f_1 \quad (4.98c)$$

$$f_{D4} = \frac{v_R}{\lambda_2} + \frac{v_{PA1}}{\lambda_2} = \frac{v_R}{c} f_2 + \frac{v_{PA1}}{c} f_2 \quad (4.98d)$$

$$f_{D5} = \frac{v_R}{\lambda_2} + \frac{v_{PA2}}{\lambda_2} = \frac{v_R}{c} f_2 + \frac{v_{PA2}}{c} f_2 \quad (4.98e)$$

$$f_{D6} = \frac{v_R}{\lambda_2} + \frac{v_{PA3}}{\lambda_2} = \frac{v_R}{c} f_2 + \frac{v_{PA3}}{c} f_2. \quad (4.98f)$$

Dostáváme rozdíl  $f_{D1} - f_{D4}$

$$f_{D1} - f_{D4} = \frac{v_R + v_{PA1}}{c} (f_1 - f_2) \quad (4.99)$$

Rovnici upravíme takto

$$v_R + v_{PA1} = \frac{f_{D1} - f_{D4}}{f_1 - f_2} \cdot c \quad (4.100)$$

a rozdíl

$$f_{D2} - f_{D5} = \frac{v_R + v_{PA2}}{c} (f_1 - f_2) \quad (4.101)$$

upravíme na rovnici

$$v_R + v_{PA2} = \frac{f_{D2} - f_{D5}}{f_1 - f_2} \cdot c \quad (4.102)$$

Nakonec rozdíl

$$f_{D3} - f_{D6} = \frac{v_R + v_{PA3}}{c} (f_1 - f_2) \quad (4.103)$$

upravíme takto

$$v_R + v_{PA3} = \frac{f_{D3} - f_{D6}}{f_1 - f_2} \cdot c \quad (4.104)$$

V této soustavě rovnic pomůžeme nahrazením proměnné  $v_r$  za

$$\frac{v_{PA1} + v_{PA2} + v_{PA3}}{3}.$$

Tento vztah je oproti situaci v rovině pouhá aproximace skutečné rychlosti nahrazující aritmetický průměr ostatním nedůležitých rychlostí k přijímacím anténám. Ve výsledku sníží počet proměnných na 3 a soustava rovnic se stane řešitelnou.

Vztahy zapíšeme symbolicky jako

$$A = \frac{f_{D1} - f_{D4}}{f_1 - f_2} \cdot c \quad (4.105a)$$

$$B = \frac{f_{D2} - f_{D5}}{f_1 - f_2} \cdot c \quad (4.105b)$$

$$C = \frac{f_{D3} - f_{D6}}{f_1 - f_2} \cdot c \quad (4.105c)$$

$$(4.105d)$$

Z těchto vztahů dostáváme soustavu rovnic

$$A = \frac{4}{3}v_{PA1} + \frac{1}{3}v_{PA2} + \frac{1}{3}v_{PA3} \quad (4.106a)$$

$$B = \frac{1}{3}v_{PA1} + \frac{4}{3}v_{PA2} + \frac{1}{3}v_{PA3} \quad (4.106b)$$

$$C = \frac{1}{3}v_{PA1} + \frac{1}{3}v_{PA2} + \frac{4}{3}v_{PA3}, \quad (4.106c)$$

$$(4.106d)$$

zapsanou pomocí matic

$$\begin{pmatrix} A \\ B \\ C \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{4}{3} & \frac{1}{3} & \frac{1}{3} \\ \frac{1}{3} & \frac{4}{3} & \frac{1}{3} \\ \frac{1}{3} & \frac{1}{3} & \frac{4}{3} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} v_{PA1} \\ v_{PA2} \\ v_{PA3} \end{pmatrix}. \quad (4.107)$$



Tuto soustavu řešíme pomocí Kramerova pravidla. Determinant soustavy  $D$  je  $\frac{214}{81}$  a subdeterminanty mají tvar

$$D_{v_{PA1}} = \begin{bmatrix} A & \frac{1}{3} & \frac{1}{3} \\ B & \frac{4}{3} & \frac{1}{3} \\ C & \frac{1}{3} & \frac{4}{3} \end{bmatrix} \quad (4.108)$$

$$D_{v_{PA2}} = \begin{bmatrix} \frac{4}{3} & A & \frac{1}{3} \\ \frac{1}{3} & B & \frac{1}{3} \\ \frac{1}{3} & C & \frac{4}{3} \end{bmatrix} \quad (4.109)$$

$$D_{v_{PA3}} = \begin{bmatrix} \frac{4}{3} & \frac{1}{3} & A \\ \frac{1}{3} & \frac{4}{3} & B \\ \frac{1}{3} & \frac{1}{3} & C \end{bmatrix} \quad (4.110)$$

čili máme 3 řešení

$$v_{PA1} = \frac{D_{v_{PA1}}}{D}, \quad (4.111)$$

$$v_{PA2} = \frac{D_{v_{PA2}}}{D} \quad (4.112)$$

$$v_{PA3} = \frac{D_{v_{PA3}}}{D}. \quad (4.113)$$

Radiální rychlost  $v_r$  je

$$v_R = \frac{\frac{D_{v_{PA1}}}{D} + \frac{D_{v_{PA2}}}{D} + \frac{D_{v_{PA3}}}{D}}{2} = \frac{D_{v_{PA1}} + D_{v_{PA2}}}{3D} = \frac{D_{v_{PA1}} + D_{v_{PA2}} + D_{v_{PA3}}}{3 \cdot \frac{214}{81}}. \quad (4.114)$$

Do této rovnice dosadíme jednotlivé subdeterminanty, upravíme ji a dostaneme vztah

$$v_R = \frac{18c}{107(f_1 - f_2)} (f_{D1} - f_{D4} + f_{D2} - f_{D5} + f_{D3} - f_{D6}) \quad (4.115)$$

### Diskuse polohy

K výpočtu polohy musíme zároveň znát jak vzdálenost v konkrétním čase, tak i jejich odchylky od souřadnic určených radarovým senzorem. Pro správné určení směrových kosinů je zapotřebí, aby přijímací antény měly maximální rozpětí  $\frac{1}{2}$ , což je splněno a určovací prostor byl vymezen polokoulí, jelikož druhá polokoule prostoru identická. To je vyřešeno útlumem ve stropu nebo kovovým krytem poloviny senzoru.

Určení vzdálenosti musí být rozdíl v absolutní hodnotě maximálně  $\pi$ . Tento předpoklad vede k soustavě nerovnic

$$-\pi \leq \Phi_{A_1 f_1} - \Phi_{A_1 f_2} \leq \pi \quad (4.116a)$$

$$-\pi \leq \Phi_{A_2 f_1} - \Phi_{A_2 f_2} \leq \pi \quad (4.116b)$$

$$-\pi \leq \Phi_{A_3 f_1} - \Phi_{A_3 f_2} \leq \pi \quad (4.116c)$$

Tato soustava se dá zapsat složitěji ve tvaru

$$-\pi \leq 2\pi \frac{R_{V0} + R_{P10}}{c} (f_1 - f_{d1}) - 2\pi \frac{R_{V0} + R_{P10}}{c} (f_2 - f_{d4}) \leq \pi \quad (4.117a)$$

$$-\pi \leq 2\pi \frac{R_{V0} + R_{P20}}{c} (f_1 - f_{d2}) - 2\pi \frac{R_{V0} + R_{P20}}{c} (f_2 - f_{d5}) \leq \pi \quad (4.117b)$$

$$-\pi \leq 2\pi \frac{R_{V0} + R_{P30}}{c} (f_1 - f_{d3}) - 2\pi \frac{R_{V0} + R_{P30}}{c} (f_2 - f_{d6}) \leq \pi \quad (4.117c)$$

Samozřejmě pro určení vzdálenosti můžeme pro malé rychlosti dopplerovské posuvy zanedbat, neboť se blíží k nule a můžeme pokračovat v úpravě soustavy nerovnic

$$-\frac{c}{2(f_1 - f_2)} \leq R_{V0} + R_{P10} \leq \frac{c}{2(f_1 - f_2)} \quad (4.118a)$$

$$-\frac{c}{2(f_1 - f_2)} \leq R_{V0} + R_{P20} \leq \frac{c}{2(f_1 - f_2)} \quad (4.118b)$$

$$-\frac{c}{2(f_1 - f_2)} \leq R_{V0} + R_{P30} \leq \frac{c}{2(f_1 - f_2)} \quad (4.118c)$$

Z modelu vyplývá, že nárůsty vzdáleností z přijímacích bodů k přijímačům budou lineárním násobkem k nárůstu vzdálenosti k vysílači z důvodu rovnoměrného přímočarého pohybu cíle. Potom vztahy se zjednoduší a zobecní.

$$R_{V0} + R_{P10} \leq \frac{c}{\|f_1 - f_2\|} \quad (4.119a)$$

$$R_{V0} + R_{P20} \leq \frac{c}{\|f_1 - f_2\|} \quad (4.119b)$$

$$R_{V0} + R_{P30} \leq \frac{c}{\|f_1 - f_2\|} \quad (4.119c)$$

Protože vzdálenost přijímacích a vysílací antény od cíle se liší maximálně o  $\lambda/2$ , dostáváme pro maximální jednoznačnou vzdálenost  $R_{V0}$  přibližný vztah:

$$R_{V0} \leq \frac{c}{2\|f_1 - f_2\|} \quad (4.120)$$

S ohledem na maximální dosah je nutno volit rozdíl kmitočtů  $\|f_1 - f_2\|$ . Např. v našem případě, když  $\|f_1 - f_2\| = 7$  MHz, dostáváme maximální dosah asi 21,5 m.

# Kapitola 5

## Popis simulace

### 5.1 Zadání vstupních parametrů

Simulace modelu v Matlabu je program, kde v hlavním skriptu se zadá souřadnice cíle P1 v čase 1 a souřadnice P2 v čase 2 a souřadnice vysílače V

```
%% Zadejte koncové body a vysilac
% P1: souradnice cile ve case 1
% P2: souradnice cile ve case 2
% V: souradnice vysilace
P1 = [3 5 -8]; P2 = [-1 0 16]; V = [0 0 0];
c1 = 3*10^8; % rychlost svetla
disp(['Rychlost svetla: ', num2str(c1), '.'])
```

Dále se zadají parametry jako vlnová délka, úhly rotace ve stupních a parametr k, který zvětší strany.

```
%% Zadajte lambda a uhly rotace a, b, c (ve stupních) + k pomerne zvetseni stran trojuhleniku
% lambda = 10;a = 0; b = 0; c = 0; k = 1; v dokumentu dopplerovsky
% senzor str.6 kapitola 2.2.2 (2.3)
```

```
lambda1 = 0.051; a = 45; b = -6; c = 8; k = 2;
lambda2 = ((c1 - 7*10^6*lambda1)/(c1*lambda1))^-1;
% s vektor natoceni soustavy anten
s = [a b c];
```

Vysílací anténa tvoří střed anténní soustavy tvaru rovnostranného trojúhelníka o straně  $\frac{1}{2}$ . V této simulaci se počítá z přesunutím antény z počátku souřadnic. Tento posun ve výsledku neohrozí výpočet souřadnic z důvodu rozdílu fází mezi přijímacími anténami.

```
%% Posun od vysilaci anteny
% T(1) posun v ose x
% T(2) posun v ose y
% T(3) posun v ose z
T = [5 -1 3];
```

### 5.2 Poloha přijímacích antén

V této části skriptu se volá třída *dr\_poloha\_radaru.m*. Zde se úhly ve stupních rotace kolem jednotlivých os přepočítají na radiány a jednotlivé vektory souřadnic jednotlivých antén se postupně nechají rotovat kolem souřadných os.

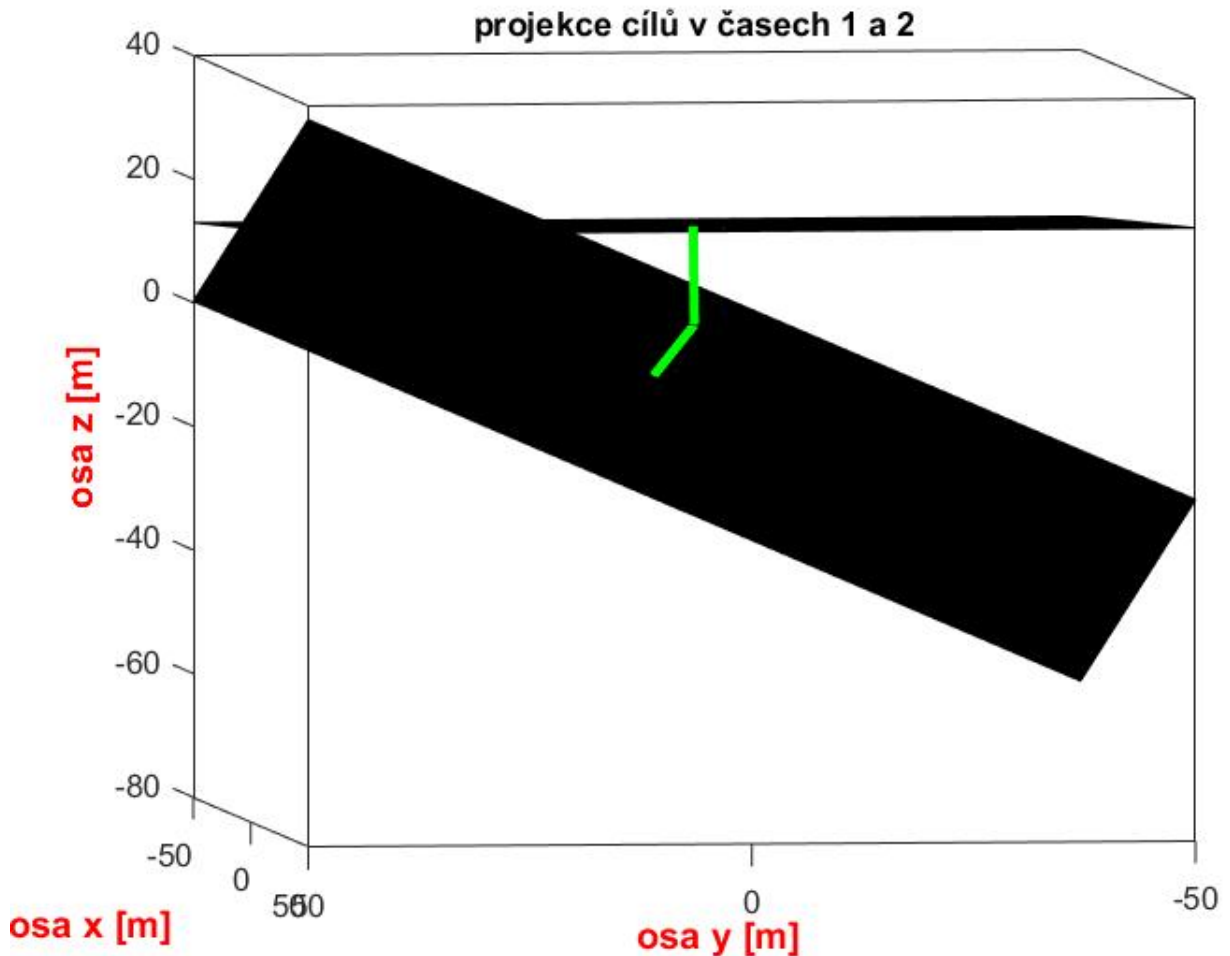
```

%% Napocitani bodu A1, A2, A3 (poloha radaru)
[AP] = dr_poloha_radaru(lambda1, s, V, k, T);

```

### 5.3 Výpočet rozdílu drah vysílač - cíl a cíl - přijímač

Zde se volá v hlavním skriptu funkce *dr\_drahovy\_rozdil.m*. Tato funkce zobrazí grafy cílů a projekce přijímacích antén v rovině konstantní fáze v časech 1 a 2. Vypočítá rozdíly drah jak v délkách, tak ve fázi.



Obrázek 5.1: Pohyb cíle před radarem

```

%% Drahovy rozdíl a jeho vypocty
[delta] = dr_drahovy_rozdil( AP, lambda1, s, P1, V, k, T );
dr_drahovy_rozdil( AP, lambda1, s, P2, V, k, T );

```

### 5.4 Dopplerovy frekvenční posuny

Tato funkce *dr\_doppler\_posuv.m* zobrazí pohyb cíle včetně jeho vypočtených rychlostí, které zobrazí jako červené čáry.

```

%% Doppleruv frekvencni posuv
[f12doppler,t,R1] = dr_doppler_posuv( AP, lambda1, lambda2, s, P1, P2, V, k, T );

```

Po zadání časového intervalu, zde 1s a podle známých vzorců vypočte 3 dopplerovské posuvy na kmitočtu  $f_1$  a 3 zbývající na kmitočtu  $f_2$ .

rychlost vuci senzoru: 6.1317

rychlost vuci senzoru: 2.3675

rychlost vuci senzoru: 2.4153

rychlost vuci senzoru: 2.3942

vzdalenost cile a prijimace A1 v case 1: 11.6705

vzdalenost cile a prijimace A2 v case 1: 11.6583

vzdalenost cile a prijimace A3 v case 1: 11.6568

vzdalenost cile a prijimace A1 v case 2: 14.038

vzdalenost cile a prijimace A2 v case 2: 14.0736

vzdalenost cile a prijimace A3 v case 2: 14.051

dopplerovsky posuv frekvence 1 vuci vysilaci: 120.2299 Hz

dopplerovsky posuv frekvence 1 prijimace A1 vuci cili: 46.4214 Hz

celkovy dopplerovsky posuv frekvence 1 pro prijimac A1: 166.6513 Hz

dopplerovsky posuv frekvence 1 prijimace A2 vuci cili: 47.3593 Hz

celkovy dopplerovsky posuv frekvence 1 pro prijimac A2: 167.5892 Hz

dopplerovsky posuv frekvence 1 prijimace A3 vuci cili: 46.9446 Hz

celkovy dopplerovsky posuv frekvence 1 pro prijimac A3: 167.1745 Hz

dopplerovsky posuv frekvence 2 vuci vysilaci: 120.0868 Hz

dopplerovsky posuv prijimace A1 vuci cili: 46.3662 Hz

celkovy dopplerovsky posuv frekvence 2 pro prijimac A1: 166.453 Hz

dopplerovsky posuv frekvence 2 prijimace A2 vuci cili: 47.3029 Hz

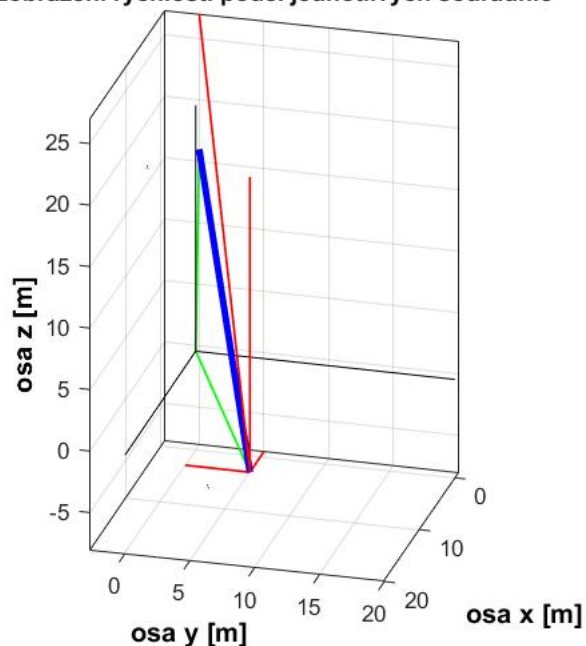
celkovy dopplerovsky posuv frekvence 2 pro prijimac A2: 167.3898 Hz

dopplerovsky posuv frekvence 2 prijimace A3 vuci cili: 46.8888 Hz

celkovy dopplerovsky posuv frekvence 2 pro prijimac A3: 166.9756 Hz

Situace je vystižena v obr.5.2

**zobrazení rychlostí podél jednotlivých souřadnic**



Obrázek 5.2: Pohyb cíle před radarem

## 5.5 Amplituda signálu

```
%% Zadejte velikost amplitudy signalu
```

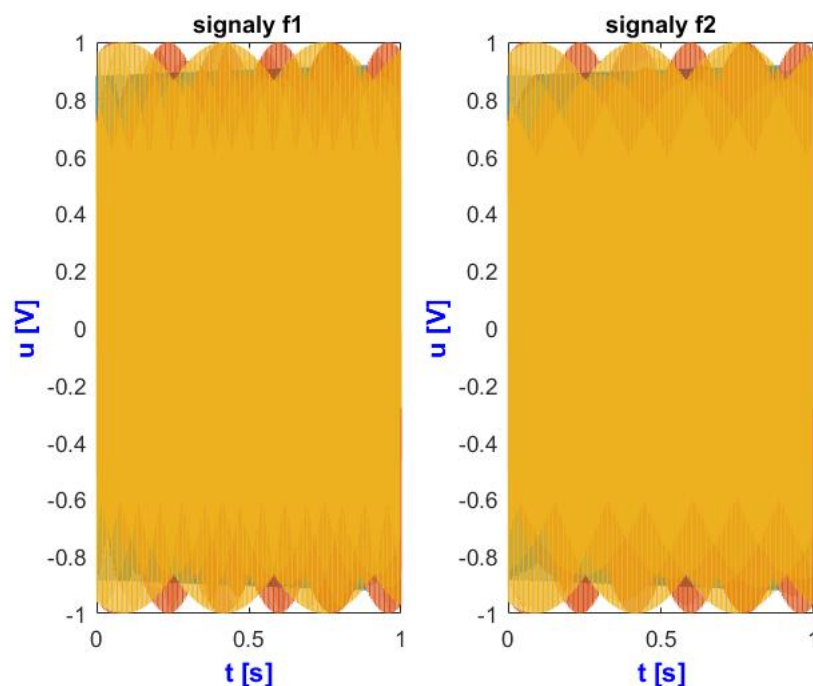
```
Uin = 2;
```

## 5.6 Signály na přijímačích

Funkce *signaly\_na\_prijimacich.m* spočítá fázové zpoždění pro 3 přijímané signály na f1 a 3 přijímané signály na f2 a zobrazí průběh dopplerovského signálu po filtraci dolní propustí.

```
%% signaly na prijimacich
```

```
[ PHH ]= signaly_na_prijimacich(f1,doppler,Uin,t,R1,delta,lambda1,lambda2,c1);
```



Obrázek 5.3: Signály na přijímačích

## 5.7 Výpočet směrových kosinů

Funkce *dr\_poloha\_cile.m* spočítá směrové úhly, jak je uvedeno v kapitole 4.3.5.1

```
%% vypocet smerovych kosinu
```

```
[alpha,beta,gama,CV,A,Phaze,cos_gamma,x] = dr_poloha_cile( AP,PHH,lambda1,R1,P1);
```

## 5.8 Výpočet vzdálenosti

Funkce *dr\_vypocet\_vzdalenosti.m* spočítá směrové úhly, jak je uvedeno v kapitole 4.3.5.1

```
%% vypocet vzdalenosti
```

```
[R_T,f1,f2] = dr_vypocet_vzdalenosti(c1,lambda1,lambda2,PHH,AP,x);
```

## 5.9 Výpočet polohy

Funkce *dr\_vypocet\_souradnic.m* spočítá směrové úhly, jak je uvedeno v kapitole 4.3.5.1

```
%% vypocet polohy  
[ output_args ] = dr_vypocet_souradnic(R_T,x,cos_gamma);
```

Zde se směrové kosiny násobí vypočítanou vzdáleností z *dr\_vypocet\_vzdalenosti.m* a dostaneme vypočítané souřadnice

```
x_f: 2.8775  
y_f: 4.7959  
z_f: -7.6734
```

Z důvodu zanedbání dopplerovských posuvů nejsou vztahy přesné.

## 5.10 Výpočet předpokládané rychlosti cíle

V této části programu *dr\_rychlost\_cile.m* je vypočtena pomocí dopplerovských posuvů průměrná rychlost cíle.

```
%% vypocet rychlosti cile  
dr_rychlost_cile( c1,f1,f2,f12doppler )
```

Výsledek je:

```
radialni rychlost cile vuci radaru: 4.3019
```

Z důvodu zanedbání dopplerovských posuvů nejsou vztahy přesné.

# Závěr

V této práci byly odvozeny vztahy pro pomalu se pohybující cíl v oblasti detekce radaru. Podmínkou zde uvedeného modelu je taková poloha radaru, že úhel od osy  $z$  v souřadném systému prostoru musí být 0. Tuto podmínku využijeme v kapitole 4.3.5.1 v části Určení vzdálenosti cíle. Byl sestaven jak 2D model, tak i 3D model fázoměrného radarového systému. Zvlášť pro 3D model je vytvořen software. Software je konstruován v prostředí Matlab a funguje na základě matematického aparátu obsaženého v kapitole 4.3. Výsledkem je určení souřadnic v čase 1 a 2 a na tomto krátkém časovém okamžiku zobrazení vektoru rychlosti cíle.



# Literatura

- [1] BEZOUŠEK, Pavel a Pavel ŠEDIVÝ. *Radarová technika*. Praha: Vydavatelství ČVUT, 2004. ISBN 80-01-03036-9.
- [2] KOČANDRLE, Milan a Leo BOČEK. *Matematika pro gymnázia: analytická geometrie. 2. upr. vyd.* Praha: Prometheus, 1999. Učebnice pro střední školy. ISBN 80-7196-163-9.
- [3] REKTORYS, Karel a Karel DRÁBEK. *Přehled užité matematiky. 4., nezměn. vyd.* Praha: Státní nakladatelství technické literatury, 1981. Česká matice technická (SNTL).
- [4] JIRÁSEK, František, Eduard KRIEGLSTEIN a Zdeněk TICHÝ. *Sbírka řešených příkladů z matematiky I: logika a množiny, lineární a vektorová algebra, analytická geometrie, posloupnosti a řady, ... 3. nezm. vyd.* Praha: Státní nakladatelství technické literatury, 1987.
- [5] RICHARDS Mark A., SCHEER James A. and HOLM. William A. *Principles of modern radar*. Edison: SciTech Publishing, 2010. ISBN 978-1-891121-52-4.
- [6] DOBEŠ Josef a Václav ŽALUD. *Moderní radiotechnika*. Praha: BEN - technická literatura, 2006. ISBN 80-7300-132-2.
- [7] SKOLNIK M.I. editor in Chief *Radar Handbook* . New York: McGraw-Hill Publishing Company, 1990.
- [8] BARTON, David Knox. *Modern radar system analysis*. Norwood ,MA: Artech House, c1988. ISBN 089006170X.
- [9] BLAKE, Lamont V. *Radar range-performance analysis*. Norwood, MA: Artech House, c1986. ISBN 0890062242.
- [10] BARTON,LEWIS, B. L., F. F. KRETSCHMER a Wesley W. SHELTON. *Aspects of radar signal processing*.Norwood, MA: Artech House, c1986. ISBN 0890061912.
- [11] BARTON, David Knox a David Knox BARTON. *Radar system analysis and modeling*. Boston, MA: Artech House, c2005. ISBN 1580536816.
- [12] ŽENÍŠEK, Alexander. *Relativita do kapsy: (ReDoKaps)*. Brno: Masarykova univerzita, 2015. ISBN 978-80-210-8043-0.
- [13] STEINEL *Ausensensorvorrichtung sowie Bewegungssensor: gesteuerte Ausenleuchte*. 2013. Deutschland. DE 102012103177. Uděleno 12.4.2012. Zapsáno 9.4.2013.
- [14] SKOLNIK, Merrill Ivan. *Introduction to radar systems. 2d ed.* New York: McGraw-Hill, c1980. ISBN 0070579091.
- [15] HAEUSLER Gerd and Jochen Neumann *Coherence radar: an accurate 3D sensor for rough surfaces* Proc.SPIE, <https://doi.org/10.1117/12.141943>
- [16] [cit. 2019-04-27]. Dostupné z: <https://learn.adafruit.com/pir-passive-infrared-proximity-motion-sensor/how-pirs-work>

- [17] MAREK Vlastimil *Něco v síti: fejetony, které vycházely od roku 1997 na internetu na adrese <http://svet.namodro.cz>*. Praha: Dharma Gaia, 1999. ISBN 80-86013-57-X.
- [18] [cit. 2019-04-29]. Dostupné z: <https://randomnerdtutorials.com/complete-guide-for-ultrasonic-sensor-hc-sr04/>
- [19] [cit. 2019-04-29]. Dostupné z: <https://www.allaboutcircuits.com/technical-articles/an-introduction-to-the-discrete-fourier-transform/>
- [20] [cit. 2019-04-29]. [cit. 2019-05-03]. Dostupné z: <http://www.radartutorial.eu/11.coherent/co06.en.html>