

SCIENTIFIC PAPERS
OF THE UNIVERSITY OF PARDUBICE

Series B

The Jan Perner Transport Faculty

2 (1996)

CHARAKTERISTIKY KONTAKTNÍ GEOMETRIE

Jiří IZER, Jaromír ZELENKA

Katedra dopravních prostředků

1. Definice problému

Kontaktní geometrie ve vztahu dvojkolí - kolej je úzce specializované odvětví stereometrie (matematická disciplína studující geometrii prostorových útvarů), které na základě známých jízdních obrysů dvojkolí a kolejnic zpravidla formou počítačového zpracování určuje charakteristiky, které udávají změnu zvolené veličiny při příčném posouvání dvojkolí z jeho střední polohy na koleji až do předem zvolené situace, která bývá až za dolehnutím okolku ke kolejnici v místech postupného šplhání na hlavu kolejnice. Příčná osa dvojkolí je přitom buď kolmá na osu koleje, nebo může být od této polohy odchýlena o tzv. úhel náběhu. Charakteristiky kontaktu jsou jako obecně prostorové geometrické úlohy. Nejčastěji jsou požadovány pro nulovou hodnotu úhlu náběhu, kdy úloha přechází na rovinný problém. Pracovní rovina je kolmá ke směru koleje; kolejnice jsou tedy reprezentovány svými kolmými průřezy a dvojkolí se zobrazuje svislým řezem vedeným osou nápravy. Geometrické pojmání problému se projevuje v tom, že se nepředpokládají pružné deformace povrchů, ale interakce kol a kolejnic se řeší jako bodové dotyky absolutně tuhých povrchů, respektive jako posouvání křivek jedné po druhé. Není přitom nutný předpoklad souměrnosti komponentů koleje a dvojkolí vůči jejich středům, naopak v obecných, provozem opotřebených jízdních obrysech

kol i ploch hlav kolejnic jsou tyto komponenty nesymetrické včetně odlišných hodnot poloměrů kol dvojkolí.

Křivky tvořící vstupní údaje pro zjišťování charakteristik, tj. konkrétní geometrické útvary jízdních obrysů kol i hlav kolejnic včetně jejich roztečí (rozchod koleje, rozchod dvojkolí), jsou udány buď ve svých jmenovitých tvarech, nebo ve tvarech reálných, zjišťovaných u provozovaných kol a kolejnic přesným měřením pomocí speciálních přístrojů spojených s počítačem, který spojitý měřený signál převádí do souboru diskrétních hodnot souřadnic příslušné křivky. Pro výpočet kontaktu se uvedený soubor souřadnic převede do formy spojitě funkce tzv. spline funkcí. Je to polynom 3. stupně, který je vždy pro jeden ekvidistantní interval definován svými koeficienty, získanými výpočtem z hodnot několika sousedních intervalů. Pro určování koeficientů těchto polynomů se v současnosti používají standardní programy, takže daný soubor souřadnic jízdního profilu se jedním příkazem převede na spline soubor obsahující koeficienty jednotlivých polynomů. Hodnota svíslé souřadnice z se pak v kterémkoliv místě křivky jízdního obrysu explicitně vypočte pro hodnotu příčné souřadnice y .

2. Příklady jízdních obrysů

Jako vstupní údaje užité k určení charakteristik uvedených v následujících oddílech lze představit jmenovité průběhy jízdních obrysů dvojkolí normálního rozchodu užívaných v železničním provozu (**obr. 1**).

Kuželový jízdní obrys (**obr. 1a**) představuje stav nacházející se na lokomotivách a vozech ČSD až do počátku 70. let. Je dosud alternativně obsažen v normě ČSN 28 0335.

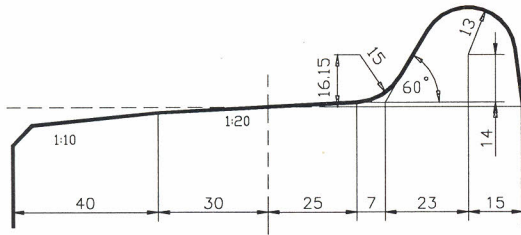
Nejnámějším křivkovým profilem je jízdní obrys UIC-ORE (**obr. 1b**), jinde známý pod označením S 1002, který vznikl ze tvaru statisticky vyhodnoceného opotřebeného jízdního obrysu na kolejích s úklonem kolejnic 1:40; jeho průběh je určen mocninnými funkcemi, nebo tabelárně (vyhláška UIC 510-2).

Britské železnice vyznačující se úklonem kolejnic 1:20 zavedly do svého provozu jízdní obrys P8 (**obr. 1c**), který v současné době používají i dánské železnice (mají úklon kolejnic 1:20), a to po nikoli nejlepších zkušenostech s obrysem S 1002.

Pro podmínky ČSD byl na VŠDS v Žilině vyvinut a vyzkoušen jízdní obrys pod označením KKVMZ (**obr. 1d**), který je v současné době provozován na motorových jednotkách dodávaných řeckým železničním firmou AEG.

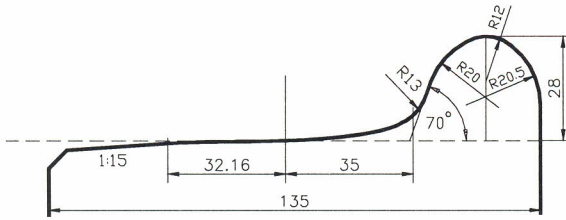
Jízdní obrys:

a)



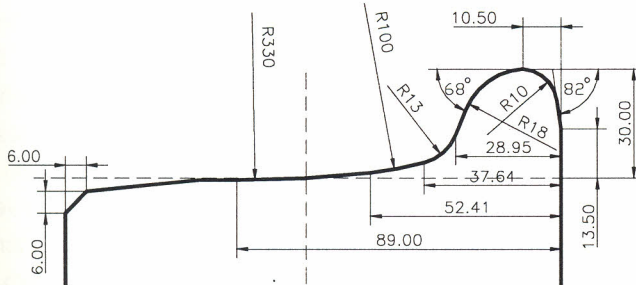
KUŽELOVÝ

b)



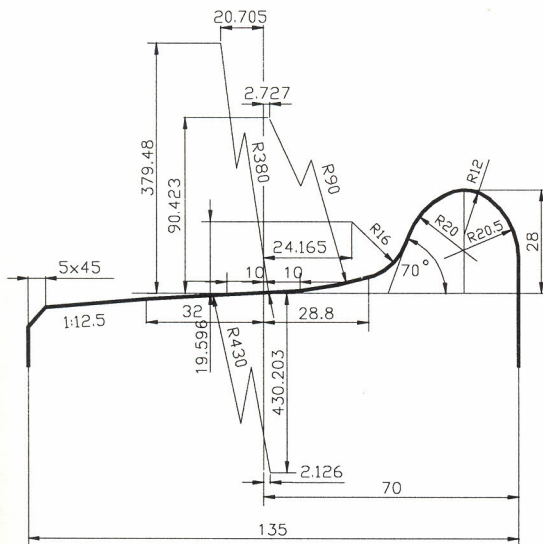
UIC - ORE

c)



BR P8

d)



KKVMZ

Obr. 1 Příklady jízdních obrysů kol.

Všechny uvedené obrysy jsou charakterizovány tvarem a velikostí tří základních částí:

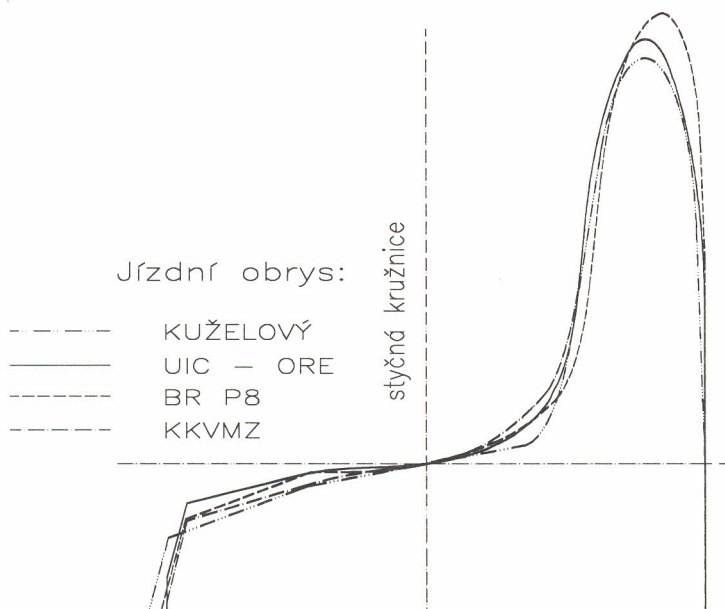
- ♦ **okolku**, se jmenovitou výškou nad úrovní styčné kružnice, jmenovitou tloušťkou podle typu obrysu a úhlem sklonu nejstrmější části vnitřního čela,
- ♦ **jízdní plochy**, která je u uvedeného kuželového obrysu v hlavní oblasti kolem styčné kružnice tvořena kuželem s kuželovitostí 1:20. Ve vnější části je pak kuželovitost v hodnotě 1:10. Površky jízdní plochy tvoří tudíž úsečky, jejichž úhel s osou dvojkolí má velikost odpovídající přímo kuželovitosti jízdního obrysu. Na rozdíl od tohoto typu jízdního obrysu je jízdní plocha křivkových obrysů tvořena buď křivkou vyššího stupně, jejíž křivost směrem od oblasti styčné kružnice k okolku postupně roste a směrem k vnějšímu čelu kola po dosažení inflexního bodu a změny smyslu křivosti přechází v kuželovou plochu, nebo je tvořena několika na sebe navazujícími kruhovými oblouky. I v tomto případě se provozním opotřebením rychle vytvoří křivka s postupnou změnou křivosti přimykající se více nebo méně k zakřivenému povrchu hlavy kolejnice. Obecná plocha jízdního povrchu provozně bývá proto nejčastěji definována souborem diskrétních hodnot souřadnic. **Obr. 2** ukazuje v pětinasobném převýšení odlišný charakter tvaru jízdních ploch zmíněných obrysů.
- ♦ **přechodové části z jízdní plochy do okolku**, která je tvořena ve všech případech kružnicovým obloukem o definovaném poloměru, který musí být větší než poloměr zaoblení profilu hlavy kolejnice. To platí i pro případ, že dvojkolí zaujímá vůči koleji určitý úhel náběhu, kdy se zakřivení průmětu této části jízdní plochy do roviny kolmé k ose koleje poněkud zvětšuje. Proto s větším předpokládaným úhlem náběhu dvojkolí musí být větší i rozdíl mezi poloměrem zaoblení jízdního obrysu kola a hlavy kolejnice.

Porovnáním jednotlivých jízdních obrysů na **obr. 1** lze zjistit, že:

- a) maximální sklon okolku kuželového jízdního obrysu je 60° , zatím co u křivkových je to zpravidla 70° . Tím se zvyšuje bezpečnost proti vykolejení tj. mezní poměr Y/Q přibližně o 50%. Je třeba dodat, že u vozidel provozovaných na převážně obloukovitých tratích s malými poloměry se okolky dvojkolí opotřebovávají do ještě větší strmosti. Švýcarské železnice proto pro dvojkolí s malými koly zavedly jízdní obrys se strmostí okolku pod úhlem 74° .
- b) Zakřivení přechodu okolku do jízdní plochy je u kuželového obrysu 15 mm, u obrysu KKVMZ 16 mm, čímž jsou splněny podmínky pro možnost kontaktu se zaoblenou hranou hlavy kolejnice v podmínkách úhlu náběhu. Jízdní obrys UIC-ORE se spolu s dalšími obrysy vyznačuje

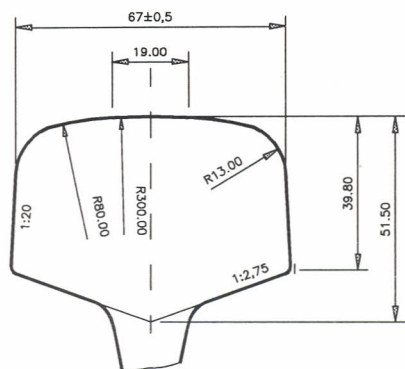
zaoblením poloměrem 13 mm, což má za následek, že již při malém úhlu náběhu se hrana kolejnice dotýká jízdního obrysu ve dvou bodech s nepříznivými důsledky pro opotřebení obou ploch. Není proto divu, že na základě posledních výzkumů se prosazuje kolejnice s vodící hranou hlavy zaoblenou poloměrem pouze 12.5 mm.

- c) U křivkových jízdních obrysů přibývá hodnota souřadnice z od styčné kružnice směrem k okolku podstatně rychleji, než směrem opačným. U kuželového jízdního obrysu v oblasti stejné hodnoty kuželovitosti jsou tyto přírůstky v obou směrech stejné (**obr. 2**). To má za následek, že dvojkolí má na kuželovém jízdním obrysu konstantní délku vlny, zatímco na křivkovém se délka vlny vlnivého pohybu mění s velikostí příčného rozkmitu.
- d) Jízdní obrysy určené pro kolejnice s úklonem 1:20 mají tvar jízdní plochy v oblasti styčné kružnice o poznání více nakloněný (**obr. 2**).

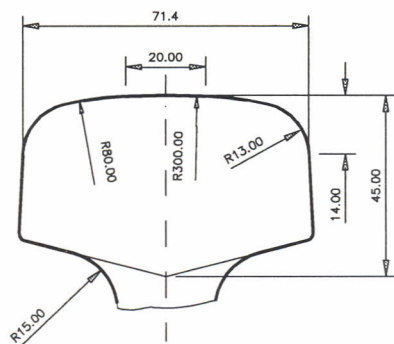


Obr. 2 Zvýraznění tvarových odlišností jízdních ploch jednotlivých obrysů kol.

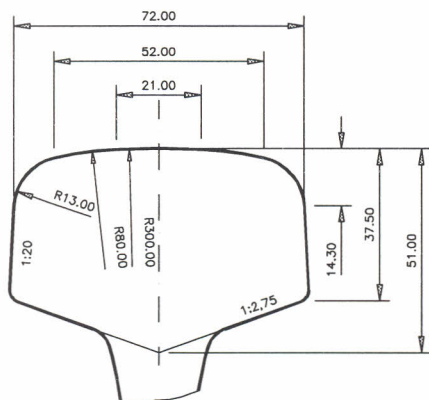
Ze vstupních údajů dvojkolí je pro výpočty charakteristik kontaktní geometrie nutno uvést kromě uvedených jízdních obrysů ještě **poloměr kola** buď změřený na reálném dvojkolí v místě styčných kružnic kol, nebo jako jmenovitou hodnotu poloměru. **Rozkolí** se obdobně zadává buď jako jmenovitá hodnota 1360 mm, nebo ve skutečné hodnotě změřené na dvojkolí. V případě, že se skutečná hodnota liší od jmenovité, je nutné provést transformaci naměřeného souboru jízdního obrysu tak, aby jeho umístění na dvojkolí odpovídalo skutečnosti.



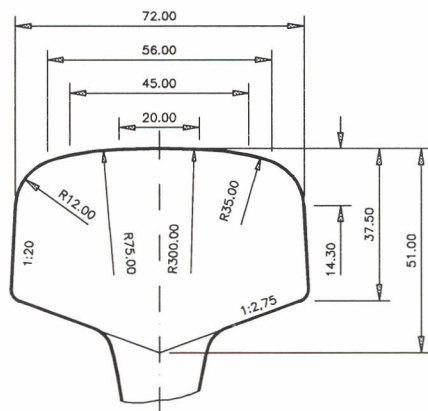
S 49



R 65



UIC 60



UIC 60DB

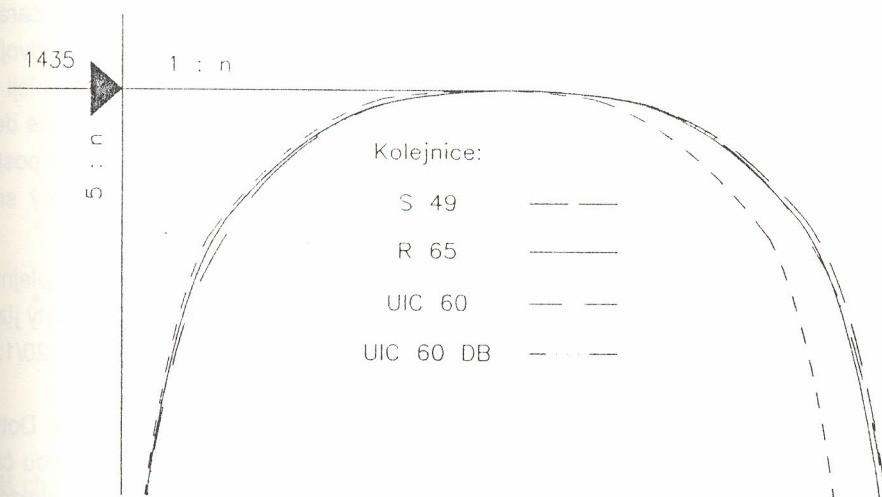
Obr. 3 Příklady tvarů hlav kolejnic.

3. Příklady tvarů hlav kolejnic

Obdobně, jako je u dvojkolí pro vzájemné spolupůsobení dvojkolí - kolej určující jeho jízdní obrys, je se strany koleje rozhodující profil příčného řezu hlavy kolejnice. Na *obr. 3* jsou znázorněny tvary hlav některých typů kolejnic, které se používají u ČD i v zahraničí. Je pro ně typické zaoblení temena kolejnice poloměrem 300 mm v přibližně stejné šířce, dále přechod poloměrem 80 mm do hrany hlavy kolejnice, která je zaoblena poloměrem 13 mm. Výjimku tvoří nejnověji používaná kolejnice UIC 60 DB (*obr. 3d*) se zaoblením hrany 12.5 mm, která odpovídá tvaru opotřebené hlavy zjištěné v podmínkách německých drah. Odlišnost od ostatních typů je i v postupnějším přechodu křivosti z temena ke hraně poloměry 75 a 35 mm.

Posuzováno pouze s hlediska tvaru samotné hlavy kolejnice se, opět s výjimkou UIC 60 DB, nezdají být jednotlivé typy pro vztah k dvojkolí příliš odlišnými. Opak je však pravdou, neboť o vzájemné poloze hlavy kolejnice a jízdního obrysu dvojkolí rozhodují další okolnosti. Jsou to:

- ♦ **Úklon kolejnic**, což je parametr určující hodnotu úhlu, pod nímž je pata kolejnice uložena vůči rovině pražce. O příslušnou hodnotu úhlu úklonu se pootočením kolem souřadného počátku transformuje systém souřadnic profilu hlavy kolejnice. U různých železničních správ je hodnota úklonu různá. U ČD je to známých 1:20, obdobně je tomu u FS, SNCF, DSB, NSB, BR, RENFE atd. Naproti tomu u DB, SBB, na hlavních tratích ÖBB je užíván úklon 1:40. Ve výhybkách se užívá úklonu 1:∞.
- ♦ **Rozchod koleje** je určujícím údajem pro takovou příčnou transformaci souřadného systému profilu hlavy kolejnice, aby se dosáhlo hodnoty změřeného, nebo předem žádaného rozchodu koleje podle jeho definice, tedy 14 mm pod rovinou temen kolejnic.



Obr. 4 Zvýraznění odlišností tvaru temene kolejnic při stejném rozchodu koleje.

Hledání odlišností koleje ve vztahu k dvojkolí, je proto nutné provádět v situaci umístění hlav kolejnic při určitém rozchodu a úklonu. Na **obr. 4** je pak ukázáno zvýrazněné porovnání několika příkladů hlav kolejnic při stejném rozchodu koleje a při svislé poloze kolejnic.

Profil hlavy kolejnice je jako vstupní údaj pro řešení charakteristik kontaktní geometrie dán buď ve jmenovitém tvaru podle vzorového listu typu kolejnice nebo obdobně, jako tomu bylo u jízdního profilu dvojkolí, jako soubor souřadnic získaný měřením profilu speciálním přístrojem.

V takovém případě je již úklon kolejnice do tvaru profilu zahrnut. Počátek souřadného systému takového souboru je situován do průsečíku svislé osy symetrie kolejnice s profilem na temeni hlavy.

4. Dotykové body

Základním úkolem kontaktní geometrie je zjišťování dotykových bodů kol a kolejnic. Výše uvedenými vstupními údaji o tvaru jízdních profilů kol dvojkolí a příčných profilů hlav kolejnic na koleji je přesně identifikován mechanický systém dvojkolí - kolej jako kinematická smyčka se dvěma členy, kde pevným rámem je kolej a pohyblivým členem je dvojkolí. Jejich vzájemná vazba vyššími kinematickými dvojicemi umožňuje vzájemnou pohyblivost v dotykových rovinách.

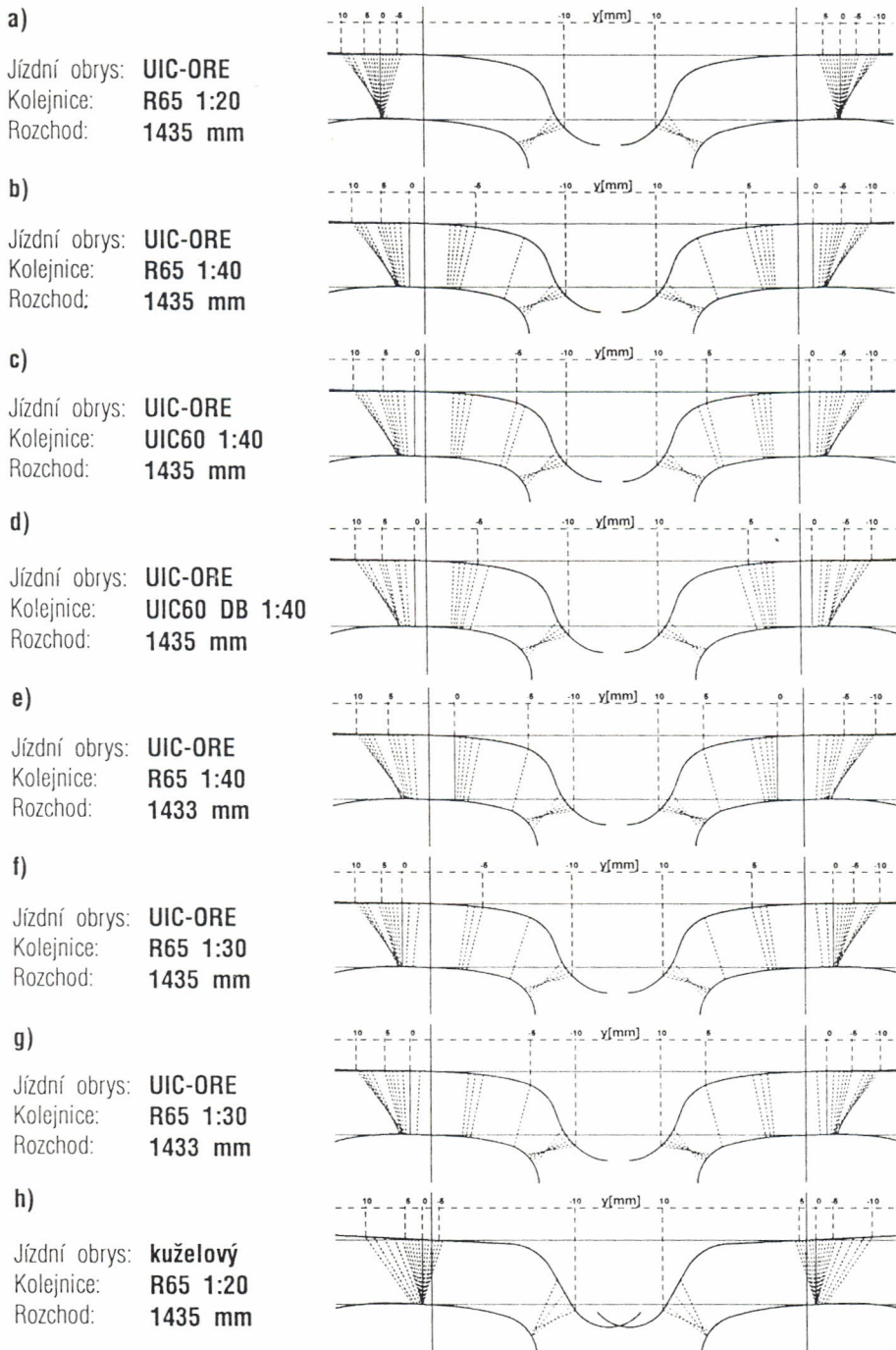
Pro takto definovaný systém se řeší poloha dotykových bodů na obou částech vzájemné interakce. Dotykové body lze vyznačovat pomocí souřadnic nebo grafickým znázorněním. Příklady vyznačené v **obr. 5** vycházejí ze znázorněné centrované polohy dvojkolí nad kolejí, kde svislé plné čáry identifikují polohu valivých kružnic dvojkolí ve vzdálenosti 1500 mm. Spojnice (čárkovanými čarami) ukazují dvojice bodů přicházejících do dotyku po příčném posunutí dvojkolí o uvedenou hodnotu. Dvojkolí nacházející se v centrované poloze vůči koleji má dotykové body označeny 0. Dvojkolím je dále posouváno po krocích zvolené délky (v **obr.5** znázorněných v diskrétních hodnotách po 1 mm) až do celkového posunu předem zvoleného, zde např. 10 mm, na obě strany osy koleje (kladný směr posunutí je doprava).

Dílčí **obrázky 5a - 5h** jsou charakterizovány typem stýkající se kolejnice, jejím úklonem a rozchodem koleje. Ve všech případech se jedná o jmenovitý jízdní obrys UIC-ORE s výjimkou **obr. 5h**, v němž se jedná o kuželový obrys 1:20/1:10. Co lze z těchto charakteristik vyvodit?

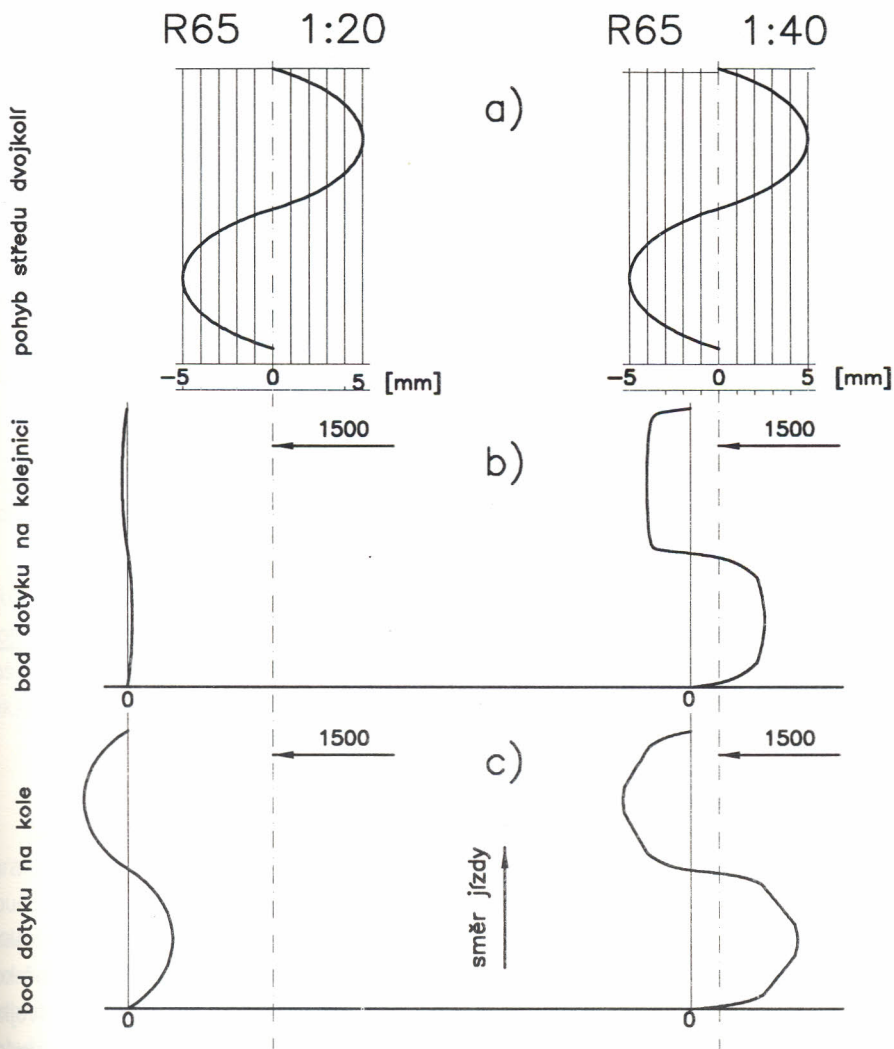
- ♦ U kuželového obrysu **obr. 5h** je bod 0 na ose temena kolejnice. Dotýká se tak na kolejnici část zaoblená poloměrem 300 mm s přímkovou částí jízdního obrysu kola. To je příčinou poměrně vysokého kontaktního namáhání. S příčným posuvem dvojkolí se body dotyku na hlavě kolejnice prakticky neposouvají, na jízdním obrysu se posouvají pouze o hodnoty příčného posuvu celého dvojkolí, tedy v pásmu šířkově značně omezeném jen na šířku volného kanálu koleje. Po jeho vyčerpání se dotyk přenáší i na strmou část okolku. Vzniká tak dvoubodový dotyk kola s kolejnicí až do okamžiku, kdy nastává proces šplhání okolku na hlavu kolejnice, tedy kdy je dosaženo meze vykolejení. Poněvadž tento proces při nalehnutí dvojkolí na jeden z kolejnicových pásů např. při jízdě obloukem normálně nenastává, je dvoubodový dotyk pro tento obrys zcela typický.

- ♦ V **obr. 5a** je znázorněna situace při dvojici: kolejnice R 65 s úklonem 1:20 - jízdní obrys UIC-ORE. Bod 0 je značně vzdálen směrem vně z osy koleje. Na hlavě kolejnice přichází do kontaktu část zaoblená poloměrem 80 mm, na jízdním obrysu část s poloměrem křivosti asi 6500 mm, tedy téměř přímková část. Vzniká tak velmi nepříznivá situace pro velikost kontaktního namáhání. Ještě nepříznivější je okolnost, že se dotykový bod na hlavě kolejnice s posunutím dvojkolí téměř nepohybuje. Ani na jízdním obrysu není situace příznivější. Teprve po posunutí dvojkolí asi o 6.5 mm se dostává dotykový bod na nejstrmější část okolku; posunutí o 7 mm je již za strmou částí okolku, tedy za mezí vykolejení. To ze stejných důvodů jako u obrysu kuželového za provozu vede nutně k dotyku dvoubodovému.
- ♦ **Obr. 5b - 5d** ukazují situace vznikající pouze malou změnou tvaru hlavy kolejnice. Bod 0 je ve všech případech posunut poněkud vně osy hlavy kolejnice. Významný je rozdíl v polohách bodů odpovídajících posunutí dvojkolí o 5 mm. U kolejnice R 65 jsou tyto body ještě na poměrně ploché části temena kolejnice, zatímco u kolejnice UIC 60 již v části významněji nakloněné. Jistý kompromis mezi oběma případy vytváří kolejnice UIC 60 DB, u níž lze pozorovat rovnoměrnější rozložení kontaktních bodů po šířce jak jízdního obrysu, tak i hlavy kolejnice, což svědčí o větší tvarové přimknutosti obou ploch.
- ♦ **Obr. 5e** znázorňuje významný rozdíl v kontaktu po poměrně malé změně rozchodu koleje oproti případu **5b**.
- ♦ **Obr. 5f a 5g** ukazují, jak se v kontaktu projeví změna úklonu kolejnic na hodnotu 1:30. I když jsou polohy kontaktních bodů značně odlišné od situace při úklonu 1:40, je rozdíl od úklonu 1:20 podstatnější v rovnoměrnějším rozložení kontaktu po šířce obrysu i kolejnice.

I když zjištěné množiny dotykových bodů jsou hlavně podkladem pro další charakteristiky či simulační výpočty pohybu, již samy o sobě dávají určitou informaci. Lze ji demonstrovat např. na studii pohybu dotykových bodů při vlnivém pohybu volného dvojkolí. Předpokládejme - pro porovnání - situaci téhož dvojkolí s obrysem UIC-ORE na těchže kolejnicích R 65 v rozchodu 1435 mm avšak s různým jejich úklonem (**grafy 5a, 5b**). Předpokládejme, že dvojkolí se pohybují s amplitudou 5 mm a sledujme průběh dotykových bodů na kole a kolejnici. **Obr. 6a** vyznačuje vlnivý pohyb opisovaný středem dvojkolí (v obou porovnávaných případech shodný) tj. průchod dvojkolí polohami 0, -5, 0, +5, 0. **Obr. 6b** ukazuje např. pro levé kolo průběh bodů dotyku na kolejnici a **6c** průběh bodů dotyku na kole; oba grafy jsou vyneseny s užitím údajů vyneseny z **obr. 5a, 5b**.



Obr. 5 Znárodnění dotykových bodů dvojkolí - kolej při příčném posuvu dvojkolí.



Obr. 6 Pohyb dotykových bodů na kole a kolejnici při vlnivém pohybu středu dvojkolí při různém úklonu kolejnic a jízdním obrysu UIC - ORE.

a) vlnivý pohyb středu dvojkolí

b) pohyb dotykových bodů na hlavě levé kolejnice

c) pohyb dotykových bodů na jízdní ploše levého kola

Míra klikatosti zjištěných křivek dává prvotní informaci o přimknutí jízdních ploch kola a kolejnice. Čím je přimknutí dokonalejší, tím více se křivky bodů dotyku příčně vychylují.

Příčný pohyb bodů dotyku současně naznačuje, jaký lze očekávat průběh opotřebení příslušného komponentu. Téměř přímkový průběh informuje o lokálně koncentrovaném zatěžování, kde nárůst opotřebení bude rychlejší, resp. brzy dojde ke změně geometrických poměrů. Široce rozvolněný průběh ukazuje na

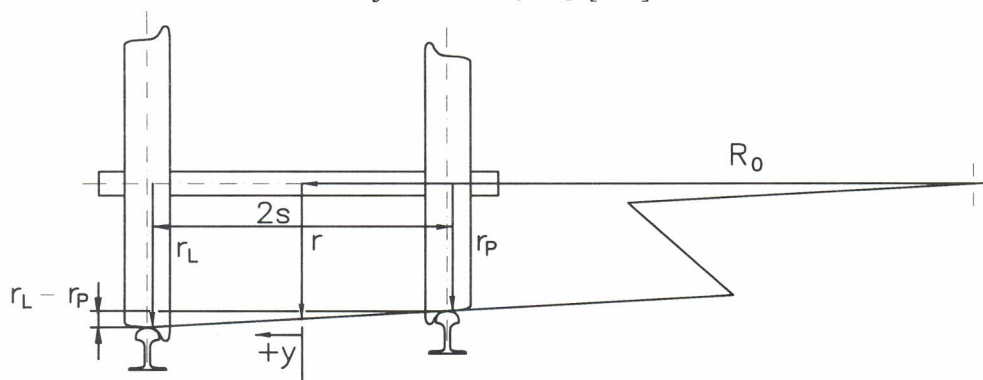
rovnoměrné namáhání jízdní plochy a tudíž její delší životnost a zachování původních geometrických poměrů.

5. Jednotlivé charakteristiky kontaktní geometrie

5.1 Delta-r funkce (Δr)

Tato charakteristika kontaktní geometrie dvojice dvojkolí - kolej vyjadřuje závislost velikosti rozdílu okamžitých valivých kružnic levého kola r_1 a pravého kola r_2 , které přísluší zjištěným dotykovým bodům, na postupné změně polohy dvojkolí vůči koleji (kladné hodnoty y směrem doleva). Získává se z výsledku výpočtu polohy dotykových bodů. Platí tedy

$$\Delta r \text{ funkce} = r_1 - r_2 \text{ [mm]}.$$



Obr. 7 Valení dvojkolí při různých poloměrech kol.

Průběh grafu této charakteristiky (**obr. 8**) vypovídá o tom, jak se s rostoucím příčným posunutím dvojkolí y mění velikost rozdílu poloměrů, po nichž se obě kola pohybují, a tím jak se mění poloměr R_0 oblouku dráhy, po které se může dvojkolí pohybovat prostým valením (**obr. 7**). Bylo by to ovšem za předpokladu, že vedení dvojkolí vozidlem takovéto valení umožňuje a toto se děje bez skluzů.

Grafy uvedené v **obr. 8** názorně ukazují vliv úklonu kolejnic a rozchodu koleje na hodnoty a průběh této funkce ve zvoleném rozmezí příčného posuvu dvojkolí ± 10 mm. Z jejich vzájemného porovnání vyplývá:

- ♦ u jízdního obrysu kuželového (**obr. 8a**) stejně jako u obrysu UIC-ORE na kolejnici R65 s úklonem 1:20 (**obr. 8b**) je hodnota Δr funkce nepatrná v celém rozsahu volného kanálu koleje, který má pro rozchod koleje 1435 mm šířku v rozmezí ± 6.2 mm. V případě obrysu UIC-ORE její hodnota nepřesahuje $\Delta r = 0.1$ mm.
- ♦ U téhož jízdního obrysu, ale na kolejnicích s úklonem 1:40, se situace zásadně mění. Hodnota funkce se téměř lineárně zvětšuje až do příčného

posuvu 5.3 mm při dosažení hodnoty asi 1.5 mm. Poté se hodnota Δr funkce prudce zvýší až na téměř 5 mm při vyčerpání vůle v kanálu koleje. Podobný nespojitý charakter si zachovává i při zúženém rozchodu koleje (**obr. 8d**) a při kolejnici UIC - 60 (**obr. 8e**). Takovýto průběh lze přisoudit určitému sklonu ke dvoubodovému dotyku kola s kolejnicí v případě zcela tuhých těles. Na kolejnici UIC 60 DB, která představuje tvar již provozem opotřeбенý, k této nespojitosti ve funkci Δr nedochází.

- ♦ Určité lomení tvaru z některých charakteristik poblíž počátku souřadnic lze - s použitím obr.5 - vysvětlit značným skokem v roztečích bodů -1, 0, 1, a tedy výraznou změnou poloměrů valení při malém příčném přemístění dvojkolí.

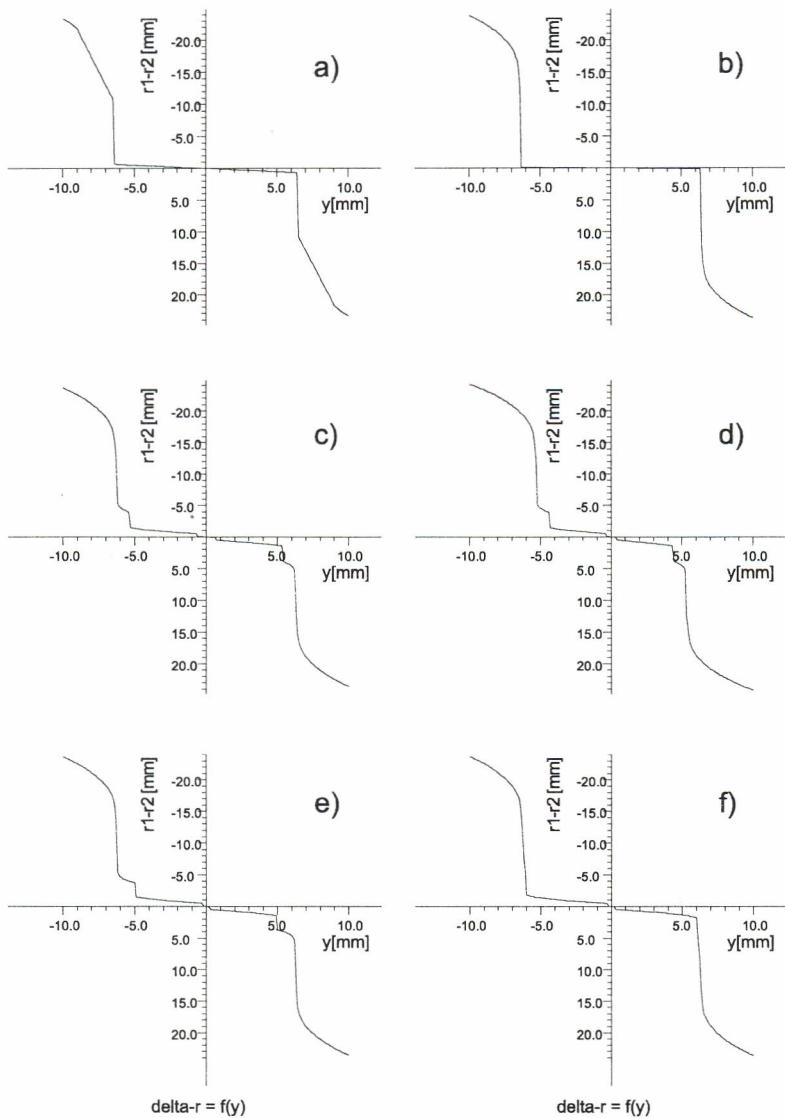
Pro obecné provozem opotřeбенé profily hlav kolejnic a jízdních obrysů kol, včetně jejich nestejných poloměrů, by byly průběhy zjišťované funkce pochopitelně nesymetrické vzhledem k příčnému posunutí y .

Δr funkce tedy charakterizuje teoretické možnosti pohybu dvojkolí po zakřivené trajektorii v závislosti na jeho okamžité poloze na koleji. U skutečné dvojice se jedná o tělesa elastická, takže dotykové body přecházejí v dotykové plošky, jejichž velikost je do značné míry ovlivněna rozdílem v křivosti obou stýkajících se těles v okolí teoreticky zjištěného dotykového bodu.

5.2 Tangens gama - funkce (tangens - γ)

Při výpočtu polohy kontaktních bodů na kolech i kolejnicích jsou společnými parametry pro kritérium vzájemného dotyku obou těles i úhly dotykových rovin. Současně to znamená, že i úhly odklonu normál k dotykové rovině v dotykovém bodě musí být nabývat stejných velikostí. Na shodné nositelce jsou tudíž i normálová akce a reakce mezi kolem a kolejnicí. Poloha normálové síly je přitom jedním z určujících parametrů pro silové obtížení dvojkolí, které určuje jeho pohybový stav v každém okamžiku jízdy po koleji. Je proto hodnota úhlů dotykových rovin velmi důležitou veličinou pro posuzování charakteru vzájemného vztahu dvojkolí - kolej.

Na důležitost poznání hodnot těchto úhlů názorně ukazuje následující úvaha. Sledujme dvojkolí obtížené svíse tak, že jeho kolové síly jsou stejné o hodnotě Q_0 (**obr. 9**). Normálové síly v dotykových bodech s kolejnicemi jsou při postavení v centrované poloze vůči koleji rovněž stejné, avšak odkloněné o úhly γ_0 proti sobě. Dvojkolí je tudíž ve statické rovnováze. Jestliže je dvojkolí příčně přemístěno o hodnotu y , změní se úhly dotykových rovin na γ_L a γ_P .

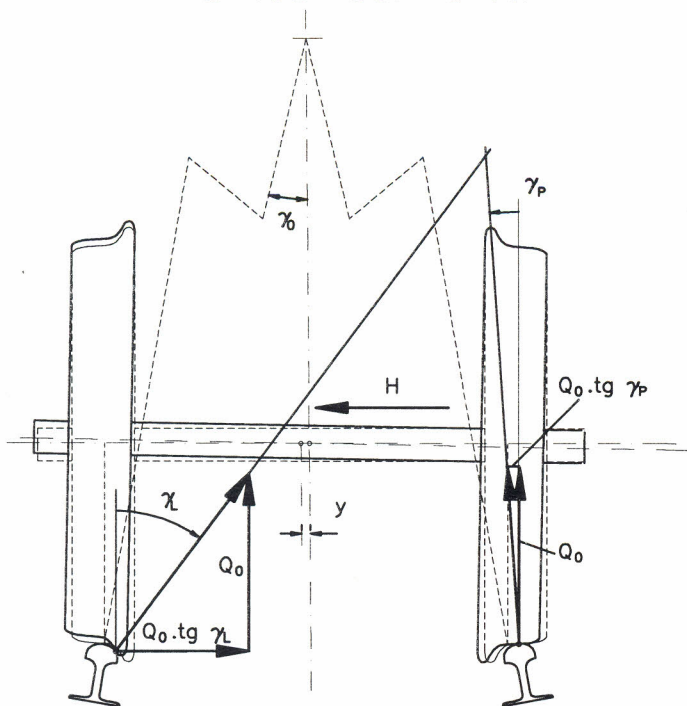


Obr. 8 Δr funkce pro:

	obrys	kolejnice	rozchod
a)	kuž. 1:20/1:10	R65 - 1:20	1435
b)	UIC - ORE	R65 - 1:20	1435
c)	UIC - ORE	R65 - 1:40	1435
d)	UIC - ORE	R65 - 1:40	1433
e)	UIC - ORE	UIC60 - 1:40	1435
f)	UIC - ORE	UIC60DB - 1:40	1435

Pokud přijmeme pro další účely vhodný zjednodušující předpoklad, že tření v dotykových bodech není, působí v příčném směru z kolejnic na kola příčné složky normálových sil o hodnotách $Q_0 \cdot \text{tg } \gamma_P$ a $Q_0 \cdot \text{tg } \gamma_L$ působících proti sobě. K dosažení statické rovnováhy v příčném směru je třeba připojit vnější příčné působící sílu H . Její velikost závisí zjevně na velikosti y , takže lze psát:

$$H = Q_0 \cdot (\text{tg } \gamma_L - \text{tg } \gamma_P) = Q_0 \cdot f(y).$$



Obr. 9 Vysvětlení významu tangens γ - funkce.

Sílu H lze také vyjádřit, obdobně jako tomu bývá u pružných vazeb, reagujících proti deformaci silou, jako součin příčného posunutí y a jisté tuhosti k_g , která však v tomto případě nebude konstantní:

$$H = y \cdot k_g(y),$$

kde $k_g = Q_0 \cdot f(y)/y$ se nazývá **gravitační tuhost**, neboť její původ je odvozen od tíhového obtížení dvojkolí. Její rozhodující součástí je funkce

$$f(y) = \text{tg } \gamma_L - \text{tg } \gamma_P,$$

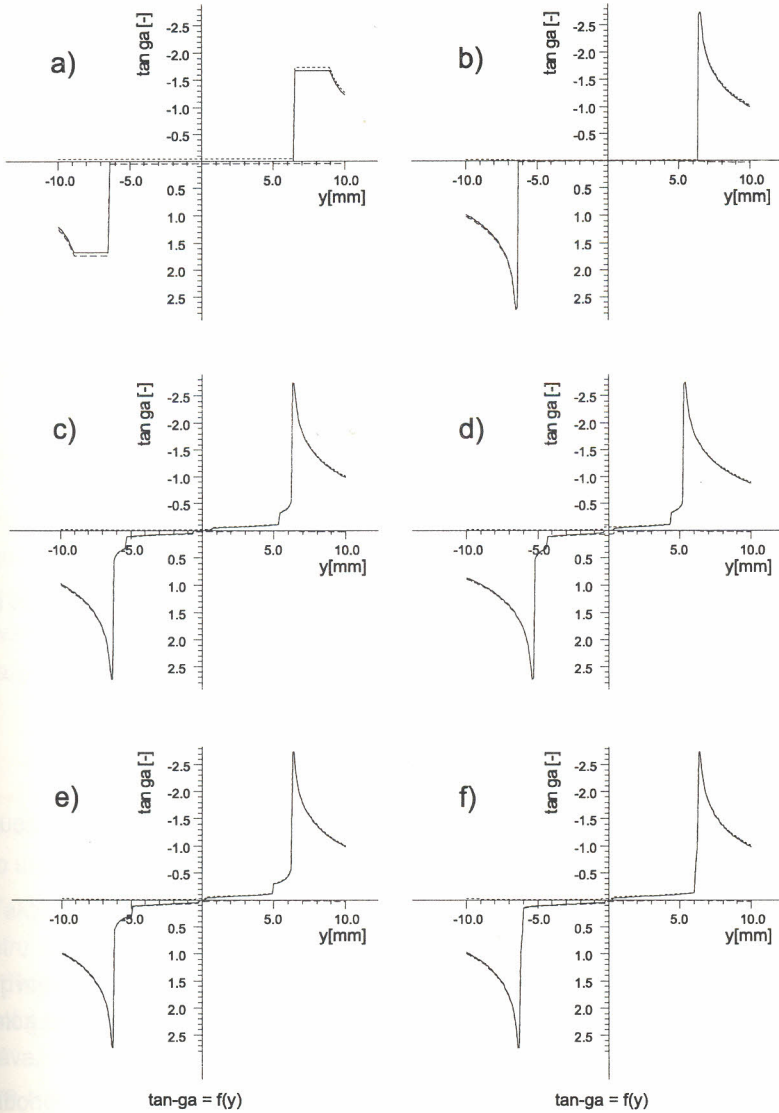
která se nazývá **tangens - γ funkce** a je jednou z důležitých charakteristik vzájemného vztahu dvojkolí a koleje. Úhly γ_L i γ_P jsou orientovány tak jak je naznačeno v obr. 9.

Její význam spočívá především v tom, že ukazuje na intenzitu příčné silové vazby dvojkolí ke koleji, která kromě vazby kinematické, vznikem rozdílu poloměrů

okamžitých valivých kružnic, tvoří pružnou vazbu dvojkolí ke koleji. Při jízdě obloukem vytváří tato vazba takové vodící účinky, že nabíhající kolo nevyčerpává zcela vůli dvojkolí ve volném kanálu koleje a úhel dotykové roviny s hlavou kolejnice nemá hodnotu úhlu maximálního sklonu okolku. Na směrové odchylky vnějšího kolejnicového pásu potom dvojkolí reaguje podstatně menšími dynamickými silami. Tento účinek je ještě umocňován tím, že nabíhající kolo, u něhož je sklon dotykové roviny podstatně větší než je tomu u kola druhého, je přitěžováno jednak účinkem klopného momentu od síly H , jednak zvětšením svého valivého poloměru. Se změnou poloměru kola totiž souvisí určité jeho nadzvedávání, což v tomto případě hraje úlohu fiktivního zborcení koleje, jehož důsledkem je přitížení kola. Příčná složka normálové síly je proto na tomto kole z uvedených důvodů větší, než by příslušelo jeho jmenovité kolové síle.

Grafické znázornění tangens - γ funkce ukazuje **obr. 10**, kde v obr. a je pro názornost vynesena též dílčí hodnota $tg\gamma_L$ (čárkovaně) a $tg\gamma_P$ (tečkovaně). Znaménko funkce je v obr. 10 obrácené, poněvadž v příslušném výpočtu je souřadný systém uspořádán z praktických důvodů odlišně, než bylo v dosavadním výkladu použito. Podobně jako tomu bylo u Δr funkce, je patrný zásadně odlišný charakter takto hodnoceného vztahu dvojkolí - kolej při úklonu kolejnic 1:20 a jízdních obrysech kuželovém a UIC-ORE. Zatímco u křivkového obrysu, jakým obrys UIC-ORE bezesporu je, se již při příčném posunutí dvojkolí o 5 mm na koleji s úklonem kolejnic 1:40 pohybuje tangens - γ funkce v hodnotách několika desetín, na koleji s úklonem kolejnic 1:20 za podmínek uvedených obrysů jsou to hodnoty zcela nepatrné. Totéž platí i pro jízdní obrys kuželový, a to bez ohledu na úklon kolejnic. To svědčí o úplné absenci silového středícího účinku odvozeného z přenosu svislých kolových sil. Naproti tomu lze očekávat značný nárůst tohoto účinku při jízdě výhybkou kde jsou kolejnice na pražcích ukládány bez úklonu.

Poznámka o nesymetrii průběhu této funkce při opotřebovaných profilech platí stejně jako u funkce Δr .



Obr. 10 tangens - γ funkce pro:

	obrys	kolejnice	rozchod
a)	kuž. 1:20/1:10	R65 - 1:20	1435
b)	UIC - ORE	R65 - 1:20	1435
c)	UIC - ORE	R65 - 1:40	1435
d)	UIC - ORE	R65 - 1:40	1433
e)	UIC - ORE	UIC60 - 1:40	1435
f)	UIC - ORE	UIC60DB - 1:40	1435

5.3 Efektivní kuželovitost

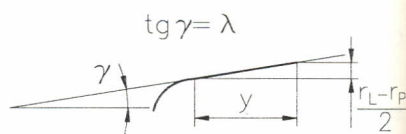
Rozdíl okamžitých poloměrů kol, který vznikne na dvojkolí při jeho příčném posunutí z osy koleje o hodnotu y , má teoreticky za následek, že se dvojkolí při valení po rovině koleje může pohybovat po kruhové dráze. Její střed křivosti se nachází v místě vrcholu kužele, jehož dva řezy tvoří valivé kružnice kol se společnou osou rotace, osou nápravy. Velikost tohoto poloměru křivosti pro střed dvojkolí se určí podle **obr. 7** ze vztahu:

$$R_0 = \frac{r \cdot 2s}{(r_1 - r_2)}, \quad \text{kde } 2s = 1.5 \text{ m}, \quad r = \frac{r_1 + r_2}{2}.$$

Porovnáním se stejnou hodnotou R_0 vzniklou u kuželového jízdního obrysu s kuželovitostí λ , kdy

$$r_1 - r_2 = 2 \cdot \lambda \cdot y$$

$$a \quad R_0 = \frac{r \cdot 2s}{(r_1 - r_2)} = \frac{r \cdot 2s}{(2 \cdot \lambda \cdot y)},$$



získáme vztah pro takovou kuželovitost λ_{ef} křivkového jízdního obrysu, při němž je poloměr křivosti kruhové dráhy dvojkolí stejný jako u obrysu kuželového

$$\lambda_{ef} = \frac{(r_1 - r_2)}{2 \cdot y},$$

který se nazývá **efektivní kuželovitost**.

Tato charakteristika vzájemného vztahu dvojkolí a koleje slouží pouze jako charakteristika doplňující, protože je přímo odvozena z funkce Δr .

5.4 Ekvivalentní kuželovitost

Nejdůležitějším důsledkem kuželovitosti nebo obecného zakřivení jízdního obrysu železničních dvojkolí je vznik jeho vlnivého pohybu při jízdě po koleji, a to bez ohledu na to, jestli je, nebo není ideálně přímá.

Pro pohyb volného dvojkolí na ideální koleji, který pak je periodický, je typické, že má určitou délku vlny L_k a amplitudu y_0 . Pro takovéto dvojkolí, které není vázáno k rámu vozidla, a při zanedbání vzniku podélných i příčných skluzových sil, tedy za předpokladu ryze kinematické vazby dvojkolí ke koleji, lze tento pohyb popsat jednoduchou avšak obecně nelineární diferenciální rovnicí. Ta plyne ze vztahu pro hodnotu křivosti $1/R_0$ trajektorie dráhy dvojkolí v závislosti na okamžité poloze dvojkolí určené souřadnicemi x, y (**obr.11 a obr. 7**):

$$\frac{1}{R_0} \cong -y_c = \frac{(r_1 - r_2)}{2s \cdot r} = \frac{f(y)}{2s \cdot r}.$$

Jejím numerickým řešením pro přesně definovanou dvojici dvojkolí - kolej je periodická křivka, jejíž parametry, tedy délka vlny L_k a amplituda y_0 jsou závislé na počáteční podmínce řešení, např. na počátečním natočení dvojkolí kolem svíslé osy při jinak centrované poloze dvojkolí ($y_0 = 0$).

Je účelné hodnotit dvojici dvojkolí - kolej z pohledu vlnivého pohybu dvojkolí, které má kuželový jízdní obrys o kuželovitosti λ . Délka vlny sinusového pohybu, který je výsledkem řešení výše uvedené diferenciální rovnice, tentokrát lineární, neboť $r_1 - r_2 = 2 \cdot \lambda \cdot y$, je v tomto případě konstantní a tudíž nezávislá na amplitudě pohybu. Její hodnota je dána známým vztahem (viz [1]):

$$L = 2 \cdot \pi \cdot \sqrt{\frac{s \cdot r}{\lambda}}, \text{ potom } l = \frac{4 \cdot \pi^2 \cdot s \cdot r}{L^2}.$$

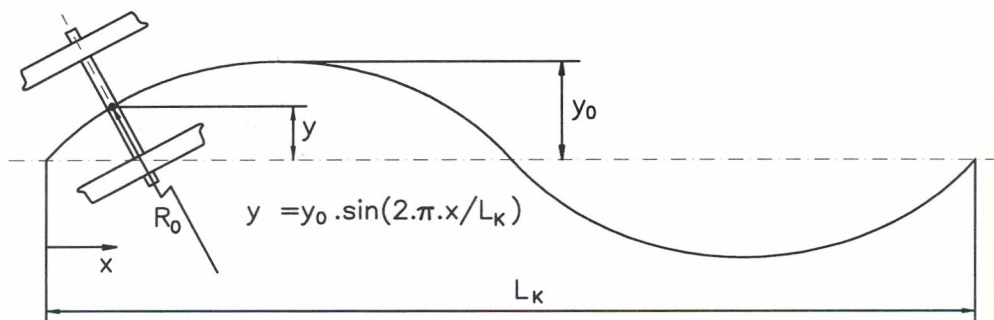
5.4.1 Definice charakteristiky

Předpokládejme, že sledované dvojkolí s jízdním obrysem křivkovým na definované koleji při dosahování amplitudy y_0 vykazuje délku vlny L . Hledáme, jakou kuželovitost by muselo mít totéž dvojkolí s obrysem kuželovým, aby dosahovalo shodné délky vlny $L_k = L$. Takto nalezená kuželovitost se označuje λ_{ekv} a nazývá se **ekvivalentní kuželovitost**.

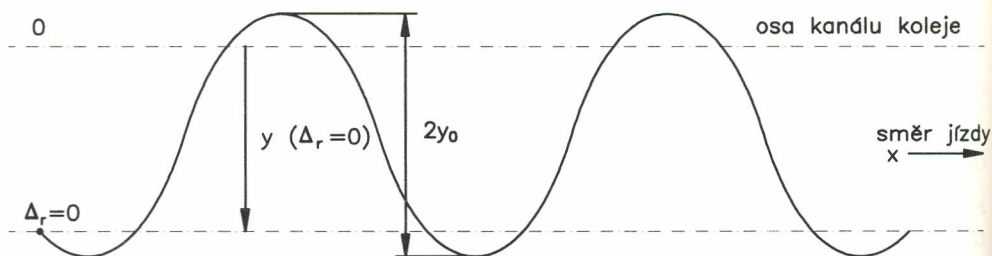
$$\lambda = \lambda_{ekv} = \frac{4 \cdot \pi^2 \cdot s \cdot r}{L^2}$$

V tomto vztahu jsou s a r konstanty, takže ekvivalentní kuželovitost je nepřímou úměrná čtverci délky vlny.

Takto definovaná ekvivalentní kuželovitost je potom funkcí amplitudy y_0 jako parametru celého vlnivého pohybu dvojkolí (**obr. 11**). Není tedy funkcí okamžité polohy dvojkolí y na koleji jak tomu bylo u všech výše uvedených charakteristik kontaktní geometrie. Někteří zahraniční autoři tuto zvláštnost nezdůrazňují, i když je velmi závažná. Směšují často ve svých publikacích nezávisle proměnnou výchylku y v dříve uvedených charakteristikách s amplitudou pohybu y_0 , která je nezávisle proměnnou u funkce definované jako ekvivalentní kuželovitost.



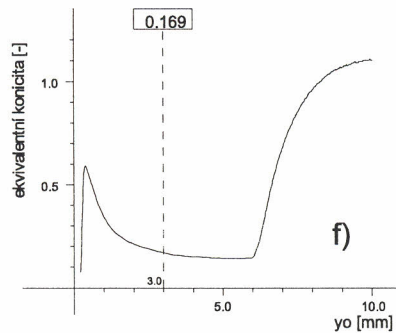
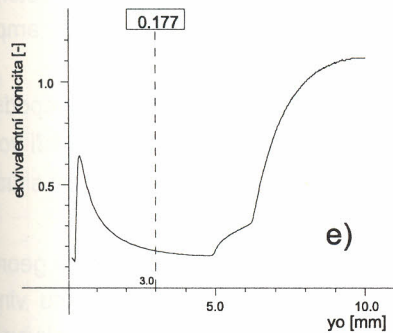
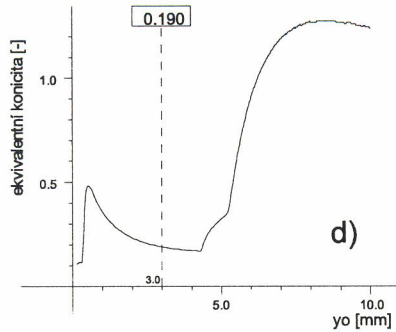
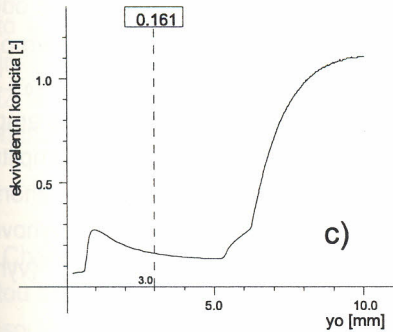
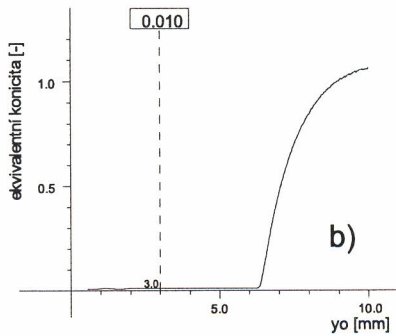
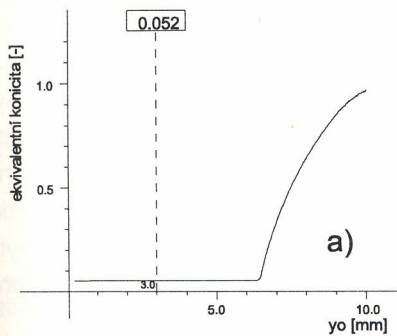
Obr. 11 Sinusový pohyb dvojkolí a jeho parametry při kuželovém jízdním obrysu



Obr. 12 Vlnivý pohyb dvojkolí a jeho parametry při nesymetrické Δr funkci

U obecných profilů kol a kolejnic, kde jsou charakteristiky Δr a další nesymetrické vůči ose koleje, je vlnivý pohyb dvojkolí také nesymetrický, a to jak vůči ose koleje, tak i vůči centrované jeho poloze při posunutí y_d , při němž je hodnota $\Delta r = 0$ (**obr. 12**). Amplituda y_0 je potom definována jako polovina rozkmitu pohybu dvojkolí od jedné do druhé krajní polohy. Na **obr. 13** jsou znázorněny průběhy hodnot ekvivalentní kuželovitosti pro jednotlivé kombinace jízdních obrysů a kolejnic, které byly předvedeny již u ostatních charakteristik:

- ♦ **obr. 13a**, uvedený spíše pro úplnost, ukazuje, že pro kuželový jízdní obrys má λ_{ekv} hodnotu rovnou přímo kuželovitosti jízdní plochy.
- ♦ **obr. 13b** ukazuje pro kombinaci obrys UIC-ORE, kolejnice R65/1:20, že v celém rozsahu amplitud vlnivého pohybu ve volném kanálu koleje je λ_{ekv} velmi nízká. S tím je spojena délka vlny přes 40 m, což vypovídá o nízké úrovni příčných zrychlení a nízké hodnotě budící frekvence pro příčný pohyb vozidla.



Obr. 13 Ekvivalentní kuželovitost pro:

	obrys	kolejnice	rozchod
a)	kuž. 1:20/1:10	R65 - 1:20	1435
b)	UIC - ORE	R65 - 1:20	1435
c)	UIC - ORE	R65 - 1:40	1435
d)	UIC - ORE	R65 - 1:40	1433
e)	UIC - ORE	UIC60 - 1:40	1435
f)	UIC - ORE	UIC60DB - 1:40	1435

Na druhé straně však již malý počáteční impuls vytváří vlnu pohybu se značnou amplitudou spojenou s příčným dolehnutím dvojkolí na bok hlavy kolejnice. Zřetelný periodický pohyb dvojkolí se v takovém případě na reálné koleji jen sotva vytváří, neboť je rušen směrovými odchylkami kolejnicových pásů. Podmínky kontaktu, hodnocené pro tento případ již výše, však vedou k postupné změně tvaru jízdní plochy spojené s růstem λ_{ekv} . Rychlost této změny je závislá na obloukovitosti pojížděných traťových úseků. Jízdní chodové zkoušky pak musí být (podle vyhlášky UIC 518) prováděny na kolejích s úklonem kolejnic 1:20 s profilem vykazujícím na nových kolejnicích hodnotu $\lambda_{ekv} > 0.1$.

- ♦ **Obr. 13c, d** ukazují pro dvojici UIC-ORE, R65/1:40 podstatně větší hodnoty λ_{ekv} v celém rozsahu amplitud. Ukazuje též vliv již malé odchylky v rozchodu koleje. Se zužujícím se rozchodem roste, jak patrné, λ_{ekv} . Přitom za závažnou se považuje hodnota λ_{ekv} při amplitudě $y_0 = 3$ mm, proto je v grafech zvlášť zdůrazněna. Vysoká hodnota při malé amplitudě není na závadu, protože pohybuje-li se dvojkolí v provozu s amplitudami podstatně menšími než 3 mm, neprojevuje se závažným zhoršením chodu. Při jízdních chodových zkouškách musí vozidlo vyhovět do rychlosti 160 km/h pokud λ_{ekv} nepřesáhne hodnotu 0.4 (vyhláška UIC 518).
- ♦ **obr. 13e** pro dvojici UIC-ORE, UIC 60/1:40 ukazuje, že λ_{ekv} se pro tuto dvojici proti dvojici předchozí liší nepodstatně, je však větší, než v předchozím případě. V obou případech je však pro větší amplitudy zřetelný vliv nespojitosti funkce Δr .
- ♦ **obr. 13f** pro dvojici UIC-ORE, UIC 60 DB naopak při jinak nepodstatně odlišných hodnotách λ_{ekv} ukazuje spojitost této funkce v celé šíři volného kanálu koleje. Hodnota λ_{ekv} je vyjadřuje určitý kompromis mezi situací na kolejnicích R 65 a UIC 60.

Přes omezenou vypovídací hodnotu této charakteristiky kontaktní geometrie dvojice dvojkolí - kolej, protože podává informaci pouze o charakteru vlnivého pohybu volného dvojkolí vázaného ke koleji jen kinematicky, je ekvivalentní kuželovitost hlavní charakteristikou, s níž jsou spojovány chodové vlastnosti celého vozidla. Je proto nezbytnou informací pro identifikaci podmínek, za nichž se provádí jízdní zkoušky vozidla, nebo simulační výpočty jeho chodových vlastností na reálné koleji.

U skutečného vozidla se dvojkolí nachází ve značně odlišné situaci tím, že:

- ♦ je vázáno k rámu vozidla, nebo podvozku,
- ♦ se pohybuje na reálné koleji s jejími výškovými a směrovými odchylkami,
- ♦ v kontaktu kol s kolejnicemi vznikají podélné a příčné skluzy provázené vznikem skluzových sil, které jsou i silami tlumícími,

- ♦ dotykové body kol s kolejnicemi jsou ve skutečnosti dotykovými ploškami, které zejména svojí šířkou mění poněkud dosavadní představu o kinematické vazbě v kontaktu.

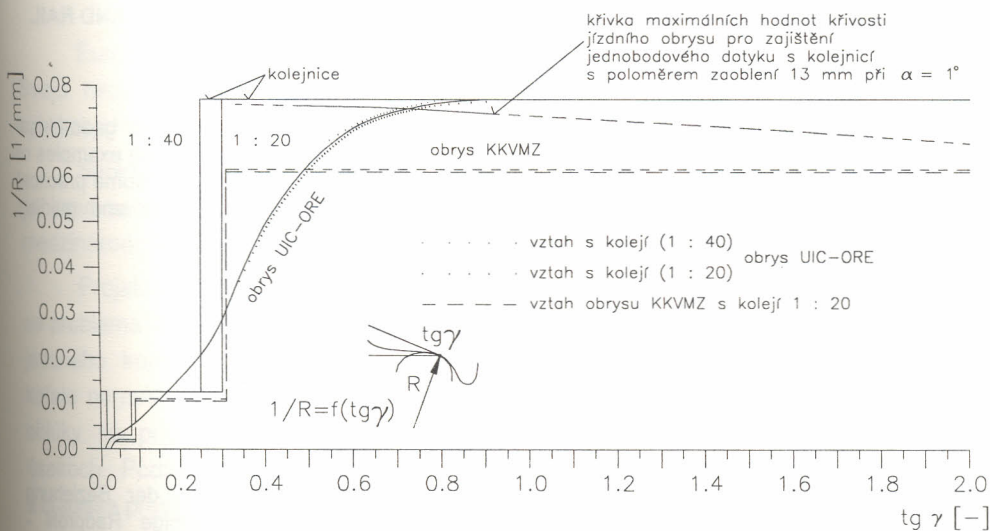
Výsledný pohyb dvojkolí je potom mezním cyklem celého systému vozidlo-kolej.

6. Vztah charakteristik sklon - křivost profilu kola a kolejnice

Jak už bylo výše řečeno, jednou z podmínek pro přiměřenou rychlost opotřebení ve vztahu kolo - kolejnice, je zamezení dvoubodového kontaktu. Základní kinematickou podmínkou pro udržení kontaktu jednobodového je, aby se průběhy závislosti křivosti $1/R$ profilu kola i hlavy kolejnice na sklonu γ tečných rovin k těmto křivkám vzájemně neprotínaly. Situaci pro známé dvojice obrys UIC-ORE a kolejnice R 65/1:20 popřípadě 1:40 a dvojici před časem navrženého obrysu KKVMZ s kolejnicí R 65/1:20 ukazuje **obr. 14**. Podrobnější informace o této charakteristice byla uveřejněna v *Železniční technice* 1990/2.

7. Závěr

Charakteristiky kontaktní geometrie ukázané v tomto příspěvku jsou důležitou součástí informací o vozidle, jehož vodící a chodové vlastnosti na určité koleji jsou hodnoceny ať už prováděním experimentu nebo simulačním výpočtem.



Obr. 14 Závislost křivosti na sklonu dotykových rovin obrysů kol a hlavy kolejnice

Poznámka: Příspěvek byl vypracován v rámci prací na výzkumné úloze GAČR - č. 101/94/1389.

Literatura

- [1] Izer, J.; Zelenka, J.; Doležel, P.: Příspěvek k problematice charakteristik kontaktní geometrie ve vztahu dvojkolí - kolej. Vědeckotechnický sborník ČD, 1/1996.
- [2] Izer, J.: Kolejové vozy - dodatek, skripta VŠDS Žilina, 1986.
- [3] Izer, J.; Zelenka, J.: Příspěvek k problematice chodových vlastností vozidel na rekonstruovaných tratích 1. koridoru ČD pro zvýšené rychlosti, Nová železniční technika, 3/1995.

Resumé

CHARAKTERISTIKY KONTAKTNÍ GEOMETRIE

Jiří IZER, Jaromír ZELENKA

Článek podrobně seznamuje s jednotlivými charakteristikami geometrických vztahů dvojkolí ke koleji, precizuje jejich definice, ukazuje příklady jejich průběhů pro některé případy jízdních obrysů a tvarů hlav kolejnic. Je vysvětlen i jejich praktický význam při posuzování chodových a vodících vlastností kolejových vozidel.

Summary

CHARACTERISTICS OF GEOMETRICAL RELATIONS BETWEEN WHEEL AND RAIL

Jiří IZER, Jaromír ZELENKA

This paper is acquainting in detail with the particular characteristics of geometrical relations between wheel set and a rail, specifying their definitions and showing examples of their distributions for some cases of running contours and rail head shapes. Some practical aspects of the characteristics are clarified as well viewing the running and guiding properties of railway vehicles.

Zusammenfassung

BERÜHRUNGSGEOMETRIE RAD/SCHIENE

Jiří IZER, Jaromír ZELENKA

Der Artikel befasst sich eingehend mit den Charakteristiken der Beziehung Radsatz/Gleis. Diese werden definiert und deren Verläufe für einige Radprofil - Schienenprofil Paarungen werden dargestellt. Es wird auch deren praktische Bedeutung für die Beurteilung der Lauf - und Führungseigenschaften von Schienenfahrzeuge aufgeführt.