

UNIVERZITA PARDUBICE
Fakulta elektrotechniky a informatiky

STAVOVÁ REGULACE SOUSTAVY MOTOR-GENERÁTOR

Bc. David Mucha

Diplomová práce
2017

Univerzita Pardubice
Fakulta elektrotechniky a informatiky
Akademický rok: 2016/2017

ZADÁNÍ DIPLOMOVÉ PRÁCE (PROJEKTU, UMĚLECKÉHO DÍLA, UMĚLECKÉHO VÝKONU)

Jméno a příjmení: **Bc. David Mucha**
Osobní číslo: **I15184**
Studijní program: **N2612 Elektrotechnika a informatika**
Studijní obor: **Řízení procesů**
Název tématu: **Stavová regulace soustavy motor - generátor**
Zadávající katedra: **Katedra řízení procesů**

Z á s a d y p r o v y p r a c o v á n í :

Cílem práce je teoretický návrh a simulační ověření činnosti stavových regulátorů pro řízení laboratorní soustavy motor - generátor.

Teoretická část: Identifikace simulačního modelu a stavový popis soustavy motor - generátor. Řízení dynamických systémů spojitými a diskrétními stavovými regulátory s estimátory úplného a redukovaného řádu.

Implementační část: Realizace propojení laboratorní soustavy s PC prostřednictvím měřicí karty Humusoft MF 634. Ověření činnosti vybraných regulátorů na soustavě motor - generátor v laboratoři vč. porovnání simulovaných a reálných experimentů.

Rozsah grafických prací:

Rozsah pracovní zprávy:

Forma zpracování diplomové práce: **tištěná/elektronická**

Seznam odborné literatury:

DORF, R. C.; BISHOP, R. H. 2005. Modern Control Systems. 10 vyd. New Jersey: Prentice Hall. 881 s. ISBN 0-13-127765-0.

BALÁTĚ, J. 2004. Automatické řízení. 2 vyd. Praha: BEN - technická literatura. 663 s. ISBN 80-7300-148-9.

MACHÁČEK, J. 2015. Pokročilé metody řízení procesů. Pardubice: Univerzita Pardubice. 164 s. ISBN 978-80-7395-937-1.

MODRLÁK, O. 2004. Základy analýzy a syntézy ve stavovém prostoru [skriptum]. Liberec: TU v Liberci. 82 s.

Vedoucí diplomové práce: **Ing. Libor Kupka, Ph.D.**
Katedra řízení procesů

Datum zadání diplomové práce: **19. října 2016**

Termín odevzdání diplomové práce: **17. května 2017**



A handwritten signature in blue ink, appearing to read "Němec".

Ing. Zdeněk Němec, Ph.D.
děkan

L.S.

A handwritten signature in blue ink, appearing to read "Honc".

Ing. Daniel Honc, Ph.D.
vedoucí katedry

V Pardubicích dne 15. listopadu 2016

Prohlášení

Prohlašuji:

Tuto práci jsem vypracoval samostatně. Veškeré literární prameny a informace, které jsem v práci využil, jsou uvedeny v seznamu použité literatury.

Byl jsem seznámen s tím, že se na moji práci vztahují práva a povinnosti vyplývající ze zákona č. 121/2000 Sb., autorský zákon, zejména se skutečností, že Univerzita Pardubice má právo na uzavření licenční smlouvy o užití této práce jako školního díla podle § 60 odst. 1 autorského zákona, a s tím, že pokud dojde k užití této práce mnou nebo bude poskytnuta licence o užití jinému subjektu, je Univerzita Pardubice oprávněna ode mne požadovat přiměřený příspěvek na úhradu nákladů, které na vytvoření díla vynaložila, a to podle okolností až do jejich skutečné výše.

Beru na vědomí, že v souladu s § 47b zákona č. 111/1998 Sb., o vysokých školách a o změně a doplnění dalších zákonů (zákon o vysokých školách), ve znění pozdějších předpisů, a směrnicí Univerzity Pardubice č. 9/2012, bude práce zveřejněna v Univerzitní knihovně a prostřednictvím Digitální knihovny Univerzity Pardubice.

V Pardubicích dne 8. 5. 2017

Bc. David Mucha

Poděkování

Tímto bych chtěl poděkovat svému vedoucímu panu Ing. Liboru Kupkovi Ph.D. za poskytnutí informací i cenných rad, při tvorbě této diplomové práce. Dále chci poděkovat své rodině a přátelům za podporu během celého studia.

V Pardubicích dne 8. 5. 2017

Bc. David Mucha

ANOTACE

Diplomová práce se zabývá problematikou stavové regulace. Cílem práce je řídit stavovým regulátorem soustavu motor-generátor. Před samotným návrhem regulátoru byla provedena identifikace soustavy. Návrh parametrů regulátoru je možný dvěma metodami. Při řízení byly parametry regulátoru navrženy podle kvadratického kritéria. Soustava je připojena k počítači pomocí měřicí karty MF634.

KLÍČOVÁ SLOVA

Dynamický systém, stavový popis, stavová regulace, estimátor, identifikace.

TITLE

STATE FEEDBACK CONTROL OF MOTOR-GENERATOR SYSTEM

ANNOTATION

This diploma thesis deals with state control. State control of motor-generator system was objective of this work. As first, system was indentified, then the controller was designed. Two ways of design of state controller can be determined. As for state control, linear-quadratic criterion has been chosen for settings of controller. System was connected to PC through MF634 measuring card.

KEYWORDS

Dynamical system, State space, State control, Estimator, Identification.

OBSAH

Seznam zkratk a značek	9
Seznam symbolů proměnných veličin a funkcí	10
Seznam ilustrací	12
ÚVOD	14
1 DYNAMICKÝ SYSTÉM	15
2 STAVOVÝ POPIS DYNAMICKÉHO SYSTÉMU	17
2.1 Stavový popis pro nelineární a lineární systém	17
2.1.1 Spojitý stavový popis	17
2.1.2 Diskrétní stavový popis	19
2.2 Převod spojitého systému na diskrétní	21
2.3 Stavová trajektorie	22
2.4 Vztah mezi vnějším a vnitřním popisem	23
2.4.1 Normální forma říditelnosti	24
2.4.2 Normální forma pozorovatelnosti	26
3 VLASTNOSTI DYNAMICKÉHO SYSTÉMU	28
3.1 Dosažitelnost a říditelnost	29
3.2 Pozorovatelnost a rekonstruovatelnost	30
3.3 Stabilizovatelnost	31
4 ODHAD STAVU	32
4.1 Estimátor úplného řádu	33
4.2 Estimátor redukovaného řádu	35
4.3 Kalmanova filtrace	38
5 STAVOVÁ REGULACE	40
5.1 Regulační obvod s astatickým členem	41
5.2 Metody návrhu regulátoru	43
5.2.1 Návrh stavového regulátoru metodou zadání pólů	43
5.2.2 Návrh stavového regulátoru s využitím kvadratického kritéria	45
6 STABILITA SYSTÉMU	47
7 IDENTIFIKACE	49
7.1 Analytická identifikace	49
7.2 Empirická identifikace	49
8 LABORATORNÍ SOUSTAVA MOTOR-GENERÁTOR	51

8.1	Popis soustavy.....	51
8.2	Komunikace soustavy s PC.....	53
9	NÁVRH STAVOVÉHO ŘÍZENÍ SOUSTAVY.....	55
9.1	Identifikace soustavy.....	55
9.2	Určení vnitřního popisu	59
9.3	Návrh estimátoru.....	62
9.4	Návrh regulátoru metodou přiřazení pólů.....	65
9.5	Návrh regulátoru podle kvadratického kritéria	68
9.6	Regulace soustavy PI regulátorem.....	71
9.7	Regulace soustavy stavovým regulátorem.....	73
10	ZÁVĚR	82
	POUŽITÁ LITERATURA	85
	PŘÍLOHY	86

SEZNAM ZKRATEK A ZNAČEK

A/D	Analogově digitální
D/A	Digitálně analogový
MATLAB	Matrix Laboratory
MIMO	Multiple Input Multiple Output
PC	Personal Computer
PCI Express	Peripheral Component Interconnect Express
PID	Proporcionálně-integračně-derivační regulátor
PI	Proporcionálně-integrační regulátor
PCH	Přechodová charakteristika
PWM	Pulse Width Modulation
SISO	Single Input Single Output

SEZNAM SYMBOLŮ PROMĚNNÝCH VELIČIN A FUNKCÍ

a_n, b_n	koeficienty diferenciální rovnice
A, M	matice systému
A_E, B_E	matice spojitého estimátoru
B, N	matice vstupu
C	váhová matice stavu
C_R	rozšířená váhová matice stavu
D	váhová matice vstupu
e	regulační odchylka
E	jednotková matice
f	obecná funkce
$F(s)$	spojitý obrazový přenos
$F(z)$	diskrétní obrazový přenos
g	obecná funkce
G_D^S	matice dosažitelnosti
G_R^S	matice říditelnosti
G_P^S	matice pozorovatelnosti
H_E	matice estimátoru
h	vzdálenost dvou časových okamžiků
J	kritérium
k	diskrétní čas
K	kritérium
L	váhová matice akční veličiny
M_R	rozšířená matice systému
M_E, N_E	matice diskrétního estimátoru
m	počet vstupních veličin
n	řád systému
N_R	rozšířená matice vstupu
P	kovarianční matice chyby odhadu
P	vektor vlastních čísel

P_N	penalizační matice
Q	matice estimátoru
Q	váhová matice odchylky stavové veličiny
R	matice regulátoru
r	regulační zásah
r	počet výstupních veličin
s	Laplaceův operátor
t	spojitý čas
T	množina času; perioda vzorkování, s
T	matice pomocné transformace
u	vstupní veličina; akční veličina
$U(s), B(s)$	Laplaceův obraz vstupní veličiny
$U(z)$	Z-obraz vstupní veličiny
v	vektor náhodného nezávislého šumu
w	žádaná veličina
$X(s)$	Laplaceův obraz stavové veličiny
x	stavová veličina
x_S	rozšířená stavové veličina
x_M	měřená část stavového vektoru
x_E	odhadovaná část stavového vektoru
y	výstupní veličina
$Y(s), B(s)$	Laplaceův obraz výstupní veličiny
$Y(z)$	Z-obraz výstupní veličiny
z	operátor Z-transformace
λ	vlastní číslo
ω	vektor náhodného nezávislého šumu

SEZNAM ILUSTRACÍ

Obr. 1.1 – Řízený systém.....	15
Obr. 1.2 – Dělení systémů	16
Obr. 2.1 – Blokové schéma spojitého stavového systému.....	19
Obr. 2.2 – Blokové schéma diskrétního stavového systému	21
Obr. 2.3 – Stavová trajektorie ve stavovém prostoru	23
Obr. 3.1 – Dosažitelnost a říditelnost stavu systému.....	30
Obr. 4.1 – Schéma deterministického estimátoru	33
Obr. 4.2 – Estimátor úplného řádu.....	35
Obr. 4.3 – Estimátor redukovaného řádu	38
Obr. 5.1 – Diskrétní stavový regulátor	40
Obr. 5.2 – Struktura regulačního obvodu s astatickým členem	41
Obr. 6.1 – Oblast stability pro spojitý a diskrétní systém.....	48
Obr. 7.1 – Struktura identifikace	50
Obr. 8.1 – Blokové schéma soustavy.....	51
Obr. 8.2 – Laboratorní model	52
Obr. 8.3 – Konektor laboratorního modelu.....	53
Obr. 8.4 – Spojení desek.....	54
Obr. 9.1 – Schéma k identifikaci systému	55
Obr. 9.2 – Měření statické charakteristiky.....	56
Obr. 9.3 – Statická charakteristika.....	56
Obr. 9.4 – Oblast pracovního bodu.....	57
Obr. 9.5 – Aproximace výstupní veličiny $y(t)$	58
Obr. 9.6 – Simulace přechodové charakteristiky.....	58
Obr. 9.7 – Přechodová charakteristika.....	59
Obr. 9.8 – Simulační schéma stavové trajektorie	60
Obr. 9.9 – Průběh stavové trajektorie	61
Obr. 9.10 – Průběh stavu systému	61
Obr. 9.11 – Simulační schéma estimátoru úplného řádu	62
Obr. 9.12 – Průběh výstupních veličin estimátoru úplného řádu.....	63
Obr. 9.13 – Simulační schéma estimátoru redukovaného řádu	64
Obr. 9.14 – Průběh výstupní veličiny a stavu systému.....	65
Obr. 9.15 – Regulační obvod.....	66

Obr. 9.16 – Regulační pochod pro volbu č. 1	67
Obr. 9.17 – Regulační pochod pro volbu č. 2	67
Obr. 9.18 – Regulační pochod pro volbu č. 3	68
Obr. 9.19 – Regulační pochod s měkkým regulátorem	69
Obr. 9.20 – Záznam akční veličiny měkkého regulátoru.....	69
Obr. 9.21 – Regulační pochod s tvrdým regulátorem.....	70
Obr. 9.22 – Záznam akční veličiny tvrdého regulátoru	70
Obr. 9.23 – Regulační obvod s PI regulátorem.....	71
Obr. 9.24 – Porovnání pochodů s PI regulátorem.....	72
Obr. 9.25 – Regulační pochod s PI regulátorem.....	72
Obr. 9.26 – Regulační pochod s PI regulátorem při působení poruchy.....	73
Obr. 9.27 – Schéma určené k filtraci výstupní veličiny $y(t)$ laboratorní soustavy	74
Obr. 9.28 – Filtrace výstupní veličiny $y(t)$	74
Obr. 9.29 – Regulační obvod určený k řízení laboratorní soustavy	75
Obr. 9.30 – Regulační pochod s tvrdým regulátorem.....	76
Obr. 9.31 – Průběh akčního zásahu a regulační odchylky.....	76
Obr. 9.32 – Regulační pochod s měkkým regulátorem	77
Obr. 9.33 – Průběh akčního zásahu a regulační odchylky.....	77
Obr. 9.34 – Regulační pochod s měkkým regulátorem	78
Obr. 9.35 – Průběh akční veličiny a regulační odchylky.....	79
Obr. 9.36 – Regulační pochod s tvrdým regulátorem.....	79
Obr. 9.37 – Průběh akční veličiny a regulační odchylky.....	80
Obr. 9.38 – Průběh regulačního pochodu se stavovým regulátorem při působení poruchy	80
Obr. 9.39 – Průběh akční veličiny a regulační odchylky při působení poruchy.....	81

ÚVOD

Klasické metody opírající se např. o frekvenční analýzu, algebru přenosů, Laplaceovu a Z-transformaci jsou na ústupu. Tyto metody jsou i přes svou jednoduchost postupně nahrazovány abstraktnější teorií systémů. Teorie umožňuje detailnější teoretický rozbor. Díky němuž je možné řešit složitější úlohy, na které klasické metody nemusí postačovat.

Metody stavové teorie využívají metodické postupy, které se řadu let využívají například v kvantové mechanice nebo teorii stability. Výhoda stavového prostoru spočívá v jednotné formulaci s využitím matic. Zápis je vhodný při řešení pomocí jednočipových mikropočítačů a následné interpretaci.

Tato práce se zabývá řízením soustavy motor-generátor ve stavovém prostoru. Cílem je návrh a ověření činnosti vybraného stavového regulátoru na laboratorní soustavě. Součástí návrhu je estimátor úplného a redukovaného řádu.

Teoretická část práce je členěna do více kapitol, které na sebe navazují. První kapitola charakterizuje základní pojem z teorie systémů. Jedná se o dynamický systém, který je následně klasifikován do určitých tříd. Druhá kapitola definuje stavový popis spojitého a diskrétního stavového systému. Dále je vysvětlen převod mezi jednotlivými verzemi stavového popisu, stavová trajektorie, vztah vnitřního a vnějšího popisu. Následující kapitola objasňuje některé vlastnosti dynamického systému. Čtvrtá kapitola se věnuje odhadu stavu pomocí estimátoru v úplné a redukované verzi. Další kapitola se zabývá návrhem stavového regulátoru. Zmíněn je návrh regulátoru v konečném počtu kroků regulace a regulátor navržen na základě kvadratického kritéria. Šestá kapitola stručně definuje oblast stability pro spojitý i diskrétní systém. Na tuto kapitolu navazuje identifikace dynamického systému. Osmá kapitola se věnuje popisu laboratorní soustavy motor-generátor, která je přítomna na katedře Řízení procesů. Součástí kapitoly je i popis připojení laboratorní soustavy k PC, tedy k měřicí kartě MF634.

Poslední kapitola je praktickou částí práce. V praktické části práce je provedena identifikace a návrh stavového řízení. Po návrhu estimátoru a stavových regulátorů v simulacích, byl následně řízen laboratorní model motor-generátor. Závěrem práce bude posouzení regulace při řízení dané soustavy. K řízení a simulaci je využit MATLAB a jeho nadstavba Simulink.

1 DYNAMICKÝ SYSTÉM

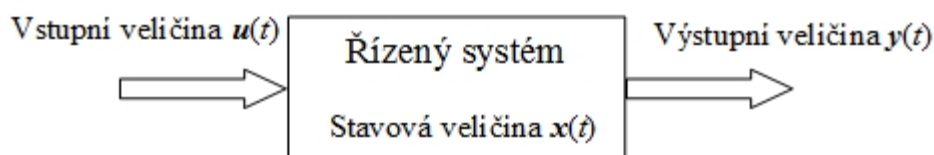
Dynamickým systémem je možné definovat systém, který se v čase vyvíjí. Jeho veličiny se mění v čase. Je-li tento systém řízen, je na něj v každém časovém okamžiku t působeno vstupní veličinou $u(t)$. Ze systému současně vystupuje výstupní veličina $y(t)$.

Při řízení dynamického systému nepostačuje k přesnému určení výstupního signálu $y(t)$ pouze znalost okamžité hodnoty vstupní veličiny $u(t)$, výstup systému závisí i na předchozím průběhu vstupního signálu $u(t)$. Rozlišit minulost a přítomnost vývoje systému, je možné pomocí tzv. stavu systému.

Stav systému si lze představit jako soubor vnitřních veličin, který představuje vektor $x(t)$. Stav systému $x(t)$ v určitém čase obsahuje veškeré informace o předchozím chování daného systému.

Z výše uvedeného vyplývá, že znalost stavu systému $x(t)$ a vstupní veličiny $u(t)$, v intervalu $t_0 \leq t \leq t_1$, definují výstupní veličinu $y(t)$. Z předchozího plyne, že vývoj systému je určen vývojem stavového vektoru $x(t)$.

Znalost vývoje stavu je důležitá, pokud je potřeba určit dynamické vlastnosti systému. Dále platí, že momentální stav i výstup dynamického systému závisí nejen na momentálním vstupu, ale i předchozím (resp. počátečním) stavu systému (Štecha, 2005).



Obr. 1.1 – Řízený systém

Systém lze členit podle určitých kritérií. Systém může být lineární nebo nelineární. Lineární systém je systém, jehož vzájemné vazby jsou lineární. V nelineárním systému se vyskytují vazby nelineární.

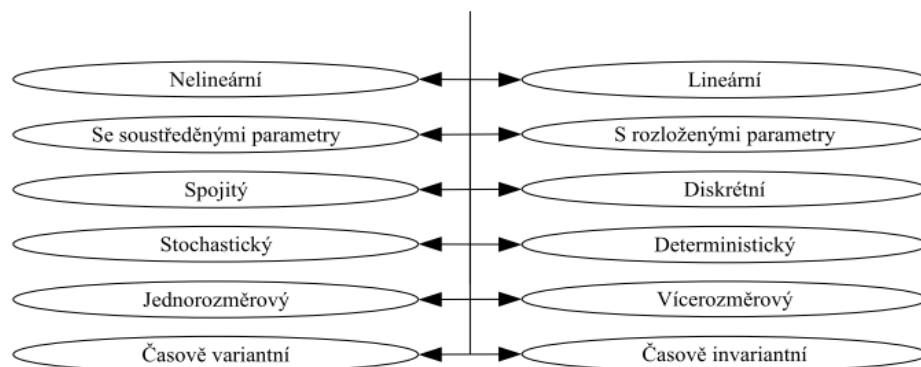
Dále rozlišujeme systém se soustředěnými nebo rozloženými parametry. O systém se soustředěnými parametry se jedná, když jsou jeho veličiny nezávislé na poloze v prostoru a mění se v čase. Naopak u systému s rozloženými parametry jsou veličiny proměnné v čase i v prostoru.

Jsou veličiny systému definované ve spojitém časovém intervalu spojitými funkcemi v čase, jedná se o spojitý systém. Veličiny diskrétního systému jsou definovány množinou diskrétního času a jsou funkcemi diskrétními v čase.

Systém může být deterministický nebo stochastický. Deterministický systém je takový, u kterého je momentální stav a výstup přesně určitelný předcházejícím stavem a působícím vstupem. Opakem deterministického systému je systém stochastický. U něj lze aktuální výstup nebo stav určit pouze s jistou mírou pravděpodobnosti.

Dále rozlišujeme systém jednorozměrový a vícerozměrový. Jednorozměrový systém je definován jedním vstupem a jedním výstupem. Označení takového systému je SISO. Naopak vícerozměrový systém vlastní více jak jeden vstup a minimálně jeden výstup, jeho označení je MIMO.

Také rozeznáváme systém na základě vztahů parametry k času. Rozlišujeme systém invariantní a variantní. Systém časově variantní je takový, když jsou jeho parametry proměnné v čase. Na základě změny parametrů systému se mění i jeho vlastnosti v čase. Parametry systému, který je časově invariantní, jsou neměnné a vlastnosti systému se v čase nemění.



Obr. 1.2 – Dělení systémů

Dynamické vlastnosti systému je možné popsat různými způsoby. Obecně se rozlišuje vnější a vnitřní popis systému. Vnější popis systému vyjadřuje závislosti dynamických vlastností systému, při kterých se jedná o závislosti mezi jeho vstupními a výstupními veličinami. Závislost těchto veličin může být vyjádřena například pomocí diferenciálních rovnic, přenosem, přechodovou funkcí. Při popisu je možné systém chápat jako černou skříňku se vstupy a výstupy.

Vnitřní popis systému definuje závislost mezi vstupní veličinou, stavem systému a výstupní veličinou. Závislost těchto veličin je vyjádřena formou diferenciálních rovnic prvního řádu. Rovnice představují stavový popis systému. Jedná se o nejúplnější popis (Univerzita Tomáše Bati ve Zlíně).

2 STAVOVÝ POPIS DYNAMICKÉHO SYSTÉMU

Jedná se o vnitřní popis systému. Použití stavového popisu systému je oproti jiným metodám popisu výhodnější. Jeho hlavní výhoda spočívá v jednoduché interpretaci pomocí maticovém zápisu. Stavový popis umožňuje popsat i systémy s více vstupy a výstupy, u kterých je složitější vnitřní struktura (Turek, 2007).

2.1 STAVOVÝ POPIS PRO NELINEÁRNÍ A LINEÁRNÍ SYSTÉM

2.1.1 Spojitý stavový popis

Nelineární spjitý dynamický systém je popsán soustavou diferenciálních rovnic

$$\begin{aligned} \mathbf{x}'(t) &= f[\mathbf{x}(t), \mathbf{u}(t), t], \\ \mathbf{y}(t) &= g[\mathbf{x}(t), \mathbf{u}(t), t], \end{aligned} \tag{2.1}$$

kde $\mathbf{x}(t)$ je stavová veličina,

$\mathbf{u}(t)$ – vstupní veličina,

$\mathbf{y}(t)$ – výstupní veličina,

f, g – obecné funkce,

t – spjitý čas.

Jsou-li funkce f a g nelineární, jedná se o stavové rovnice spjitého nelineárního dynamického systému. V případě lineárního systému musí být dané funkce vzhledem ke stavu a řízení lineární.

Lineární spjitý systém je popsán stavovou a výstupní rovnicí

$$\mathbf{x}'(t) = \mathbf{A}\mathbf{x}(t) + \mathbf{B}\mathbf{u}(t), \tag{2.2}$$

$$\mathbf{y}(t) = \mathbf{C}\mathbf{x}(t) + \mathbf{D}\mathbf{u}(t), \tag{2.3}$$

kde $\mathbf{x}(t)$ je stavová veličina,

$\mathbf{u}(t)$ – vstupní veličina,

$\mathbf{y}(t)$ – výstupní veličina.

V rovnicích (2.2), (2.3) se dále vyskytují matice \mathbf{A} , \mathbf{B} , \mathbf{C} , \mathbf{D} ,

kde

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} a_{11}(t) & a_{12}(t) & \cdots & a_{1n}(t) \\ a_{21}(t) & a_{22}(t) & \cdots & a_{2n}(t) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{n1}(t) & a_{n2}(t) & \cdots & a_{nn}(t) \end{bmatrix} \text{ je matice systému, rozměru } (n \times n),$$

$$\mathbf{B} = \begin{bmatrix} b_{11}(t) & b_{12}(t) & \cdots & b_{1m}(t) \\ b_{21}(t) & b_{22}(t) & \cdots & b_{2m}(t) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ b_{n1}(t) & b_{n2}(t) & \cdots & b_{nm}(t) \end{bmatrix} \text{ je matice vstupu, rozměru } (n \times m),$$

$$\mathbf{C} = \begin{bmatrix} c_{11}(t) & c_{12}(t) & \cdots & c_{1n}(t) \\ c_{21}(t) & c_{22}(t) & \cdots & c_{2n}(t) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ c_{r1}(t) & c_{r2}(t) & \cdots & c_{rn}(t) \end{bmatrix} \text{ je váhová matice stavu, rozměru } (r \times n),$$

$$\mathbf{D} = \begin{bmatrix} d_{11}(t) & d_{12}(t) & \cdots & d_{1m}(t) \\ d_{21}(t) & d_{22}(t) & \cdots & d_{2m}(t) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ d_{r1}(t) & d_{r2}(t) & \cdots & d_{rm}(t) \end{bmatrix} \text{ je váhová matice vstupu, rozměru } (r \times m).$$

Mění-li se některé prvky matic \mathbf{A} , \mathbf{B} , \mathbf{C} , \mathbf{D} v čase, tak stavová rovnice (2.2) a výstupní rovnice (2.3) popisují lineární časově variantní systém. Pokud jsou všechny výše zmíněné matice konstantní, tak se jedná o systém časově invariantní.

Systém, který splňuje silnou podmínku realizovatelnosti je takový, jestli-že výstupní veličina $\mathbf{y}(t)$ závisí pouze na stavové veličině $\mathbf{x}(t)$. Rovnice výstupu (2.3) postrádá vstupní veličinu $\mathbf{u}(t)$. Rovnice obsahuje pouze stavové veličiny $\mathbf{x}(t)$. Tento systém obsahuje nulovou matici \mathbf{D} .

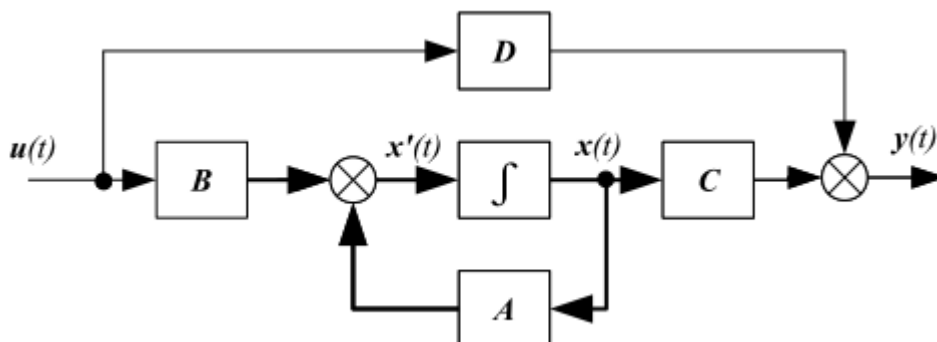
Časově invariantní systémy jsou popsány stavovou rovnicí a rovnicí výstupu

$$\mathbf{x}'(t) = \mathbf{A}\mathbf{x}(t) + \mathbf{B}\mathbf{u}(t), \quad (2.4)$$

$$\mathbf{y}(t) = \mathbf{C}\mathbf{x}(t). \quad (2.5)$$

V rovnicích (2.4), (2.5) obsahují všechny matice konstantní prvky. Počet prvků vektoru stavu $\mathbf{x}(t)$ je n . Počet prvků udává řád systému.

Lineární spojité systém v blokovém schématu, podle rovnic (2.2), (2.3) je znázorněn na obr. 2.1. Blok označený integrátorem představuje dynamiku systému. Počet integrátorů je dán řádem systému n (Univerzita Tomáše Bati ve Zlíně; Dostál, 2010).



Obr. 2.1 – Blokové schéma spojitého stavového systému

2.1.2 Diskrétní stavový popis

Diskrétní stavový popis je podobný popisu spojitému. Diskrétní systémy jsou definovány množinou času T , tady v jednotlivých navzájem izolovaných okamžicích. Co nastává, mezi těmito okamžiky, není podstatné.

Diskrétní čas lze značit k , kde $k \in T = \{\dots, 0, 1, 2, \dots\}$.

Nelineární diskretní dynamický systém je popsán soustavou rovnic

$$\begin{aligned} \mathbf{x}(k+1) &= f[\mathbf{x}(k), \mathbf{u}(k), k], \\ \mathbf{y}(k) &= g[\mathbf{x}(k), \mathbf{u}(k), k], \end{aligned} \tag{2.6}$$

kde $\mathbf{x}(k)$ je stavová veličina,

$\mathbf{u}(k)$ – vstupní veličina,

$\mathbf{y}(k)$ – výstupní veličina,

f, g – obecná funkce,

k – diskretní čas,

T – perioda vzorkování.

Když je diskretní systém lineární, tak funkce f, g jsou lineární ke stavu a řízení. Funkce f a g lze vyjádřit analogicky jako u spojitého systému pomocí matic.

Stavové rovnice lineárního diskrétního systému jsou

$$\mathbf{x}(k+1) = \mathbf{M}\mathbf{x}(k) + \mathbf{N}\mathbf{u}(k), \quad (2.7)$$

$$\mathbf{y}(k) = \mathbf{C}\mathbf{x}(k) + \mathbf{D}\mathbf{u}(k). \quad (2.8)$$

kde $\mathbf{x}(k)$ je stavová veličina systému,

$\mathbf{u}(k)$ – vstupní veličina systému,

$\mathbf{y}(k)$ – výstupní veličina systému.

Rovnice (2.7), (2.8) obsahují matice \mathbf{M} , \mathbf{N} , \mathbf{C} , \mathbf{D} ,

kde

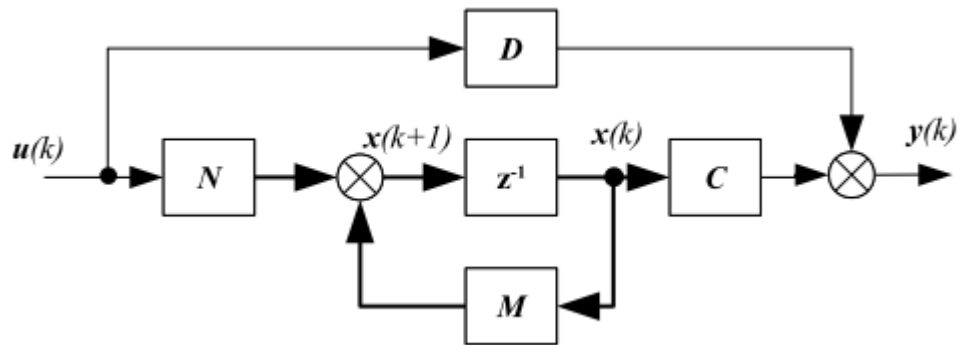
$$\mathbf{M} = \begin{bmatrix} m_{11}(k) & m_{12}(k) & \cdots & m_{1n}(k) \\ m_{21}(k) & m_{22}(k) & \cdots & m_{2n}(k) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ m_{n1}(k) & m_{n2}(k) & \cdots & m_{nn}(k) \end{bmatrix} \text{ je matice systému, rozměru } (n \times n),$$

$$\mathbf{N} = \begin{bmatrix} n_{11}(k) & n_{12}(k) & \cdots & n_{1m}(k) \\ n_{21}(k) & n_{22}(k) & \cdots & n_{2m}(k) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ n_{n1}(k) & n_{n2}(k) & \cdots & n_{nm}(k) \end{bmatrix} \text{ je matice vstupu, rozměru } (n \times m),$$

$$\mathbf{C} = \begin{bmatrix} c_{11}(k) & c_{12}(k) & \cdots & c_{1n}(k) \\ c_{21}(k) & c_{22}(k) & \cdots & c_{2n}(k) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ c_{r1}(k) & c_{r2}(k) & \cdots & c_{rn}(k) \end{bmatrix} \text{ je váhová matice stavu, rozměru } (r \times n),$$

$$\mathbf{D} = \begin{bmatrix} d_{11}(k) & d_{12}(k) & \cdots & d_{1m}(k) \\ d_{21}(k) & d_{22}(k) & \cdots & d_{2m}(k) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ d_{r1}(k) & d_{r2}(k) & \cdots & d_{rm}(k) \end{bmatrix} \text{ je váhová matice vstupu, rozměru } (r \times m).$$

Struktura lineárního diskrétního systému podle stavových rovnic (2.7), (2.8) je zobrazena na následujícím obr. 2.2.



Obr. 2.2 – Blokové schéma diskrétního stavového systému

Dynamika systému je realizována blokem, který je označen z^{-1} . Blok představuje zpoždění o jeden krok. Signál na vstupu soustavy v čase k , se tak objeví na výstupu v čase $k+1$.

Jsou-li matice M , N , C , D konstantní, tak systém je invariantní (Dostál, 2010).

2.2 PŘEVOD SPOJITÉHO SYSTÉMU NA DISKRÉTNÍ

V této části práce bude znázorněn převod spojitého systému na diskrétní. Spojitý systém je popsán stavovými rovnicemi (2.2), (2.3). Rovnice je možné popsat diskrétním způsobem, je-li spojitý čas t nahrazen diskrétním časem k podle

$$t = kh, \quad (2.9)$$

kde h je vzdálenost dvou, po sobě jdoucích okamžiků.

U systému jsou všechny veličiny měřeny jen v čase $t = kh$. Současně platí náhrada

$$\begin{aligned} \mathbf{x}(t) &= \mathbf{x}(kh) - \mathbf{x}(k), \\ \mathbf{y}(t) &\approx \mathbf{y}(k), \\ \mathbf{u}(t) &\approx \mathbf{u}(k), \end{aligned} \quad (2.10)$$

kde $\mathbf{x}(t)$ – stavová veličina ve spojitě časové oblasti,

$\mathbf{x}(k)$ – stavová veličina v diskrétní časové oblasti,

h – vzdálenost dvou časových okamžiků,

\mathbf{u} – vstupní veličina,

\mathbf{y} – výstupní veličina.

Derivace stavu $\mathbf{x}'(t)$ je nahrazena v prvním přiblížení pomocí první diference

$$\mathbf{x}'(t)|_{t=kh} \doteq \frac{\mathbf{x}((k+1)h) - \mathbf{x}(kh)}{h} = \frac{1}{h}(\mathbf{x}(k+1) - \mathbf{x}(k)). \quad (2.11)$$

Dosadí-li se vztah (2.11) do stavových rovnic, jsou získány nové rovnice

$$\mathbf{x}(k+1) = (\mathbf{E} + h\mathbf{A})\mathbf{x}(k) + \mathbf{B}h\mathbf{u}(k), \quad (2.12)$$

$$\mathbf{y}(k) = \mathbf{C}\mathbf{x}(k) + \mathbf{D}\mathbf{u}(k), \quad (2.13)$$

kde $\mathbf{x}(k)$ – stavová veličina soustavy,

$\mathbf{u}(k)$ – vstupní veličina,

$\mathbf{y}(k)$ – výstupní veličina,

\mathbf{E} – jednotková matice,

\mathbf{A} – matice systému,

\mathbf{B} – matice vstupu,

\mathbf{C} – váhová matice stavu,

\mathbf{D} – váhová matice vstupu,

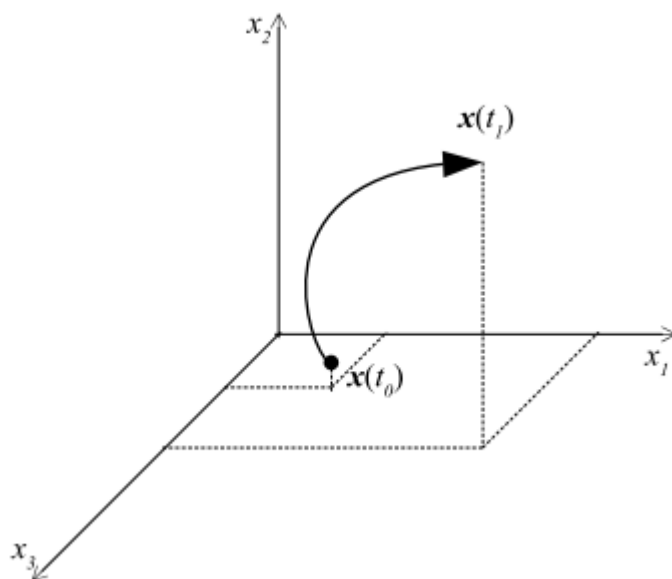
h – vzdálenost dvou okamžiků.

Tyto rovnice je možné považovat za stavové rovnice diskrétního systému. Soustava rovnic přibližně popisuje původní spojitý systém, který je definován v diskrétní množině času (Štecha, 2005).

2.3 STAVOVÁ TRAJEKTORIE

Vývoj dynamického systému je možné vyjádřit pohybem bodu v n -rozměrném prostoru. Tomuto prostoru se říká stavový. Souřadnice stavového prostoru systému tvoří stavové veličiny $\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2, \dots, \mathbf{x}_n$. Všechny souřadnice pak tvoří výsledný stavový vektor $\mathbf{x}(t)$, který se v čase mění.

Stavový vektor je definován: $\mathbf{x}(t)^T = [\mathbf{x}_1(t), \mathbf{x}_2(t), \mathbf{x}_3(t), \dots, \mathbf{x}_n(t)]$. Vektor určuje v každém časovém okamžiku souřadnice $\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2, \dots, \mathbf{x}_n$, které vymezují polohu koncového bodu vektoru stavu. Pohyb koncového bodu ve stavovém prostoru je znázorněn stavovou trajektorií (Modrlák, 2004).



Obr. 2.3 – Stavová trajektorie ve stavovém prostoru

2.4 VZTAH MEZI VNĚJŠÍM A VNITŘNÍM POPISEM

V kapitole je popsána metoda určení vnitřního popisu. Určení vnitřního popisu spočívá ve stanovení stavových rovnic systému z vnějšího popisu. Popis je uvažován na soustavě s jedním vstupem a výstupem (SISO).

Existuje několik tzv. normálních tvarů stavových rovnic, které zjednodušují strukturu daného systému. Zjednodušení struktury je možné vzhledem k vstupní, výstupní a stavové veličině systému.

Kanonický tvar, který zjednodušuje strukturu systému vzhledem k řízení, obsahuje jednoduchou matici řízení \mathbf{B} . Podobně je na tom kanonický tvar vztažený k výstupu soustavy. Ten obsahuje jednoduchou výstupní matici \mathbf{C} . Dalším tvarem je Jordanův tvar, ten má jednoduchou matici \mathbf{A} . Jordanův tvar je vztažený ke stavové veličině.

Vnější popis spojitého systému je popsán obrazovým přenosem

$$F(s) = \frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{b_{n-1}s^{n-1} + b_{n-2}s^{n-2} + \dots + b_1s + b_0}{a_n s^n + a_{n-1}s^{n-1} + \dots + a_1s + a_0} = \frac{B(s)}{A(s)}, \quad (2.14)$$

kde $F(s)$ je obrazový přenos,

$U(s)$ – Laplaceův obraz vstupní veličiny,

$Y(s)$ – Laplaceův obraz výstupní veličiny,

a_n, b_n – koeficienty diferenciální rovnice.

Diferenciální rovnice v normalizovaném tvaru, kde $a_n = 1$, která odpovídá předchozímu přenosu je

$$y^n(t) + a_{n-1}y^{n-1}(t) + \dots + a_0y(t) = b_{n-1}u^{n-1}(t) + \dots + b_0u(t) \quad (2.15)$$

(Štecha, 2005).

2.4.1 Normální forma říditelnosti

Jedná se kanonický tvar vztažený k vstupní veličině soustavy. Při odvození této formy je uvažován přenos systému (2.14).

Z přenosu je vyjádřen obraz výstupní veličiny $Y(s)$

$$\frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{B(s)}{A(s)} \rightarrow Y(s) = \frac{U(s)}{A(s)} B(s), \quad (2.16)$$

kde $U(s)$, $A(s)$ je Laplaceův obraz vstupní veličiny,

$Y(s)$, $B(s)$ – Laplaceův obraz výstupní veličiny.

Výraz $\frac{U(s)}{A(s)}$ je nahrazen pomocnou proměnnou $X(s)$, pro kterou platí

$$X(s) = \frac{U(s)}{A(s)} \rightarrow A(s) \cdot X(s) = U(s) \quad (2.17)$$

kde $X(s)$ je Laplaceův obraz stavové veličiny.

Z konečné úpravy rovnice (2.17) lze získat diferenciální rovnici pro pomocnou proměnnou $x(t)$

$$x^n(t) + a_{n-1}x^{n-1}(t) + \dots + a_1x(t) + a_0x(t) = u(t). \quad (2.18)$$

Pro obraz výstupní veličiny $Y(s)$ platí

$$Y(s) = B(s) \cdot X(s) = (b_{n-1}s^{n-1} + b_{n-2}s^{n-2} + \dots + b_1s + b_0) X(s). \quad (2.19)$$

Pro výstupní veličinu $y(t)$ platí

$$y(t) = b_{n-1}x^{n-1}(t) + b_{n-2}x^{n-2}(t) + \dots + b_1x(t) + b_0x(t), \quad (2.20)$$

kde a_n, b_n jsou koeficienty diferenciální rovnice,

$x(t)$ – stavová veličina,

$u(t)$ – vstupní veličina,

$y(t)$ – výstupní veličina.

Složky vektoru stavu se volí jako derivace pomocné veličiny $x(t)$

$$\begin{aligned} x_1(t) &= x(t), & x_1'(t) &= x_2(t), \\ x_2(t) &= x(t)', & x_2'(t) &= x_3(t), \\ \vdots & & \Rightarrow \quad \vdots & \\ x_n(t) &= x^{n-1}(t), & x_n'(t) &= -a_{n-1}x_n(t) - \dots - a_1x_2(t) - a_0x_1(t) + u(t). \end{aligned} \quad (2.21)$$

Z diferenciální rovnice (2.20) a derivací pomocné funkce (2.21) platí pro výstupní veličinu $y(t)$

$$y(t) = b_0x_1 + b_1x_2 + \dots + b_{n-2}x_{n-1} + b_{n-1}x_n. \quad (2.22)$$

Struktura matic A, B, C a ($D=0$) podle (2.2), (2.3) je

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \dots & 0 \\ & & \vdots & & \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 1 \\ -a_0 & -a_1 & -a_2 & \dots & -a_{n-1} \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}, \quad C = [b_0 \quad b_1 \quad \dots \quad b_{n-1}], \quad (2.23)$$

kde A je maticí systému,

B – matice vstupu,

C – váhová matice stavu.

Pro diskrétní popis je struktura popisu stejná, s tím že matice A, B jsou nahrazeny maticemi M, N (Modrlák, 2004; Štecha, 2005).

2.4.2 Normální forma pozorovatelnosti

Jedná se o kanonický tvar, který je vztažen k výstupní veličině systému. Je dána diferenciální rovnice (2.15). Je nutné zavést složky vektoru stavu $\mathbf{x}(t)$ jako lineární kombinace derivací vstupní a výstupní veličiny

$$\begin{aligned} \mathbf{x}_1(t) &= \mathbf{y}(t) - b_n \mathbf{u}(t), \\ \mathbf{x}_2(t) &= a_{n-1} \mathbf{y}(t) + \mathbf{y}'(t) - b_{n-1} \mathbf{u}(t) - b_n \mathbf{u}'(t), \\ &\vdots \\ \mathbf{x}_n(t) &= a_1 \mathbf{y}(t) + a_2 \mathbf{y}'(t) + \dots + \mathbf{y}^{n-1}(t) - b_1 \mathbf{u}(t) - b_2 \mathbf{u}'(t) - \dots - b_n \mathbf{u}^{n-1}(t). \end{aligned} \quad (2.24)$$

kde a_n, b_n jsou koeficienty diferenciální rovnice,

$\mathbf{x}(t)$ – stavová veličina,

$\mathbf{u}(t)$ – vstupní veličina,

$\mathbf{y}(t)$ – výstupní veličina.

Z předchozích rovnic (2.24) je možné odvodit vztah pro následující stav $\mathbf{x}_{n+1}(t)$

$$\mathbf{x}_{n+1}(t) = a_0 \mathbf{y}(t) + \dots + \mathbf{y}^n(t) - b_0 \mathbf{u}(t) - \dots - b_n \mathbf{u}^n(t) = 0. \quad (2.25)$$

Stav $\mathbf{x}_{n+1}(t)$ je roven nule, protože výraz pravé strany je roven nule. Jak plyne z diferenciální rovnice (2.15).

Výstupní rovnice je

$$\mathbf{y}(t) = \mathbf{x}_1(t) + b_n \mathbf{u}(t). \quad (2.26)$$

Výstup $\mathbf{y}(t)$ lze dosadit zpětně do rovnic (2.24), přičemž derivace $\mathbf{y}(t)$ a $\mathbf{u}(t)$ se nahradí derivacemi stavových veličin, které jsou definovány vždy rovnicí předchozí. Poté je možné psát

$$\begin{aligned} \mathbf{x}_2(t) &= a_{n-1} \mathbf{x}_1(t) + \mathbf{x}_1'(t) - (b_{n-1} - a_{n-1} b_n) \mathbf{u}(t), \\ \mathbf{x}_3(t) &= a_{n-2} \mathbf{x}_1(t) + \mathbf{x}_2'(t) - (b_{n-2} - a_{n-2} b_n) \mathbf{u}(t), \\ &\vdots \\ \mathbf{x}_n(t) &= a_1 \mathbf{x}_1(t) + \mathbf{x}_{n-1}'(t) - (b_1 - a_1 b_n) \mathbf{u}(t), \\ \mathbf{x}_{n+1}(t) &= a_0 \mathbf{x}_1(t) + \mathbf{x}_n'(t) - (b_0 - a_0 b_n) \mathbf{u}(t) = 0. \end{aligned} \quad (2.27)$$

Poslední úprava rovnic (2.27) spočívá ve vyjádření derivací stavových veličin na levou stranu rovnice. Úpravou jsou získány stavové rovnice systému.

Struktura matic $\mathbf{A}, \mathbf{B}, \mathbf{C}$ a ($\mathbf{D} = 0$) podle (2.2), (2.3) je

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} -a_{n-1} & 1 & 0 & \cdots & 0 \\ -a_{n-2} & 0 & 1 & \cdots & 0 \\ & & \vdots & & \\ -a_1 & 0 & 0 & \cdots & 1 \\ -a_0 & 0 & 0 & \cdots & 0 \end{bmatrix}, \mathbf{B} = \begin{bmatrix} b_{n-1} - b_n a_{n-1} \\ b_{n-2} - b_n a_{n-2} \\ \vdots \\ b_1 - b_n a_1 \\ b_0 - b_n a_0 \end{bmatrix}, \mathbf{C} = [1 \quad 0 \quad \cdots \quad 0], \quad (2.28)$$

kde \mathbf{A} je maticí systému,

\mathbf{B} – matice vstupu,

\mathbf{C} – váhová matice stavu.

Pro diskrétní popis systému je struktura popisu totožná. Matice \mathbf{A}, \mathbf{B} jsou nahrazeny maticemi \mathbf{M}, \mathbf{N} (Modrlák, 2004; Štecha, 2005).

3 VLASTNOSTI DYNAMICKÉHO SYSTÉMU

Hlavní úlohou při řízení dynamického systému je stanovení takové řídicí veličiny $u(t)$, která způsobí změnu systému z počátečního stavu do stavu koncového. Při existenci takové řídicí veličiny $u(t)$, která toto způsobí se hovoří o řízení. Dosažení koncového stavu je možné docílit několika způsoby. S tímto však souvisí optimalizace řízení.

Podle toho, jaké jsou počáteční a koncové stavy je rozlišována dosažitelnost a říditelnost stavu systému.

V systému jsou měřitelné veličiny obvykle vstupní a výstupní veličiny. Stavové veličiny, nacházející se uvnitř systému, jsou měření často nepřístupné. V krajním případě je jejich měření obtížné. Stav systému je určen na základě měření vstupního a výstupního signálu. Měření je možné provést na začátku, popř. na konci intervalu.

Určuje-li se stav systému na začátku intervalu měření, hovoří se o tzv. pozorovatelnosti systému. Je-li určení stavu provedeno na konci intervalu, tak se jedná o tzv. rekonstruovatelnost systému.

Pozorovatelnost a rekonstruovatelnost jsou významné při zjišťování dynamických vlastností systému. V podstatě se jedná o experimentální identifikaci systému, při které probíhá měření pozorovatelné části systému. S pozorovatelností a rekonstruovatelností je úzce spojen pozorovatel stavu systému (Štecha, 2005).

Při popisu vlastností je uvažován lineární spojité systém, který je popsán stavovou rovnicí a rovnicí výstupu. Jedná se o systém časově invariantní.

$$\mathbf{x}'(t) = \mathbf{A}\mathbf{x}(t) + \mathbf{B}u(t), \quad (3.1)$$

$$\mathbf{y}(t) = \mathbf{C}\mathbf{x}(t). \quad (3.2)$$

Podobným způsobem je možné vlastnosti uvažovat i pro systém diskrétní, který je popsán rovnicemi

$$\mathbf{x}(k+1) = \mathbf{M}\mathbf{x}(k) + \mathbf{N}u(k), \quad (3.3)$$

$$\mathbf{y}(k) = \mathbf{C}\mathbf{x}(k). \quad (3.4)$$

3.1 DOSAŽITELNOST A ŘIDITELNOST

Dosažitelnost a říditelnost jsou vlastnosti matic A a B . Vlastnosti zkoumají vztahy mezi vstupy a vnitřními stavy systému.

Stav $x(t_1)$ lineárního systému je dosažitelný, pokud existuje časový okamžik $t_0 < t_1$, v konečného intervalu $\langle t_1 - t_0 \rangle$ a vstupní řídicí veličina $u(t)$, která systém převede z počátečního stavu $x(t_0) = 0$ do stavu žádaného $x(t_1)$.

Kritérium dosažitelnosti stavu je definováno následujícím způsobem. Stav spojitého systému, kterému se vlastnosti se nemění v čase, je úplně dosažitelný, když hodnost matice dosažitelnosti

$$G_D^S = [B, AB, \dots, A^{n-1}B] \quad (3.5)$$

je rovna rozměru n stavového prostoru,

kde A je matice systému,

B – matice vstupu.

Stav $x(t_1) \neq 0$ lineárního systému je říditelný, existuje-li časový okamžik $t_2 > t_1$ a řídicí veličina $u(t)$, která tento systém změní ze stavu $x(t_1)$ do stavu $x(t_2) = 0$. Změna je provedena v konečném časovém intervalu $\langle t_2 - t_1 \rangle$.

Kritérium říditelnosti stavu je definováno následujícím způsobem. Stav spojitého systému, jehož vlastnosti se nemění v čase, je úplně říditelný, když hodnost matice říditelnosti

$$G_R^S = [B, AB, \dots, A^{n-1}B] \quad (3.6)$$

je rovna rozměru n stavového prostoru.

Kritéria (3.5),(3.6) jsou stejná. Z podmínek je patrné, že u těchto systémů je každý dosažitelný stav i stavem říditelným. Stačí tedy zkoumat pouze jejich říditelnost.

Podobným způsobem jako dosažitelnost a říditelnost stavu je možné definovat i říditelnost a dosažitelnost výstupu. Při určení říditelnosti a dosažitelnosti výstupu lze vycházet z říditelnosti a dosažitelnosti stavu s tím, že stav $x(t)$ je zaměněn výstupem $y(t)$.

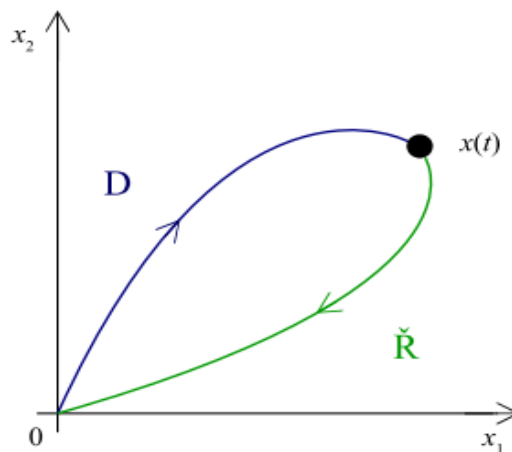
Výstup $y(t_1) \neq 0$ lineárního systému je říditelný, existuje-li časový okamžik $t_2 > t_1$ a řídicí veličina $u(t)$, která tento systém změní z počátečního výstupu $y(t_1) \neq 0$ na koncový výstup $y(t_2)$. Změna je provedena v omezeném časovém intervalu $\langle t_2 - t_1 \rangle$.

Kritérium dosažitelnosti, říditelnosti výstupu je definováno následujícím způsobem. Výstup spojitého invariantního systému je zcela dosažitelný a říditelný je-li hodnota matice dosažitelnosti, resp. říditelnosti

$$\mathbf{G}_{D,R}^V = [\mathbf{CB}, \mathbf{CAB}, \dots, \mathbf{CA}^{n-1}\mathbf{B}] \quad (3.7)$$

kde \mathbf{C} je váhová matice stavu,

rovna rozměru n stavového prostoru (Balátě,2003; Dostál, 2010).



Obr. 3.1 – Dosažitelnost a říditelnost stavu systému

3.2 POZOROVATELNOST A REKONSTRUOVATELNOST

Pozorovatelnost a rekonstruovatelnost jsou vlastnosti matic \mathbf{A} a \mathbf{C} . Vlastnosti zkoumají vztahy mezi výstupy a vnitřními stavy systému.

Stav $\mathbf{x}(t_0)$ lineárního systému je pozorovatelný, pokud jej lze určit na základě budoucích hodnot výstupního vektoru $\mathbf{y}(t)$ v konečném intervalu $\langle t-t_0 \rangle$.

Kritérium pozorovatelnosti stavu je definováno následujícím způsobem. Stav spojitého invariantního systému je plně pozorovatelný, jestliže hodnota matice pozorovatelnosti

$$\mathbf{G}_P^S = \begin{bmatrix} \mathbf{C} \\ \mathbf{CA} \\ \vdots \\ \mathbf{CA}^{n-1} \end{bmatrix} \quad (3.8)$$

je rovna rozměru n stavového prostoru,

kde \mathbf{A} je matice systému,

C – váhová matice stavu.

Stav $x(t_0)$ lineárního systému je rekonstruovatelný, pokud jej lze určit na základě předchozích hodnot vektoru výstupu $y(t)$ v konečném časovém intervalu $\langle t_0 - t \rangle$.

I zde platí, že systém, jehož vlastnosti se nemění v čase je zcela pozorovatelný, tak se jedná i o systém zcela rekonstruovatelný. Obráceně však podmínka neplatí (Modrlák, 2004; Štecha, 2005).

3.3 STABILIZOVATELNOST

Další z vlastností dynamického systému je stabilizovatelnost. Systém je popsán stavovou rovnicí (3.1). V rovnici může být matice A nestabilní. Nestabilní matice A udává, že systém je nestabilní. Stabilizaci lze provést v rámci zpětnovazebního regulátoru, který je dán rovnicí

$$u(t) = -R x(t), \quad (3.9)$$

kde $u(t)$ je akční veličina,

$x(t)$ – stavy soustavy,

R – matice regulátoru.

Musí platit existence matice R takové, že matice $(A - BR)$ v rovnici

$$x'(t) = (A - BR)x(t), \quad (3.10)$$

je stabilní.

Pro vlastní čísla matice $A - BR$ platí: $\text{Re } \lambda_i < 0$ pro $i = 1, 2, 3, \dots, n$,

kde λ_i jsou vlastní čísla matice.

Podmínka stabilizovatelnosti je v podstatě podmínkou pro stabilitu uzavřeného regulačního obvodu, ve kterém je nestabilní soustava. Vstupem zpětnovazebního členu jsou stavové veličiny. Systém, který je říditelný je i stabilizovatelný (Mikleš, 1986).

4 ODHAD STAVU

Reálný proces je vyjádřen pomocí matematického modelu, který je možné získat identifikací. Matematický model je definován stavovými rovnicemi. V rovnicích figuruje stavový vektor, který určuje vnitřní stav systému v určitém čase. Složky stavového vektoru jsou neměřitelné.

Aby mohla být uplatněna teorie stavového prostoru při řízení dané soustavy, je potřeba neměřitelný stav soustavy odhadovat na základě měření vstupní veličiny $u(t)$ a výstupní veličiny $y(t)$.

Je-li získání stavového vektoru provedeno tímto způsobem, tak je možné hovořit o odhadu stavového vektoru. Odhad stavového vektoru lze provést s využitím vhodně zapojených prvků. Tomuto zapojení se říká estimátor.

V praxi však může být výstupní veličina $y(t)$ systému zatížena šumovým signálem. Je-li šum přítomný ve výstupní veličině, tak jsou tímto šumem zatíženy i stavové veličiny. Šumový signál je potřeba za účelem řízení minimalizovat. Odhad stavu se v tomto případě nazývá Kalmanovou estimací.

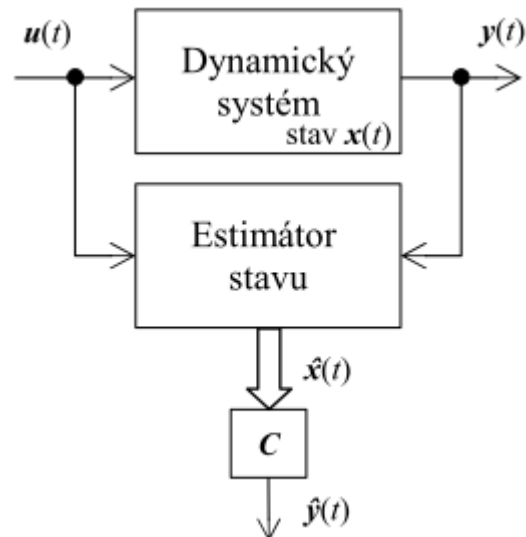
Pokud výstupní veličina $y(t)$ není zatížena šumem, tak lze předpokládat i jeho absenci ve stavové veličině. V tomto případě je označení estimace stavu deterministické. Tento estimátor je navržen Luenbergem, označuje se také jako deterministický estimátor.

Základní myšlenka při návrhu deterministické a Kalmanovy estimace je podmíněna znalostí stavového modelu, tedy jeho matic A , B , C , D příp. M , N , C , D .

Je nutné, aby bylo možné měřit vstupní a výstupní signál soustavy. Následně lze simulovat uzavřený obvod, který obsahuje soustavu a estimátor. Estimátor je možné navrhnout pro spojitou i diskrétní verzi stavového popisu. Rozlišuje se estimátor úplného nebo redukovaného řádu (Modrlák, 2004).

4.1 ESTIMÁTOR ÚPLNÉHO ŘÁDU

V případě úplného řádu estimátoru je jeho řád roven řádu soustavy n . Estimátor odhaduje všechny stavy soustavy, které jsou měřitelné i neměřitelné.



Obr. 4.1 – Schéma deterministického estimátoru

Chyba odhadu stavového vektoru je vyjádřena

$$\hat{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{x}(t) - \Delta\mathbf{x}(t), \quad (4.1)$$

kde $\mathbf{x}(t)$ jsou stavy soustavy,

$\Delta\mathbf{x}(t)$ – rozdíl skutečných a odhadnutých stavů.

Dále je potřeba vyjádřit derivaci odhadu stavového vektoru

$$\hat{\mathbf{x}}'(t) = \mathbf{x}'(t) - \Delta\mathbf{x}'(t) \Rightarrow \Delta\mathbf{x}'(t) = \mathbf{x}'(t) - \hat{\mathbf{x}}'(t), \quad (4.2)$$

kde $\mathbf{x}'(t)$ je derivace stavu soustavy,

$\Delta\mathbf{x}'(t)$ – rozdíl odhadnutých a skutečných derivací stavů.

Deterministický estimátor úplného řádu je definován rovnicí

$$\hat{\mathbf{x}}'(t) = \mathbf{A}_E \hat{\mathbf{x}}(t) + \mathbf{B}_E \mathbf{u}(t) + \mathbf{H}_E \mathbf{y}(t), \quad (4.3)$$

kde $\mathbf{x}(t)$ jsou stavy soustavy,

\mathbf{A}_E – matice soustavy v estimátoru,

\mathbf{B}_E – matice vstupu v estimátoru,

\mathbf{H}_E – matice estimátoru,

$u(t)$ – vstupní veličina soustavy,

$y(t)$ – výstupní veličina soustavy.

Dále je nutné určit matice A_E, B_E a H_E , tak aby se vektor odhadu stavu $\hat{x}(t)$ blížil skutečnému vektoru stavu $x(t)$.

Po dosazení rovnice (4.3) do upravené rovnice (4.2) platí

$$\begin{aligned} \Delta x'(t) &= Ax + Bu - A_E \hat{x}(t) - B_E u(t) - H_E y(t) = Ax(t) + Bu(t) - A_E x(t) + \\ &A_E \Delta x(t) - B_E u(t) - H_E (Cx(t) + Du(t)) = (A - A_E - H_E C) x(t) + \\ &(B - B_E - H_E D) u(t) + A_E \Delta x(t), \end{aligned} \quad (4.4)$$

kde A – matice soustavy,

B – matice vstupu,

C – váhová matice stavu,

D – váhová matice vstupu.

Z (4.4) je možné vyjádřit matice estimátoru A_E a B_E , s využitím výrazů:

$$A - A_E - H_E C = 0, \quad B - B_E - H_E D = 0. \quad (4.5)$$

Dosazením výrazů (4.5), které definují podmínku autonomnosti estimace, do rovnice (4.4) lze předpokládat

$$\Delta x'(t) = A_E \Delta x(t). \quad (4.6)$$

Matice estimátoru A_E a B_E jsou

$$A_E = A - H_E C, \quad B_E = B - H_E D. \quad (4.7)$$

Dosazením vztahu (4.2) do (4.6) je možné psát

$$\Delta x'(t) = A_E \Delta x(t) = A_E (x'(t) - \hat{x}'(t)). \quad (4.8)$$

$$\begin{aligned} \hat{x}'(t) &= x'(t) - A_E (x'(t) - \hat{x}'(t)) = Ax(t) + Bu(t) - Ax(t) + A\hat{x}(t) + \\ &H_E C (x(t) - \hat{x}(t)) = A\hat{x}(t) + Bu(t) + H_E C (x(t) - \hat{x}(t)) = \\ &A\hat{x}(t) + Bu(t) + H_E (y(t) - \hat{y}(t)). \end{aligned} \quad (4.9)$$

Návrh estimátoru je tedy následující. V prvním kroku návrhu estimátoru je spočítat $\det(\lambda E - A_E) = \det(\lambda E - A - H_E C)$, $(\lambda - \lambda_1)(\lambda - \lambda_2) \dots = 0$,

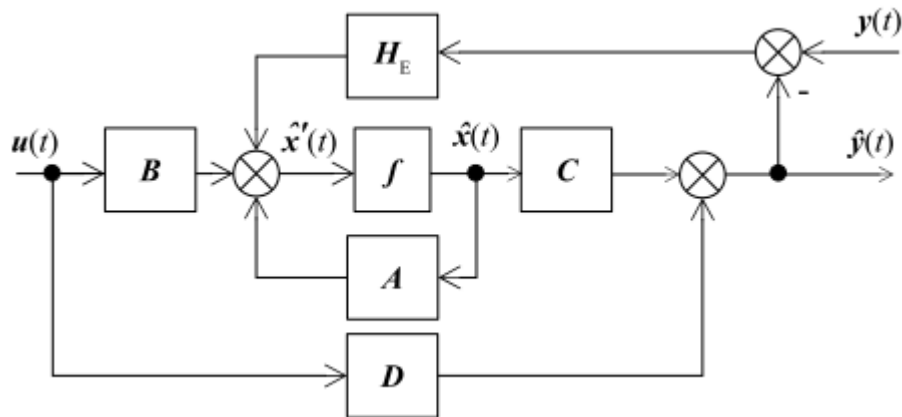
kde E je jednotková matice,

λ – vlastní číslo.

Následně mohou být vyčísleny matice A_E , B_E ,

$$A_E = A - H_E C, \quad B_E = B - H_E D, \quad (4.10)$$

(Kupka, 2016).



Obr. 4.2 – Estimátor úplného řádu

4.2 ESTIMÁTOR REDUKOVANÉHO ŘÁDU

Rozdíl předchozího estimátoru a estimátoru redukováného spočívá v tom, že redukováný estimátor je nižšího řádu, než je řád systému n . Estimace nezahrnuje stavové veličiny, které je možné měřit.

Při návrhu je uvažován stavový popis, který je popsán soustavou rovnic

$$\begin{aligned} \mathbf{x}'(t) &= \mathbf{A}\mathbf{x}(t) + \mathbf{B}u(t), \\ \mathbf{y}(t) &= \mathbf{C}\mathbf{x}(t) + \mathbf{D}u(t), \end{aligned} \quad (4.11)$$

kde A – matice soustavy,
 B – matice vstupu,
 C – váhová matice stavu,
 D – váhová matice vstupu,
 $u(t)$ – vstupní veličina soustavy,
 $y(t)$ – výstupní veličina soustavy,
 $x(t)$ – stavy soustavy.

Stavový vektor tvoří dvě části: $\mathbf{x}(t) = \begin{bmatrix} \mathbf{x}_M(t) \\ \mathbf{x}_E(t) \end{bmatrix}$,

kde $\mathbf{x}_M(t)$ je měřená část stavu,

$\mathbf{x}_E(t)$ – odhadovaná část stavu.

Stavová rovnice je

$$\mathbf{x}'(t) = \begin{bmatrix} \mathbf{A}_{11} & \mathbf{A}_{12} \\ \mathbf{A}_{21} & \mathbf{A}_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{x}_M(t) \\ \mathbf{x}_E(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{B}_1 \\ \mathbf{B}_2 \end{bmatrix} \mathbf{u}(t). \quad (4.12)$$

Odhadovaná část stavového vektoru je

$$\mathbf{x}_E(t) = \mathbf{A}_{21}\mathbf{x}_M(t) + \mathbf{A}_{22}\mathbf{x}_E(t) + \mathbf{B}_2\mathbf{u}(t), \quad (4.13)$$

$$\hat{\mathbf{x}}_E'(t) = \mathbf{A}_E\hat{\mathbf{x}}_E(t) + \mathbf{B}_E\mathbf{u}(t) + \mathbf{H}_E\mathbf{x}_M(t), \quad (4.14)$$

$$\Delta\mathbf{x}_E(t) = \mathbf{x}_E(t) - \hat{\mathbf{x}}_E(t), \quad (4.15)$$

$$\Delta\mathbf{x}_E'(t) = \mathbf{x}_E'(t) - \hat{\mathbf{x}}_E'(t). \quad (4.16)$$

kde \mathbf{A}_E – matice soustavy v estimátoru,

\mathbf{B}_E – matice vstupu v estimátoru,

\mathbf{H}_E – matice estimátoru.

S využitím předchozích rovnic je možné získat

$$\begin{aligned} \Delta\mathbf{x}_E'(t) &= \mathbf{A}_{21}\mathbf{x}_M(t) + \mathbf{A}_{22}\mathbf{x}_E(t) + \mathbf{B}_2\mathbf{u}(t) - (\mathbf{A}_E\mathbf{x}_E(t) + \mathbf{B}_E\mathbf{u}(t) + \mathbf{H}_E\mathbf{x}_M(t)) = \\ &= \mathbf{A}_{22}\mathbf{x}_E(t) - \mathbf{A}_E\hat{\mathbf{x}}_E(t) + (\mathbf{A}_{21} - \mathbf{H}_E)\mathbf{x}_M(t) + (\mathbf{B}_2 - \mathbf{B}_E)\mathbf{u}(t). \end{aligned} \quad (4.17)$$

Při uvažování podmínky autonomnosti platí

$$\mathbf{A}_{21} - \mathbf{H}_E = 0, \quad \mathbf{B}_2 - \mathbf{B}_E = 0. \quad (4.18)$$

Dále s využitím $|\mathbf{A}_E = \mathbf{A}_{22}|$ je

$$\Delta\mathbf{x}_E'(t) = \mathbf{A}_E\mathbf{x}_E(t) - \mathbf{A}_E\hat{\mathbf{x}}_E(t) = \mathbf{A}_E\Delta\mathbf{x}_E(t). \quad (4.19)$$

Výše uvedené lze použít za předpokladu, že matice \mathbf{A}_E je stabilní. Pokud matice stabilní není, tak je nutné použít pomocnou transformaci. Pomocná transformace je provedena následujícím způsobem

$$\hat{\mathbf{x}}_E = \mathbf{x}_E - \mathbf{Q}\mathbf{x}_M(t), \quad (4.20)$$

kde \mathbf{Q} je matice estimátoru.

Matice \mathbf{Q} musí být stanovena v průběhu návrhu estimátoru.

$$\mathbf{x}(t) = \begin{bmatrix} \mathbf{x}_M(t) \\ \mathbf{x}_E(t) \end{bmatrix} \Rightarrow \hat{\mathbf{x}}(t) = \begin{bmatrix} \mathbf{x}_M(t) \\ \hat{\mathbf{x}}_E(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{E}_1 & \mathbf{0} \\ -\mathbf{Q} & \mathbf{E}_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{x}_M(t) \\ \mathbf{x}_E(t) \end{bmatrix} = \mathbf{T}^{-1} \mathbf{x}(t), \quad (4.21)$$

kde \mathbf{T} je matice pomocné transformace.

$$\text{Pro pomocnou transformaci platí: } \mathbf{T}^{-1} = \begin{bmatrix} \mathbf{E}_1 & \mathbf{0} \\ -\mathbf{Q} & \mathbf{E}_2 \end{bmatrix} \Rightarrow \mathbf{T} = \begin{bmatrix} \mathbf{E}_2 & \mathbf{0} \\ \mathbf{Q} & \mathbf{E}_1 \end{bmatrix},$$

kde \mathbf{E} jsou jednotkové matice, různé velikosti.

Stavový vektor je

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} \mathbf{x}'_M(t) \\ \tilde{\mathbf{x}}'_E(t) \end{bmatrix} &= (\mathbf{T}^{-1} \mathbf{A} \mathbf{T}) \begin{bmatrix} \mathbf{x}_M(t) \\ \tilde{\mathbf{x}}_E(t) \end{bmatrix} + (\mathbf{T}^{-1} \mathbf{B}) \mathbf{u}(t) = \\ &= \begin{bmatrix} \mathbf{E}_1 & \mathbf{0} \\ -\mathbf{Q} & \mathbf{E}_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{A}_{11} & \mathbf{A}_{12} \\ \mathbf{A}_{21} & \mathbf{A}_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{E}_2 & \mathbf{0} \\ \mathbf{Q} & \mathbf{E}_1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{x}_M(t) \\ \tilde{\mathbf{x}}_E(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{E}_1 & \mathbf{0} \\ -\mathbf{Q} & \mathbf{E}_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{B}_1 \\ \mathbf{B}_2 \end{bmatrix} \mathbf{u}(t) = \\ &= \begin{bmatrix} \mathbf{A}_{11} \mathbf{A}_{22} \mathbf{Q} & \mathbf{A}_{12} \\ \mathbf{P} & \mathbf{R} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{x}_M(t) \\ \tilde{\mathbf{x}}_E(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{B}_1 \\ \mathbf{S} \end{bmatrix} \mathbf{u}(t), \end{aligned} \quad (4.22)$$

\mathbf{P} , \mathbf{R} , \mathbf{S} a $\tilde{\mathbf{x}}'_E(t)$ lze dopočítat podle vztahů

$$\mathbf{P} = \mathbf{H}_E = \mathbf{A}_{21} + \mathbf{A}_{22} \mathbf{Q} - \mathbf{Q} \mathbf{A}_{11} - \mathbf{Q} \mathbf{A}_{12} \mathbf{Q}, \quad (4.23)$$

$$\mathbf{R} = \mathbf{A}_E = \mathbf{A}_{22} - \mathbf{Q} \mathbf{A}_{12}, \quad (4.24)$$

$$\mathbf{S} = \mathbf{B}_E = \mathbf{B}_2 - \mathbf{Q} \mathbf{B}_1, \quad (4.25)$$

$$\tilde{\mathbf{x}}'_E(t) = \mathbf{P} \mathbf{x}_M(t) + \mathbf{R} \tilde{\mathbf{x}}_E(t) + \mathbf{S} \mathbf{u}(t). \quad (4.26)$$

Rovnice estimátoru je

$$\hat{\tilde{\mathbf{x}}}'_E(t) = \mathbf{A}_E \hat{\tilde{\mathbf{x}}}_E(t) + \mathbf{H}_E \mathbf{x}_M(t) + \mathbf{B}_E \mathbf{u}(t), \quad (4.27)$$

$$\tilde{\mathbf{x}}_E(t) = \hat{\tilde{\mathbf{x}}}_E(t) + \mathbf{Q} \mathbf{x}_M(t), \quad (4.28)$$

$$\Delta \tilde{\mathbf{x}}_E(t) = \tilde{\mathbf{x}}_E(t) - \hat{\tilde{\mathbf{x}}}_E(t). \quad (4.29)$$

$$\begin{aligned} \hat{\tilde{\mathbf{x}}}'_E(t) &= \mathbf{R} \mathbf{x}_E(t) - \mathbf{A} \hat{\tilde{\mathbf{x}}}_E(t) + (\mathbf{P} - \mathbf{H}_E) \mathbf{x}_M(t) + (\mathbf{S} - \mathbf{B}_E) \mathbf{u}(t) = \\ &= |\mathbf{A}_E = \mathbf{R}| = \mathbf{A}_E (\tilde{\mathbf{x}}_E(t) - \hat{\tilde{\mathbf{x}}}_E(t)) = \mathbf{A}_E \Delta \tilde{\mathbf{x}}_E(t). \end{aligned} \quad (4.30)$$

Matice A_E musí být stabilní. Stabilitu zajistíme volbou Q přidáním stupně volnosti.

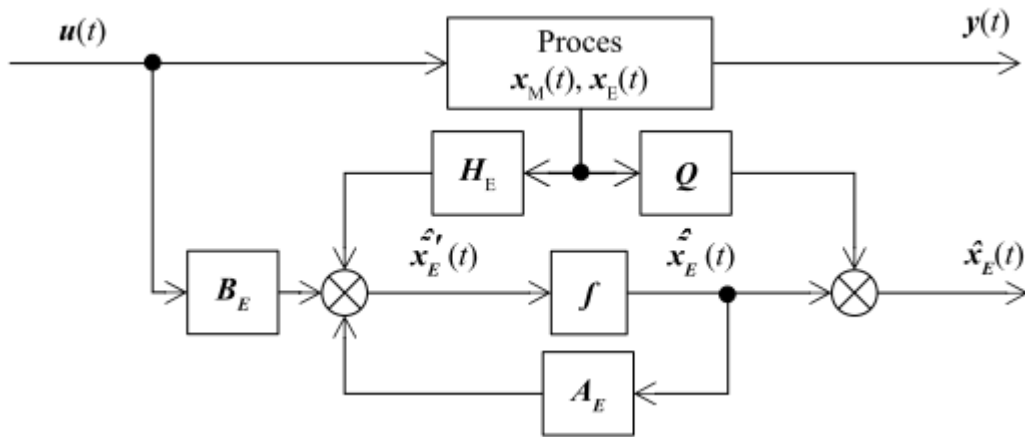
Samotný návrh probíhá v několika krocích. Nejprve je určen determinant $(\lambda E - A_E) = \det(\lambda E - A_{22} - QA_{21}) = (\lambda - \lambda_1)(\lambda - \lambda_2)\dots$, kde $\forall \lambda_i \operatorname{Re}\{\lambda_i\} < 0; i = 1, 2, 3, \dots$, tedy leží v záporné polorovině jednotkové kružnice.

Dále jsou určeny matice P, R, S podle rovnic (4.23), (4.24), (4.25) a

$$\hat{\tilde{x}}_E(t) \rightarrow \tilde{x}_E(t), \quad (4.31)$$

$$\tilde{x}_E(t) = \hat{\tilde{x}}_E(t) + Qx_M(t). \quad (4.32)$$

Programové schéma je zobrazeno na následujícím obr. 4.3.



Obr. 4.3 – Estimátor redukovaného řádu

Diskrétní verze estimátoru je obdobou spojité verze. Matice A_E, B_E jsou nahrazeny maticemi M_E, N_E (Kupka, 2016).

4.3 KALMANOVA FILTRACE

Kalmanovu filtraci je možné využít je-li výstupní signál $y(t)$ zatížen šumovým signálem. Výskyt šumu ve výstupní veličině $y(t)$ znamená, že šum se vyskytuje i ve stavovém vektoru $x(t)$.

Stavové rovnice systému jsou modifikovány do tvaru

$$x(k+1) = Mx(k) + Nu(k) + \omega(k), \quad (4.33)$$

$$y(k) = Cx(k) + v(k), \quad (4.34)$$

kde $\mathbf{x}(k)$ je stavová veličina soustavy,
 $\mathbf{u}(k)$ – vstupní veličina soustavy,
 $\mathbf{y}(k)$ – výstupní veličina soustavy,
 $\boldsymbol{\omega}(k), \mathbf{v}(k)$ – vektor náhodného nezávislého šumu,
 \mathbf{M} – matice systému,
 \mathbf{N} – matice vstupu,
 \mathbf{C} – váhová matice stavu.

Rovnice estimátoru je

$$\hat{\mathbf{x}}(k+1) = \mathbf{M}_E \hat{\mathbf{x}}(k) + \mathbf{N}_E \mathbf{u}(k) + \mathbf{H}_E (\mathbf{y}(k) - \mathbf{C} \hat{\mathbf{x}}(k)), \quad (4.35)$$

kde $\mathbf{M}_E, \mathbf{N}_E, \mathbf{H}_E$ jsou matice estimátoru.

Chybu odhadu lze definovat

$$\Delta \mathbf{x}(k+1) = \mathbf{x}(k+1) - \hat{\mathbf{x}}(k+1) = \mathbf{M} \hat{\mathbf{x}}(k) + \mathbf{N} \mathbf{u}(k) + \boldsymbol{\omega}(k) - \{ \mathbf{M} \hat{\mathbf{x}}(k) + \mathbf{N} \mathbf{u}(k) + \mathbf{H}_E [\mathbf{y}(k) - \mathbf{C} \hat{\mathbf{x}}(k)] \}. \quad (4.36)$$

Je-li vyjádřena výstupní veličina $\mathbf{y}(k)$, která se rovná

$$\mathbf{y}(k) = \mathbf{C} \mathbf{x}(k) + \mathbf{v}(k). \quad (4.37)$$

Dále je možné vyjádřit chybu odhadu

$$\Delta \mathbf{x}(k+1) = (\mathbf{M} - \mathbf{H}_E \mathbf{C}) \Delta \mathbf{x}(k) + \boldsymbol{\omega}(k) - \mathbf{H}_E \mathbf{v}(k). \quad (4.38)$$

Při analýze chyby odhadu je patrné, že vektory $\boldsymbol{\omega}(k)$ a $\mathbf{v}(k)$ jsou náhodné. Vektory představují náhodný proces. Matice \mathbf{M}, \mathbf{C} jsou definovány a matici \mathbf{H}_E je potřeba určit. Matici \mathbf{H}_E lze vypočítat pomocí funkce *kalman*, kterou nabízí MATLAB. Syntaxe příkazu je:

$$[\text{kest}, \mathbf{H}_E, \mathbf{P}] = \text{kalman}(\text{sys}, \mathbf{Q}_N, \mathbf{R}_N, \mathbf{N}_N),$$

kde *kest* je model Kalmanova estimátoru,

\mathbf{H}_E – matice Kalmanova estimátoru,

\mathbf{P} – kovarianční matice chyby odhadu,

\mathbf{Q}_N – kovarianční matice bílého šumu $\boldsymbol{\omega}(k)$,

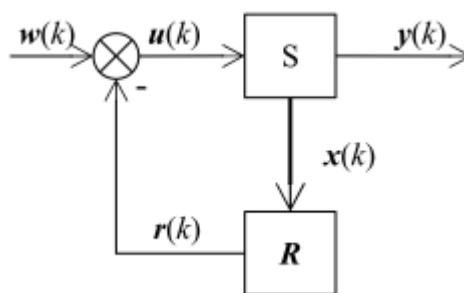
\mathbf{R}_N – kovarianční matice vektoru šumu $\mathbf{v}(k)$,

\mathbf{N}_N – kovarianční matice $E \{ \boldsymbol{\omega}(k) \mathbf{v}^T(k) \}$, (Modrlák, 2004).

5 STAVOVÁ REGULACE

Teorie řízení ve stavovém prostoru vychází ze znalosti stavového popisu. S využitím stavové teorii řízení je možné řídit i systémy, u kterých běžná teorie řízení neposkytuje dobrých výsledků. Princip regulátoru ve stavovém prostoru je založena na tom, že přesune póly regulované soustavy. Póly regulované soustavy jsou definovány jmenovatelem přenosu.

Návrh regulačního členu a návrh estimátoru stavu probíhá nezávisle, tj. bez interakce. Nutnou podmínkou stavového řízení při výpočtu akční veličiny je znalost stavové veličiny. Dále bude uvažována diskrétní verze regulátoru (Balátě, 2003).



Obr. 5.1 – Diskrétní stavový regulátor

Systém je definován maticemi M , N , C a D , která je nulová. Jedná se tak o ryze dynamický systém. Matice M je stabilní.

Pro soustavu platí

$$\begin{aligned} \mathbf{x}(k+1) &= \mathbf{M}\mathbf{x}(k) + \mathbf{N}\mathbf{u}(k), \\ \mathbf{y}(k) &= \mathbf{C}\mathbf{x}(k) + \mathbf{D}\mathbf{u}(k), \end{aligned} \quad (5.1)$$

kde $\mathbf{x}(k)$ je stavová veličina,

$\mathbf{u}(k)$ – vstupní veličina,

$\mathbf{y}(k)$ – výstupní veličina,

\mathbf{M} – matice systému,

\mathbf{N} – matice vstupu,

\mathbf{C} – váhová matice stavu,

\mathbf{D} – váhová matice vstupu.

Pro regulátor platí

$$\mathbf{r}(k) = \mathbf{R}\mathbf{x}(k), \quad (5.2)$$

kde $\mathbf{r}(k)$ je regulační zásah,

$x(k)$ – stavová veličina,

R – matice regulátoru.

Akční zásah je definován

$$u(k) = w(k) - r(k), \quad (5.3)$$

kde $u(k)$ je akční veličina,

$w(k)$ – žádaná veličina.

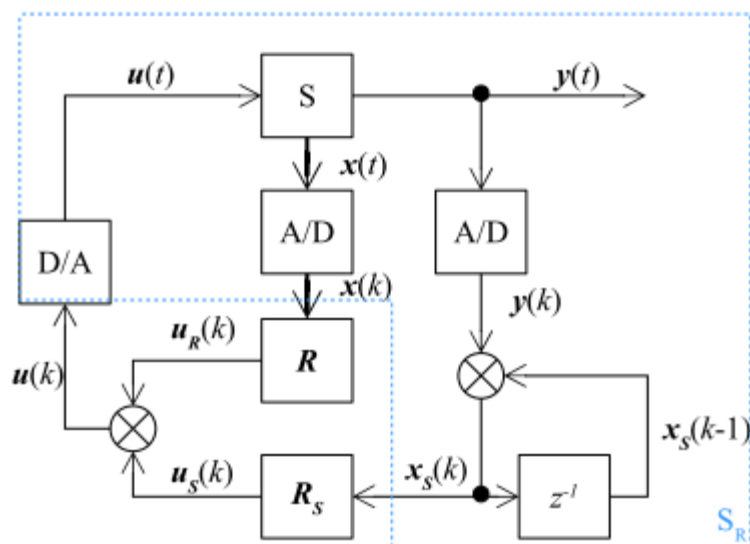
Z rovnice (5.2) je patrné, že se jedná o stavový proporcionální regulátor.

5.1 REGULAČNÍ OBVOD S ASTATICKÝM ČLENEM

Výše zobrazený regulátor na obr. 5.1 nedokáže dostatečně odstranit účinky vnější poruchy. Jedná se tedy o obdobu proporcionálního regulátoru, při kterém se vyskytuje trvalá regulační odchylka. Z tohoto důvodu je do obvodu začleněn astatický člen, který trvalou regulační odchylku odstraní.

Do obvodu je přidán sumátor a blok představující zpoždění. Výstupem těchto dvou bloků je další stavová veličina $x_s(k)$, které je definována jako součet regulačních odchylek.

Zavedením astatického členu do regulované soustavy je dynamika soustavy rozšířena o jeden řád.



Obr. 5.2 – Struktura regulačního obvodu s astatickým členem

Diskrétní stavový model soustavy, ryze dynamický, podle (5.1) je

$$\begin{aligned} \mathbf{x}(k+1) &= \mathbf{M}\mathbf{x}(k) + \mathbf{N}\mathbf{u}(k), \\ \mathbf{y}(k) &= \mathbf{C}\mathbf{x}(k), \end{aligned} \quad (5.4)$$

kde $\mathbf{x}(k)$ je stavová veličina,

$\mathbf{u}(k)$ – vstupní veličina,

$\mathbf{y}(k)$ – výstupní veličina,

\mathbf{M} – matice systému,

\mathbf{N} – matice vstupu,

\mathbf{C} – váhová matice stavu.

Pro nově zavedenou stavovou veličinu $\mathbf{x}_S(k)$ platí

$$\begin{aligned} \mathbf{x}_S(k) &= \mathbf{x}_S(k-1) + \mathbf{y}(k), \\ \mathbf{x}_S(k+1) &= \mathbf{x}_S(k) + \mathbf{y}(k+1). \end{aligned} \quad (5.5)$$

Stavovou veličinu $\mathbf{x}_S(k+1)$ lze vyjádřit

$$\begin{aligned} \mathbf{x}_S(k+1) &= \mathbf{x}_S(k) + \mathbf{C}\mathbf{x}(k+1) = \mathbf{x}_S(k) + \mathbf{C}(\mathbf{M}\mathbf{x}(k) + \mathbf{N}\mathbf{u}(k)) = \\ &= \mathbf{x}_S(k) + \mathbf{C}\mathbf{M}\mathbf{x}(k) + \mathbf{C}\mathbf{N}\mathbf{u}(k). \end{aligned} \quad (5.6)$$

Pro stavový popis regulované soustavy S_R , který obsahuje rozšířenou dynamiku, platí

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} \mathbf{x}(k+1) \\ \mathbf{x}_S(k+1) \end{bmatrix} &= \underbrace{\begin{bmatrix} \mathbf{M} & \mathbf{0} \\ \mathbf{C}\mathbf{M} & \mathbf{E} \end{bmatrix}}_{\mathbf{M}_R} \begin{bmatrix} \mathbf{x}(k) \\ \mathbf{x}_S(k) \end{bmatrix} + \underbrace{\begin{bmatrix} \mathbf{N} \\ \mathbf{C}\mathbf{N} \end{bmatrix}}_{\mathbf{N}_R} \mathbf{u}(k), \\ \mathbf{y}(k) &= \underbrace{\begin{bmatrix} \mathbf{C} & \mathbf{0} \end{bmatrix}}_{\mathbf{C}_R} \begin{bmatrix} \mathbf{x}(k) \\ \mathbf{x}_S(k) \end{bmatrix}, \end{aligned} \quad (5.7)$$

kde \mathbf{M}_R je rozšířená matice systému,

\mathbf{N}_R – rozšířená matice vstupu,

\mathbf{C}_R – rozšířená váhová matice stavu.

Rozšířený stavový popis je definován

$$\begin{aligned} \mathbf{x}_R(k+1) &= \mathbf{M}_R \mathbf{x}_R(k) + \mathbf{N}_R \mathbf{u}(k), \\ \mathbf{y}(k) &= \mathbf{C}_R \mathbf{x}_R(k), \end{aligned} \quad (5.8)$$

kde $\mathbf{x}_R(k+1)$ je rozšířený stavový vektor, obsahující astatickou složku.

Ackermannova formule je tvaru

$$\mathbf{R}_R = [\mathbf{R} \quad \mathbf{R}_S] = -[0 \quad 0 \quad \dots \quad 0 \quad 1] \mathbf{G}_R^{-1} \Delta(\mathbf{M}_R), \quad (5.9)$$

kde \mathbf{G}_R je rozšířená matice říditelnosti, která je

$$\mathbf{G}_R = \begin{bmatrix} \mathbf{N}_R & \mathbf{M}_R \mathbf{N}_R & \dots & \mathbf{M}_R^{n-1} \mathbf{N}_R \end{bmatrix}. \quad (5.10)$$

Pro konečný počet kroků regulace platí

$$\Delta \mathbf{M}_R = \mathbf{M}_R^{n+1}. \quad (5.11)$$

Astatický člen způsobí, že regulátor je schopen regulovat na nulovou regulační odchylku. Při návrhu je možné využít funkci *acker*. Syntaxe toho příkazu je

$$\mathbf{R}_R = -\text{acker}(\mathbf{M}, \mathbf{N}, \mathbf{P}),$$

kde \mathbf{M} je matice systému,

\mathbf{N} – je matice vstupu,

\mathbf{P} – matice požadovaných pólů.

(Kupka, 2016; Modrlák, 2004).

5.2 METODY NÁVRHU REGULÁTORU

5.2.1 Návrh stavového regulátoru metodou zadání pólů

Metoda je založena na volbě vlastních čísel uzavřeného regulačního obvodu. Polohou vlastních čísel v Gaussově rovině je ovlivněna dynamika regulačního obvodu.

Jsou-li vlastní čísla volena nulová, tak se jedná o extrémní případ nastavení regulátoru. Regulátor vykoná regulaci v konečném počtu kroků, přičemž využívá velkých akčních zásahů. Velké akční zásahy mohou vést k nestabilnímu chování soustavy. Regulace je však velmi rychlá. Počet kroků regulace je úměrný řádu soustavy n .

Úkolem při řízení v konečném počtu kroků spočívá ve stanovení takových hodnot akční veličiny $\mathbf{u}(k)$, aby bylo vyrovnáno vychýlení řízené soustavy.

S využitím výše zmíněných výrazů (5.1), (5.2), (5.3) lze psát

$$\begin{aligned} \mathbf{x}(k+1) &= \mathbf{M}\mathbf{x}(k) + \mathbf{N}(\mathbf{w}(k) - \mathbf{r}(k)) = (\mathbf{M} - \mathbf{N}\mathbf{R})\mathbf{x}(k) + \mathbf{N}\mathbf{w}(k), \\ \mathbf{y}(k) &= \mathbf{C}\mathbf{x}(k) + \mathbf{D}(\mathbf{w}(k) - \mathbf{r}(k)) = (\mathbf{C} - \mathbf{D}\mathbf{R})\mathbf{x}(k) + \mathbf{D}\mathbf{w}(k). \end{aligned} \quad (5.12)$$

Regulovaná soustava musí být rozvážena vnitřně. Platí $\mathbf{x}(0) \neq 0$, $\mathbf{w}(k) = 0$. Vývoj stavového vektoru $\mathbf{x}(k)$ je

$$\begin{aligned} \mathbf{x}(0) &\neq 0, \\ \mathbf{x}(1) &= (\mathbf{M} - \mathbf{NR})\mathbf{x}(0), \\ \mathbf{x}(2) &= (\mathbf{M} - \mathbf{NR})\mathbf{x}(1) = (\mathbf{M} - \mathbf{NR})^2 \mathbf{x}(0), \\ &\vdots \\ \mathbf{x}(n) &= (\mathbf{M} - \mathbf{NR})^n \mathbf{x}(0). \end{aligned} \quad (5.13)$$

Aby byl systém stabilní, tak musí být poloha vlastních čísel λ matice dynamiky uzavřeného obvodu $(\mathbf{M} - \mathbf{NR})$ ve stabilní oblasti. V případě diskrétní verze musí být poloha vlastních čísel zmíněné matice uvnitř jednotkové kružnice. Určení polohy vlastních čísel pomocí volby matice regulátoru \mathbf{R} pro SISO systém je jednoznačné (n vlastních čísel a n prvků matice \mathbf{R}). V případě systému MIMO není určení polohy vlastních čísel jednoznačné.

Pokud je regulátor navržen vhodně, tak počáteční rozvážení je možné v n krocích eliminovat. Regulátor je navržen tak, že všechny vlastní čísla matice $(\mathbf{M} - \mathbf{NR})$ jsou nulová a matice je nilpotentní.

$$\mathbf{x}(n) = (\mathbf{M} - \mathbf{NR})^n \mathbf{x}(0) = 0. \quad (5.14)$$

Princip návrhu je

$$\begin{aligned} \mathbf{x}(k+1) &= \mathbf{M}\mathbf{x}(k) + \mathbf{N}\mathbf{u}(k), \\ \mathbf{x}(k+2) &= \mathbf{M}\mathbf{x}(k+1) + \mathbf{N}\mathbf{u}(k+1) = \mathbf{M}^2\mathbf{x}(k) + \mathbf{M}\mathbf{N}\mathbf{u}(k) + \mathbf{N}\mathbf{u}(k+1). \end{aligned} \quad (5.15)$$

Obecně pro stav $\mathbf{x}(k+n)$ platí

$$\begin{aligned} \mathbf{x}(k+n) &= \mathbf{M}\mathbf{x}(k+n-1) + \mathbf{N}\mathbf{u}(k+n-1) = \\ &= \mathbf{M}^n \mathbf{x}(k) + \mathbf{M}^{n-1} \mathbf{N}\mathbf{u}(k) + \mathbf{M}^{n-2} \mathbf{N}\mathbf{u}(k+1) + \dots + \mathbf{M}\mathbf{N}\mathbf{u}(k+n-1) + \mathbf{N}\mathbf{u}(k+n-1). \end{aligned} \quad (5.16)$$

Rovnici (5.16) je možné vyjádřit obecně

$$\mathbf{x}(k+n) = \mathbf{M}^n \mathbf{x}(k) + \begin{bmatrix} \mathbf{N} & \mathbf{MN} & \dots & \mathbf{M}^{n-1} \mathbf{N} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \mathbf{u}(k+n-1) \\ \mathbf{u}(k+n-2) \\ \vdots \\ \mathbf{u}(k) \end{bmatrix}, \quad (5.17)$$

kde \mathbf{G}_R je matice říditelnosti, která je rovna $\begin{bmatrix} \mathbf{N} & \mathbf{MN} & \dots & \mathbf{M}^{n-1} \mathbf{N} \end{bmatrix}$.

Pro návrh regulace v konečném počtu kroku platí

$$\mathbf{M}^n \mathbf{x}(k) + \mathbf{G}_R \cdot \begin{bmatrix} \mathbf{u}(k+n-1) \\ \mathbf{u}(k+n-2) \\ \vdots \\ \mathbf{u}(k) \end{bmatrix} = 0. \quad (5.18)$$

Nyní je vhodné vyjádřit vektor akčních zásahů

$$\begin{bmatrix} u(k+n-1) \\ u(k+n-2) \\ \vdots \\ u(k) \end{bmatrix} = -\mathbf{G}_R^{-1} \mathbf{M}^n \mathbf{x}(k) \Rightarrow \mathbf{u}(k) = -\underbrace{[0 \ 0 \ \dots \ 0 \ 1] \mathbf{G}_R^{-1} \mathbf{M}^n}_{\mathbf{R}} \mathbf{x}(k), \quad (5.19)$$

kde \mathbf{R} je matice regulátoru.

Při této metodě návrhu je využito Ackermannovy formule, která je rozdílná pro systémy SISO a MIMO.

Ackermannova formule definována pro systém jedním vstupem a výstupem je

$$\mathbf{R} = -[0 \ 0 \ \dots \ 0 \ 1] \mathbf{G}_R^{-1} \Delta(\mathbf{M}), \quad (5.20)$$

$$\Delta(\lambda) = (\lambda - \lambda_1)(\lambda - \lambda_2) \dots (\lambda - \lambda_n) = \lambda^n + a_{n-1} \lambda^{n-1} + \dots + a_1 \lambda + a_0, \quad (5.21)$$

$$\Delta(\mathbf{M}) = \mathbf{M}^n - a_{n-1} \mathbf{M}^{n-1} + \dots + a_1 \mathbf{M} + a_0 \mathbf{E}. \quad (5.22)$$

Pro systém s více vstupy a výstupy je Ackermannova formule

$$\mathbf{R} = -[0 \ 0 \ \dots \ 0 \ \mathbf{E}] \mathbf{G}_R^{-1} \Delta(\mathbf{M}).$$

Jak bylo uvedeno výše, tak polohu vlastních čísel pro systém MIMO není možné určit jednoznačně. Při návrhu lze využít funkci *acker*, která je přítomna v prostředí MATLAB (Kupka, 2016, Slapnička, 2010).

5.2.2 Návrh stavového regulátoru s využitím kvadratického kritéria

Při návrhu regulátoru se využívá kvadratické kritérium, které vyjadřuje kvalitu regulačního pochodu. Kritérium je určeno v konečném časovém intervalu, v němž dojde k ustálení přechodového děje.

Základní myšlenka spočívá v tom, že se hledá posloupnost akčních zásahů. Touto posloupností musí být možné se dostat z jakéhokoliv stavu do počátečního stavu, myšleno ve stavovém prostoru. Důležité je, aby posloupnost byla definována v minimálním počtu kroků.

Formálně upravené kvadratické kritérium lze vyjádřit ve tvaru

$$J = \sum_{j=1}^{N-1} \left(\mathbf{x}_j^T \mathbf{Q} \mathbf{x}_j + \mathbf{u}_j^T \mathbf{L} \mathbf{u}_j \right) + \mathbf{x}_N^T \mathbf{P}_N \mathbf{x}_N, \quad (5.23)$$

kde \mathbf{Q} je váhová matice odchylky stavové veličiny,

\mathbf{L} – váhová matice akční veličiny,

Matice \mathbf{Q} a \mathbf{L} jsou váhové. Jedná se o symetrické matice, jejichž vlastní čísla jsou kladná. Matice \mathbf{L} je pro SISO systém skalárem.

Při návrhu regulátoru podle kvadratického kritéria je možné maticemi \mathbf{Q} , \mathbf{L} a \mathbf{P} ovlivnit rychlost a kvalitu regulačního pochodu.

Pro akční veličinu $\mathbf{u}(k)$ a regulátor platí

$$\mathbf{u}(k) = -\mathbf{R} \mathbf{x}(k), \quad (5.24)$$

$$\mathbf{R} = \mathbf{G}_j^{-1} \mathbf{N}^T \mathbf{P}_{j+1} \mathbf{M} = \left(\mathbf{L} + \mathbf{N}^T \mathbf{P}_{j+1} \mathbf{N} \right)^{-1} \mathbf{N}^T \mathbf{P}_{j+1} \mathbf{M}. \quad (5.25)$$

Riccatiho rovnice je definována

$$\mathbf{P}_j = \mathbf{Q} + \mathbf{M}^T \mathbf{P}_{j+1} \mathbf{M} - \mathbf{M}^T \mathbf{P}_{j+1} \mathbf{N} \mathbf{G}_j^{-1} \mathbf{N}^T \mathbf{P}_{j+1} \mathbf{M}. \quad (5.26)$$

Dále je rozlišována tvrdá a měkká verze regulátoru. Rozdíl spočívá v penalizaci akční veličiny. Pro tvrdý regulátor je matice $\mathbf{L} = [0]$. Pro měkký regulátor je matice $\mathbf{L} = [1]$. Matici \mathbf{P}_N je vhodné volit tak, aby vyšla velická. Tím je docíleno rychlého ustálení regulačního děje.

Pro tvrdý regulátor, který není penalizován, je například možné volit matice

$$\mathbf{Q} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \mathbf{L} = [0], \mathbf{P}_N = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 100 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}. \quad (5.27)$$

Pro měkký regulátor, který je výrazně penalizován, je matice možné zvolit

$$\mathbf{Q} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \mathbf{L} = [1], \mathbf{P}_N = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 100 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}. \quad (5.28)$$

(Kupka, 2016; Slapnička, 2010).

6 STABILITA SYSTÉMU

Stabilita je základní požadavek, který je kladen na regulační obvod. Regulační obvod je stabilní, jestliže po vychýlení regulačního obvodu z rovnovážného stavu a odeznění působících veličin, které tuto odchylku způsobily, se regulační obvod časem znovu vrátí do původního rovnovážného stavu. Stabilita dynamického systému je podmíněna polohou všech pólů přenosové funkce. Tedy kořenů charakteristického polynomu. Póly musí ležet v určité oblasti komplexní roviny. Pro spojitý systém se oblast nachází v levé polorovině Gaussovy roviny. V levé komplexní polorovině jsou stabilní póly a nuly. V pravé polorovině jsou nestabilní póly a nuly. Čím jsou stabilní póly více vzdáleny od imaginární osy, tím je přechodový děj více tlumen.

Přenosová funkce je

$$F(s) = \frac{Y(s)}{U(s)} = C(sE - A)^{-1} B + D = C \frac{\text{adj}(sE - A)}{\det(sE - A)} B + D, \quad (6.1)$$

kde $F(s)$ je spojitý přenos systému,

$Y(s)$ – Laplaceův obraz výstupní veličiny,

$U(s)$ – Laplaceův obraz vstupní veličiny,

C – váhová matice stavu

E – jednotková matice,

A – matice systému,

B – matice vstupu,

D – váhová matice vstupu.

Z přenosové funkce je patrné, že charakteristický polynom je shodný s polynomem $\det(sE - A)$. Kořeny jsou vlastní čísla matice A a jsou totožné s póly přenosové funkce.

Zcela analogicky je možné uvažovat i diskrétní systém, který je popsán přenosovou funkcí

$$F(z) = \frac{Y(z)}{U(z)} = C(sE - M)^{-1} N + D = C \frac{\text{adj}(sE - M)}{\det(sE - M)} N + D, \quad (6.2)$$

kde $F(z)$ je diskrétní přenos systému,

$Y(z)$ – Z-obraz výstupní veličiny,

$U(z)$ – Z-obraz vstupní veličiny,

C – váhová matice stavu

E – jednotková matice,

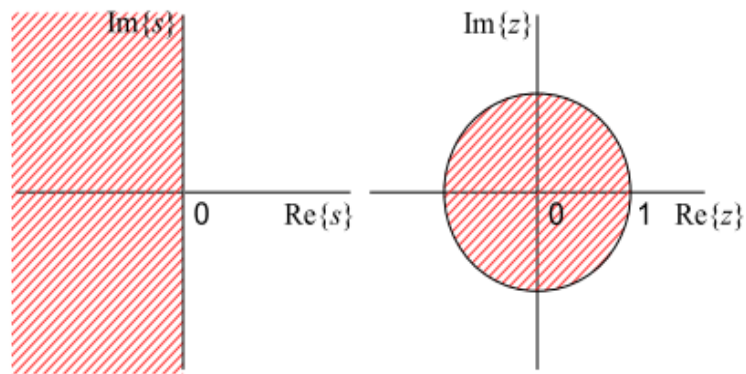
M – matice systému,

N – matice vstupu,

D – váhová matice vstupu.

V případě diskrétního systému je oblast stability uvnitř jednotkové kružnice. Je důležité sledovat polohu pólů a nul právě vůči této kružnici (mez stability). Póly a nuly, které leží uvnitř jednotkové kružnice, jsou stabilní. Leží-li mimo tuto oblast jsou nestabilní.

Oblasti stability jsou zobrazeny na obr. 6.1. Stabilní oblast pro spojitý systém je zobrazena v levé části obrázku. V pravé části je znázorněna oblast stability pro diskrétní systém (Balátě, 2003; Wagnerová, 2000).



Obr. 6.1 – Oblast stability pro spojitý a diskrétní systém

7 IDENTIFIKACE

Identifikace je proces, při kterém je snaha získat matematický popis reálného systému. Při identifikaci je potřeba stanovit parametry modelu a struktura. Strukturou je myšlen řád, typ diferenciální, diferenční rovnice (lineární, nelineární), soustava rovnic nebo přenos. Přenos systému vyjadřuje matematickou závislost výstupní veličiny na veličině vstupní. Parametry představují koeficienty rovnic nebo přenosu. Pokud je určována struktura, tak se jedná o strukturální identifikaci. Při určování parametrů se jedná o parametrickou identifikaci.

Zkoumaný systém lze identifikovat analyticky nebo empiricky. Analytická identifikace je provedena na základě matematicko-fyzikální analýzy a empirická identifikace využívá experimentálního měření (Vrožina, 2012).

7.1 ANALYTICKÁ IDENTIFIKACE

Analytická identifikace využívá matematického modelu, který je sestaven na základě matematicko-fyzikální analýzy. Při odvozování se zpravidla vychází z technologického nebo konstrukčního řešení systému. Požadavek je kladen na respektování fyzikálních, chemických či matematických zákonů, které popisují probíhající děje v systému. Jsou získány vztahy mezi sledovanými veličinami. Snaha je určit vztahy mezi vstupními a výstupními veličinami soustavy.

Vztahy definují matematický model, který vyjadřuje popis systému. Přesnost matematického modelu závisí na účelu jeho použití. Obecně lze říci, že čím podrobnější analýza je provedena, tím je model přesnější a výstižnější. Před identifikací je nutné stanovit použití modelu, aby nebyl příliš složitý a nezahrnoval v sobě nepotřebné detaily.

K tomuto přístupu jsou nutné velké znalosti z matematické, fyzikální, technologické oblasti. Analýza je často složitá, proto je vhodné zjednodušovat. Výhoda této metody spočívá ve vytvoření abstraktního modelu, který má velké uplatnění. Na modelu lze následně provádět simulaci a není tak možné nenávratné poškození systému (Vrožina, 2012).

7.2 EMPIRICKÁ IDENTIFIKACE

Experimentální identifikace vyšetřuje dynamické vlastnosti systému. Metoda spočívá v tom, že je provedeno identifikačním měření. U této metody je třeba přítomnost fyzické soustavy, z které jsou získána data k následné identifikaci. Data poskytují informace výstupního signálu v závislosti na signálu vstupním. Na soustavu je potřeba působit vhodnými signály a

zaznamenávat odezvu výstupů. Výhoda této metody spočívá v její jednoduchosti. Problém může nastat s cenovou náročností měřicího vybavení. Experimentální identifikace není podmíněna velkými znalostmi, na rozdíl od analytické analýzy. Model takto získaný popisuje konkrétní reálné zařízení.

V praxi je často využíváno obou kombinací. Nejprve je vytvořen matematicko-fyzikální model. Model je následně zpřesněn pomocí dat, které jsou získána měřením. Získané parametry z reálného systému jsou dosazeny do modelu a tím je provedeno zpřesnění. Následně je provedena simulace vytvořeného modelu a jsou porovnány výstupní signály modelu a reálného systému. Je však nutné, aby vstupní signál modelu a reálného systému byl totožný.

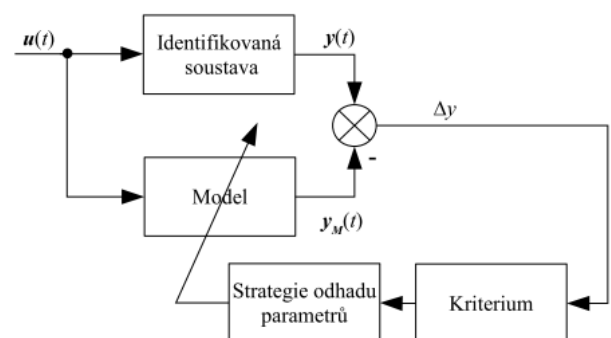
Výstupní data ze simulace matematického modelu a experimentálního měření, které je provedeno na reálném modelu se mohou lišit. Tento rozdíl je možné do určité míry odstranit vhodnou změnou parametru matematického modelu. Změnu parametru je vhodné provést jen v určitém rozsahu, který je definovaný fyzikálními vlastnostmi systému.

K identifikaci neznámých parametrů lze použít mnoho metod. Mezi nejpoužívanější metody patří metoda nejmenších čtverců. Metoda se využívá při regresní analýze k aproximaci naměřených hodnot nějakou známou funkcí. Metoda hledá vhodné kritérium, které je stanoveno pomocí součtu kvadrátů odchylek daných průběhů.

Experimentální identifikaci lze provést dvěma způsoby. Identifikaci je možné realizovat on-line nebo off-line. On-line identifikace je provedena v reálném čase přímo na reálné soustavě. U off-line identifikace se provede měření s cílem získání dat. Následuje jejich zpracování, které je provedeno mimo zkoumané zařízení. Struktura identifikačního schématu je znázorněna na obr. 7.1.

Při off-line identifikaci je k dispozici soubor měření, ve kterém je vektor vstupu $u(t)$ a vektor výstupu $y(t)$ v definovaném čase t .

Na obr. 7.1 je znázorněno schéma identifikace. U off-line identifikace blok identifikovaná soustava je nahrazen souborem měření. Této identifikace je v práci využito (Vrožina, 2012; Noskievič, 1999).



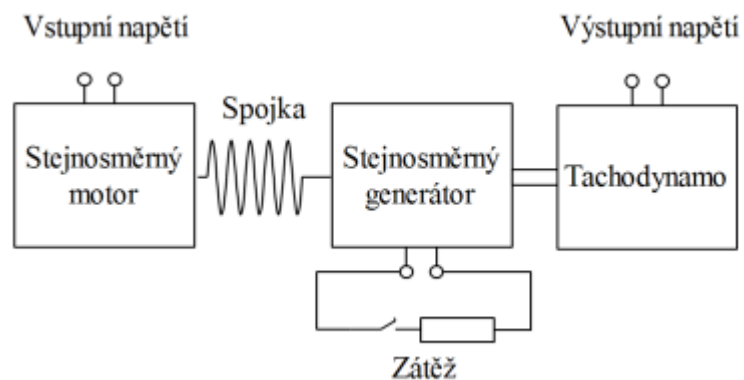
Obr. 7.1 – Struktura identifikace

8 LABORATORNÍ SOUSTAVA MOTOR-GENERÁTOR

8.1 POPIS SOUSTAVY

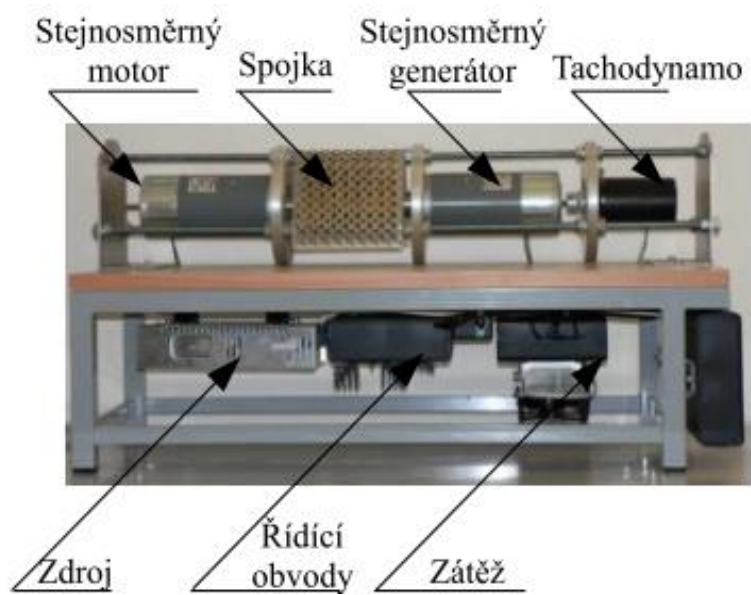
Jedná se o laboratorní soustavu, která je vytvořena za účelem řízení. Na soustavě lze provádět matematicko-fyzikální analýzu, experimentální identifikaci, simulaci.

Soustava je tvořena z několika částí. První část tvoří stejnosměrný motor, který je spojen prostřednictvím pevné spojky ke stejnosměrnému generátoru. Otáčky generátoru jsou snímány pomocí tachodynamu. Schéma laboratorní soustavy je znázorněno na obr. 8.1.



Obr. 8.1 – Blokové schéma soustavy

Soustava je napájena síťovým napětím 230 V/50 Hz. Vstupní napětí $u(t)$, kterým se řídí otáčky stejnosměrného motoru, je možné volit v rozsahu od 0 V do 10 V. Výstupní napětí je definováno napětím tachodynamu. Toto napětí je rovněž výstupním signálem $y(t)$ soustavy. Výstupní napětí je v rozsahu 0 V až 10 V. Laboratorní model dále obsahuje 12V zdroj, kterým jsou napájeny řídicí obvody. Na obr. 8.2 je zobrazen laboratorní model (Modrlák, 2006).



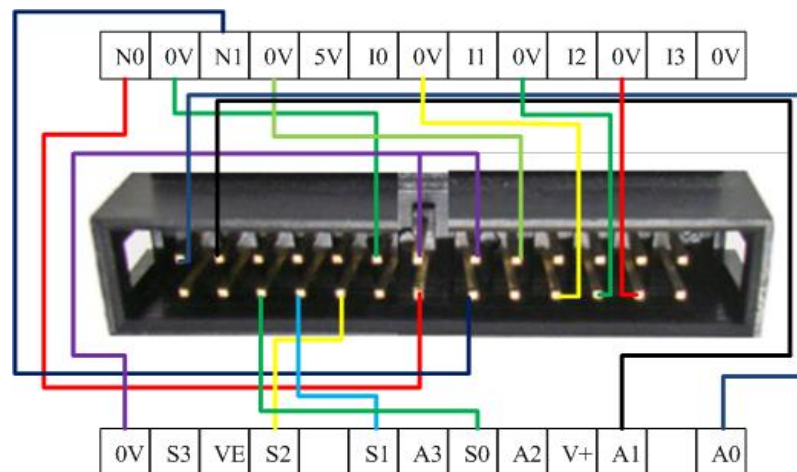
Obr. 8.2 – Laboratorní model (Modrlák, 2006)

8.2 KOMUNIKACE SOUSTAVY S PC

Komunikace soustavy se stolním počítačem je zprostředkována pomocí multifunkční měřicí karty MF634 od společnosti Humusoft. Karta disponuje kompletní sadou periférií pro běžné měřicí a řídicí aplikace. Ke kartě jsou dostupné knihovny pro vývoj v MATLABu a ovladače Simulink Desktop Real-Time.

Karta obsahuje osm 14-bitových A/D převodníků, přičemž je možné vzorkovat současně všechny kanály. Dále obsahuje osm 14-bitových D/A převodníků. Digitální část zahrnuje 4 kanály vstupů pro inkrementální snímače, 4 čítače/časovače určené k měření frekvence, čítání pulzů, generování PWM (Humusoft s.r.o.).

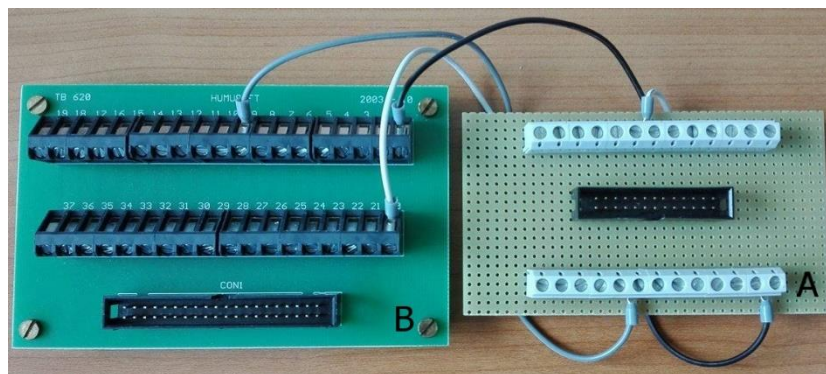
Na měřicí kartě jsou v této práci využity analogové vstupy a výstupy. K laboratornímu modelu se lze připojit ke konektoru. Jednotlivé signály konektoru laboratorního modelu jsou popsány na obr. 8.3.



Obr. 8.3 – Konektor laboratorního modelu

Signály z konektoru laboratorní soustavy jsou připojeny na desku A pomocí plochého AWG kabelu, který obsahuje 26 vodičů. Ze svorkovnice desky A jsou vyvedeny pouze 3 signály, k připojení desky B. Jedná se o vstupní signál soustavy A0 (černý), výstupní signál N0 (bílý) a společná nula 0V (šedý). Tyto 3 signály, jsou připojeny na terminálovou desku B, tedy na svorku číslo 1, 9, 20.

Deska B je připojena k měřicí kartě MF634 pomocí plochého vodiče, který obsahuje 40 vodičů. Karta je vsazena do sběrnice PCI Express, která je přítomná na základní desce stolního počítače. Spojení desky A s deskou B je zobrazeno na obr. 8.4.



Obr. 8.4 – Spojení desek

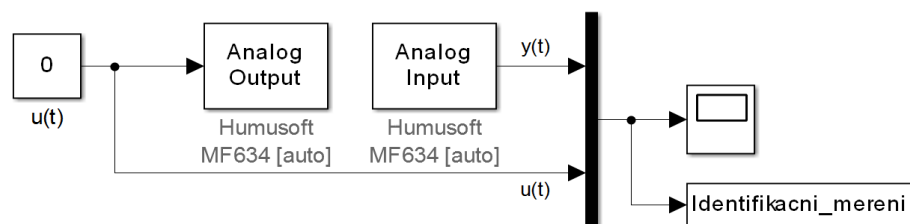
9 NÁVRH STAVOVÉHO ŘÍZENÍ SOUSTAVY

Tato kapitola je praktickou částí práce. Kapitola obsahuje návrh stavového řízení identifikované soustavy motor-generátor s využitím MATLABu, resp. Simulinku a následné řízení laboratorní soustavy. Praktická část začíná identifikací laboratorního modelu. Identifikací je získán přenos systému, který představuje matematický model. Z identifikovaného přenosu je určen vnitřní popis systému. Na základě něj je proveden návrh estimátoru a stavových regulátorů. Následně je provedeno řízení laboratorního modelu s využitím estimátor. Ke srovnání je soustava řízena PI regulátorem.

Laboratorní soustava se mění v čase spojitě, z tohoto důvodu budou dále matice uvedeny pro spojitý stavový popis. Pro potřeby diskrétního regulátoru budou matice diskretizovány.

9.1 IDENTIFIKACE SOUSTAVY

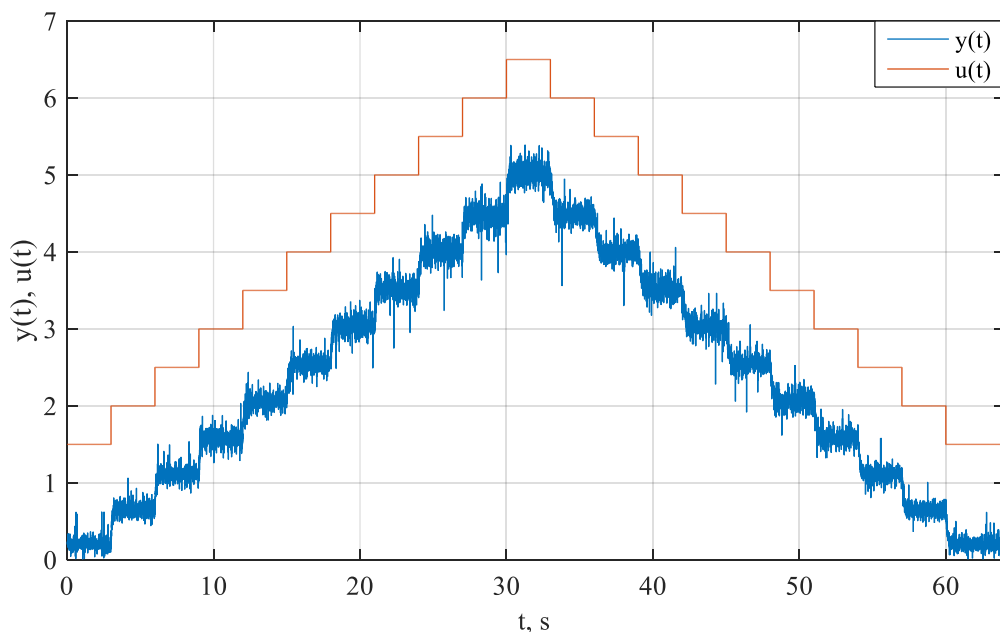
Při návrhu stavového řízení soustavy motor-generátor je provedena nejprve identifikace dané laboratorní soustavy. Identifikace je provedena off-line způsobem. Data, která byla získána měřením, jsou identifikována mimo experimentální měření. Schéma je vytvořeno s využitím Simulink Desktop Real-Time. Schéma slouží k záznamu dat je zobrazeno na obr. 9.1.



Obr. 9.1 – Schéma k identifikaci systému

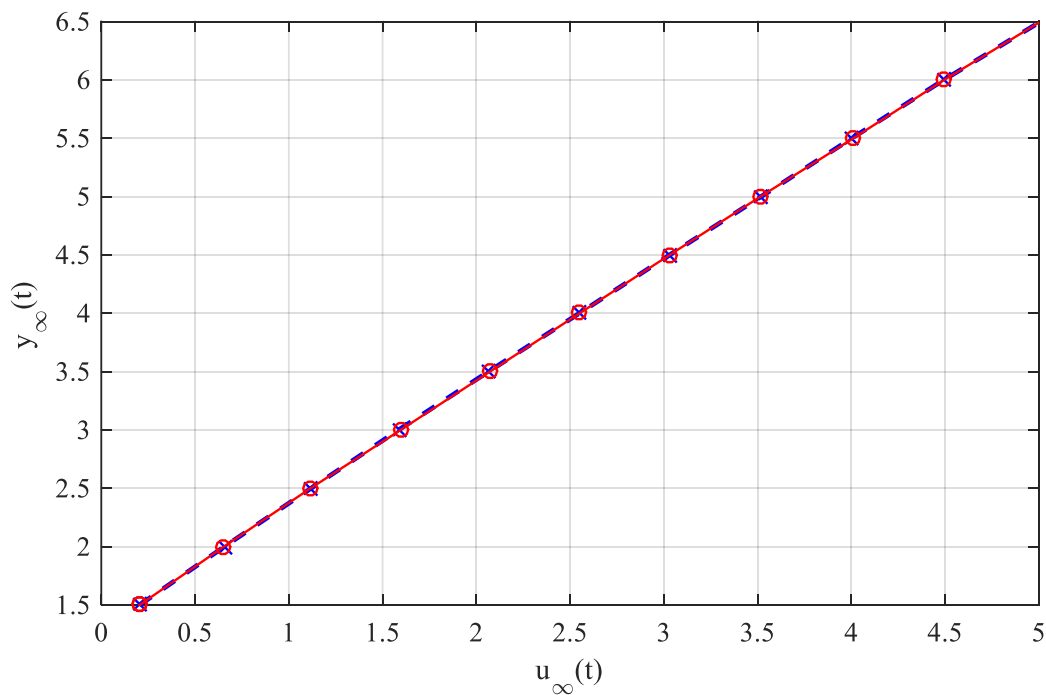
V blocích *Analog Output* a *Analog Input* je možné volit mimo jiné i vzorkovací periodu. Jelikož se jedná o rychlou soustavu, tak je zvolena vzorkovací perioda 0,001 sekundy. Velikost periody je zvolena s přihlédnutím na maximální počet ztracených vzorků.

Na vstup soustavy je přivedena posloupnost hodnot budící veličiny $u(t)$ a bylo zaznamenáno chování modelu, které popisuje výstupní veličina $y(t)$. Měření bylo provedeno v celém funkčním rozsahu soustavy motor-generátor. Data, která byla získána měřením laboratorní soustavy, jsou znázorněna na obr. 9.2.



Obr. 9.2 – Měření statické charakteristiky

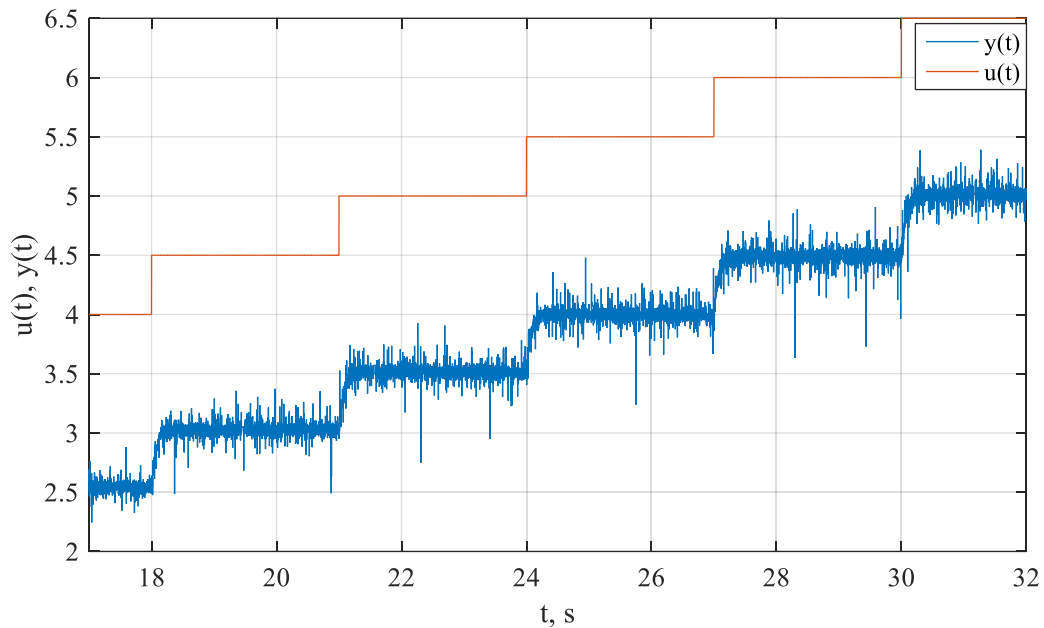
Z obr. 9.2 je patrné, že se může jednat o lineární soustavu. Dále je znázorněna statická charakteristika, která definuje závislost výstupní veličiny $y(t)$ na vstupní veličině $u(t)$ v ustáleném stavu. Na obr. 9.3 je vidět, že rozdíl při zvyšování a snižování napětí je zanedbatelný. Téměř se jedná o lineární charakteristiku.



Obr. 9.3 – Statická charakteristika

Z celého funkčního rozsahu soustavy (obr. 9.2) je vybrána oblast, ve které bude snaha soustavu řídit. Pracovní oblast, která byla vybrána, se nachází v rozsahu od 4 V do 6,5 V. V tomto rozsahu bude provedena identifikace systému.

Při identifikaci je nutné data posunout do počátku, protože přenos získaný identifikací je definován při nulových počátečních podmínkách. Obr. 9.4 znázorňuje oblast pracovního rozsahu, která bude podrobena identifikaci.



Obr. 9.4 – Oblast pracovního bodu

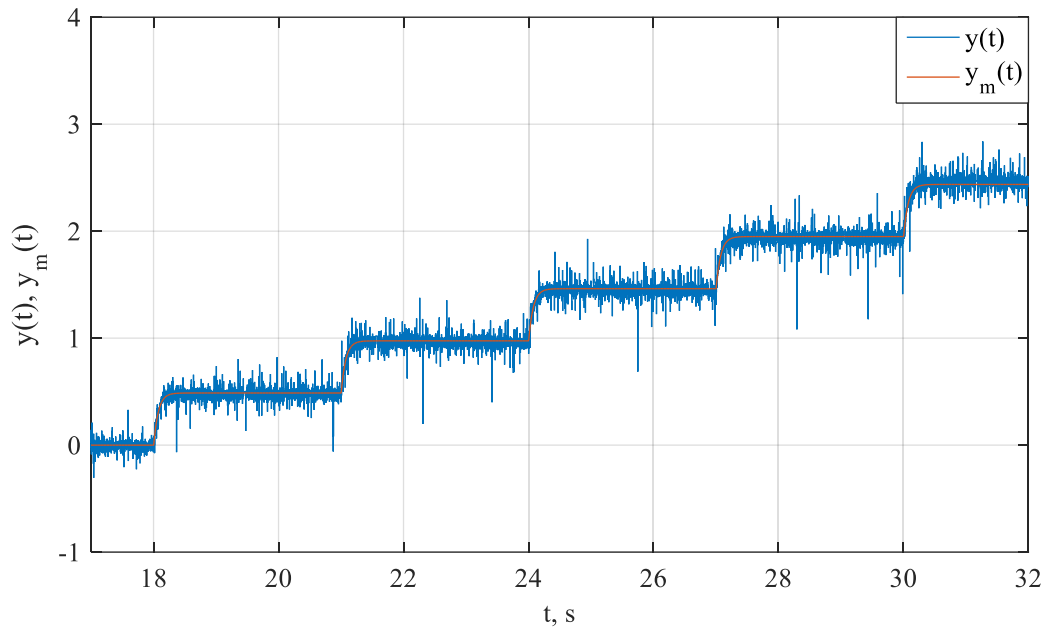
Při identifikaci dochází k proložení měřených dat zvoleným modelem. Cíl je najít parametry zvoleného modelu, tak aby došlo k co nejpřesnější shodě modelu s naměřenými daty. V identifikaci je využito funkce *fminsearch*, která hledá minimum funkce. Navrhovaný model obsahuje více proměnných. Hledání minima začíná návrhem odhadovaných parametrů. Funkce vrací nalezené parametry modelu.

Při hledání přenosu je důležité odhadnout řád soustavy, kterým budou data proložena. Nabízí se přenos prvního, druhého a vyššího řádu. Vyšší řád přenosu obsahuje více časových konstant, z nichž některé mohou být zanedbatelné.

Z toho důvodu data byla aproximována přenosem prvního a druhého řádu. Na základě kritéria, které je formulováno: $K = (y_E - y_M)^T \cdot (y_E - y_M)$, byl zvolen aproximační přenos soustavy. Hodnota kritéria vyjadřuje správnost proložení získaného modelu s naměřenými daty.

Při identifikaci bylo rozhodnuto, s přihlédnutím na hodnotu kritéria a poměru časových konstant, že data vhodně vystihuje přenos druhého řádu. Na obr. 9.5 je zobrazen naměřený

výstup soustavy $y(t)$, který je proložen matematickou závislostí. Matematická závislost $y_m(t)$ definuje výsledný matematický předpis, který představuje přenos identifikovaného laboratorního modelu.



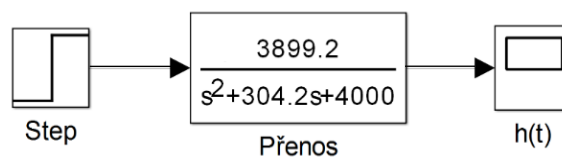
Obr. 9.5 – Aproximace výstupní veličiny $y(t)$

Z obr. 9.5 je patrné, že proložení dat matematickou funkcí je odpovídající. Cílem identifikace bylo určit matematický model, který je vyjádřen přenosem

$$F(s) = \frac{0,9748}{0,00025s^2 + 0,07608s + 1}. \quad (9.1)$$

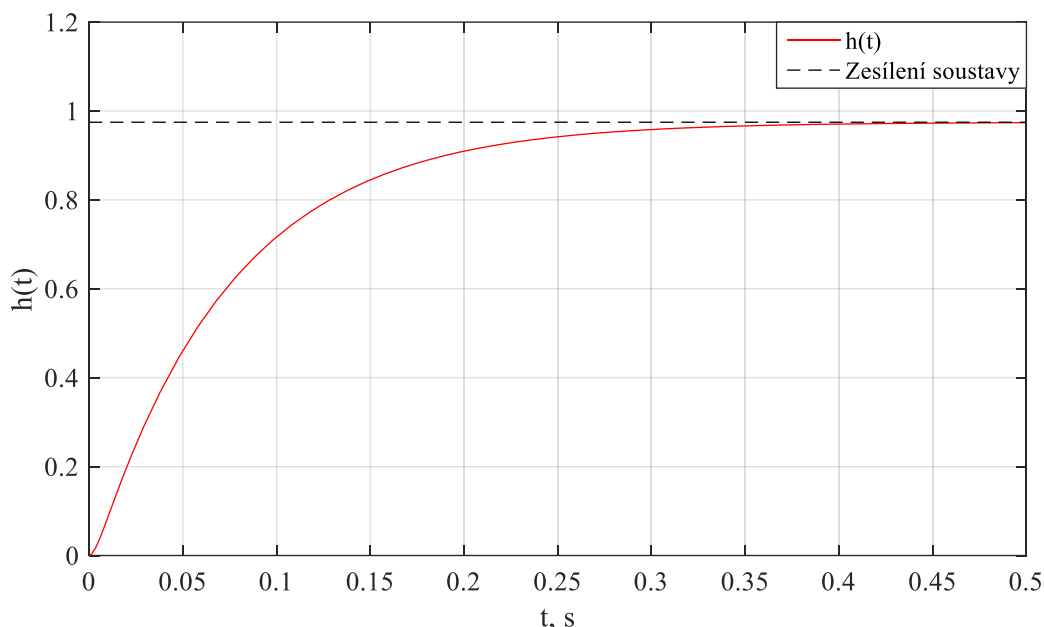
Přenos v normovaném tvaru je

$$F_N(s) = \frac{3899,2}{s^2 + 304,3s + 4000}. \quad (9.2)$$



Obr. 9.6 – Simulace přechodové charakteristiky

Po stanovení přenosu je vhodné vykreslit přechodovou charakteristiku. Přechodová charakteristika odpovídá odezvě systému na jednotkový skok při nulových počátečních podmínkách. Přechodová charakteristika je znázorněna na obr. 9.7.



Obr. 9.7 – Přechodová charakteristika

Z přechodové charakteristiky lze konstatovat, že se jedná o statickou soustavu. Protože se hodnota výstupní veličiny $y(t)$ při změně vstupní veličiny $u(t)$ ustálila na určité hodnotě. Také je patrné, že se jedná o rychlou soustavu, protože dojde k ustálení asi v čase 0,45 s. Soustava má velikost zesílení 0,97.

Z přenosu (9.2) je možné určit póly přenosu s využitím MATLABu. Jedná se o kořeny jmenovatele. Oba póly přenosu jsou záporné. Jejich velikost je 290,4 a 13,7.

9.2 URČENÍ VNITŘNÍHO POPISU

Z přenosu (9.2), který představuje vnější popis, lze vyjádřit popis vnitřní. U vnitřního popisu je rozlišována normální forma říditelnosti a normální forma pozorovatelnosti.

V normální formě říditelnosti jsou stanoveny matice z přenosu (9.2) následujícím tvarem

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -4000 & -304,3 \end{bmatrix}, \mathbf{B} = \begin{bmatrix} 0 \\ 3899,2 \end{bmatrix}, \mathbf{C} = [1 \ 0], \mathbf{D} = [0]. \quad (9.3)$$

V normální formě pozorovatelnosti jsou matice tvaru

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} -304,3 & 1 \\ -4000 & 0 \end{bmatrix}, \mathbf{B} = \begin{bmatrix} 0 \\ 3899,2 \end{bmatrix}, \mathbf{C} = [1 \ 0], \mathbf{D} = [0]. \quad (9.4)$$

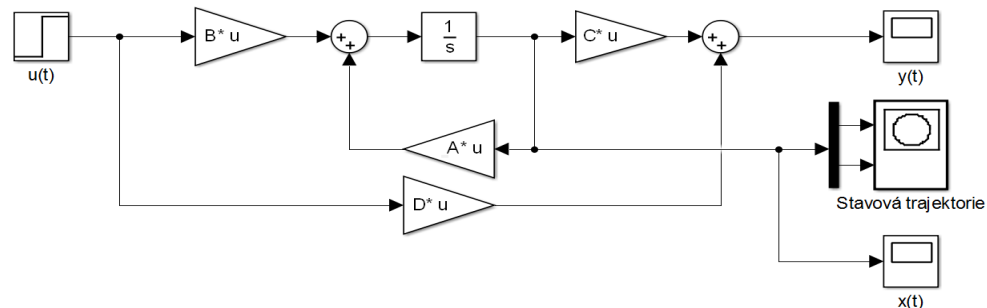
Stavový popis systému, který obsahuje matice v normální formě říditelnosti (9.3), je ve tvaru

$$\begin{aligned} \mathbf{x}'(t) &= \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -4000 & -304,3 \end{bmatrix} \mathbf{x}(t) + \begin{bmatrix} 0 \\ 3899,2 \end{bmatrix} \mathbf{u}(t), \\ \mathbf{y}(t) &= [1 \ 0] \mathbf{x}(t) + [0] \mathbf{u}(t). \end{aligned} \quad (9.5)$$

Jsou-li do stavového popisu dosazeny matice (9.4), popis je

$$\begin{aligned} \mathbf{x}'(t) &= \begin{bmatrix} -304,3 & 1 \\ -4000 & 0 \end{bmatrix} \mathbf{x}(t) + \begin{bmatrix} 0 \\ 3899,2 \end{bmatrix} \mathbf{u}(t), \\ \mathbf{y}(t) &= [1 \ 0] \mathbf{x}(t) + [0] \mathbf{u}(t). \end{aligned} \quad (9.6)$$

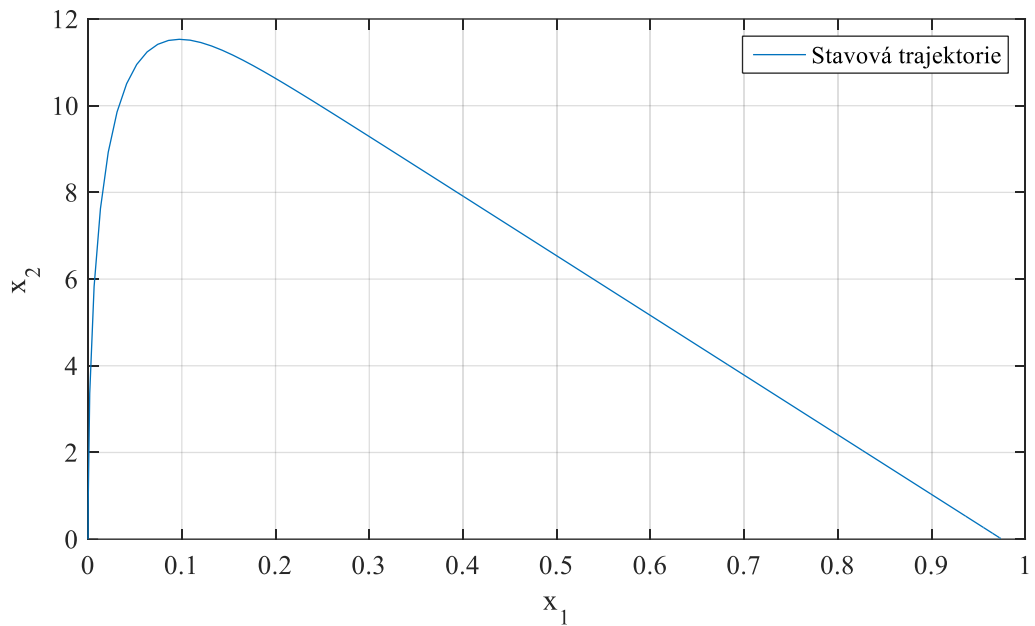
Soustavu definovanou stavovým popisem, pro jednotlivé formy, je možné simulovat. Simulaci lze provést jeli na vstup soustavy přiveden jednotkový skok. Simulační schéma je na obr. 9.8.



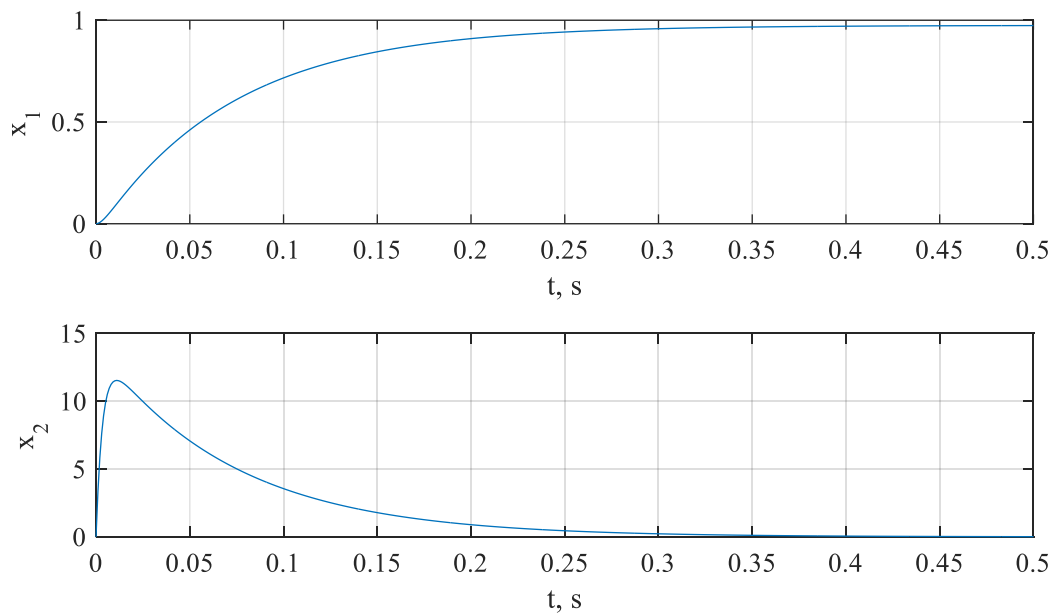
Obr. 9.8 – Simulační schéma stavové trajektorie

Simulační schéma je pro obě formy totožné. Jsou pouze přepsány matice \mathbf{A} , \mathbf{B} , \mathbf{C} , \mathbf{D} podle příslušných forem (9.3), (9.4). Dále bude zobrazen průběh stavové trajektorie a jednotlivých stavů pro normální formu říditelnosti, která je dále v práci uvažována.

Na obr. 9.9 je znázorněn průběh stavové trajektorie. Na následujícím obr. 9.10 je znázorněn vývoj stavu systému.



Obr. 9.9 – Průběh stavové trajektorie



Obr. 9.10 – Průběh stavu systému

Průběh prvního stavu $x_1(t)$ odpovídá výstupní veličině $y(t)$. Průběh druhého stavu $x_2(t)$ odpovídá derivaci výstupní veličiny $y(t)$. Na intervalu od 0 sekundy do 0,011 sekundy je patrný prudký nárůst hodnoty výstupu soustavy, který je charakterizován maximální hodnotou průběhu složky stavu $x_2(t)$. Nadále dochází k postupnému ustálení výstupu, a proto hodnota derivace výstupní veličiny $y(t)$ konverguje k nule.

9.3 NÁVRH ESTIMÁTORU

Návrh estimáru úplného a redukovaného řádu je proveden v tomto oddíle. Soustava je popsána spojitým stavovým popisem v normální formě říditelnosti

$$\begin{aligned} \mathbf{x}'(t) &= \underbrace{\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -4000 & -304,3 \end{bmatrix}}_A \mathbf{x}(t) + \underbrace{\begin{bmatrix} 0 \\ 3899,2 \end{bmatrix}}_B \mathbf{u}(t), \\ \mathbf{y}(t) &= \underbrace{[1 \quad 0]}_C \mathbf{x}(t) + \underbrace{[0]}_D \mathbf{u}(t). \end{aligned} \quad (9.7)$$

Popis obsahuje matice A , B , C , D , jejich znalost je při návrhu estimátoru nezbytná.

Navržen je diskretní estimátoru úplného řádu. Při jeho návrhu estimátoru jsou signály $\mathbf{u}(t)$, $\mathbf{y}(t)$ diskretizovány pomocí bloku *Zero-order hold*. Ten představuje tvarovač nultého řádu.

Při návrhu estimátoru je nutné vypočítat matice M , N pomocí vztahů

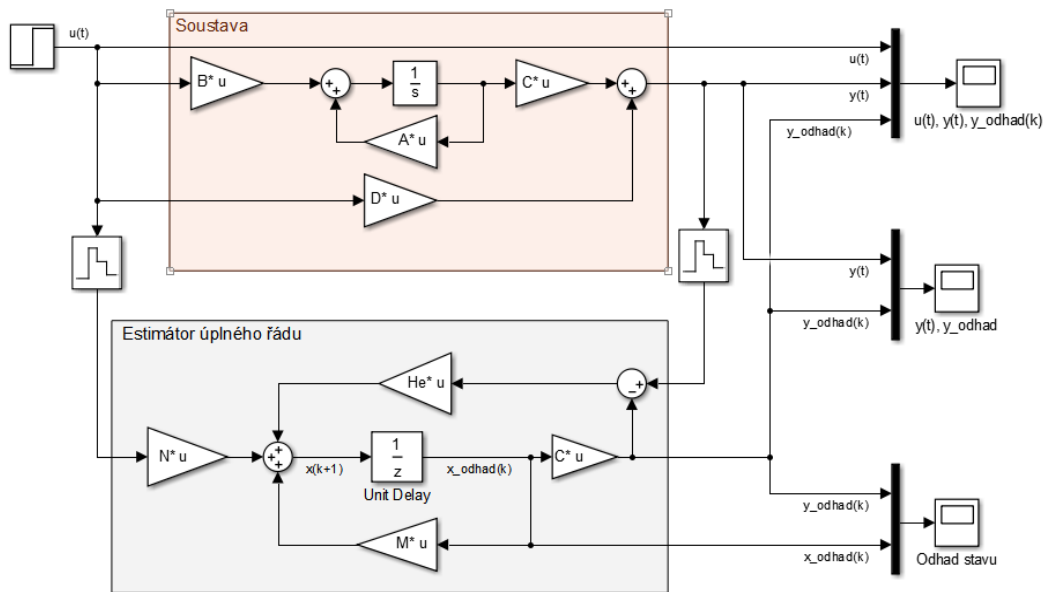
$$\mathbf{M} = e^{AT}, \quad (9.8)$$

$$\mathbf{N} = \mathbf{A}^{-1}(\mathbf{M} - \mathbf{E})\mathbf{B}. \quad (9.9)$$

K výpočtu je potřeba znalost periody vzorkování T . V estimátoru je potřeba vypočítat matici \mathbf{H}_E .

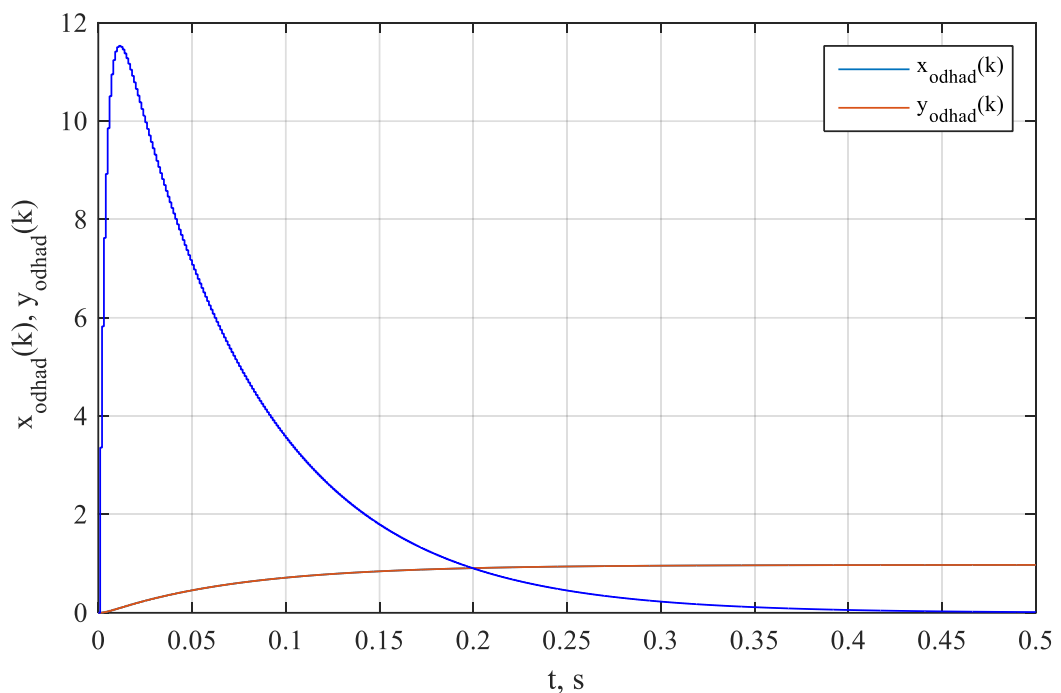
Nutné je zvolit vhodné λ . Jelikož je soustava druhé řádu, tak je při návrhu nutné zadat dva póly. Volba matice \mathbf{H}_E je taková, aby vlastní čísla λ_1 a λ_2 ležely uvnitř jednotkové kružnice. Pro volbu vlastních čísel $\lambda_1 = \lambda_2 = 0,2$ je matice $\mathbf{H}_E = \begin{bmatrix} 1,33 \\ 330 \end{bmatrix}$.

Schéma estimátoru úplného řádu, který odhaduje stavy soustavy je zobrazeno na obr. 9.11.



Obr. 9.11 – Simulační schéma estimátoru úplného řádu

Průběh odhadované výstupní veličiny systému $y_odhad(t)$ a odhad stavu $x_odhad(t)$ je zachycen na následujícím obr. 9.12.



Obr. 9.12 – Průběh výstupních veličin estimátoru úplného řádu

Tento estimátor odhaduje všechny stavové veličiny, které jsou měřitelné ($y(t)$) i neměřitelné ($x(t)$).

Dalším estimátorem, který lze navrhnout je estimátor redukovaného řádu. Soustava a výpočet matic M , N je uvažován analogicky.

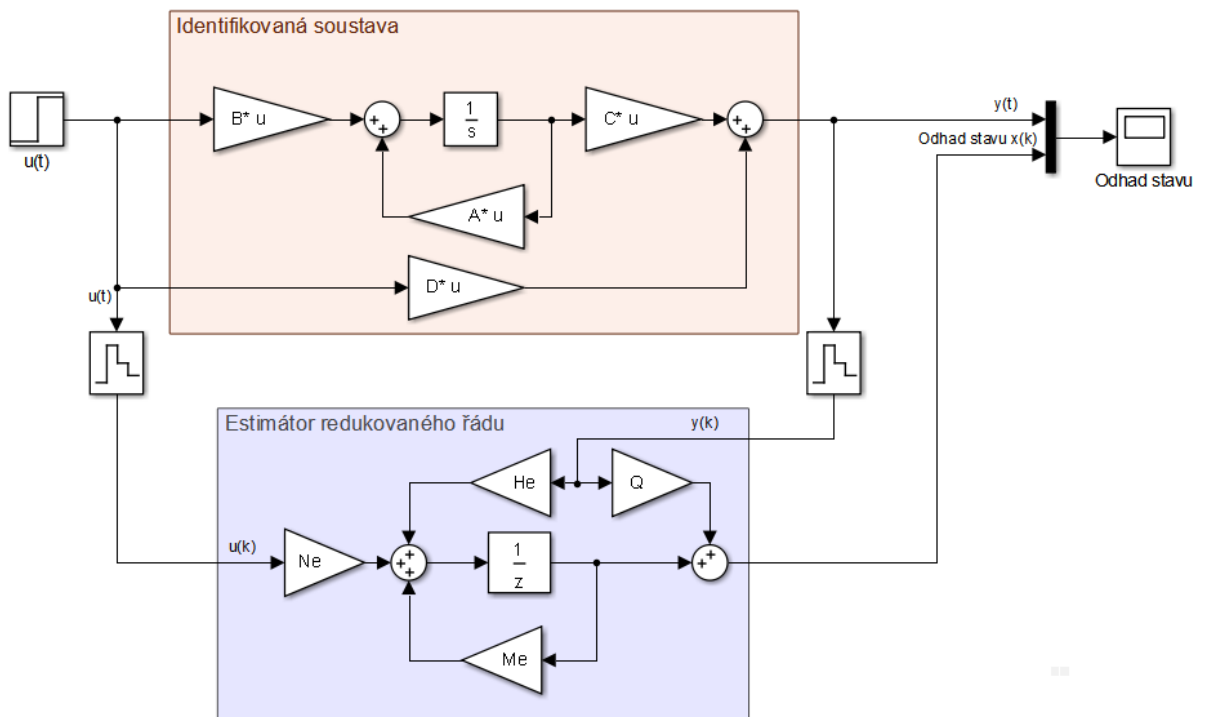
Ze vztahů (9.8) a (9.9) je možné získat matice podle následujících rovnic, s tím že je potřeba definovat matici Q ,

$$H_E = M_{21} + M_{22}Q - QM_{11} - QM_{12}Q, \quad (9.10)$$

$$N_E = N_2 - QN_1, \quad (9.11)$$

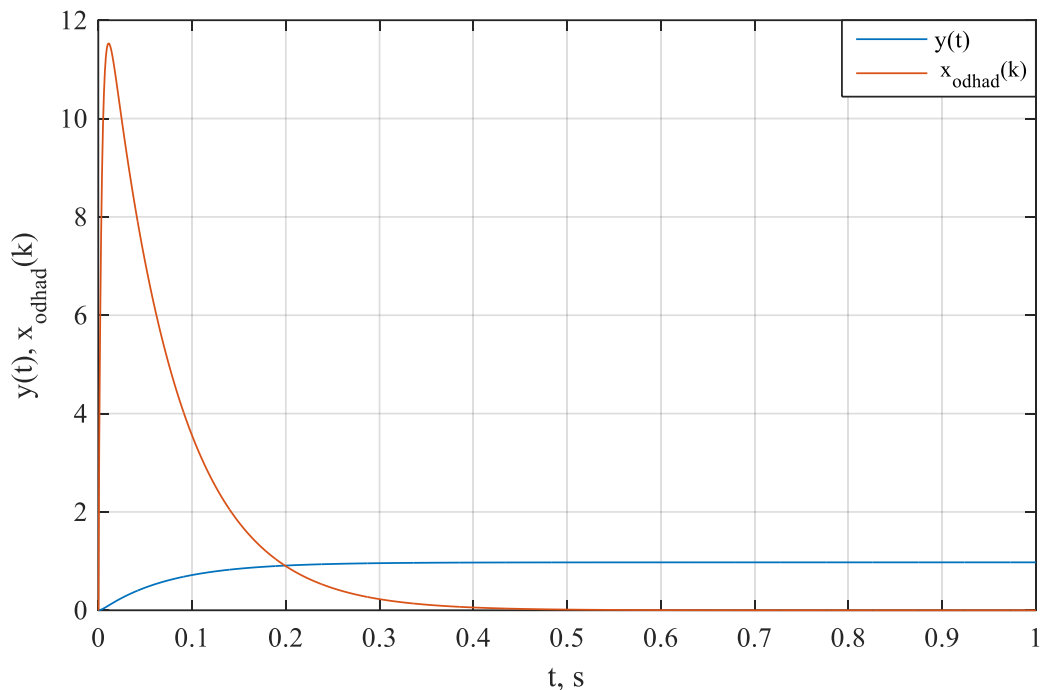
$$M_E = M_{22} - QM_{12}. \quad (9.12)$$

Na obr. 9.13 je simulační schéma s estimátorem redukovaného řádu.



Obr. 9.13 – Simulační schéma estimátoru redukovaného řádu

Na obr. 9.14 je znázorněn průběh výstupní veličiny $y(t)$ a odhad stavového vektoru $x(t)$.



Obr. 9.14 – Průběh výstupní veličiny a stavu systému

Redukovaný estimátor je nižšího řádu, než je řád systému. Estimace nezahrnuje stavové veličiny, které jsou měřené ($y(t)$). Tento estimátor je citlivý na chybu měření.

9.4 NÁVRH REGULÁTORU METODOU PŘIŘAZENÍ PÓLŮ

Při návrhu regulátoru je využito Ackermannovy formule. Zde je potřeba vypočítat matice M , N . Při návrhu je uvažován regulátor s astatickým členem. Matice stavového popisu je nutné rozšířit.

Rozšíření se provede následovně

$$M_r = \begin{bmatrix} M & 0 \\ CM & 1 \end{bmatrix}, \quad (9.13)$$

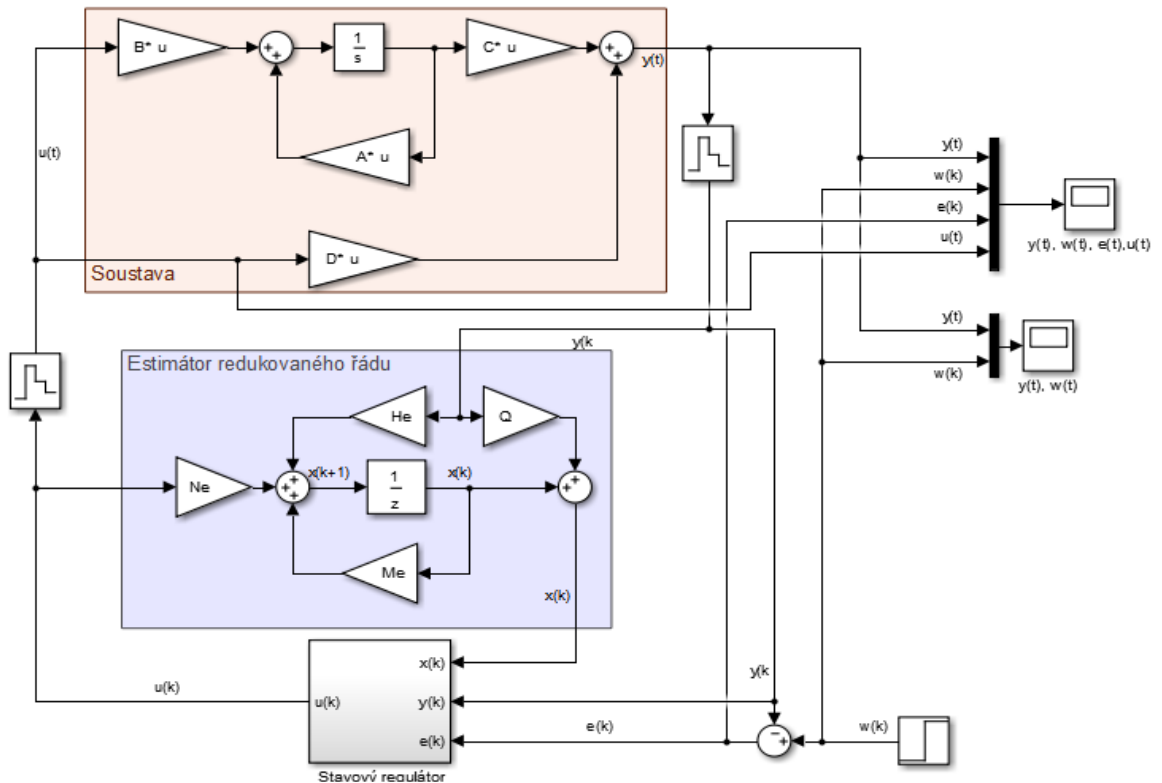
$$N_r = \begin{bmatrix} N \\ CN \end{bmatrix}, \quad (9.14)$$

$$C_r = [C \ 0]. \quad (9.15)$$

Jsou-li rozšířeny matice, tak lze vypočítat matici regulátoru R_r . Při výpočtu je využito funkce *acker*. Funkce *acker* je definována třemi parametry: $R_r = -\text{acker}(M_r, N_r, P_r)$.

Vektor \mathbf{Pr} definuje póly uzavřeného regulačního obvodu. Počet prvků vektoru \mathbf{Pr} je shodný s počtem řádků matice \mathbf{Mr} . Vhodná volba polohy pólu je důležitá. Poloha souvisí s kvalitou, resp. rychlostí regulačního pochodu.

Schéma na obr. 9.13 bylo rozšířeno o stavový regulátor a astatický člen, jak je zobrazeno na obr. 9.15.



Obr. 9.15 – Regulační obvod

Jak již bylo zmíněno, poloha pólů má vliv na rychlost regulačního pochodu. Pro názornost byly voleny póly, které jsou obsaženy v následujícím vektoru \mathbf{Pr} .

Volba č. 1:

$$\mathbf{Pr} = [-0,5 \quad -0,5 \quad -0,5]. \quad (9.16)$$

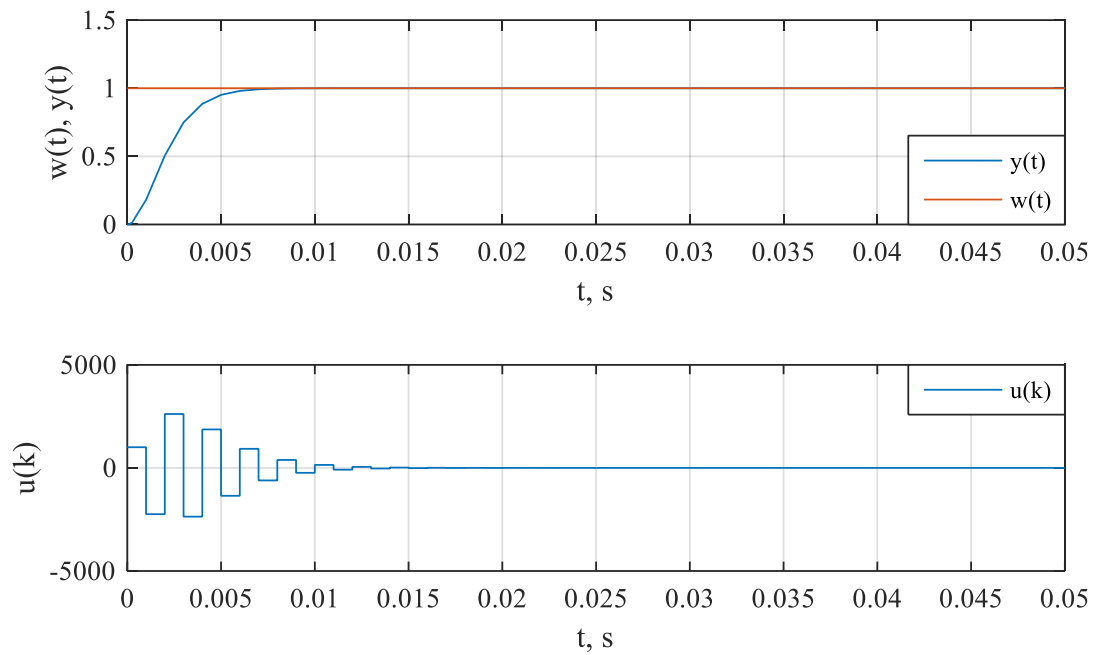
Volba č. 2:

$$\mathbf{Pr} = [0,8 \quad 0,8 \quad 0,8]. \quad (9.17)$$

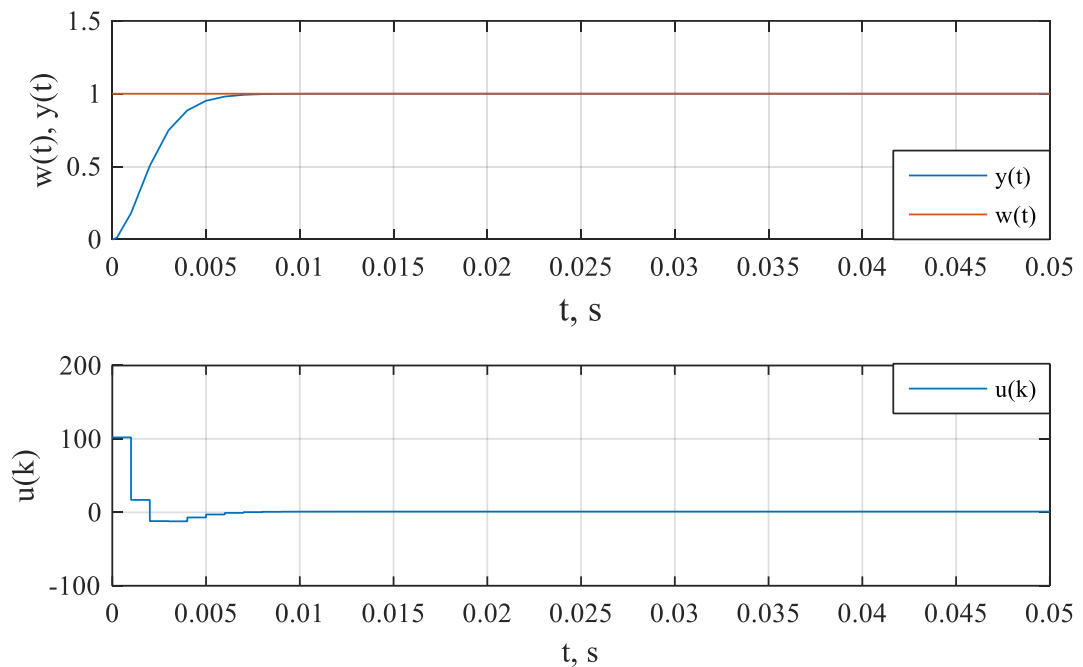
Volba č. 3:

$$\mathbf{Pr} = [0,3 \quad 0,3 \quad 0,3]. \quad (9.18)$$

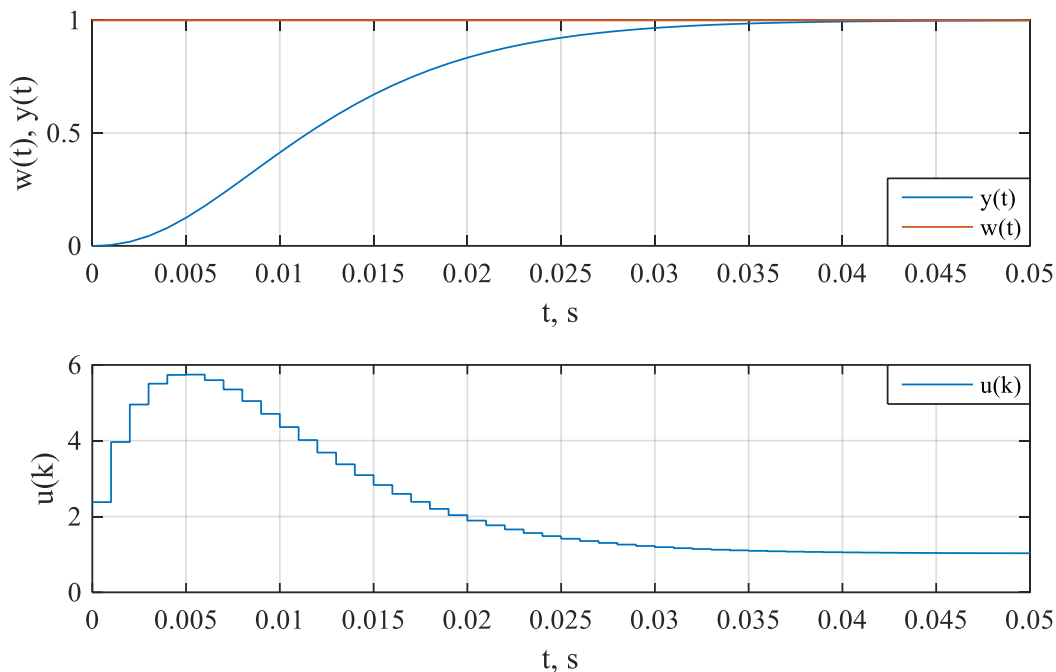
Průběhy regulačních pochodů z volby vektoru \mathbf{Pr} podle (9.16), (9.17) a (9.18) jsou zobrazeny na následujících obr. 9.16, obr. 9.17 a obr. 9.18.



Obr. 9.16 – Regulační pochod pro volbu č. 1



Obr. 9.17 – Regulační pochod pro volbu č. 2



Obr. 9.18 – Regulační pochod pro volbu č. 3

Z výše uvedených průběhů na obr. 9.15, obr. 9.16 a obr. 9.17 je patrné, že volbou pólů je možné ovlivnit dynamiku regulačního pochodu.

9.5 NÁVRH REGULÁTORU PODLE KVADRATICKÉHO KRITÉRIA

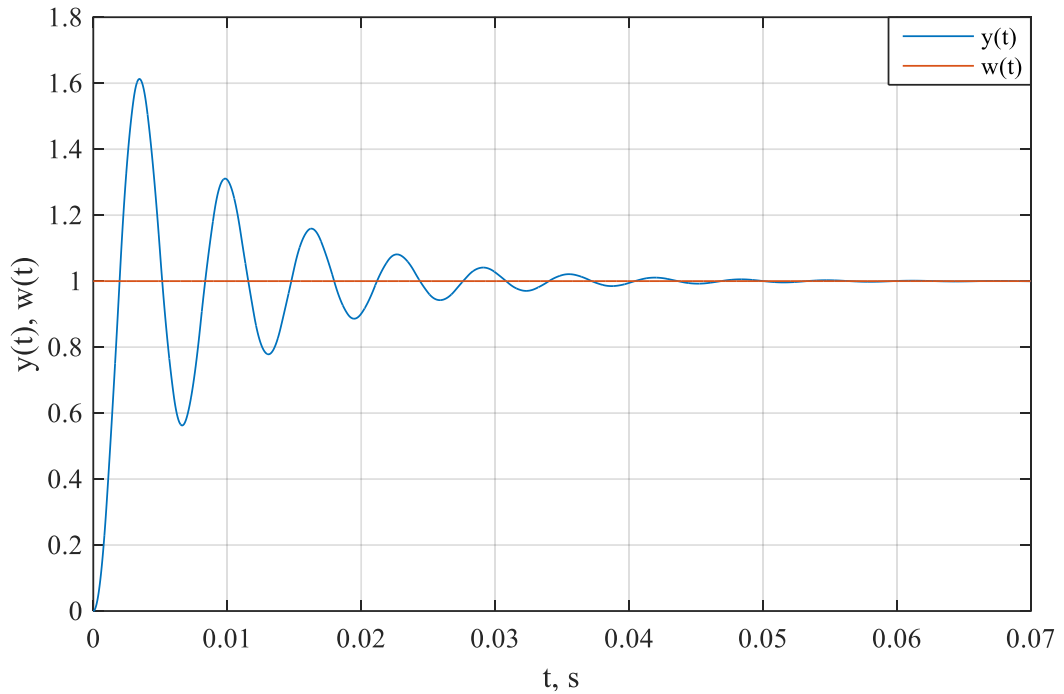
Při návrhu tohoto regulátoru je využito kvadratického kritéria. Které se postupem času minimalizuje. Minimalizací kritéria je docíleno toho, že stavové veličiny postupem času konvergují k nule. S tím však souvisí velikost akčních zásahů $u(t)$ a překmit regulované veličiny $y(t)$.

Způsob chování regulátoru v regulačním obvodu je ovlivněn penalizačními maticemi Q, L, P_N . Je možné penalizovat regulační odchylku maticí Q nebo penalizovat akční zásah maticí L , případně maticí P_N , kterou docílíme rychlého zklidnění regulačního pochodu.

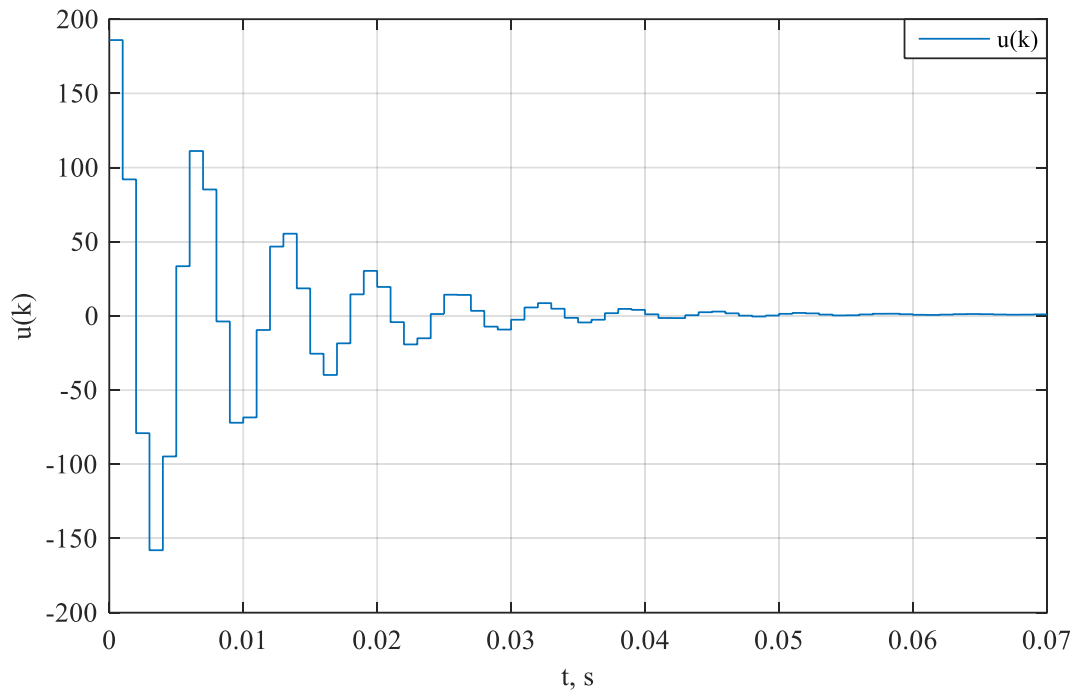
Při simulaci je využito schéma, stejné jako při návrhu pomocí volby pólů, které je vyobrazeno na obr. 9.14.

Simulace chování regulátoru, která je provedena pro měkkou verzi je na obr. 9.19 a obr. 9.20. Matice jsou

$$\mathbf{Q} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \mathbf{L} = [1], \mathbf{P}_N = \begin{bmatrix} 1000 & 0 & 0 \\ 0 & 1000 & 0 \\ 0 & 0 & 1000 \end{bmatrix}.$$



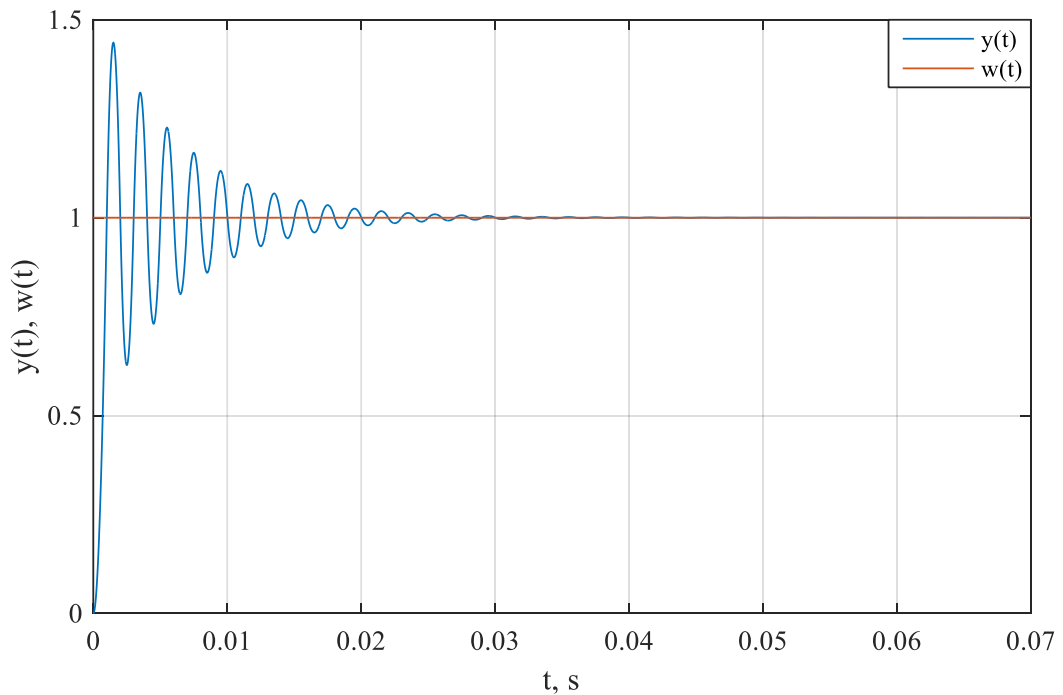
Obr. 9.19 – Regulační pohod s měkkým regulátorem



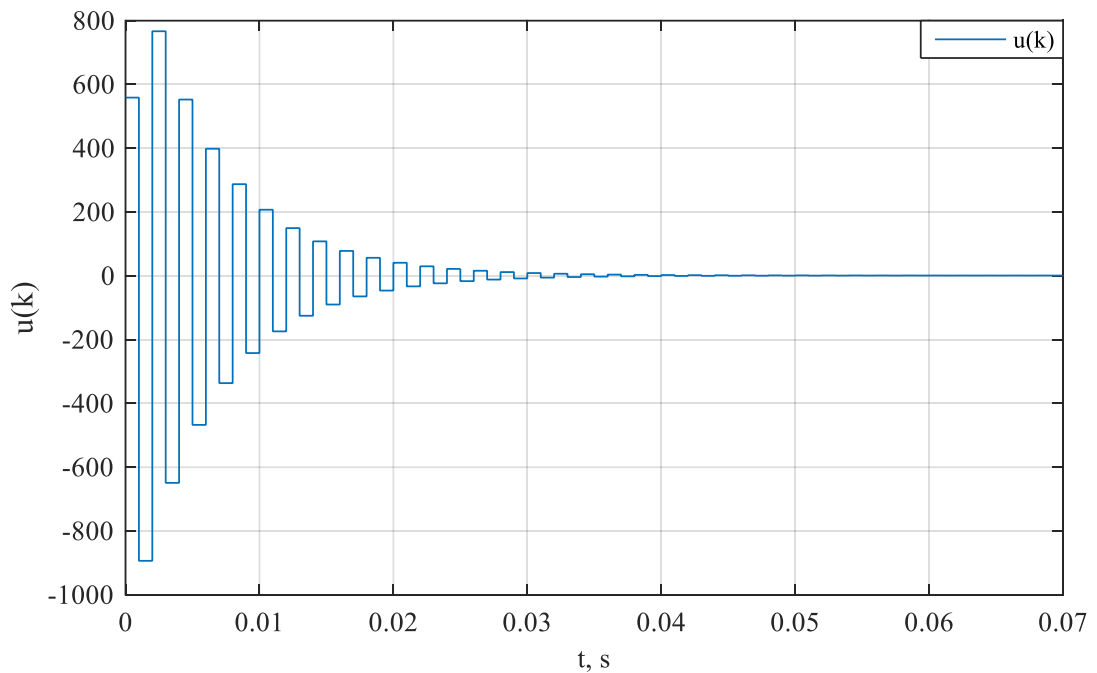
Obr. 9.20 – Záznam akční veličiny měkkého regulátoru

Simulace chování regulátoru pro tvrdou verzi je na obr. 9.21 a obr. 9.22. Matice jsou

$$\mathbf{Q} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \mathbf{L} = [0], \mathbf{P}_N = \begin{bmatrix} 1000 & 0 & 0 \\ 0 & 1000 & 0 \\ 0 & 0 & 1000 \end{bmatrix}.$$



Obr. 9.21 – Regulační pohod s tvrdým regulátorem



Obr. 9.22 – Záznam akční veličiny tvrdého regulátoru

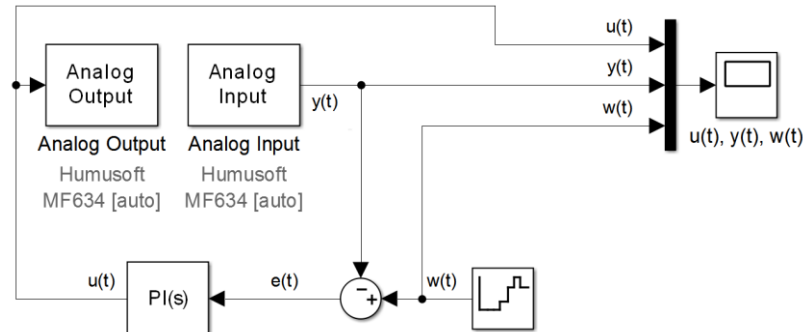
Z výše uvedených obrázků je patrný rozdíl mezi tvrdým a měkkým regulátorem. Měkký regulátor využívá menšího akčního zásahu, s tím souvisí delší doba regulace. V případě tvrdého regulátoru je akční zásah velký a doba regulace je kratší.

9.6 REGULACE SOUSTAVY PI REGULÁTOREM

Řízení laboratorní soustavy bylo nejprve provedeno s využitím PI regulátoru. Derivační složka regulátoru byla vynechána. Tato složka regulátoru je nevhodná, protože regulovaná soustava je zatížena šumem. Derivační složka by tento šum zesilovala, což je nežádoucí.

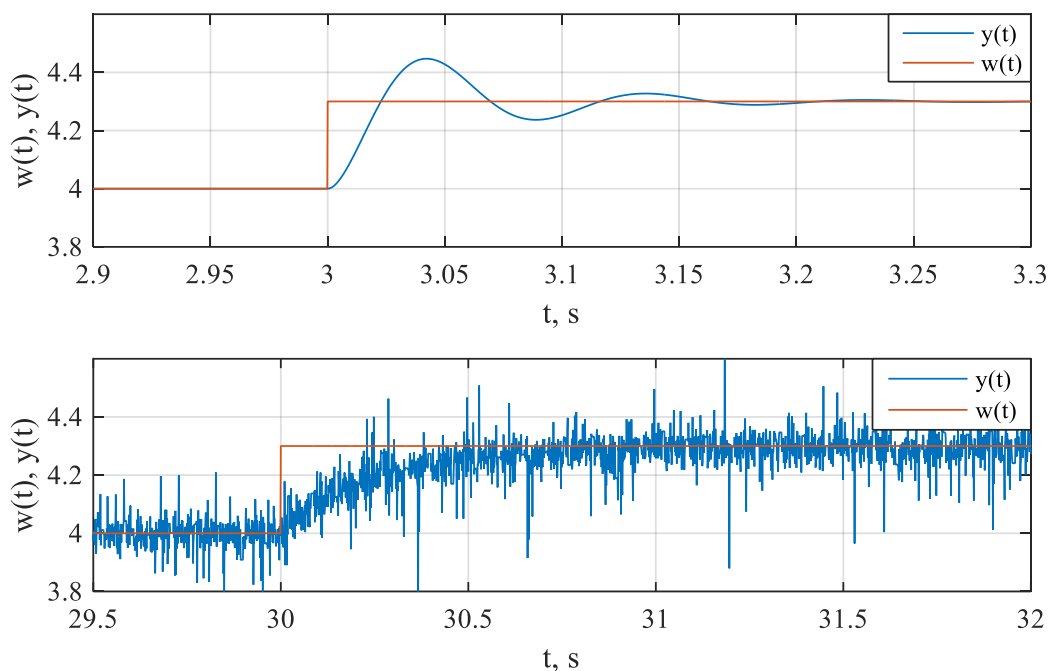
Před samotným řízením reálného modelu, byl v Simulinku vytvořen regulační obvod s PI regulátorem. S využitím identifikovaného přenosu a průběhu přechodové charakteristiky je možné zjistit dobu průtahu a náběhu, společně se zesílením soustavy. Z těchto tří parametrů lze dopočítat parametry PI regulátoru. Jedná se výpočet, na základě Ziegler-Nicholsovy metody z PCH. Vypočítané zesílení regulátoru je rovno 2,7 a integrační časová konstanta je 0,003 s.

Vypočítané parametry regulátoru byly nastaveny v simulaci. Následně byly použity při řízení reálného modelu. Parametry však nevykazovaly stejné výsledky, proto byly přizpůsobeny. Regulační obvod je zobrazen na obr. 9.23.



Obr. 9.23 – Regulační obvod s PI regulátorem

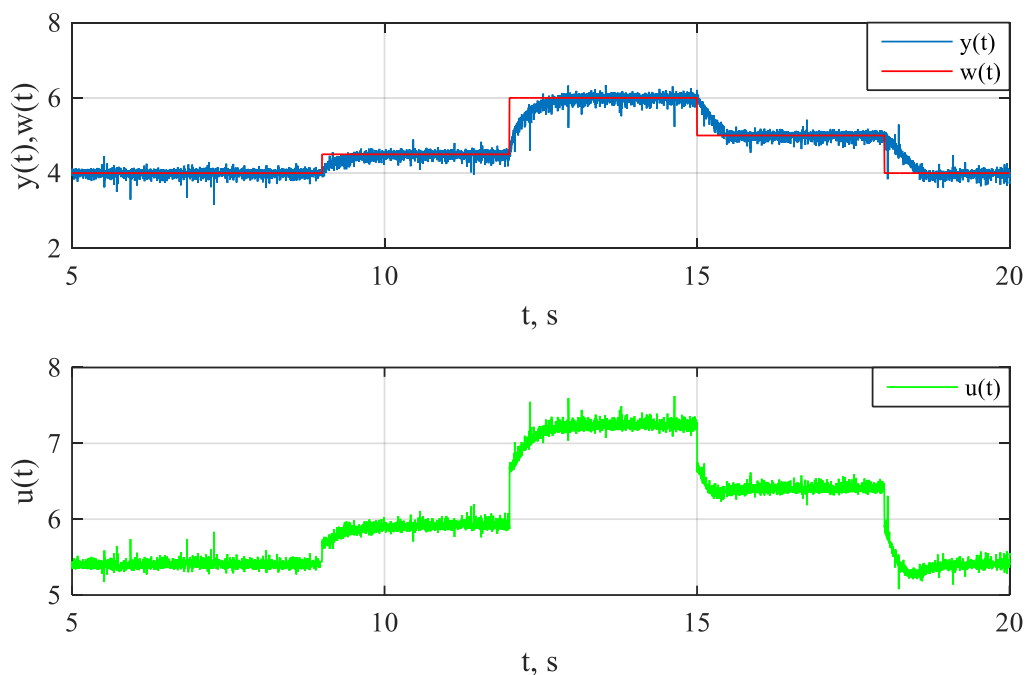
Na následujícím obr. 9.24 je v horní části zobrazen regulační pochod s PI regulátorem, kdy byl simulován model získaný identifikací. V dolní části obr. 9.24 je řízen laboratorní model PI regulátorem.



Obr. 9.24 – Porovnání pochodů s PI regulátorem

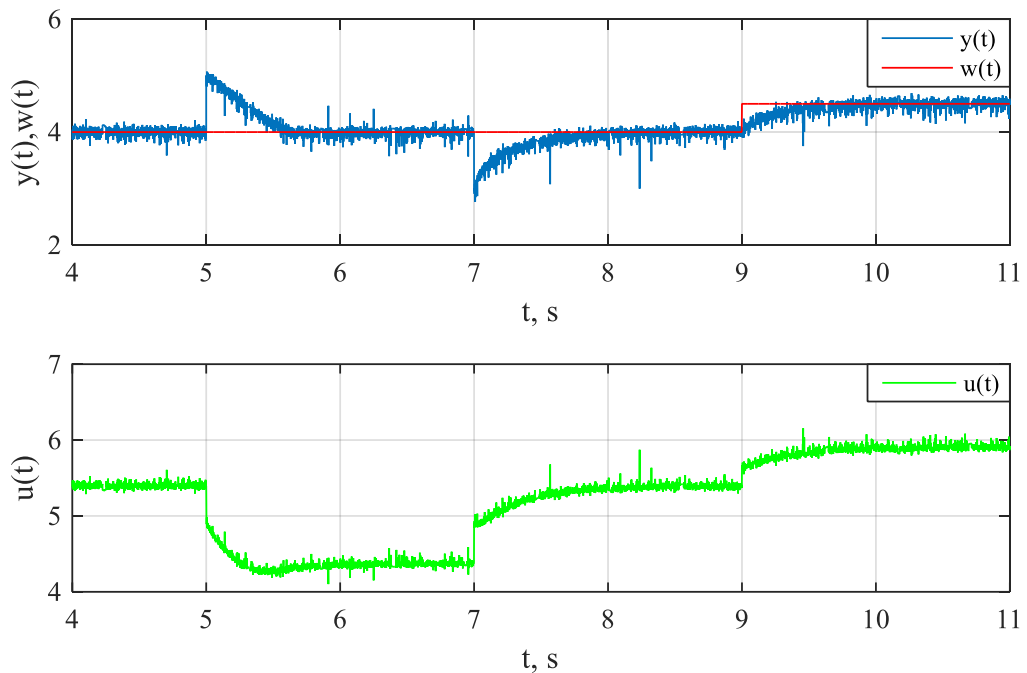
Při bližším zkoumání průběhu na obr. 9.24 lze konstatovat následující. Doba, kdy se regulační veličina $y(t)$ ustálí na nové žádané hodnotě $w(t)$ je v simulaci přibližně po 0,3 s. V případě řízení laboratorního modelu je docíleno ustálení asi po 1 s.

Na dalším obr. 9.25 je znázorněn průběh regulačního pochodu s PI regulátorem.



Obr. 9.25 – Regulační pochod s PI regulátorem

Regulační obvod, obsahující PI regulátor, byl testován při působení poruchy na výstupu soustavy. Působení poruchy bylo v čase 5 s a 7 s. Velikost hodnoty poruchy byla v obou případech rovna jedné, ale rozdílného znaménka. Regulační pochod je znázorněn na obr. 9.26.



Obr. 9.26 – Regulační pochod s PI regulátorem při působení poruchy

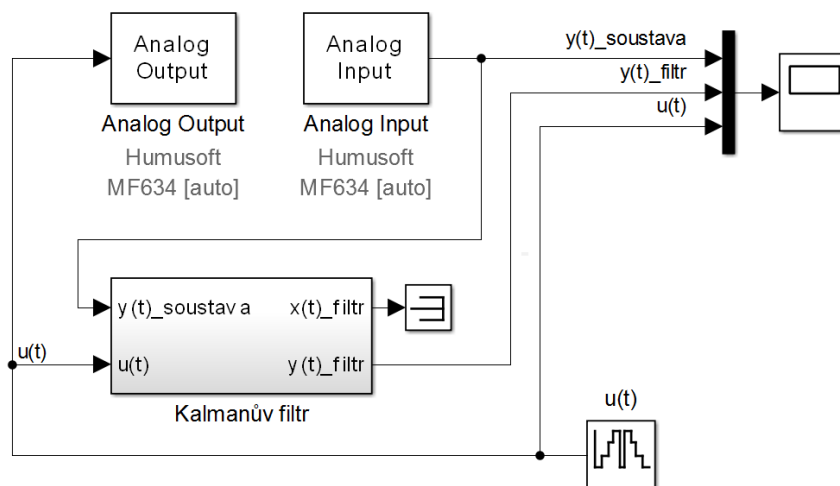
9.7 REGULACE SOUSTAVY STAVOVÝM REGULÁTOREM

Při řízení laboratorní soustavy je nutné eliminovat šum, který parazituje na výstupní veličině $y(t)$ dané soustavy. Vyskytuje-li se tento šum na výstupu soustavy, lze tento šum přepokládat i ve stavové veličině $x(t)$. S využitím Kalmanova filtru, je možné vliv tohoto šumu minimalizovat. Kalmanův filtr vychází z návrhu estimátoru úplného řádu.

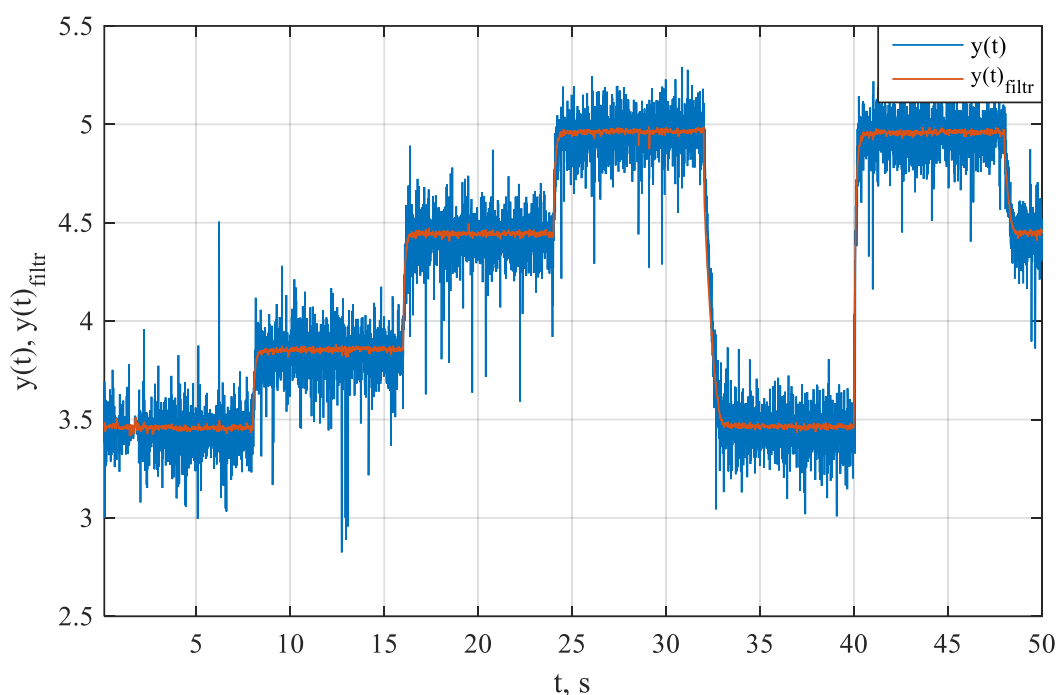
Schéma v Simulinku, na kterém je vhodně zapojen Kalmanův filtr, je znázorněno na obr. 9.27. Na obr. 9.28 je znázorněn výstupní signál soustavy $y(t)$ a filtrovaný signál $y(t)_{\text{filtr}}$.

Při návrhu Kalmanova filtru je struktura zapojení totožná se strukturou estimátoru, který je vyobrazen na obr. 9.11. Výpočet matice H_E je proveden pomocí funkce *kalman*, který nabízí MATLAB.

Syntaxe příkazu je $[kest, H_E, P] = \text{kalman}(\text{sys}, Q_N, R_N, N_N)$.



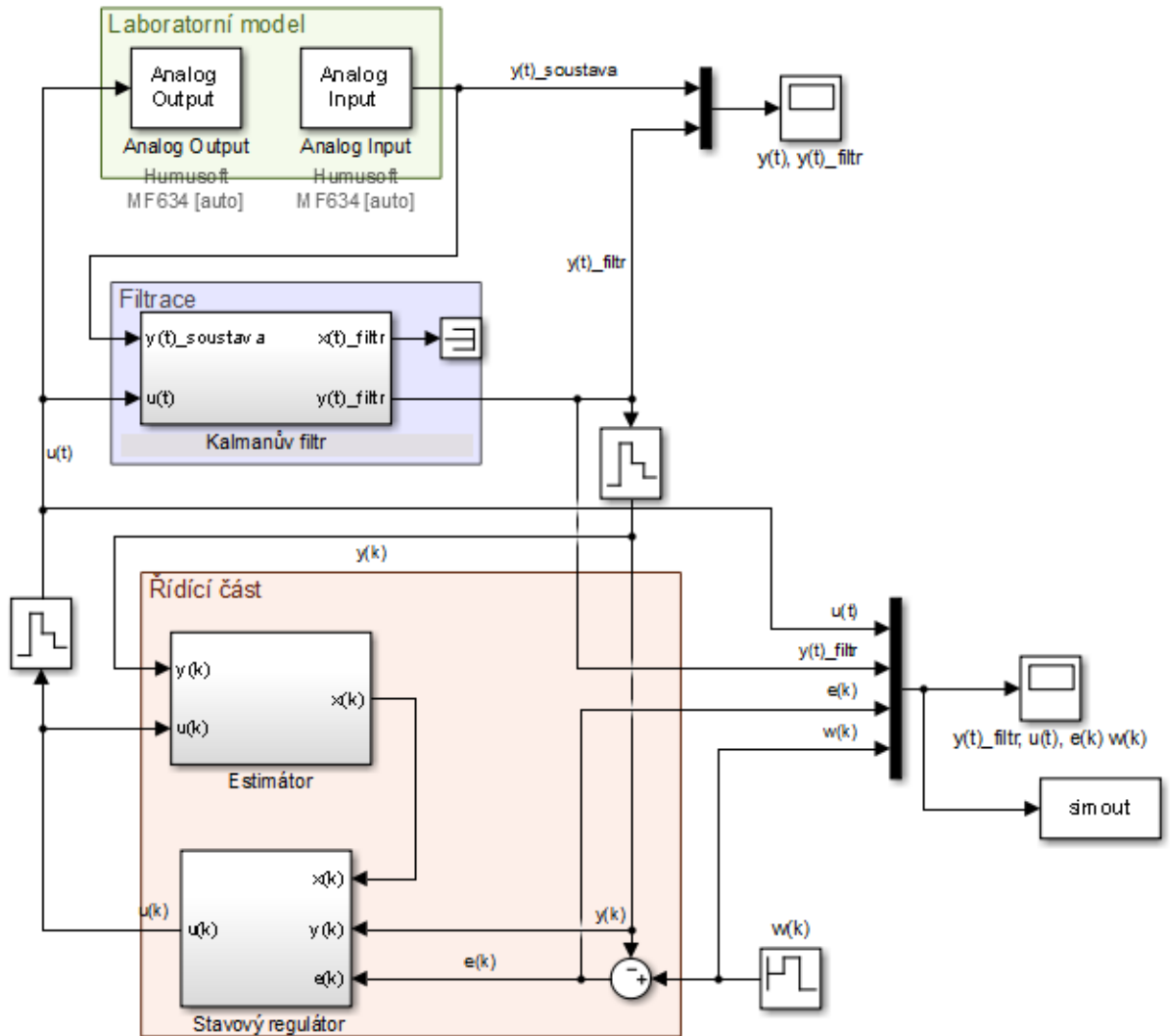
Obr. 9.27 – Schéma určené k filtraci výstupní veličiny $y(t)$ laboratorní soustavy



Obr. 9.28 – Filtrace výstupní veličiny $y(t)$

Ze záznamu na obr. 9. 28 je patrné, že došlo k jisté minimalizaci rozptylu šumového signálu. Při návrhu byly náhodně voleny koeficienty matic \mathbf{Q}_N , \mathbf{R}_N , \mathbf{N}_N , protože šum vykazuje stochastické vlastnosti. S využitím takto filtrovaného signálu mohlo dojít k realizaci regulačního obvodu.

Regulační obvod se skládá z filtru, estimátoru a stavového regulátoru. V podstatě byly schéma na obr. 9.15 a obr. 9.27 sjednoceny. Schéma pro řízení laboratorní soustavy je znázorněno na obr. 9.29.



Obr. 9.29 – Regulační obvod určený k řízení laboratorní soustavy

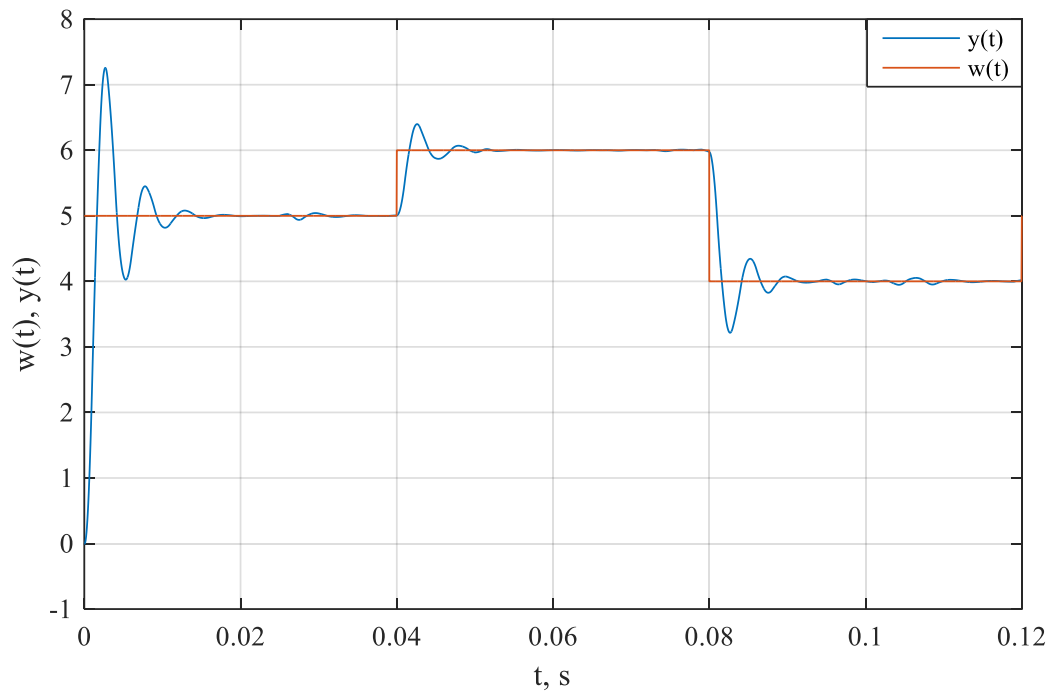
Stavový regulátor byl navrhnout na základě kvadratického kritéria. Penalizační matice Q , P_N a L byly zvoleny v případě tvrdého regulátoru:

$$Q = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, L = [0], P_N = \begin{bmatrix} 100 & 0 & 0 \\ 0 & 100 & 0 \\ 0 & 0 & 100 \end{bmatrix}.$$

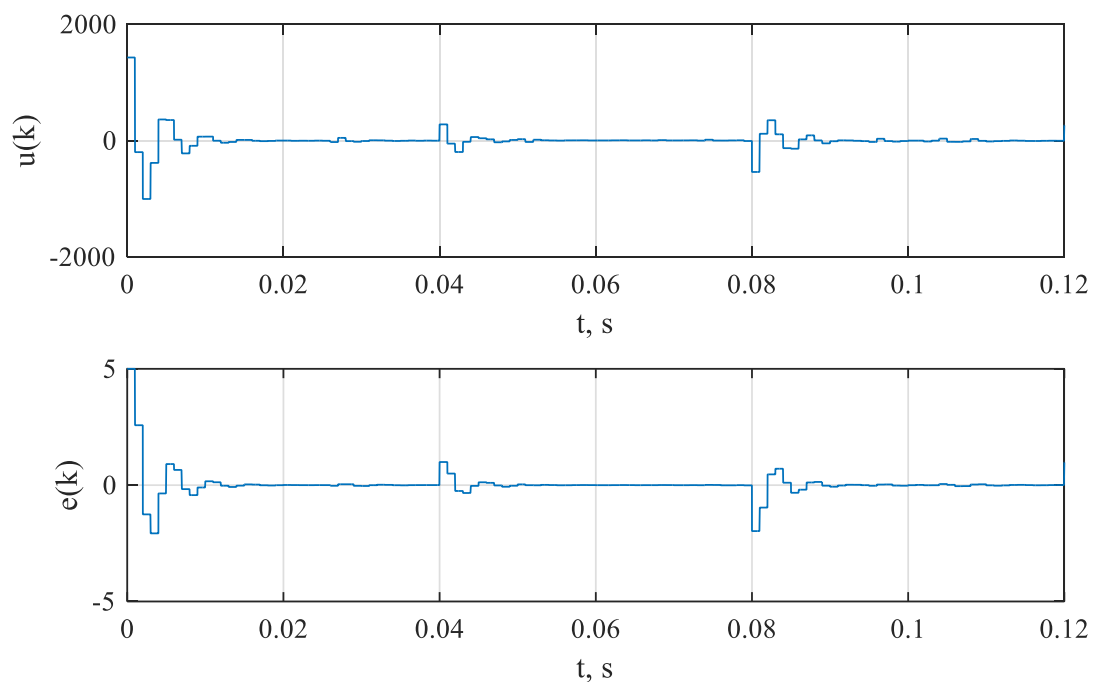
V případě měkkého regulátoru:

$$\mathbf{Q} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \mathbf{L} = [1], \mathbf{P}_N = \begin{bmatrix} 100 & 0 & 0 \\ 0 & 100 & 0 \\ 0 & 0 & 100 \end{bmatrix}.$$

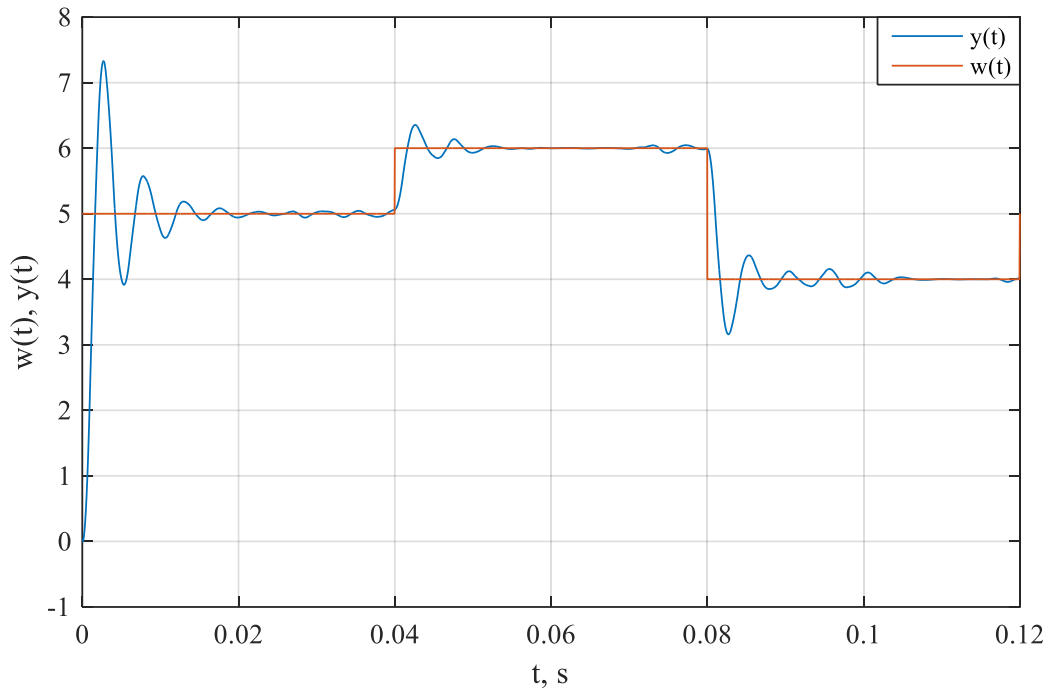
Průběhy regulačních pochodů pro tvrdý regulátor a měkký regulátor jsou zobrazeny na obr. 9.30, obr. 9.31 a obr. 9.32 a obr. 9.33.



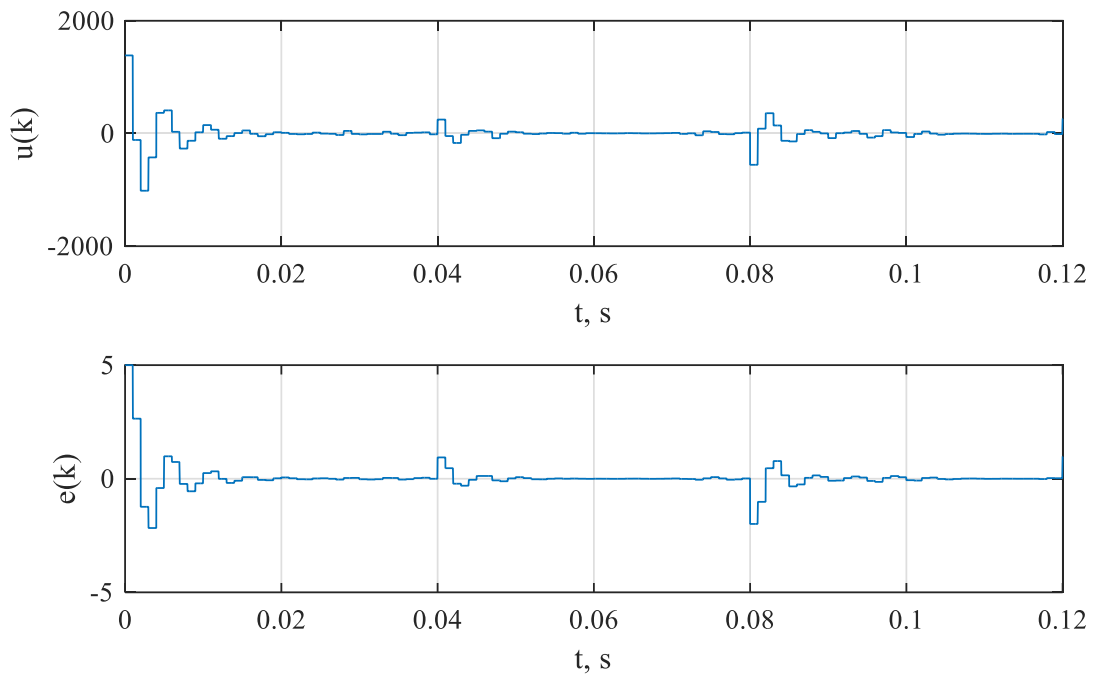
Obr. 9.30 – Regulační pochod s tvrdým regulátorem



Obr. 9.31 – Průběh akčního zásahu a regulační odchylky



Obr. 9.32 – Regulační pochod s měkkým regulátorem



Obr. 9.33 – Průběh akčního zásahu a regulační odchylky

Z předchozích obrázků byla snaha poukázat na rozdíl mezi měkkou a tvrdou verzí regulátoru. V případě tvrdého regulátoru je regulační pochod kratší než u měkkého regulátoru. Co se týče akčního zásahu, ten by měl být v případě tvrdého regulátoru větší. Z obrázků to však

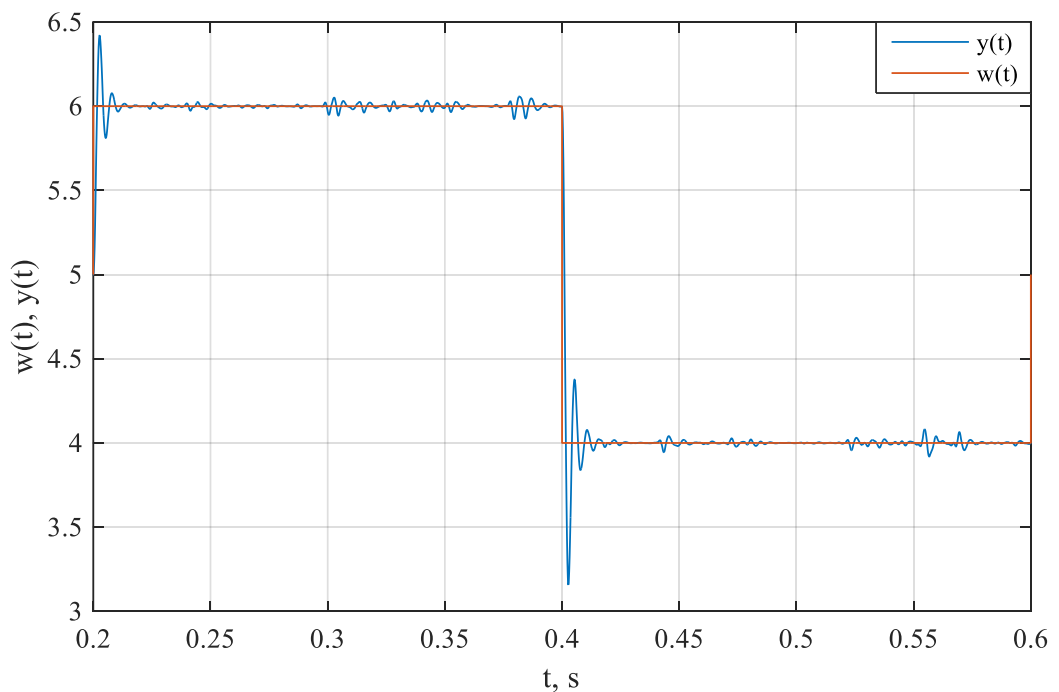
není patrné. Protože se jedná o rychlou soustavu, je délka simulace zvolena do 0,12 sekund, aby bylo možné zobrazit zaznamenané průběhy.

V další etapě byla provedena regulace pro jinak definované penalizační matice \mathbf{Q} , \mathbf{P}_N , \mathbf{L} , v delším časovém úseku.

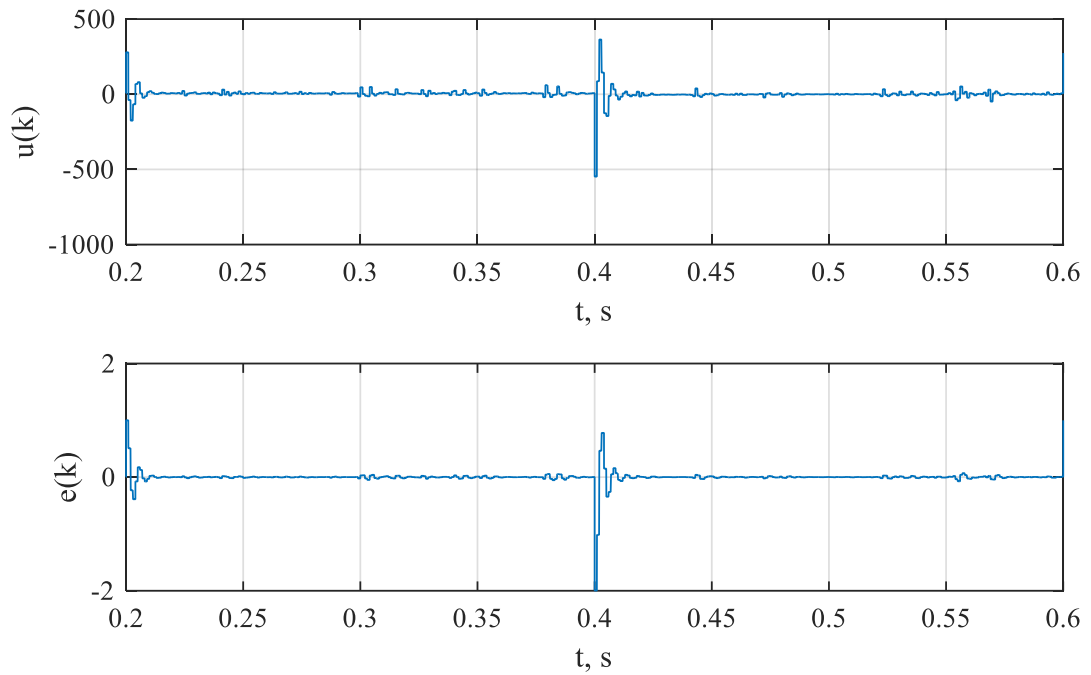
Matice jsou zvoleny:

$$\mathbf{Q} = \begin{bmatrix} 5 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \mathbf{P}_N = \begin{bmatrix} 1000 & 0 & 0 \\ 0 & 1000 & 0 \\ 0 & 0 & 1000 \end{bmatrix}, \text{ přičemž byl volen měkký regulátor.}$$

Záznam průběhů je znázorněn na následujících dvou obrázcích.

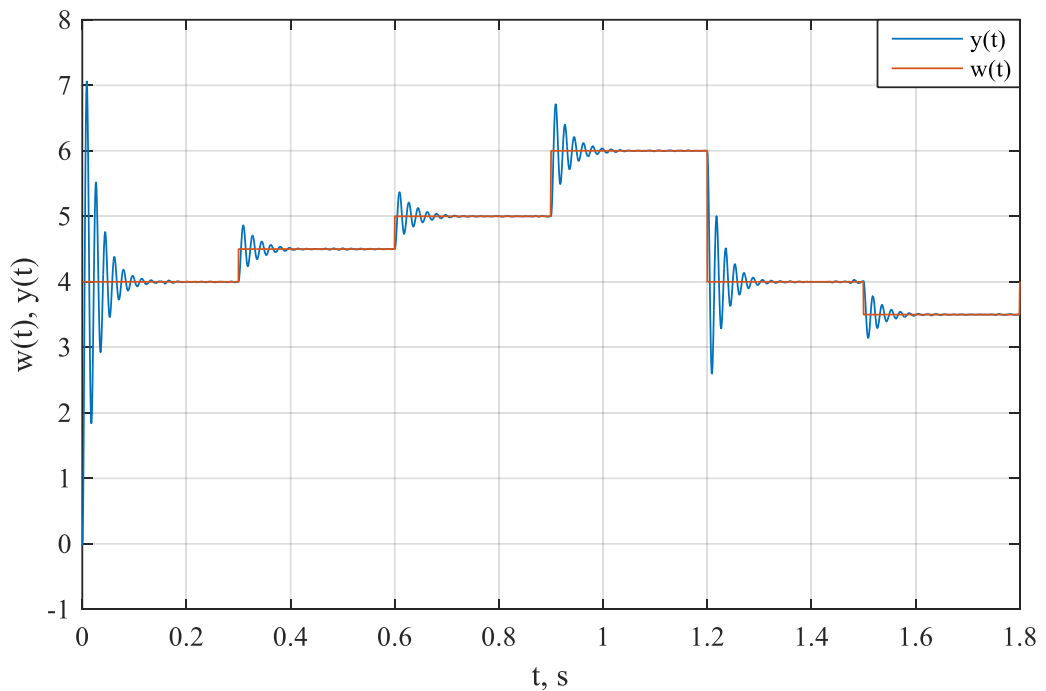


Obr. 9.34 – Regulační pochod s měkkým regulátorem

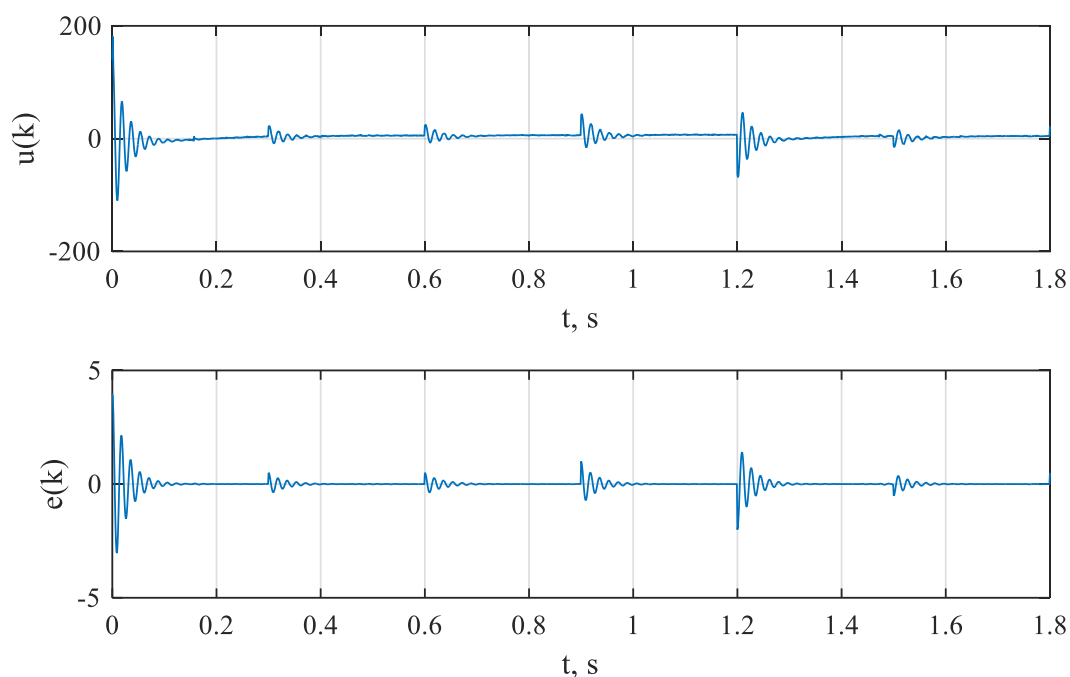


Obr. 9.35 – Průběh akční veličiny a regulační odchylky

Na následujících obrázcích jsou zachyceny průběhy, kdy byly jinak voleny matice \mathbf{Q} , \mathbf{P}_N . Jedná se tvrdou verzi regulátoru v jiném časovém měřítku.



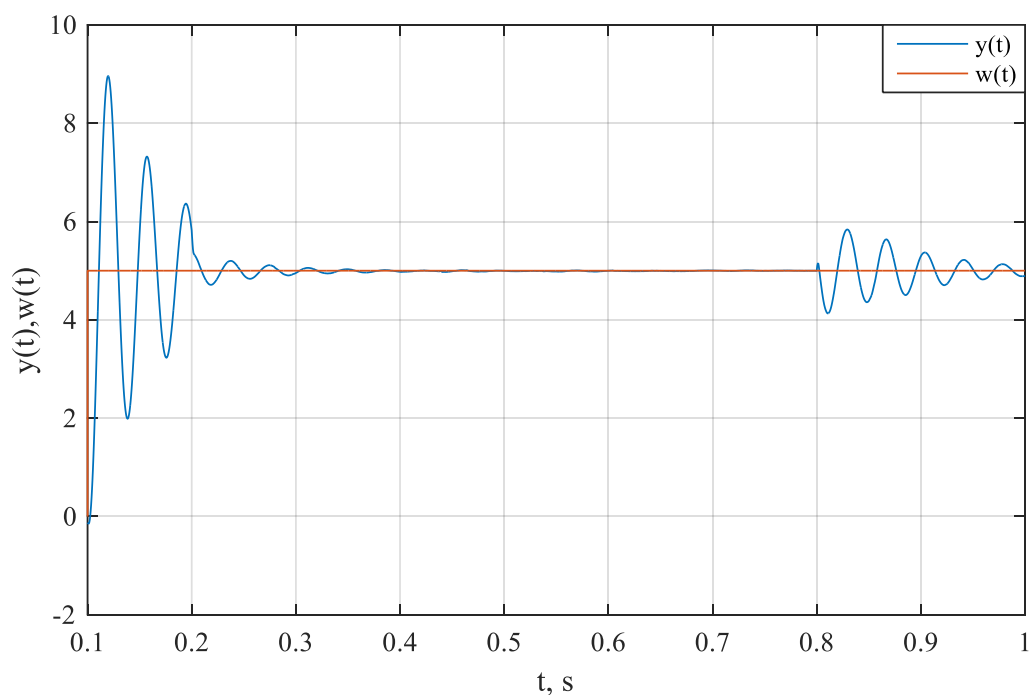
Obr. 9.36 – Regulační pochod s tvrdým regulátorem



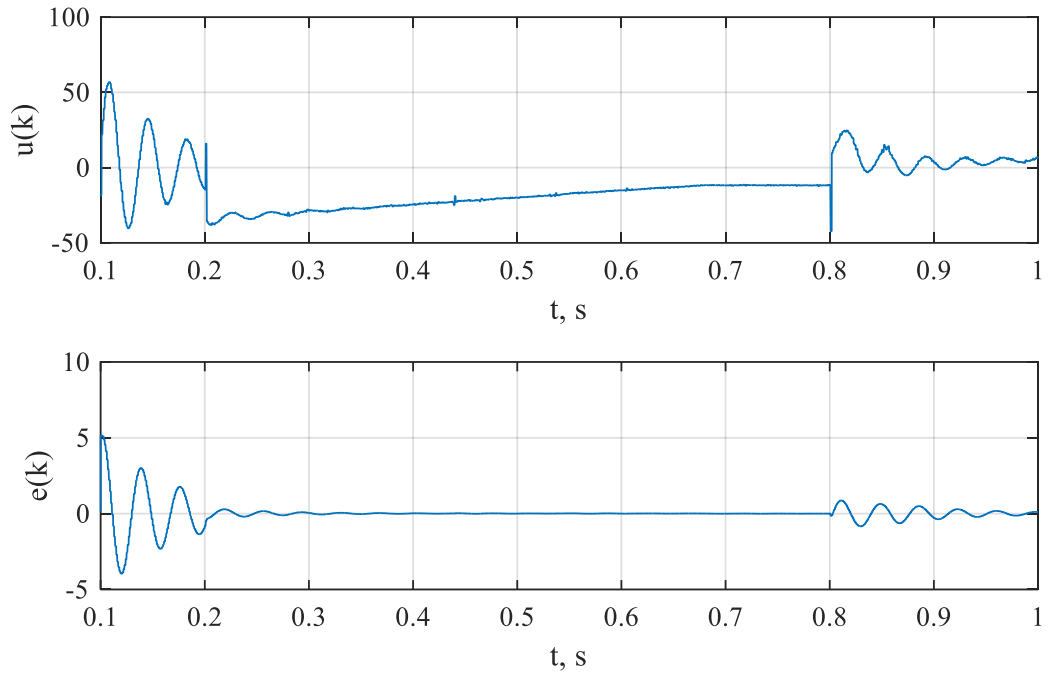
Obr. 9.37 – Průběh akční veličiny a regulační odchylky

Z předchozích obr. 9.34 až obr. 9.37 je patrné, že změnou penalizačních matic lze ovlivnit zásadně dynamiku regulačního pochodu. Volba matic je intuitivní a záleží na zkušenostech navrhovatele.

Dále bylo na regulační soustavu, tedy na výstupní veličinu systému působeno poruchou v čase 0,2 s a 0,8 s. Regulační pochod je znázorněn na následujících obrázcích.



Obr. 9.38 – Průběh regulačního pochodu se stavovým regulátorem při působení poruchy



Obr. 9.38 – Průběh akční veličiny a regulační odchylky při působení poruchy

Velikost hodnoty poruchy byla v tomto případě v čase 0,2 rovna 10 a v čase 0,8 rovna -10 . Z průběhů na obr. 9.37 a obr. 9.38 je vidět, že regulační děj se do 0,2 sekundy od vzniku poruchy ustálil. V tomto případě se jednalo o nastavení penalizačních matic regulátoru tak, aby byl docíleno malého akčního zásahu za cenu pomalejší regulace.

10 ZÁVĚR

Práce se zabývá návrhem regulačního obvodu s využitím stavového regulátoru. Cílem práce je aplikace stavové regulace na laboratorní soustavě motor-generátor, která se nachází v laboratoři katedry Řízení procesů, fakulty Elektrotechniky a informatiky. Komunikaci laboratorní soustavy a stolního počítače zajišťuje měřicí karta MF634, která je připojena do slotu PCI Express.

V teoretické části práce je popsán stavový popis dynamického systému. Na základě stavového popisu byl odvozen stavový pozorovatel úplného a redukovaného řádu. S využitím pozorovatele stavu mohl být definován stavový regulátor. Praktická část práce realizovala jednotlivé kroky, které jsou nutné k návrhu stavové regulace a řízení laboratorní soustavy.

Při návrhu bylo nejprve potřeba identifikovat laboratorní model. Na model bylo působeno vhodným signálem, v celém funkčním rozsahu, za účelem zjištění dynamických vlastností systému. Poté bylo provedeno identifikační měření v pracovní oblasti, která se pohybuje v rozsahu od 4 V do 6,5 V. Při identifikaci bylo využito funkce MATLABu *fminsearch*. Identifikací byl získán spojitý přenos. Z přenosu, který představuje vnější popis systému, byl vyjádřen vnitřní popis systému. Stavový popis byl uveden v normální formě říditelnosti a pozorovatelnosti.

V další části práce byl uvažován stavový popis v normální formě říditelnosti. Stavový popis, obsahující matice v příslušném tvaru, byl simulován za účelem znázornění průběhu stavových veličin a stavové trajektorie.

Ze stavového popisu byl odvozen pozorovatel stavu, který je nutný k návrhu stavového regulátoru. Je rozlišován estimátor úplného a redukovaného řádu. Rozdíl jednotlivých variant estimátoru spočívá v tom, jaké veličiny jsou odhadovány. V případě estimátoru úplného řádu jsou odhadovány všechny stavové veličiny (měřitelné i neměřitelné). Je-li estimátor redukovaného řádu, tak do estimace nejsou zahrnuty měřitelné stavové veličiny.

Po získání stavových veličin daného systému byl navrhnou regulační obvod, který obsahuje stavový regulátor. Stavový regulátor je rozšířen o astatický člen, protože je potřeba odstranit účinky trvalé regulační odchylky.

Návrh parametrů regulátoru je možné provést dvěma metodami. Stanovit parametry regulátoru lze s využitím pólů, které jsou voleny na základě vlastních čísel systémové matice. Druhá metoda návrhu parametrů regulátoru využívá minimalizace kvadratického kritéria. V kritériu jsou vhodně voleny penalizační matice.

Chování regulačního děje v případě první metody závisí na poloze vlastních čísel, resp. pólů přenosové funkce. V případě druhé metody je chování ovlivněno penalizačními maticemi. Nevhodnou volbou pólů nebo penalizačních matic lze nastavit nevhodně regulátor. Vlivem špatného nastavení regulátoru se regulační obvod může stát nestabilní i přes to, že soustava je stabilní.

Ze stavového popisu, který byl získán identifikací byly navrženy jednotlivými metodami stavové regulátory. Chtěl jsem poukázat na vliv polohy pólů uzavřeného regulačního obvodu. V simulacích jsou uvedeny dvě verze návrhů stavového regulátoru. Simulací jsem chtěl definovat rozdíly mezi tvrdou a měkkou verzí regulátoru. Jedná se o extrémní varianty možného nastavení stavového regulátoru. Tvrdý regulátor zajistí řízení regulačního pochodu v konečném počtu regulačních kroků. Tento regulátor zaručí regulaci v co nejkratší době za cenu velkých akčních zásahů. Měkký regulátor se snaží ovlivnit regulační pochod jediným akčním zásahem a jeho účinky volně odezní podle dynamiky soustavy.

Následně byl stavový regulátor aplikován na reálném zařízení. Při snaze řídit reálnou soustavu musel být navrhnout Kalmanův filtr, protože výstupní signál soustavy je zatížen výrazným šumem. Šum je stochastický a nevykazuje žádnou strukturu.

Kalmanův filtr vychází z estimátoru úplného řádu. Matice estimátoru, resp. filtru byla získána pomocí funkce *kalman*. Navrženým filtrem byla snaha tento šum minimalizovat. Jelikož se jedná o náhodnou veličinu, tak koeficienty kovariačních matic byly nastaveny experimentálně. Filtr dokázal vliv šumového signálu do jisté míry minimalizovat. Filtrovaný výstupní signál byl využitý jako vstupní signál estimátoru stavu a stavového regulátoru.

Při řízení laboratorní soustavy byla upřednostněna druhá metoda návrhu parametrů regulátoru. Parametry regulátoru byly voleny na základě penalizačních matic. V Simulinku byl sestaven regulační obvod. Regulační obvod se skládá z analogového vstupu a výstupu, Kalmanova filtru, estimátoru redukovaného řádu a stavového regulátoru.

Protože se jedná o rychlou soustavu, snažil jsem se volit penalizační matice intuitivně. Provedl jsem několik změn penalizačních matic a chtěl jsem nalézt optimální volbu. U takto rychlé soustavy jsem nechtěl zbytečně velké akční zásahy. S velikostí akčního zásahu souvisí doba ustálení regulované veličiny na žádané hodnotě. Snažil jsem se nastavit parametry regulátoru tak, aby byla regulace této soustavy plynulá. Také jsem nechtěl vyvíjet velký mechanický tlak na pevnou spojku, která je tvořena plastovou vložkou volbou nesmyslných penalizačních matic.

Ke srovnání stavové regulace byla ještě řízena laboratorní soustava PI regulátorem. Parametry PI regulátoru byly při návrhu stanoveny metodou Zieglera-Nicholse s využitím přechodové charakteristiky.

V simulaci byla testována reakce výstupní veličiny na změnu žádané hodnoty. Ustálení výstupní veličiny proběhlo, při takto získaných parametrech, do 0,3 sekundy. Parametry byly nastaveny u řízení laboratorního modelu, ale regulační pochod nevykazoval stejný průběh.

Rozdíl je nejspíš způsoben přítomností šumového signálu ve výstupní veličině laboratorního modelu. Parametry bylo nutné nastavit experimentálně. Ustálení výstupní veličiny modelu na změnu žádané hodnoty proběhlo asi do 0,9 sekundy. Doplněním vhodného filtru by byla regulace kvalitnější, ale v regulačním obvodu by se patrně objevila další dynamika.

Stavový regulátor, který jsem se snažil nastavit podle výše zmíněných kritérií, provedl pohotovou regulaci na změnu žádané hodnoty do 0,2 sekundy.

Při řízení považuji vhodnější využít stavového regulátoru. S přihlédnutím na výskyt šumového signálu ve výstupní veličině je stavový regulátor v kombinaci s filtrem efektivnější. Jeho nastavení je provedeno na základě volby penalizačních matic. Volba penalizačních matic záleží na zkušenostech navrhovatele, které však nemusí mít každý.

POUŽITÁ LITERATURA

- BALÁTĚ, Jaroslav. 2003. *Automatické řízení*. Praha: BEN. ISBN 80-73000-020-2.
- DOSTÁL, Petr a MATUŠŮ, Radek. 2010. *Stavová a algebraická teorie řízení* [online]. Zlín. 91s. [cit. 8. 5. 2017]. Dostupné z: http://www.utb.cz/file/15548_1_1/
- HUMUSOFT s.r.o. *Měřicí karty*. [online]. [cit. 8. 5. 2017]. Dostupné z: <http://www.humusoft.cz/datacq/mf634/>
- KUPKA, Libor. 2016. *Teorie automatického řízení II*. Přednášky. Pardubice: Osobní sdělení.
- MIKLEŠ, Ján a HUTLA, Vlastimil. 1986. *Teória automatického riadenia*. Bratislava: Alfa. 477s.
- MODRLÁK, Osvald. 2004. *Základy analýzy a syntézy ve stavovém prostoru* [online]. [cit. 8. 5. 2017]. Dostupné z: http://vincenzo.servegame.com/upload/killer/tar2_zas.pdf
- MODRLÁK, Osvald a ŠKOLNÍK, Petr. 2006. *Regulace otáček se zátěží*. [cit. 8. 5. 2017]. 28s.
- NOSKIEVIČ, Petr. 1999. *Modelování a identifikace systému*. Ostrava: MONTANEX a.s. ISBN 80-7225-030-2.
- SLAPNIČKA, Milan. 2010. *Syntéza regulačního obvodu se stavovým regulátorem s ohledem na jeho robustnost*. Liberec. Diplomová práce. Technická Univerzita v Liberci. Fakulta mechatroniky, informatiky a mezioborových studií. [cit. 8.5 2017]. 74s. Vedoucí: J. Janeček.
- ŠTECHA, Jan a HAVLENA, Vladimír. 2002. *Teorie dynamických systému*. Praha. 254s ISBN 80-01-01971-3.
- TUREK, Milan. 2007. *Tvorba stavového modelu systém* [online]. [citace 8. 5. 2017]. Dostupné z: http://autnt.fme.vutbr.cz/lab/a4-716/vyuka/rir/pdf/stavovy_model.pdf
- Univerzita Tomáše Bati ve Zlíně, *Řízení technologických procesů* [online]. [cit. 8. 5. 2017]. Dostupné z: <http://rtp.webzdarma.cz>
- VROŽINA, Milan a JANEČKOVÁ, Zora a DAVID, Jiří. 2012. *Identifikace systému* [online]. Ostrava. 178s. [cit. 8. 5. 2017]. ISBN 978-80-248-2594-6. Dostupné z: <http://www.person.vsb.cz/archivcd/FMMI/IS/Identifikace%20systemu.pdf>
- WAGNEROVA, Renata a MINÁR, Kamil. 2010. *Prezentační a výukový modul pro oblast analýzy regulačních obvodů v prostředí Intranetu* [online]. Ostrava. [cit. 8. 5. 2017]. Dostupné z: <http://books.fs.vsb.cz/Analyza/>

PŘÍLOHY

Příloha A – CD

Příloha k diplomové práci
Stavová regulace soustavy motor-generátor

Bc. David Mucha

CD

Obsah

1 Text diplomové práce

2 Zdrojové kódy