

**UNIVERZITA PARDUBICE**  
Fakulta elektrotechniky a informatiky

**IDENTIFIKACE A REGULACE SOUSTAVY HUMUSOFT CE 151**

Michal Semonský

Bakalářská práce

2016

Univerzita Pardubice  
Fakulta elektrotechniky a informatiky  
Akademický rok: 2015/2016

## ZADÁNÍ BAKALÁŘSKÉ PRÁCE

(PROJEKTU, UMĚLECKÉHO DÍLA, UMĚLECKÉHO VÝKONU)

Jméno a příjmení: **Michal Semonský**  
Osobní číslo: **I13079**  
Studijní program: **B2646 Informační technologie**  
Studijní obor: **Řízení procesů**  
Název tématu: **Identifikace a regulace soustavy Humusoft CE 151**  
Zadávající katedra: **Katedra řízení procesů**

### Z á s a d y p r o v y p r a c o v á n í :

Cíl: Identifikovat soustavu a navrhnout řízení laboratorní soustavy kulička na ploše  
Obsah teoretické části: Experimentální identifikace dynamického modelu řízeného systému.  
Metody návrhu regulátoru na základě znalosti modelu řízené soustavy.  
Obsah implementační části: Experimentální identifikace řízeného systému. Návrh regulátoru vybranou metodou. Aplikace algoritmu řízení - porovnání simulovaných a reálných experimentů.

Rozsah grafických prací:

Rozsah pracovní zprávy:

Forma zpracování bakalářské práce: **tištěná/elektronická**

Seznam odborné literatury:

**DRÁBEK, O., MACHÁČEK, J.** Experimentální identifikace. Vysoká škola chemicko-technologická v Pardubicích, 1987.

**BALÁŤE, J.** Automatické řízení. 2 vyd. Praha: BEN - technická literatura, 2004.

**DUŠEK, F., HONC, D.** Matlab a Simulink, Úvod do používání. skriptum, Univerzita Pardubice, vydání první, Pardubice, 2005.

**CE 151 Ball & Plate Model [online]. HUMUSOFT [cit. 19. 11. 2015]. Dostupné na: < <http://humusoft.cz/models/ce151/> >.**

Vedoucí bakalářské práce:

**Ing. Daniel Honc, Ph.D.**

Katedra řízení procesů

Datum zadání bakalářské práce:

**18. listopadu 2015**

Termín odevzdání bakalářské práce:

**13. května 2016**



prof. Ing. Simon Karamazov, Dr.  
děkan



L.S.



Ing. Daniel Honc, Ph.D.  
vedoucí katedry

V Pardubicích dne 31. března 2016

## **Prohlášení**

Prohlašuji:

Tuto práci jsem vypracoval samostatně. Veškeré literární prameny a informace, které jsem v práci využil, jsou uvedeny v seznamu použité literatury.

Byl jsem seznámen s tím, že se na moji práci vztahují práva a povinnosti vyplývající ze zákona č. 121/2000 Sb., autorský zákon, zejména se skutečností, že Univerzita Pardubice má právo na uzavření licenční smlouvy o užití této práce jako školního díla podle § 60 odst. 1 autorského zákona, a s tím, že pokud dojde k užití této práce mnou nebo bude poskytnuta licence o užití jinému subjektu, je Univerzita Pardubice oprávněna ode mne požadovat přiměřený příspěvek na úhradu nákladů, které na vytvoření díla vynaložila, a to podle okolností až do jejich skutečné výše.

Souhlasím s prezenčním zpřístupněním své práce v Univerzitní knihovně.

V Pardubicích dne 17. 05. 2016

Michal Semonský

### **Poděkování**

Chtěl bych poděkovat panu Ing. Danielu Honcovi, PhD., za odborné vedení, trpělivost a ochotu, při zpracování bakalářské práce.

V Pardubicích dne 17. 05. 2016

Michal Semonský

## **ANOTACE**

*Práce je věnována problematice řízení soustavy HUMUSOFT CE 151. Byl identifikován a vytvořen dynamický model řízené soustavy, pro kterou byl navržen regulátor v programu MATLAB Simulink, který reguluje polohu kuličky na základě polohy měřené kamerou. Navržený regulátor byl poté aplikován na reálnou soustavu a tím byla ověřena jeho funkčnost a současně byl verifikován model soustavy.*

## **KLÍČOVÁ SLOVA**

*regulace polohy, identifikace, kulička na ploše*

## **TITLE**

**IDENTIFICATION AND CONTROL OF HUMUSOFT CE 151 LABORATORY SYSTEM**

## **ANNOTATION**

*The thesis is oriented to the issue of control of laboratory system CE 151. The dynamical model of controlled system was identified and created in MATLAB Simulink. Controller which controls a position of a ball on the basis of measured position by the camera was designed for this model. Designed controller was applied on the real system to verify its functionality and also model quality.*

## **KEYWORDS**

*Position Control, Identification, Ball on plate*

## Obsah

Seznam zkratk	8
Seznam značek	9
Seznam obrázků	11
Seznam tabulek	12
ÚVOD	13
1 TEORETICKÁ ČÁST	14
1.1 MODELOVÁNÍ A EXPERIMENTÁLNÍ IDENTIFIKACE	14
1.1.1 Systémy	14
1.1.2 Modelování systému	15
1.1.3 Experimentální identifikace systému	15
1.2 ŘÍZENÍ SYSTÉMU	17
1.2.1 Cíle řízení systému	18
1.2.2 Kvalita regulačního děje	18
1.2.3 Regulátory	19
1.3 PID REGULÁTOR	19
1.3.1 Číslicový PID regulátor	20
1.4 NÁVRH PID REGULÁTORU	22
1.4.1 Metoda inverze dynamiky	22
1.4.2 Návrh číslicového PID regulátoru	24
2 PRAKTICKÁ ČÁST	26
2.1 POPIS LABORATORNÍ SOUSTAVY CE 151	26
2.2 VYTVOŘENÍ FYZIKÁLNÍHO MODELU SOUSTAVY	28
2.2.1 Matematicko-fyzikální analýza	28
2.2.2 Realizace modelu soustavy v Simulinku	30
2.3 EXPERIMENTÁLNÍ IDENTIFIKACE	32
2.3.1 Přípravy pro získání odezvy soustavy	32
2.3.2 Odezvy soustavy na skokové změny vstupů	35
2.3.3 Identifikace aproximačního modelu	37
2.3.4 Identifikace matematicko-fyzikálního modelu	39
2.4 NÁVRH REGULÁTORU A JEHO APLIKACE	40
2.4.1 Návrh regulátoru pro aproximační model	40
2.4.2 Aplikace regulátoru na matematicko-fyzikální model	45

2.4.3	Aplikace regulátoru na reálnou soustavu .....	46
3	ZÁVĚR .....	54
	LITERATURA.....	55
	Přílohy.....	56



## Seznam zkratk

CCD	charge-coupled device
MATLAB	matrix laboratory
PID	proporcionálně integračně derivační (regulátor)
PSD	proporcionálně sumačně diferenční (regulátor)

## Seznam značek

$a$	zrychlení, $\text{m}\cdot\text{s}^{-2}$
$A$	akumulovaná veličina
$\alpha$	úhel náklonu ve směru osy $x$ , $^\circ$
$\beta$	úhel náklonu ve směru osy $y$ , $^\circ$
$\beta(\kappa)$	koeficient závislý na relativním překmitu
$d$	délka plochy, $\text{m}$
$e$	Eulerovo číslo
$e$	regulační odchylka
$F_g$	tíhová síla, $\text{N}$
$F_o$	odporová síla, $\text{N}$
$F_O$	přenos otevřeného požadovaného regulačního obvodu
$F_p$	pohybová síla, $\text{N}$
$F_v$	výsledná síla, $\text{N}$
$F(s)$	obrazový přenos soustavy
$F(z)$	diskrétní obrazový přenos
$F_R(s)$	obrazový přenos regulátoru
$F_R(z)$	diskrétní obrazový přenos číslicového regulátoru
$g$	tíhové zrychlení, $\text{m}\cdot\text{s}^{-2}$
$h_i$	výška okraje plochy, $\text{m}$
$k$	konstanta úměrnosti odporové síly
$K$	kritérium (integrální kvadratické)
$k_i$	diskrétní krok
$k_p$	zesílení proporcionálního regulátoru
$k_{p\max}$	maximální nastavitelná hodnota zesílení proporcionálního regulátoru
$K_s$	zesílení soustavy
$\kappa$	relativní překmit, %
$m$	hmotnost kuličky, $\text{kg}$
$n$	řád systému
$N$	filtrační koeficient
$\pi$	Ludolfovo číslo
$q_i$	koeficienty přírůstkového algoritmu řízení
$Q_i$	vstupní veličina

$Q_o$	výstupní veličina
$r$	poloměr kružnice, m
$s$	komplexní proměnná
$t, \tau$	čas, s
$T$	vzorkovací perioda, s
$T_D$	derivační časová konstanta, s
$T_i$	časová konstanta přenosu, s
$T_I$	integrační časová konstanta, s
$T_p$	perioda pohybu, s
$T_w$	požadovaná časová konstanta regulačního obvodu, s
$\tau_d$	dopravní zpoždění, s
$u$	vstupní veličina systému
$u_\alpha, u_\beta$	vstupy soustavy, °
$v$	rychlost, m·s <sup>-1</sup>
$v_p$	porucha
$w$	žádaná hodnota
$w_x, w_y$	žádaná poloha kuličky, m,
$x$	vodorovná osa
$y$	svislá osa
$y_r$	regulovaná veličina
$y_x, y_y$	výstupy soustavy, m
$z$	komplexní proměnná

## Seznam obrázků

Obr. 1.1 – Vyhodnocení přechodové charakteristiky integrační soustavy se setrvačností a dopravním zpožděním.....	16
Obr. 1.2 – Schéma otevřeného regulačního obvodu.....	17
Obr. 1.3 – Schéma uzavřeného regulačního obvodu .....	17
Obr. 1.4 – Porucha regulované veličiny .....	18
Obr. 1.5 – Blokové schéma PSD regulátoru s přírůstkovým algoritmem .....	22
Obr. 2.1 – Laboratorní soustava CE 151 Ball & Plate Model .....	26
Obr. 2.2 – Schématický diagram soustavy CE 15 .....	27
Obr. 2.3 – Schéma fyzikálního modelu pro osu $x$ .....	28
Obr. 2.4 – Model soustavy CE 151.....	30
Obr. 2.5 – Vnitřní schéma obvodu pro reset zrychlení kuličky.....	32
Obr. 2.6 – Schéma pro ovládání natočení plochy .....	34
Obr. 2.7 – Upravené schéma modelu dodaného k soustavě CE 151 .....	34
Obr. 2.8 – Odezva soustavy CE 151, osa $x$ .....	35
Obr. 2.9 – Odezva soustavy CE 151, osa $y$ .....	36
Obr. 2.10 – Odezva s dopravním zpožděním.....	37
Obr. 2.11 – Odezva aproximačního modelu a soustavy .....	38
Obr. 2.12 – Odezva fyzikálního modelu a soustavy (bez přidaného dopravního zpoždění) ....	40
Obr. 2.13 – Regulační pochod pro $\kappa = 0$ .....	41
Obr. 2.14 – Regulační pochod pro $\kappa = 0,05$ .....	42
Obr. 2.15 – Regulační pochod pro omezený akční zásah.....	43
Obr. 2.16 – Regulace číslicovým PD regulátorem s omezením akčního zásahu.....	44
Obr. 2.17 – Číslicová regulace aproximačního modelu s filtrací regulační odchylky.....	45
Obr. 2.18 – Číslicová regulace matematicko-fyzikálního modelu .....	46
Obr. 2.19 – Upravené schéma pro regulaci soustavy CE 151 .....	46
Obr. 2.20 – Číslicová regulace reálné soustavy navrženým regulátorem, osa $x$ .....	47
Obr. 2.21 – Číslicová regulace reálné soustavy navrženým regulátorem, osa $y$ .....	48
Obr. 2.22 – Regulace reálné soustavy s upraveným regulátorem, osa $x$ .....	49
Obr. 2.23 – Regulace reálné soustavy s upraveným regulátorem, osa $y$ .....	50
Obr. 2.24 – Regulace reálné soustavy s proměnnou žádanou hodnotou, osa $x$ .....	51
Obr. 2.25 – Regulace reálné soustavy s proměnnou žádanou hodnotou, osa $y$ .....	52
Obr. 2.26 – Znázornění pohybu kuličky .....	53

## Seznam tabulek

Tab. 1.1 – Závislost koeficientu $\beta(\kappa)$ na relativním překmitu .....	23
Tab. 1.2 – Doporučené hodnoty stavitelných parametrů regulátoru.....	24
Tab. 2.1 – Základní parametry soustavy CE 151 .....	27
Tab. 2.2 – Hodnoty pro výpočet převodového koeficientu na úhel.....	33
Tab. 2.3 – Upravené parametry fyzikálního modelu .....	39
Tab. 2.4 – Manuální doladění PSD regulátoru s posouzením kvality regulace.....	48

## ÚVOD

Bakalářská práce se zabývá identifikací a regulací laboratorní soustavy CE 151 Ball & Plate. Cílem práce je navrhnout řízení polohy kuličky na ploše. Poloha kuličky je snímána kamerou a náklon plochy je ovládán krokovými motory. Návrh regulátoru vychází z dynamického modelu řízeného systému. Model bude sestaven pomocí matematicko-fyzikální analýzy a neznámé parametry budou dohledány experimentální identifikací. Pro návrh regulátoru bude chování soustavy aproximováno lineárním modelem integrační soustavy se setrvačností prvního řádu a dopravním zpožděním. Pro tuto soustavu budou napočítány parametry PID regulátoru a provedeny simulace s nelineárním modelem. Nakonec budou pro stejné nastavení regulátorů provedeny regulační experimenty na reálném zařízení.

Řízení soustavy na základě snímání z kamery má mnoho využití např. v kybernetice nebo v robotice, kde lze tyto poznatky uplatnit například při sestrojení robota, který interaguje s určitými předměty.

# 1 TEORETICKÁ ČÁST

## 1.1 MODELOVÁNÍ A EXPERIMENTÁLNÍ IDENTIFIKACE

Každý reálný systém vykazuje specifické chování. Toto chování lze popsat pomocí matematicko-fyzikální analýzy, nebo jej lze zjistit z naměřených vstupních a výstupních dat systému. Matematicko-fyzikální analýza je také označována jako modelování, při kterém je vytvořen matematický model na základě fyzikálních zákonitostí. Vytvoření matematického modelu na základě naměřených dat systému je označováno jako jeho identifikace. Pokud je vytvořen model systému, lze provést jeho simulaci. Jelikož během simulace nedochází k žádné destrukci, je proto účelné nejdříve vytvářet simulace a teprve poté praktickou realizaci. Takto bude navržen i regulátor laboratorní soustavy CE 151.

### 1.1.1 Systémy

Systémem nebo soustavou je myšlen reálný objekt, u kterého pozorujeme nějaké veličiny. V případě laboratorní soustavy CE 151 pozorujeme pozici kuličky, která se mění na základě změn náklonů plošiny. Systémy jsou rozděleny podle následujících vlastností.

- Dynamické – Systémy, u kterých výstupní veličina závisí i na předchozích hodnotách vstupní veličiny. Klasickým příkladem jsou tepelné soustavy.
- Lineární – Změna veličin těchto systémů je lineární a platí pro ně princip superpozice.
- Diskrétní – Systémy pracující s omezeným množstvím hodnot. Jedná se především o číslicové systémy. V principu však může být i kondenzátor označen za diskrétní systém, protože náboj v něm uložený je kvantovaný podle elementárního náboje.
- Spojité – Systémy pracující s neomezeným množstvím hodnot.

Pro dynamické systémy lze vytvořit model vnější a vnitřní. Vnější model, také označován jako vstupně-výstupní model, popisuje závislosti mezi vstupy a výstupy systému. Vnitřní model, též označován jako stavový model, popisuje vztahy mezi vstupy a stavy systému a zároveň i vztahy mezi stavy a výstupy systému. Stavem systému je myšlen soubor veličin, které daný systém charakterizují. U laboratorní soustavy CE 151 je stavem poloha kuličky, její rychlost a její zrychlení.

### 1.1.2 Modelování systému

Modelováním je vytvářen matematický model reálné soustavy pomocí vybraných vztahů mezi jeho veličinami. Způsob, kterým jsou tyto vztahy popsány, určuje výslednou složitost modelu. Čím je model přesnější a lépe popisuje reálný systém, tím bývá složitější. Vysoká složitost modelu může vést k jeho nepoužitelnosti, a proto je účelné mnohdy začínat od méně složitějších modelů. V případě spojitých systémů jsou tyto vztahy popsány diferenciálními rovnicemi, nebo v případě diskrétních systémů rovnicemi diferenčními.

Při modelování se využívá zákona o zachování energie. Ten říká, že energie nemůže libovolně vznikat ani zanikat, ale že se může transformovat do jiných forem (například při hoření). Tuto skutečnost popisuje bilanční rovnice ve tvaru

$$\frac{dA}{dt} = Q_i - Q_o, \quad (1.1)$$

kde  $A$  – akumulovaná veličina,

$t$  – čas, s,

$Q_i$  – vstupní veličina,

$Q_o$  – výstupní veličina.

Model je zjednodušující analogií k systému. Každý reálný objekt je složen z nesmírného počtu částic, mezi nimiž jsou určité vazby. Všechny tyto vazby není možné v současné době popsat, a proto se vytvářejí modely se soustředěnými parametry. To znamená, že v modelu není dynamika soustředěna do všech bodů systému, ale pouze do několika vybraných bodů. V této práci bude dynamika soustředěna pouze do kuličky, resp. do jejího těžiště.

### 1.1.3 Experimentální identifikace systému

Identifikací systému rozumíme nalezení jeho parametrů pomocí naměřených dat. Tyto parametry se hledají na základě měřených charakteristik systému. Nejčastěji se provádí přechodová charakteristika a frekvenční charakteristika systému, ze kterých jsou zjištěny příslušné parametry. Přechodová charakteristika je odezva systému na jednotkový skok a lze z ní zjistit parametry jako je časová konstanta, doba průtahu, doba náběhu nebo zesílení soustavy. Tyto parametry se vyhodnocují z přechodové charakteristiky v závislosti na druhu soustavy, a proto je nutné nejprve určit, o jaký druh soustavy se jedná. Soustavy mohou být:

- nekmitavé proporcionální,
- kmitavé proporcionální,

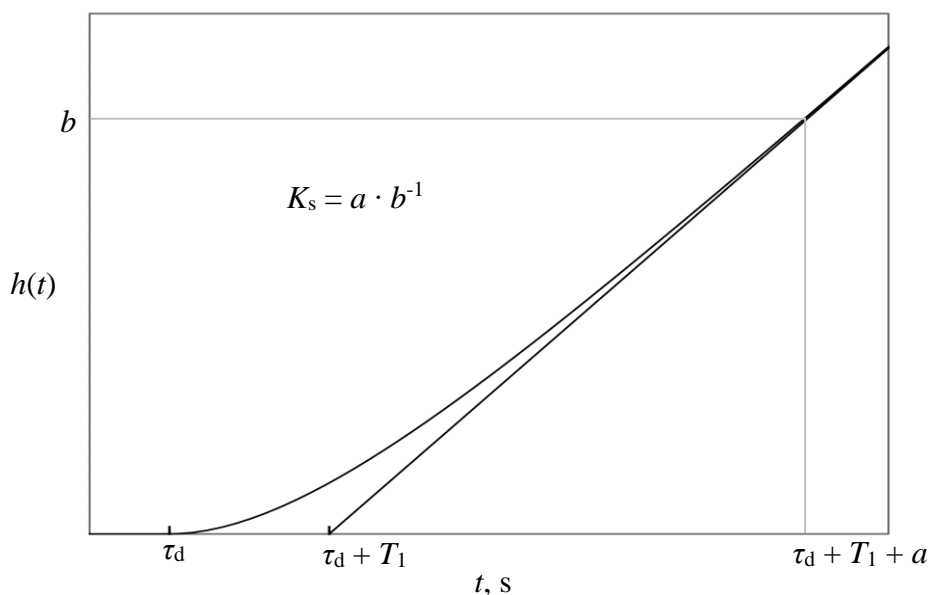


- nekmitavé integrační,
- kmitavé integrační.

U soustav se může projevat i dopravní zpoždění. Pro soustavu se setrvačností 1. řádu a dopravním zpožděním se vyhodnocují parametry z přechodové charakteristiky, viz obr 1.2, pro přenos ve tvaru

$$F(s) = \frac{K_s}{s(T_1 s + 1)} e^{-\tau_d s}, \quad (1.2)$$

kde  $s$  – komplexní proměnná,  
 $F(s)$  – obrazový přenos,  
 $K_s$  – zesílení soustavy,  
 $T_1$  – časová konstanta přenosu, s,  
 $\tau_d$  – dopravní zpoždění, s.



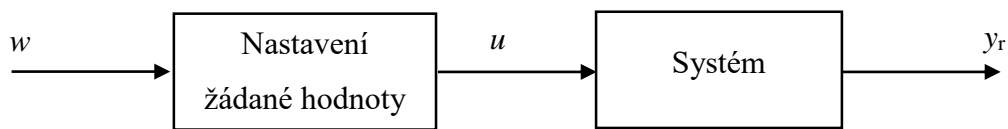
Obr. 1.1 – Vyhodnocení přechodové charakteristiky integrační soustavy se setrvačností a dopravním zpožděním

Při experimentální identifikaci se provádí také frekvenční charakteristika, což je odezva systému na harmonický signál různých frekvencí, která se provádí pro zjištění řádu systému a pro posuzování stability systému. V současnosti nabízí program MATLAB i aplikaci pro identifikaci systémů, do které se vkládají naměřená data přechodových charakteristik, na jejichž základě je vytvořen přibližný model systému.

Experimentální identifikací je vytvořen vnější model, který popisuje pouze vztahy mezi vstupy a výstupy. V této práci je použita kombinace metod matematicko-fyzikálního modelování a experimentální identifikace, díky které budou korigovány parametry modelu.

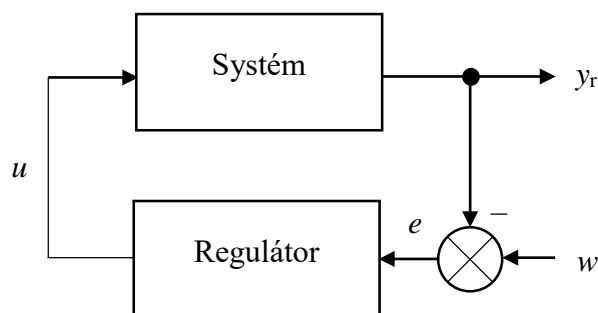
## 1.2 ŘÍZENÍ SYSTÉMU

Řízením systému se rozumí změna vstupní veličiny systému podle toho, jaké jsou požadované hodnoty výstupní veličiny systému. Vstupní veličina je označována jako akční veličina  $u$  a výstupní veličina jako regulovaná veličina  $y_r$ . Hodnota veličiny, kterou požadujeme na výstupu systému, se nazývá žádaná hodnota  $w$ .



Obr. 1.2 – Schéma otevřeného regulačního obvodu

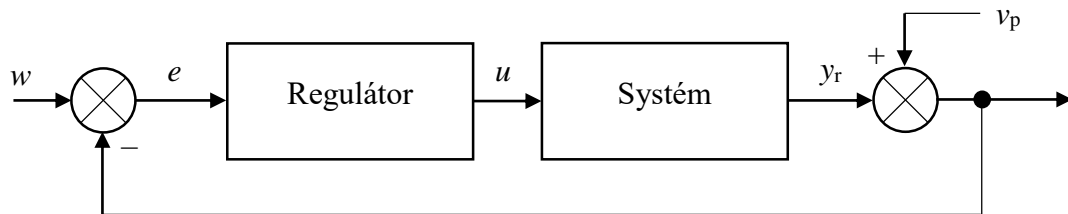
K převodu žádané hodnoty na hodnotu akční veličiny slouží zařízení pro nastavení žádané hodnoty. Pokud je řízení systému prováděno touto metodou, jedná se o dopředné řízení otevřeného regulačního obvodu. Tento druh řízení se nestará o skutečnou hodnotu výstupní veličiny systému, která může být měněna okolními vlivy. Pro automatické udržování žádané hodnoty na výstupu systému je třeba zavést v obvodu zpětnou vazbu, tedy informaci o skutečné hodnotě regulované veličiny. Hodnoty této veličiny jsou snímány senzory a následně přivedeny do rozdílového členu spolu s žádanou hodnotou. Regulátor, který je sériově předřazen soustavě, upraví tento rozdílový signál a výsledný signál (akční zásah) pošle do řízeného systému. Obvod s regulátorem se nazývá uzavřený regulační obvod, viz obrázek níže.



Obr. 1.3 – Schéma uzavřeného regulačního obvodu

### 1.2.1 Cíle řízení systému

Hlavními cíli řízení systému je sledování žádané hodnoty a stabilizace obvodu i v případě poruchy. Poruchou  $v_p$  je zde myšlen vnější zásah do nějaké z veličin systému. Nejčastěji nastává porucha regulované veličiny, kdy je vnějšími vlivy měněna její hodnota.



Obr. 1.4 – Porucha regulované veličiny

Cílem řízení systému je tedy sledování žádané hodnoty na výstupu systému. Tento děj je nazýván jako regulační děj nebo regulační pochod. Obecně je snahou dosáhnout co nejrychlejšího a zároveň nejkvalitnějšího regulačního děje. Rychlost regulačního děje určuje dobu, za kterou se dostane regulovaná veličina na žádanou hodnotu. Kvalita regulačního děje určuje to, jakým způsobem je sledována žádaná hodnota na výstupu.

### 1.2.2 Kvalita regulačního děje

Kvalitnější regulace znamená přesnější sledování žádané hodnoty na výstupu systému. Pro posouzení kvality regulačního děje bylo vybráno integrální kvadratické kritérium

$$K = \int_{\tau=0}^t e^2(\tau) d\tau, \quad (1.3)$$

kde  $K$  – číselná hodnota kritéria,

$t, \tau$  – čas, s,

$e(\tau)$  – regulační odchylka.

Druhá mocnina regulační odchylky zvyšuje hodnoty kritéria i v případě záporných hodnot regulační odchylky. Výsledkem tohoto kritéria je číselná hodnota, a proto slouží toto kritérium pouze ke srovnání regulátorů. Čím je hodnota kritéria menší, tím lépe je pro daný systém navržen regulátor a tím je dosaženo kvalitnější regulace.

### 1.2.3 Regulátory

Regulátor je zařízení, které se používá při řízení systému. Cílem regulátoru je automaticky udržovat hodnotu regulované veličiny na žádané hodnotě. Jeho vstupem je regulační odchylka  $e$ , která vzniká jako rozdíl žádané hodnoty a hodnoty regulované veličiny  $e = y_r - w$ . Na základě velikosti regulační odchylky vykoná regulátor akční zásah, tedy příčinnou změnu akční veličiny, která je přivedena do řízeného systému. Nejrozšířenějším typem regulátoru je proporcionálně integračně derivační regulátor (PID regulátor).

## 1.3 PID REGULÁTOR

Výstupní (akční) veličinu PID regulátoru lze popsat rovnicí

$$u(t) = k_p \left[ e(t) + \frac{1}{T_I} \int_{\tau=0}^t e(\tau) d\tau + T_D \frac{de(t)}{dt} \right] + u(0), \quad (1.4)$$

kde  $t, \tau$  – čas, s,

$u(t)$  – akční zásah,

$e(t)$  – regulační odchylka,

$k_p$  – proporcionální zesílení,

$T_I$  – integrační časová konstanta, s,

$T_D$  – derivační časová konstanta, s.

Proporcionální složka zesiluje regulační odchylku přímo úměrně se zesílením  $k_p$ . S větší hodnotou proporcionálního zesílení se regulovaná veličina blíží k žádané hodnotě rychleji, nicméně příliš vysoké hodnoty zesílení vedou k nestabilitě systému. Pokud je použit pouze proporcionální regulátor, vzniká při regulaci systému trvalá regulační odchylka. Reálná soustava se tedy nikdy neustálí přesně na požadované hodnotě.

Integrační složka provádí integrál regulační odchylky, čímž je eliminována trvalá regulační odchylka. Na druhé straně však dochází ke zpomalení regulačního děje. To má za následek zhoršení stability systému, kde i ze stabilního systému lze vytvořit systém nestabilní, a také nežádoucí unášení (wind-up) integrační složky nad mez akčního zásahu, během kterého nastávají překmity regulačního děje.

Derivační složka koná derivaci regulační odchylky a reaguje tedy pouze na změnu této veličiny v čase. To má za následek zrychlení regulačního děje. Jelikož je každý reálný signál zašuměn, dochází tím k určitým, relativně malým, nežádoucím časovým změnám regulační

odchylky. Při vyšších hodnotách derivačního zesílení tak dochází k zesílení šumu, což vede k nekvalitní regulaci.

Existují také modifikace PID regulátoru, jako jsou P, I, PI, PD regulátory. Tyto regulátory mohou vyhodnocovat akční zásah spojitě, nebo diskrétně. V případě, že se jedná o spojitě vyhodnocení akčního zásahu, hovoříme o analogovém regulátoru, který pracuje s neomezeným množstvím hodnot. Regulátor, který pracuje s omezeným množstvím hodnot a vyhodnocuje akční zásah nespojitě (v diskrétních krocích), se nazývá číslicový regulátor.

### 1.3.1 Číslicový PID regulátor

Číslicové regulátory jsou v této době nejpoužívanějším druhem regulátorů. Jejich předností je snadná implementace na počítač (mikro-kontrolér, PLC, ...), pomocí kterého je řízen systém, časová stálost regulátoru a možnost úpravy jeho řídicího algoritmu.

Při každém řízení soustavy počítačem je použit číslicový regulátor, který pracuje pouze s omezeným množstvím hodnot, které jsou zjišťovány v diskrétních krocích. Proto se u číslicových regulátorů zavádí převod spojitěho času na diskrétní časové intervaly

$$t = k \cdot T, \quad (1.5)$$

kde  $k$  – diskrétní čas,  $k \in \{0, 1, 2, \dots\}$ ,

$T$  – perioda vzorkování, s.

Od číslicového PID regulátoru je požadováno stejné chování jako od analogového PID regulátoru, a proto jeho struktura vychází z rovnice (1.4). V číslicové verzi PID regulátoru je nahrazen integrál zpětnou obdélníkovou metodou (sumací jejich ploch) a derivace zpětnou diferencí. Touto náhradou vznikne polohový algoritmus číslicového řízení ve tvaru

$$u(kT) = k_p \left[ e(kT) + \frac{T}{T_I} \sum_{i=1}^k e(iT) + T_D \frac{e(kT) - e[(k-1)T]}{T} \right] + u(0), \quad (1.6)$$

kde  $k$  – diskrétní čas,  $k \in \{0, 1, 2, \dots\}$ ,

$T$  – perioda vzorkování, s,

$u(kT)$  – diskrétní akční zásah,

$e(kT)$  – diskrétní regulační odchylka,

$k_p$  – proporcionální zesílení,

$T_I$  – integrační časová konstanta, s,

$T_D$  – derivační časová konstanta, s.

Číslicový regulátor PID je nazýván také regulátorem PSD (proporcionálně sumačně diferenčním). Přenos polohového algoritmu PSD regulátoru vznikne Z-transformací rovnice (1.6) a odpovídá vztahu

$$F_R(z) = \frac{U(z)}{E(z)} = k_p \left( 1 + \frac{T}{T_I} \cdot \frac{z}{z-1} + \frac{T_D}{T} \cdot \frac{z-1}{z} \right), \quad (1.7)$$

kde  $z$  – komplexní proměnná,  
 $F_R(z)$  – diskrétní obrazový přenos regulátoru,  
 $U(z)$  – Z-obraz akčního zásahu,  
 $E(z)$  – Z-obraz regulační výchylky,  
 $T$  – perioda vzorkování, s,  
 $k_p$  – proporcionální zesílení,  
 $T_I$  – integrační časová konstanta, s,  
 $T_D$  – derivační časová konstanta, s.

Polohový algoritmus číslicového řízení vyhodnocuje celkovou hodnotu akčního zásahu v daném kroku. K tomu je třeba znát kvůli sumační složce regulátoru všechny vzorkované hodnoty regulační odchylky až do tohoto kroku. Tyto hodnoty se ukládají do omezené paměti počítače, která by se za určitou dobu zaplnila. Z tohoto důvodu existuje přírůstkový algoritmus číslicového řízení, který vyhodnocuje pouze změnu akční veličiny  $\nabla u(kT)$  oproti předchozímu kroku. Přírůstkový algoritmu PSD regulátoru s parametry  $q_0, q_1, q_2$  je určen rovnicí

$$\nabla u(kT) = u(kT) - u[(k-1)T] = q_0 \cdot e(kT) + q_1 \cdot e[(k-1)T] + q_2 \cdot e[(k-2)T], \quad (1.8)$$

ze které lze vytvořit univerzálně platnou diferenční rovnici přírůstkového algoritmu pro vyhodnocení akčního zásahu v daném kroku ve tvaru

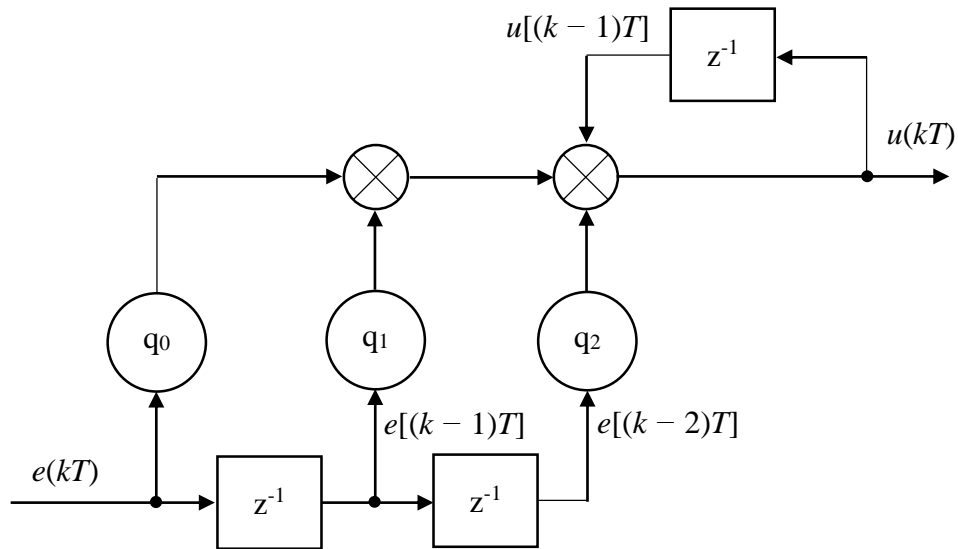
$$u(kT) = q_0 \cdot e(kT) + q_1 \cdot e[(k-1)T] + q_2 \cdot e[(k-2)T] + u[(k-1)T], \quad (1.9)$$

kde  $q_0 = k_p \left( 1 + \frac{T}{T_I} + \frac{T_D}{T} \right)$ ,  
 $q_1 = -k_p \left( 1 + 2 \frac{T_D}{T} \right)$ ,  
 $q_2 = k_p \frac{T_D}{T}$ ,  
 $k$  – diskrétní krok,  $k \in \{0, 1, 2, \dots\}$ ,  
 $T$  – perioda vzorkování, s,

$u(kT)$  – diskrétní akční zásah,

$e(kT)$  – diskrétní regulační odchylka.

Přírůstkový algoritmus PSD regulátoru pro vytvoření akčního zásahu ukládá do paměti pouze 4 hodnoty. Je vždy zapamatována aktuální, minulá a předminulá hodnota regulační odchylky a minulá hodnota akčního zásahu. Blokové schéma PSD regulátoru s přírůstkovým algoritmem je znázorněno na obrázku níže



Obr. 1.5 – Blokové schéma PSD regulátoru s přírůstkovým algoritmem

## 1.4 NÁVRH PID REGULÁTORU

Hlavní úlohou při návrhu regulátoru je výběr vhodného typu regulátoru a nastavení jeho parametrů. Experimentální hledání optimálních hodnot těchto parametrů bývá většinou nesystematické a časově náročné řešení, a proto existuje mnoho metod, pomocí kterých lze parametry regulátoru nastavit.

### 1.4.1 Metoda inverze dynamiky

Tato metoda umožňuje nastavit spojité regulátory pro soustavy s určitým tvarem přenosu. Jedním z těchto přenosů je přenos odpovídající integrační soustavě se setrvačností 1. řádu a dopravním zpožděním, jejíž přenos je uveden v tab. 1.4.

Metoda inverze dynamiky, nebo také metoda požadovaného modelu, spočívá ve zvolení požadovaného přenosu řízení. Přenos doporučeného regulátoru, který má být v ideálním případě inverzí k regulované soustavě, je ve tvaru

$$F_R(s) = \frac{F_O}{sF(s)} e^{-\tau_d s}, \quad (1.10)$$

kde  $s$  – komplexní proměnná,  
 $F_R(s)$  – obrazový přenos regulátoru,  
 $F(s)$  – obrazový přenos soustavy,  
 $F_O$  – zesílení otevřeného regulačního obvodu,  
 $\tau_d$  – dopravní zpoždění, s.

Zesílení otevřeného regulačního obvodu se vypočte vztahem

$$F_O = \frac{1}{\beta(\kappa) \cdot \tau_d}, \quad (1.11)$$

kde  $F_O$  – zesílení otevřeného regulačního obvodu,  
 $\beta(\kappa)$  – koeficient závislý na relativním překmitu,  
 $\tau_d$  – dopravní zpoždění, s.

K výpočtu zesílení otevřeného regulačního obvodu je potřeba zvolit požadovaný překmit regulačního děje  $\kappa$  v rozsahu  $0 \div 50$  %. Pro hodnoty relativního překmitu jsou uvedeny hodnoty koeficientu  $\beta(\kappa)$  v tabulce níže.

Tab. 1.1 – Závislost koeficientu  $\beta(\kappa)$  na relativním překmitu (Balátě J., 2003)

$\kappa$	0,00	0,05	0,10	0,15	0,20	0,25	0,30	0,35	0,40	0,45	0,50
$\beta(\kappa)$	2,718	1,944	1,720	1,561	1,437	1,337	1,248	1,172	1,104	1,045	0,992

Pro soustavy bez dopravního zpoždění ( $\tau_d = 0$  s) má požadovaný přenos řízení tvar

$$F_w(s) = \frac{1}{T_w s + 1}, \quad (1.12)$$

kde  $s$  – komplexní proměnná,  
 $F_w(s)$  – požadovaný přenos řízení,  
 $T_w$  – požadovaná časová konstanta regulačního obvodu, s.

Časová konstanta  $T_w$  je volena s ohledem na omezení akční veličiny a maximální nastavitelnou hodnotu zesílení regulátoru  $k_{pmax}$ .



Dále je uvedena tabulka, podle které lze nastavit parametry regulátoru pro integrační regulovanou soustavu se setrvačností 1. řádu a dopravním zpožděním<sup>1</sup>.

Tab. 1.2 – Doporučené hodnoty stavitelných parametrů regulátoru (Balátě J., 2003)

Regulovaná soustava	Regulátor				
	Typ	$k_p$		$T_I$	$T_D$
		$\tau_d = 0$ s	$\tau_d > 0$ s		
$F(s) = \frac{K_s}{s(T_1s + 1)} e^{-\tau_d s}$	PD	$\frac{1}{K_s T_w}$	$\frac{F_O}{K_s}$	–	$T_1$

### 1.4.2 Návrh číslicového PID regulátoru

Upřednostňovaným způsobem návrhu číslicového PID regulátoru je použití vybrané metody pro nalezení optimálních parametrů  $k_p$ ,  $T_I$ ,  $T_D$  v jeho spojité verzi, které jsou aplikovány na číslicový regulátor nebo přepočteny na parametry číslicového regulátoru v závislosti na použitém řídicím algoritmu. Pokud jsou složky PSD regulátoru laděny manuálně, provádí se tak zpočátku pro regulátory s co nejkratší periodou vzorkování. Čím je vzorkovací perioda číslicového regulátoru kratší, tím více se jeho chování přibližuje analogovému regulátoru a méně tak ovlivňuje regulační děj svým vzorkováním. Pro přibližné určení vzorkovací periody lze vyjít ze vztahu

$$T \approx \frac{T_1}{10}, \quad (1.13)$$

kde  $T$  – vzorkovací perioda, s,

$T_1$  – největší časová konstanta soustavy, s.

Pokud jsou hodnoty vzorkovací periody číslicového regulátoru příliš vysoké, dochází k destabilizaci regulačního pochodu vlivem ztráty informace o regulační odchylce.

U číslicových PSD regulátorů nastává větší potřeba filtrace regulační odchylky. Filtrace je závislá na vzorkovací periodě regulátoru. Čím je perioda vzorkování regulátoru větší, tím větší je potřeba filtrovat regulační odchylku, jelikož s rostoucí dobou odběru vzorků regulační odchylky nastávají mezi vzorky větší rozdíly, které jsou PSD regulátorem okamžitě zesíleny. Tato skutečnost vede k prudkým změnám akčního zásahu. Pokud je regulační odchylka zatížena náhodnou chybou (šumem), dochází též k prudkým změnám akčního zásahu

<sup>1</sup> Další typy soustav, pro které jsou uvedeny stavitelné parametry regulátoru, viz tab. 1.4, jsou uvedeny v odkazovaném zdroji.

regulátoru. Analogové regulátory vlivem setrvačnosti přirozeně filtrují prudké změny hodnot regulační odchylky, a proto u nich nedochází k tak prudkým změnám akčního zásahu jako u číslicových regulátorů, které vyhodnotí akční zásah přesně v daném kroku bez setrvačnosti.

Pro filtrování regulační odchylky lze použít spojitý filtr prvního řádu, nebo vykonat úpravu řídicího algoritmu. Používanou úpravou řídicího algoritmu je zavedení průměrování diference, při které se průměruje rychlost změny regulační odchylky. Ta je určena aritmetickým průměrem vzorků z několika intervalů (např. posledních 4 vzorků regulační odchylky), který je vztažen ke vzorkovací periodě. Tuto úpravu lze zahrnout do polohového i do přírůstkového algoritmu číslicového řízení.

## 2 PRAKTICKÁ ČÁST

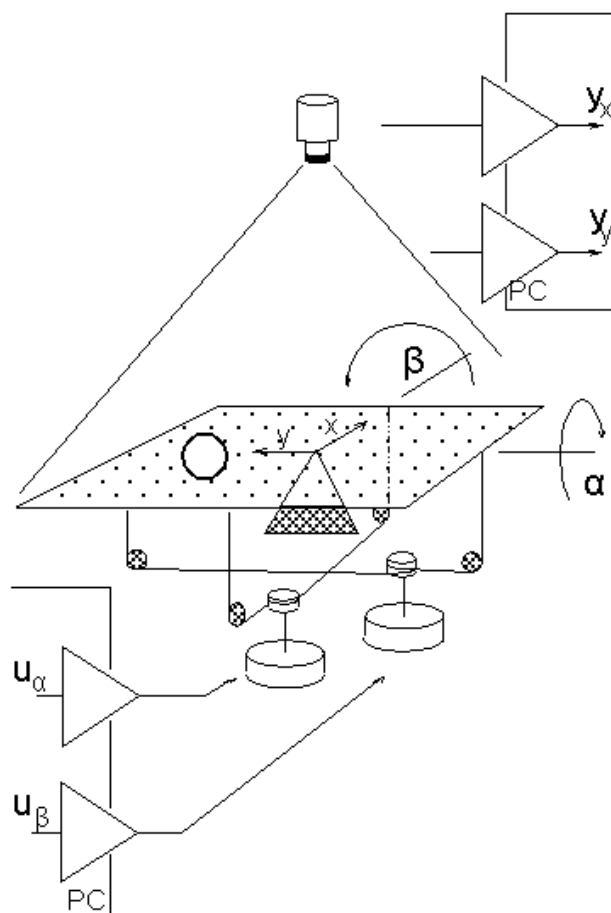
### 2.1 POPIS LABORATORNÍ SOUSTAVY CE 151

Tato soustava slouží pro studijní účely, obzvláště v oblasti teorie řízení. Soustava je napájena zdrojem stejnosměrného napětí, a skládá se z plochy, která je upevněna ve svém středu a nakláněna pomocí dvou krokových motorů. Každý motor je ovládán programově a tím je ovládán i náklon plošiny v ose podle toho, jaký úhel natočení je v dané ose nastaven.



Obr. 2.1 – Laboratorní soustava CE 151 Ball & Plate Model (Humusoft, 1991-2016)

Vstupní veličina  $u_\alpha$  ovládá z pohledu kamery natočení plošiny v ose  $x$  a veličina  $u_\beta$  ovládá natočení plošiny v ose  $y$ . K soustavě je také připojena multifunkční karta MF634, která se stará o správné převedení vstupních veličin  $u_\alpha$  a  $u_\beta$  pro krokové motory. Poloha kuličky je snímána CCD kamerou, která je připevněna na tyči a umístěna kolmo na plošinu. Z této kamery jsou určeny výstupní polohové souřadnice kuličky  $y_x$  a  $y_y$ .



Obr. 2.2 – Schématický diagram soustavy CE 151 (Humusoft, 1991-2016)

Pro správné snímání polohy kuličky musí být zajištěn vysoký kontrast mezi kuličkou a plochou. Jelikož je plocha černá, je použita bílá kulička. Kvůli kontrastu je třeba zajistit dostatečné osvětlení. Pro správné vyhodnocení souřadnic je potřeba nastavit polohu a natočení kamery tak, aby snímala plochu v celém svém rozsahu a zároveň nesnímala vnější okolí. Pokud je okolí kontrastní a je také snímáno, může docházet ke špatnému vyhodnocení souřadnic.

Tab. 2.1 – Základní parametry soustavy CE 151 (HUMUSOFT, 1991-2016)

Parametr	Hodnota
Rozměr plošiny	400×400 mm
Rozměr hlavní části	430×430×200 mm
Váha soustavy	9 kg
Krok motoru	0,001°
Rozlišení kamery	640×480 pixelů
Napětí zdroje	32 V
Zdánlivý výkon zdroje	50 VA

## 2.2 VYTVOŘENÍ FYZIKÁLNÍHO MODELU SOUSTAVY

Pro vytvoření modelu soustavy CE 151 jsou použity dvě metody, které se při vytváření modelu vzájemně prolínají. Jedná se o matematicko-fyzikální modelování, při kterém jsou popsány vnitřní mechanismy dějů, a o experimentální identifikaci, pomocí které je přibližně určen vztah mezi vstupními a výstupními veličinami reálného systému.

### 2.2.1 Matematicko-fyzikální analýza

V této práci je vytvořen jednoduchý matematicko-fyzikální model podle Newtonovské mechaniky. Reálnou soustavou je zde kulička na plošině, která mění svoji polohu v závislosti na náklonu plochy. Čím je náklon plochy větší, tím rychleji se kulička v dané ose pohybuje. Pohybová síla kuličky v jednom směru na nakloněné rovině se vypočítá podle vztahu

$$F_p = F_g \cdot \sin \alpha = m \cdot g \cdot \sin \alpha, \quad (2.1)$$

kde  $F_p$  – pohybová síla, N,

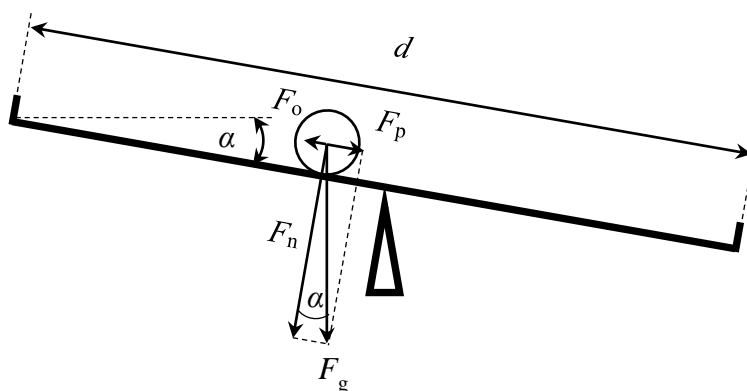
$F_g$  – tíhová síla, N,

$\alpha$  – úhel natočení v ose  $x$ , °,

$m$  – hmotnost kuličky, kg,

$g$  – tíhové zrychlení,  $\text{m}\cdot\text{s}^{-2}$ .

Prvním zjednodušením modelu je zanedbání odstředivé síly rotace plošiny, pomocí kterého lze popsat děj pouze v jedné ose a aplikovat jej i na osu druhou. Rychlost kuličky v jednom směru tedy není ovlivněna rychlostí kuličky ve směru druhém.



Obr. 2.3 – Schéma fyzikálního modelu pro osu  $x$

Dále je zanedbána setrvačností kuličky a její moment setrvačnosti, které jsou přímo úměrné hmotnosti kuličky. Jsou zanedbány také vlivy kuličky na řízení polohy plošiny, které jsou u malých hmotností zanedbatelné. Proto je vybrán pingpongový míček o hmotnosti 3 g.

Proti pohybové síle působí odporová síla, která je přímo úměrná rychlosti kuličky. Vliv valivého odporu kuličky a odporu okolního prostředí bude nahrazen konstantou úměrnosti odporové síly, která bude určena pomocí experimentální identifikace. Proto lze výpočet odporové síly zjednodušit na vzorec

$$F_o = k \cdot m \cdot v, \quad (2.2)$$

kde  $F_o$  – odporová síla, N,

$k$  – konstanta úměrnosti odporové síly,

$m$  – hmotnost kuličky, kg,

$v$  – rychlost kuličky,  $\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$ .

Výsledná síla  $F_v$  je určena rozdílem pohybové síly  $F_p$  a odporové síly  $F_o$

$$F_v = F_p - F_o. \quad (2.3)$$

Dosazením do rovnice (2.3) získáme rovnici

$$m \cdot a = m \cdot g \cdot \sin \alpha - k \cdot m \cdot v, \quad (2.4)$$

kde  $m$  – hmotnost kuličky, kg,

$a$  – zrychlení,  $\text{m} \cdot \text{s}^{-2}$ ,

$g$  – tíhové zrychlení,  $\text{m} \cdot \text{s}^{-2}$ ,

$\alpha$  – úhel natočení v ose  $x$ , °,

$k$  – konstanta úměrnosti odporové síly,

$v$  – rychlost kuličky,  $\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$ .

Rovnice (2.4) je dále upravena a použita pro popis pohybu kuličky v druhé ose. Jsou získány dvě rovnice pro popis výstupních souřadnic v obou osách:

$$\frac{dx^2}{dt^2} = g \cdot \sin \alpha - k \cdot \frac{dx}{dt}, \quad (2.5)$$

$$\frac{dy^2}{dt^2} = g \cdot \sin \beta - k \cdot \frac{dy}{dt}, \quad (2.6)$$

kde  $x, y$  – poloha kuličky, m,

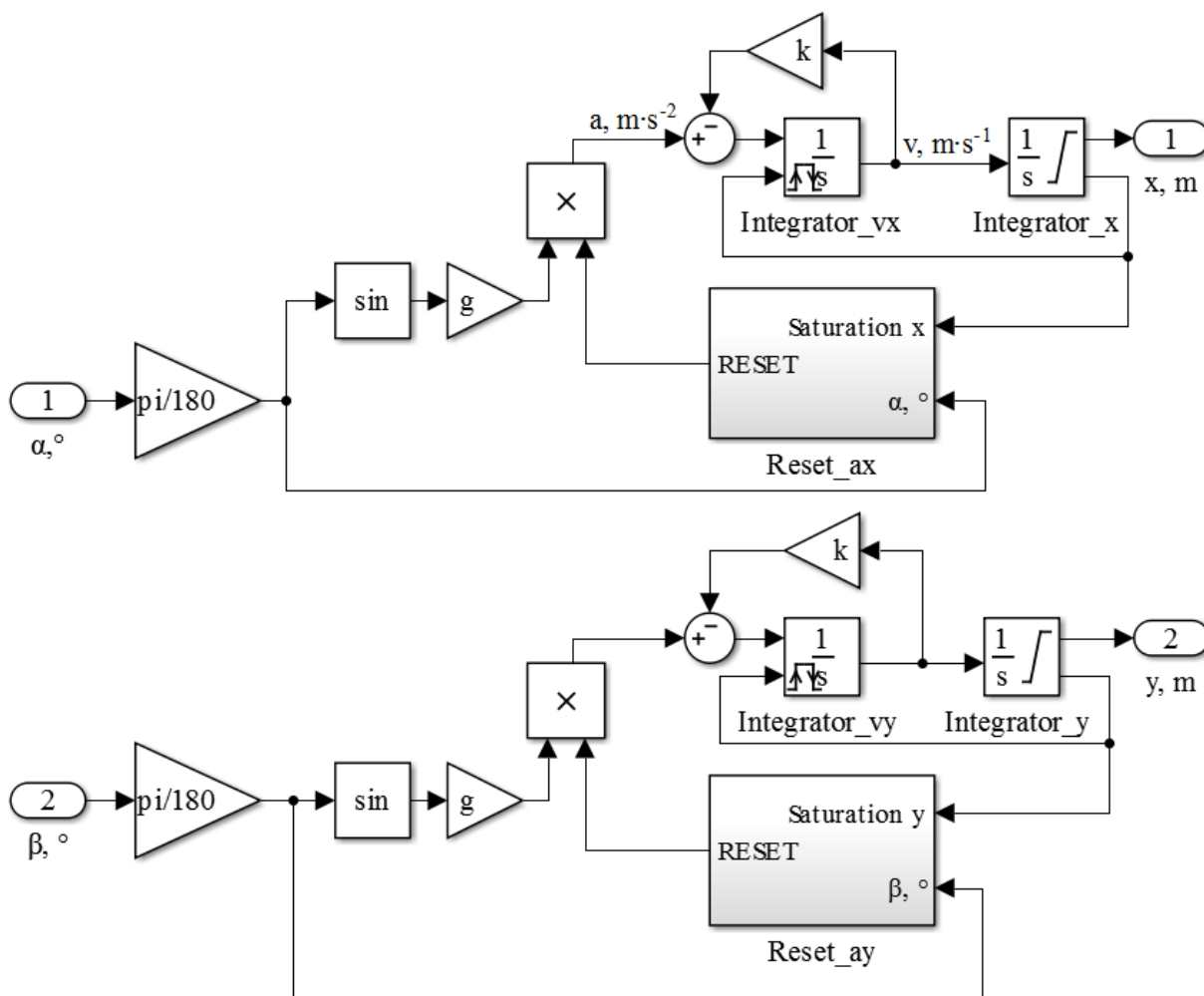
$g$  – tíhové zrychlení,  $\text{m} \cdot \text{s}^{-2}$ ,

$\alpha$  – úhel natočení v ose  $x$ , °,

$\beta$  – úhel natočení v ose  $y$ , °,  
 $k$  – konstanta úměrnosti odporové síly.

## 2.2.2 Realizace modelu soustavy v Simulinku

Rovnice (2.5) a (2.6) jsou základem pro vytvoření modelu soustavy. Tyto rovnice jsou překresleny do schématu, viz obr. 2.4, a následně upraveny tak, aby model zachycoval realitu co nejpřesněji. Pro modelování je použit program MATLAB s nadstavbou Simulink.



Obr. 2.4 – Model soustavy CE 151

Vstupy modelu jsou úhly  $\alpha$ ,  $\beta$  ve stupních a výstupy jsou souřadnice  $x$ ,  $y$  v metrech. Simulink standardně používá jednotky obloukové míry namísto jednotek úhlové míry, a proto je třeba převést vstupní úhly ve stupních na radiány podle vztahu  $1^\circ = \pi / 180$  rad.

V modelu je třeba zavést okraje plochy. V případě, že je plocha natočena pouze v jedné ose a kulička dorazí na okraj plochy, kulička ztratí svou rychlost. Zde spočívá další

zjednodušení modelu, které zanedbává zpáteční odraz kuličky od stěny plochy. Dosažení maximální dovolené polohy kuličky je indikováno signály vedenými ze saturačních portů integrátorů. Tyto signály jsou obdélníkového charakteru, kde kladný puls odpovídá době trvání saturace v kladném smyslu (dosažení okraje v kladné části osy) a záporný puls odpovídá době trvání saturace v záporném smyslu (dosažení okraje v záporné části osy). V blocích Integrator\_x a Integrator\_y v obr. 2.4 je nastaveno povolení omezení výstupu („Limit output“), povolení saturačního portu („Show saturation port“) a také jsou nastaveny saturační limity („Upper/Lower saturation limit“) na hodnotu  $+d/2$  a  $-d/2$ , kde  $d$  je délka plošiny. Tyto saturační signály jsou přivedeny na vstupy externích resetů příslušných integrátorů. K tomu je třeba povolit v blocích Integrator\_vx a Integrator\_vy v obr. 2.4 volbu vnějšího přerušení „External reset“) na hodnotu „either“. Tato možnost způsobí reset integrace při detekci náběžné i sestupné hrany saturačního signálu.

Pokud kulička dosáhne okraje plošiny, je kromě resetu rychlosti třeba resetovat i zrychlení kuličky. To proto, že při nenulovém zrychlení je stále integrována rychlost kuličky a tím i její poloha, což vede k nesmyslnému chování modelu. K tomuto resetu slouží obvod složený z logických operátorů, který generuje resetovací signál podle následující podmínky:

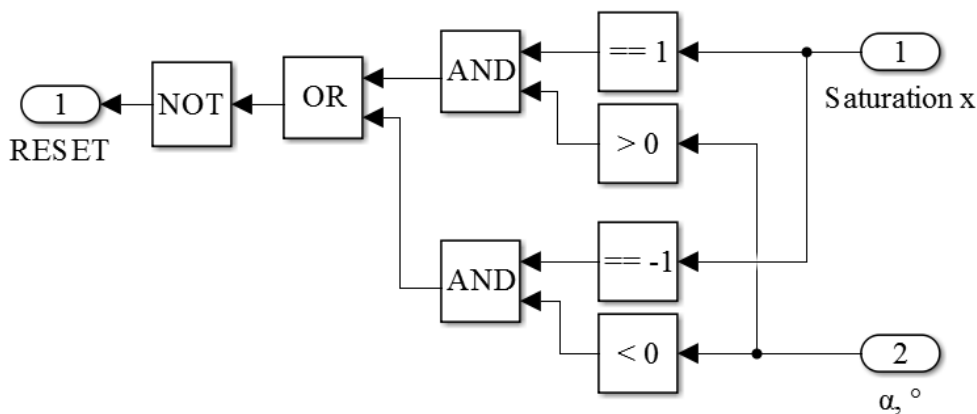
„Pokud je saturace v dané ose kladná a úhel natočení plošiny je také kladný nebo pokud je saturace v dané ose záporná a úhel natočení také záporný, vygeneruj nulový signál.“

Tento resetovací signál je vynásoben se signálem odpovídajícím zrychlení kuličky, a v případě, kdy kulička dosáhne okraje, je zrychlení kuličky nulové do té doby, než je změněn vstupní úhel natočení plošiny tak, aby se mohla kulička pohybovat ve směru od okraje. Vnitřní schéma obvodu resetujícího zrychlení kuličky ve směru osy  $x$  je na obrázku níže <sup>2</sup>.

---

<sup>2</sup> Obvody pro reset zrychlení se v obou osách liší pouze pojmenováním vstupních portů.





Obr. 2.5 – Vnitřní schéma obvodu pro reset zrychlení kuličky

## 2.3 EXPERIMENTÁLNÍ IDENTIFIKACE

Pro experimentální identifikaci modelu je naměřena odezva soustavy na skokovou změnu vstupní veličiny. Před měřením této odezvy je potřeba zajistit některé přípravy.

### 2.3.1 Přípravy pro získání odezvy soustavy

Pro přesné ovládání naklonění plochy je důležité vyrovnat její náklon do vodorovné polohy v obou osách. Ruční vyrovnání lze provést pouze tehdy, pokud je zdroj soustavy vypnut. Výšky všech stran plochy by měly být po vyrovnání stejné. Po zapnutí zdroje soustavy již nelze s plochou manuálně hýbat a její náklon v obou osách je nastaven jako výchozí. Po správném vyrovnání odpovídá v ovládacím programu soustavy CE 151 (viz obr. 2.6) vstupní hodnota 0 vodorovné poloze plochy v dané ose.

Dále jsou zjištěny rozsahy natočení plochy v obou osách. V programu Simulink lze ovládat krokové motory soustavy pomocí bloku „Other Output“ z knihovny „Simulink Desktop Real-Time“. V tomto bloku je nastavena měřicí karta MF634 pro získávání dat („Data acquisition“). Pokud je karta k PC připojena, toto nastavení proběhne v pořádku a lze tak programově ovládat krokové motory. Po překročení meze úhlu natočení plochy dochází k prokluzu lanek ovládajících naklonění plochy (koncové spínače nestačí vypnout včas krokové motory) a je třeba plochu opět nastavit do vodorovné polohy. Maximální zjištěný číselný rozsah přiváděný do měřicí karty MF634, po kterém není třeba opět vyrovnat plochu, byl určen v rozmezí – 322 až 322. Tento interval vstupních hodnot byl převeden na úhly ve stupních. Byla změřena délka plochy, výška okraje plochy ve výchozí poloze a výška okraje plochy po

natočení do mezní hodnoty. Z těchto hodnot lze vypočítat maximální úhel náklonu plochy podle vzorce <sup>3</sup>

$$\alpha = \frac{180}{\pi} \cdot \arcsin\left(2 \cdot \frac{|h_1 - h_0|}{d}\right), \quad (2.7)$$

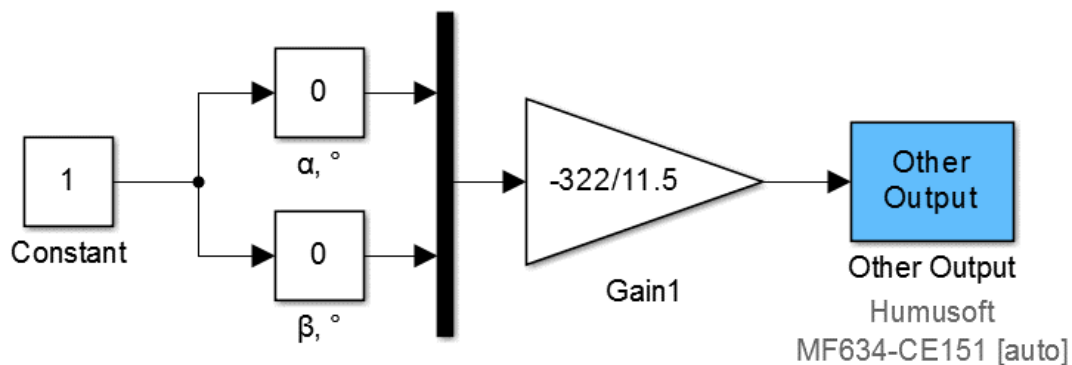
kde  $\alpha$  – úhel natočení, °,  
 $h_0$  – počáteční výška okraje plochy, m,  
 $h_1$  – koncová výška okraje plochy, m,  
 $d$  – délka strany plochy, m.

Tab. 2.2 – Hodnoty pro výpočet převodového koeficientu na úhel

Zjištěný parametr	Hodnota
Délka strany plochy	39,0 cm
Počáteční výška okraje plochy	11,9 cm
Vstupní hodnota	322,0
Koncová výška okraje plochy	15,8 cm
Vypočtený maximální úhel natočení	11,5°
Převodový koeficient	322 / 11,5

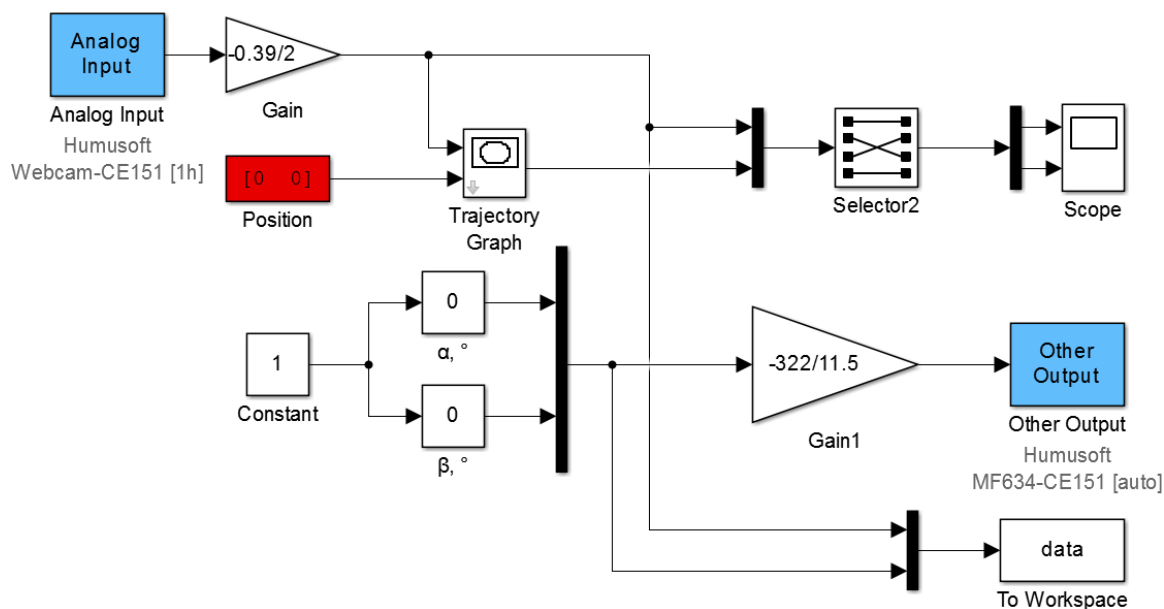
<sup>3</sup> Výpočet úhlu podle vzorce (2.7) není zcela přesný, protože byl měřen výškový rozdíl v přímce, nikoli v kruhovém oblouku, podle kterého koná okraj plochy trajektorii. Do úhlu natočení 30° je tento rozdíl minimální, a proto byla tato nepřesnost zanedbána.

Vstupy jsou omezeny na úhlový rozsah  $-11^\circ$  až  $11^\circ$  z důvodu preventivního ošetření situace, kdy by došlo k prokluzu lanek. Dále byl před měřením odezvy soustavy vynásoben koeficient převodu na úhel číslem  $-1$ , což způsobí při kladném úhlu natočení plochy pohyb kuličky do kladné části osy.



Obr. 2.6 – Schéma pro ovládání natočení plochy

K naměření odezvy soustavy je použito schéma dodané k soustavě CE 151, které bylo dále upraveno podle vlastních potřeb, viz obr. 2.7. Použitím tohoto schématu je možné získávat výstupní data z kamery a dále s nimi pracovat. Vzorkovací perioda kamery je nastavena na hodnotu 0,15 s.

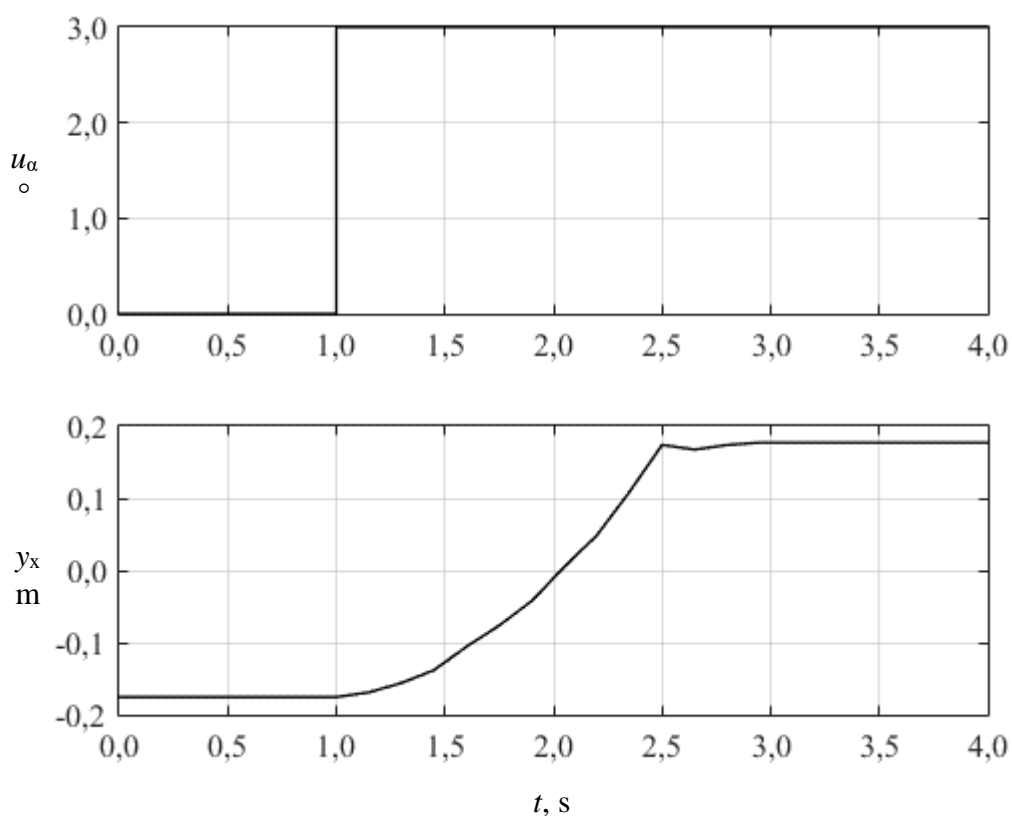


Obr. 2.7 – Upravené schéma modelu dodaného k soustavě CE 151

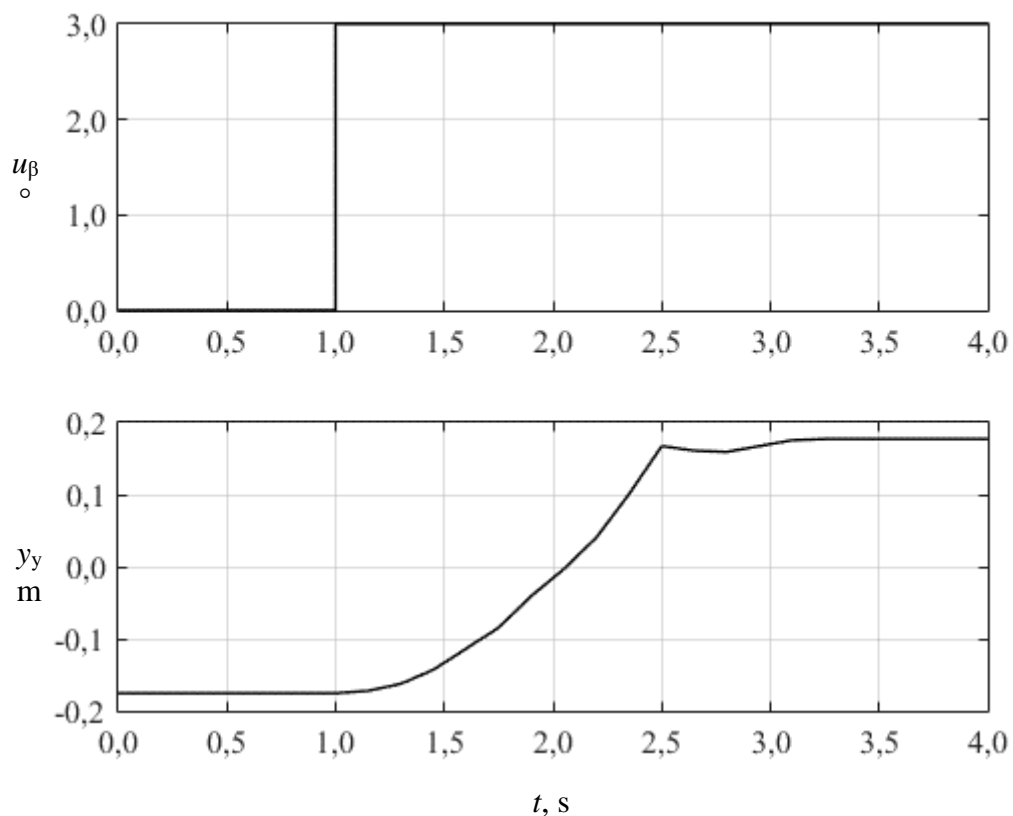
Pro úspěšné naměření odezvy soustavy na skokovou změnu vstupní veličiny je důležité zamezit okolním vlivům na soustavu (zajištění proti větru, okolním vibracím, ...) a je dále žádoucí, aby kulička konala pohyb pouze v jedné ose.

### 2.3.2 Odezvy soustavy na skokové změny vstupů

Z naměřených odezev jsou vybrány dva nejpovedenější pokusy. Na obr. 2.8 je zobrazena naměřená odezva pro natočení plochy v ose  $x$  a na obr. 2.9 je zobrazena odezva pro natočení plochy v ose  $y$ . Odezvy pro výstupní souřadnice druhých os byly v obou případech téměř konstantní, a proto nejsou zobrazeny.

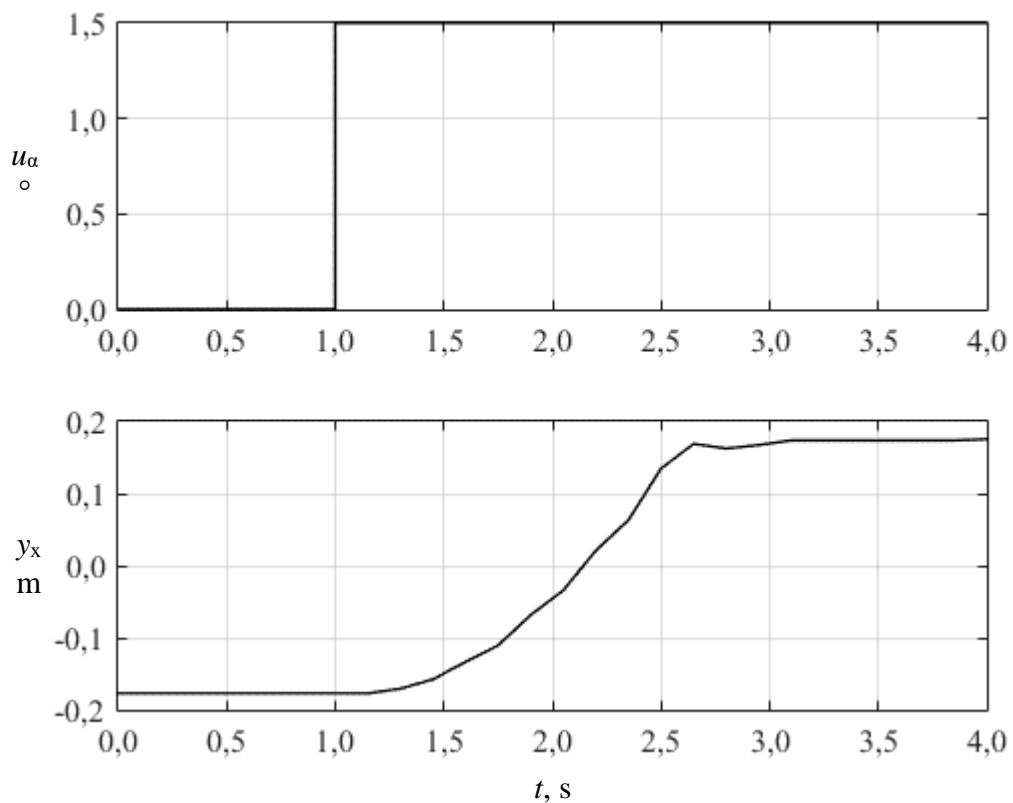


Obr. 2.8 – Odezva soustavy CE 151, osa  $x$



Obr. 2.9 – Odezva soustavy CE 151, osa y

Z těchto odezev není patrné dopravní zpoždění, avšak vyskytly se i případy, kdy dopravní zpoždění naměřeno bylo, viz obr. 2.10. To je velmi pravděpodobně způsobeno zpracováním obrazu kamerou. Pokud je například v době skokové změny vstupního signálu právě odebrán vzorek výstupní veličiny soustavy, na výstupu soustavy se neprojeví žádná změna hodnot po dobu vzorkovací periody kamery. Největší dopravní zpoždění je rovno vzorkovací periodě kamery, která je 0,15 s.



Obr. 2.10 – Odezva s dopravním zpožděním

### 2.3.3 Identifikace aproximačního modelu

Je použita aproximace soustavy přenosem integrační soustavy se setrvačností 1. řádu. Přenos aproximačního modelu je experimentálně identifikován ve tvaru

$$F(s) = \frac{K_s}{s(T_1s + 1)} = \frac{1}{s} \cdot \frac{0,2}{1,4s + 1}, \quad (2.8)$$

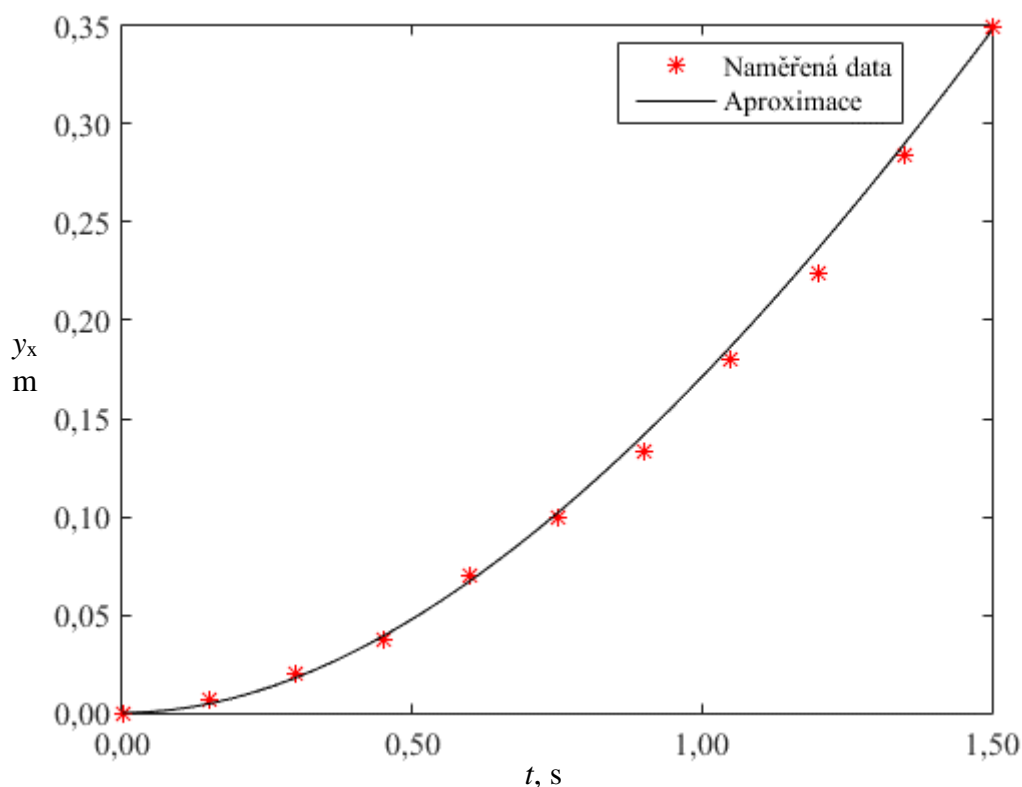
kde  $s$  – komplexní proměnná,

$F(s)$  – obrazový přenos,

$K_s$  – zesílení soustavy,

$T_1$  – časová konstanta přenosu, s.

Na obrázku níže je zobrazena aproximace naměřených dat přenosem (2.8).



Obr. 2.11 – Odezva aproximačního modelu a soustavy

V aproximačním modelu je dále zavedeno i dopravní zpoždění. To proto, že byly naměřeny i odezvy, u kterých se dopravní zpoždění vyskytovalo. Jelikož dopravní zpoždění není možné určit zcela přesně z důvodu diskrétního snímání výstupní veličiny kamerou, je jeho hodnota přibližně odhadnuta. Výsledný přenos aproximačního modelu je

$$F(s) = \frac{K_s}{s(T_1s + 1)} e^{-\tau_d s} = \frac{1}{s} \cdot \frac{0,2}{1,4s + 1} e^{-0,1s}, \quad (2.9)$$

kde  $s$  – komplexní proměnná,

$F(s)$  – obrazový přenos,

$K_s$  – zesílení soustavy,

$T_1$  – časová konstanta přenosu, s,

$\tau_d$  – dopravní zpoždění, s.

Aproximační model nepočítá s žádnými omezeními.

### 2.3.4 Identifikace matematicko-fyzikálního modelu

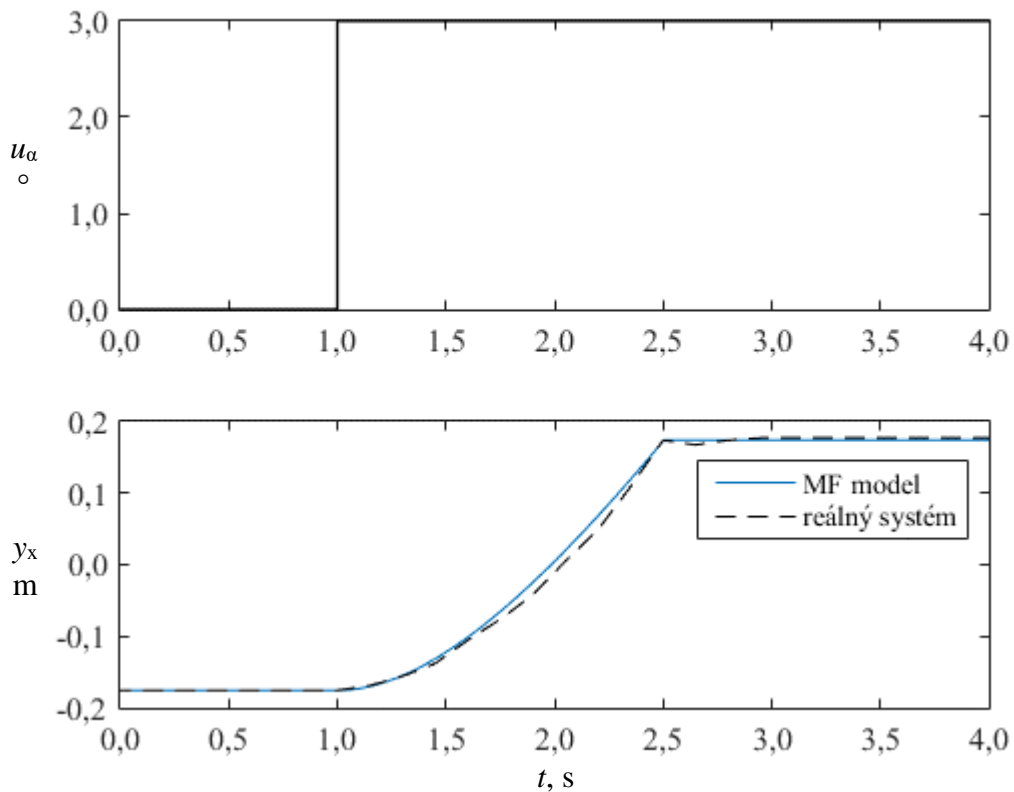
Při identifikaci matematicko-fyzikálního modelu (MF model, viz obr. 2.14) je porovnána odezva na skokovou změnu vstupní veličiny reálného systému a fyzikálního modelu. Na základě tohoto porovnání je experimentálně zjištěna hodnota koeficientu odporové síly. Do modelu je také přidáno dopravní zpoždění ze stejných důvodů, z jakých bylo přidáno i do aproximačního modelu. Opravené parametry matematicko-fyzikálního modelu jsou uvedeny v tabulce níže.

Tab. 2.3 – Upravené parametry fyzikálního modelu

Opravený parametr	Hodnota
Rozsah natočení $\alpha$ a $\beta$	$-11^\circ \div 11^\circ$
Saturační limity polohy v ose $x$	$-0,177$ m; $0,174$ m
Saturační limity polohy v ose $y$	$-0,175$ m; $0,175$ m
Koeficient odporové síly $k$	1,17
Dopravní zpoždění $\tau_d$	0,1 s

Matematicko-fyzikální model zavádí oproti aproximačnímu modelu reálná omezení soustavy (omezení vstupní veličiny, okraje plochy). Na obrázku níže je porovnána odezva reálné soustavy a matematicko-fyzikálního modelu na skokovou změnu vstupního signálu.





Obr. 2.12 – Odezva fyzikálního modelu a soustavy (bez přidaného dopravního zpoždění)

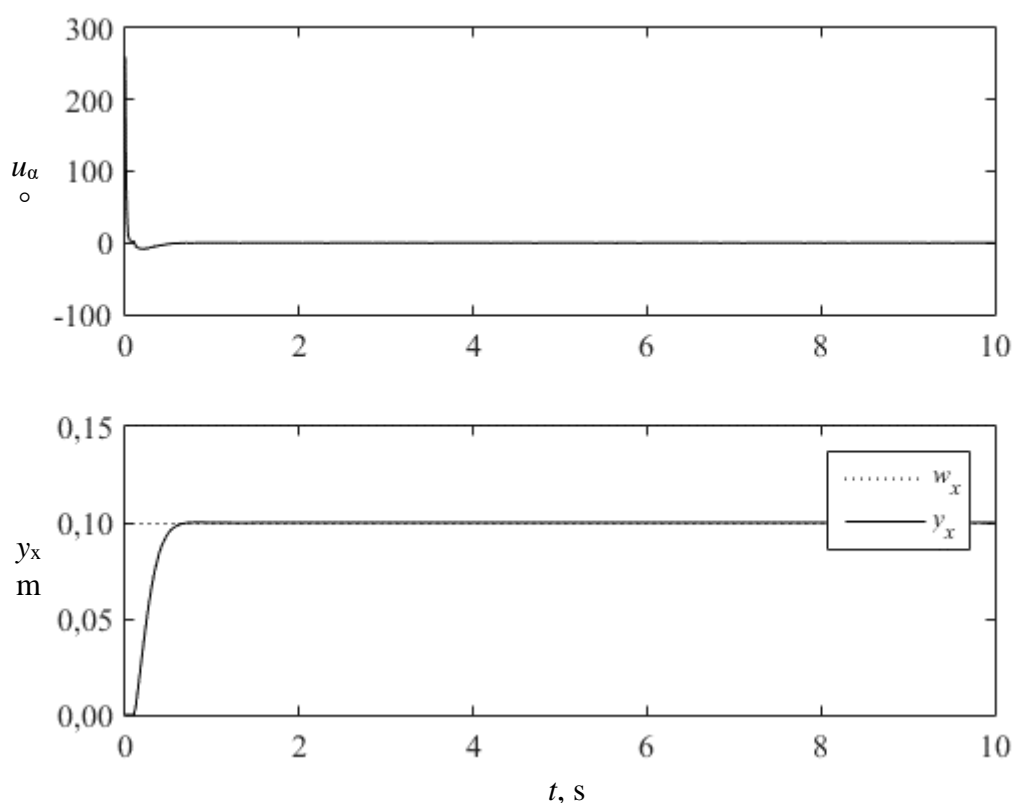
## 2.4 NÁVRH REGULÁTORU A JEHO APLIKACE

Je navržen spojitý regulátor pro aproximační model soustavy. Při regulaci aproximačního modelu jsou zavedena omezení akčního zásahu regulátoru. Dále je tento regulátor převeden na číslicový, ke kterému je přidána filtrace regulační odchylky. Tento regulátor bude ověřen na matematicko-fyzikálním modelu, který zachycuje věrněji vlastnosti soustavy. Pokud bude posouzena regulace matematicko-fyzikálního modelu jako přijatelná i pro reálnou soustavu, bude na ni tento regulátor aplikován.

### 2.4.1 Návrh regulátoru pro aproximační model

Pro nastavení parametrů regulátoru je zvolena metoda inverze dynamiky. Tato metoda nabízí volbu požadovaného relativního překmitu regulačního pochodu  $\kappa$ , ale nepočítá s filtrací derivační složky ani s omezením akčního zásahu.

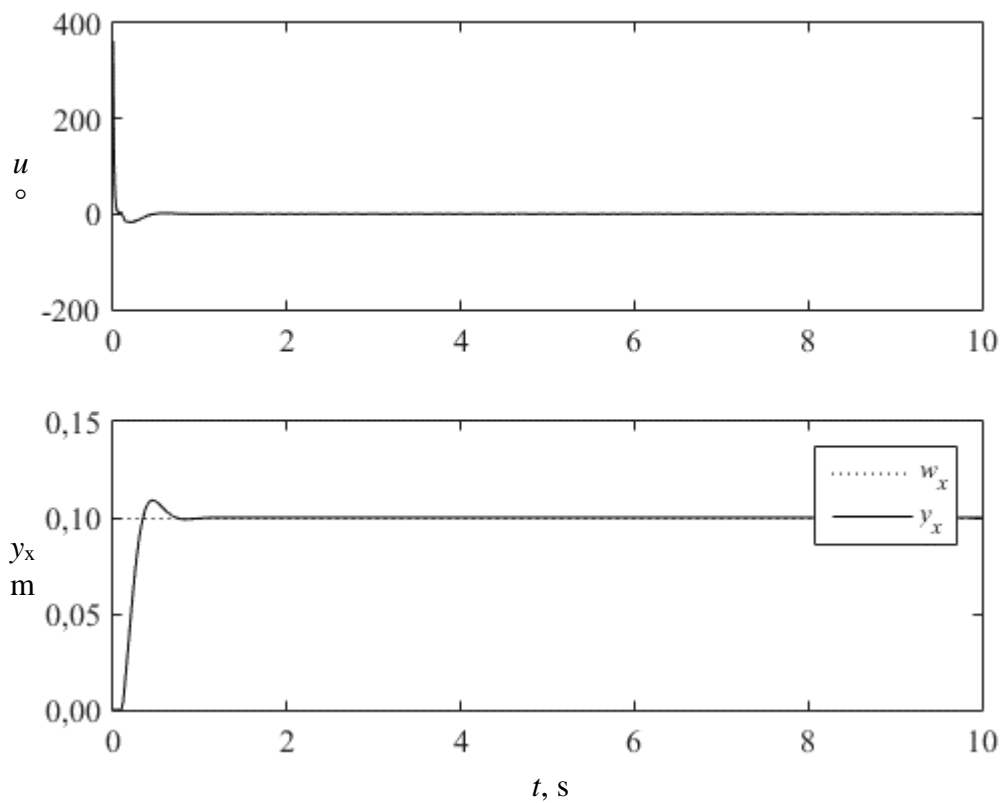
Nejprve je simulován pochod s aproximačním modelem. Pro relativní překmit 0 % ( $\kappa = 0,00$ ) jsou vypočteny parametry PD regulátoru <sup>4</sup> aproximačního modelu  $k_p = 18,4$ ,  $T_D = 1,4$  s. Filtrační složka PD regulátoru je velmi malá – nastavením filtračního koeficientu na hodnotu  $N = 100$ . Na obrázku níže je zobrazen akční zásah regulátoru a průběh regulované veličiny.



Obr. 2.13 – Regulační pochod pro  $\kappa = 0$

Regulační pochod vychází podle teoretických předpokladů. Pro zvolený překmit 0 % nedochází při regulaci aproximačního modelu k žádnému překmitu, a soustava se ustálí přibližně za půl sekundy. Dále je metoda nastavení regulátoru simulována pro relativní překmit 5 % ( $\kappa = 0,05$ ). Byly vypočteny hodnoty  $k_p = 25,7$ ,  $T_D = 1,4$  s. Filtrační složka je nezměněna.

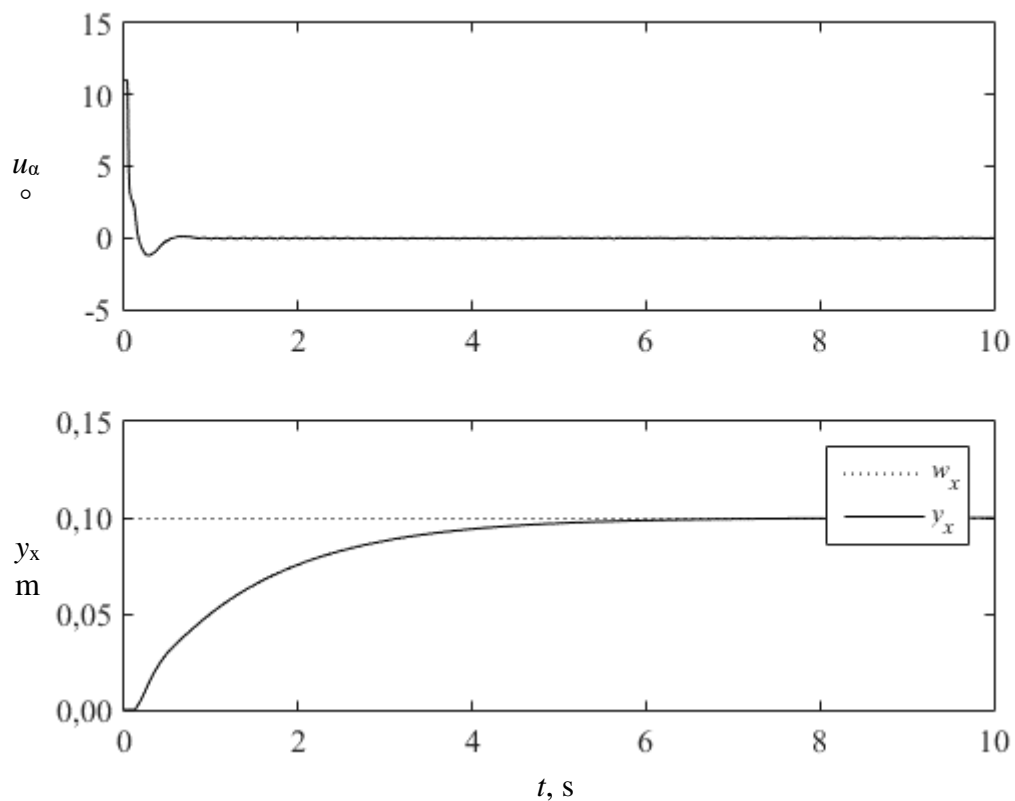
<sup>4</sup> Pro nastavení parametrů PD regulátoru je použit předdefinovaný blok PID Controller z knihovny Continuous.



Obr. 2.14 – Regulační pochod pro  $\kappa = 0,05$

Při zvýšení požadovaného relativního překmitu na hodnotu 5 % dochází ke snížení doby regulace pochodu za cenu zvýšení akčního zásahu. Tento pochod je v rámci požadované kvality regulace přijatelný, a proto je dále vycházeno z tohoto nastavení PD regulátoru.

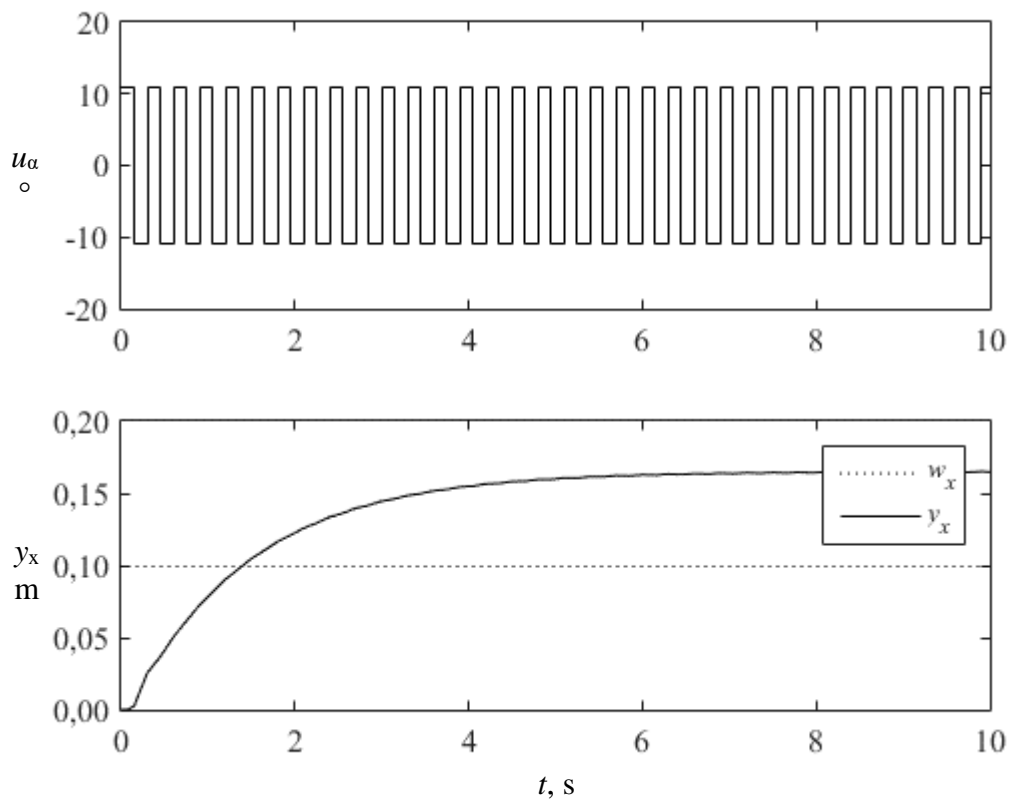
Dále je zjištěno, jak se při regulaci projeví omezení akčního zásahu regulátoru. Plochu reálné soustavy lze natočit v obou osách v rozsahu  $-11^\circ$  až  $11^\circ$ , a proto je akční zásah omezen na tyto hodnoty. Regulační pochod pro omezený akční zásah je znázorněn na obrázku níže.



Obr. 2.15 – Regulační pochod pro omezený akční zásah

Při omezeném akčním zásahu regulátoru je prodloužena doba regulace. Soustava se v tomto případě ustálí na požadované hodnotě přibližně za 5 s.

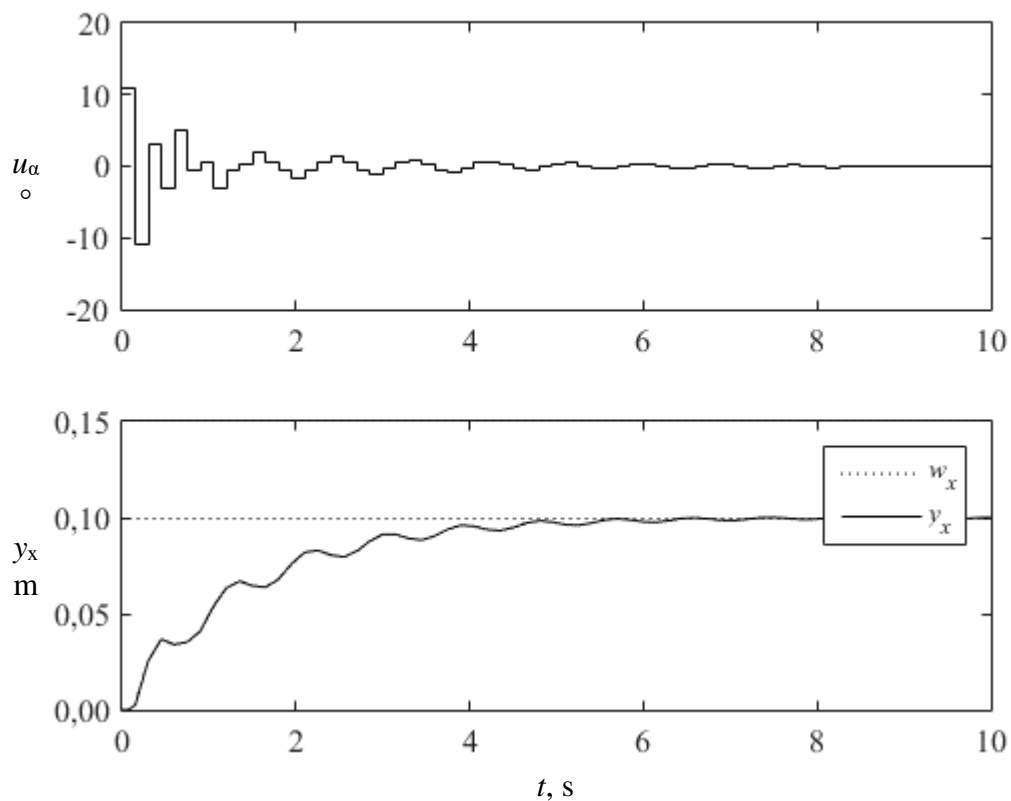
Analogový regulátor s parametry  $k_p = 25,7$ ,  $T_D = 1,4$  s,  $N = 100$  a omezením akčního zásahu je převeden na číslicovou verzi PD regulátoru se vzorkovací periodou rovnou vzorkovací periodě kamery, tedy  $T = 0,15$  s. Při použití tohoto regulátoru dochází k regulačnímu pochodu, který je zobrazen níže.



Obr. 2.16 – Regulace číslicovým PD regulátorem s omezením akčního zásahu

Z předchozího obrázku je patrné, že regulace číslicovým PD regulátorem s omezeným akčním zásahem a periodou vzorkování 0,15 s není použitelná.

Pokud se jedná o číslicový regulátor, potom je s jeho větší vzorkovací periodou potřeba větší filtrace regulační odchylky. To proto, že během diskrétního vyhodnocování derivace regulační odchylky vznikají jako důsledek větší změny hodnot akční veličiny. Proto je zavedena do číslicového PD regulátoru filtrace regulační odchylky vstupující do derivační složky regulátoru. Filtrační koeficient je experimentálně nastaven na hodnotu  $N = 10$ .

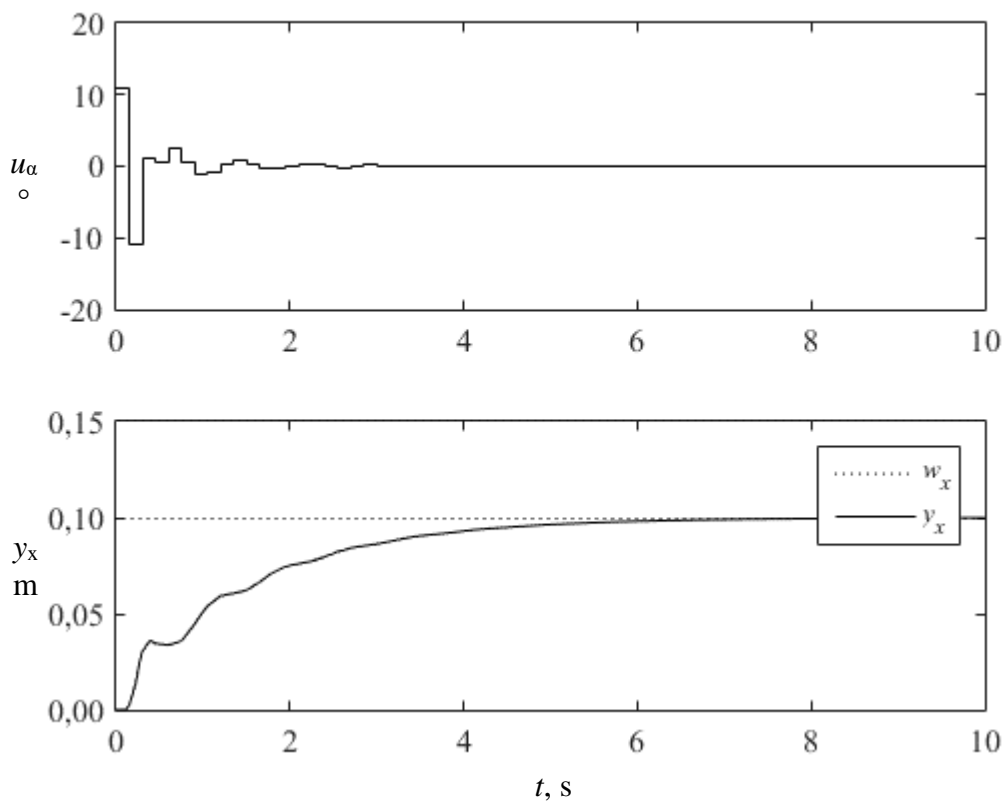


Obr. 2.17 – Číslicová regulace aproximačního modelu s filtrací regulační odchylky

Při filtraci regulační odchylky se číslicový regulátor více přibližuje chováním k jeho analogové verzi. Takto nastavený PD regulátor by mohl být použit i pro regulaci reálného systému. Před aplikací regulátoru na reálnou soustavu je regulátor ověřen na matematicko-fyzikálním modelu.

#### 2.4.2 Aplikace regulátoru na matematicko-fyzikální model

Navržený číslicový PD regulátor s omezením akčního zásahu pro aproximační model je aplikován na matematicko-fyzikální model. Regulace matematicko-fyzikálního modelu je znázorněna na obrázku níže.

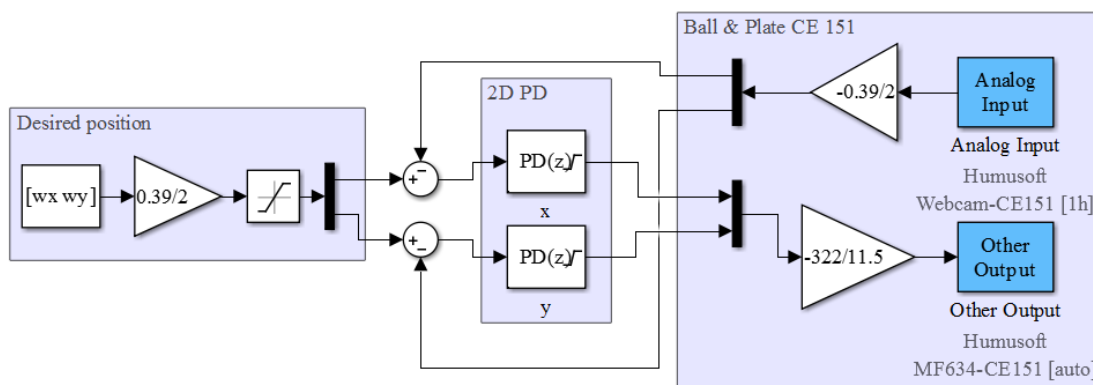


Obr. 2.18 – Číslicová regulace matematicko-fyzikálního modelu

Regulační pochod matematicko-fyzikálního modelu je velmi podobný jako regulační pochod aproximačního modelu. Navržený číslicový PD regulátor je dále aplikován na reálnou soustavu.

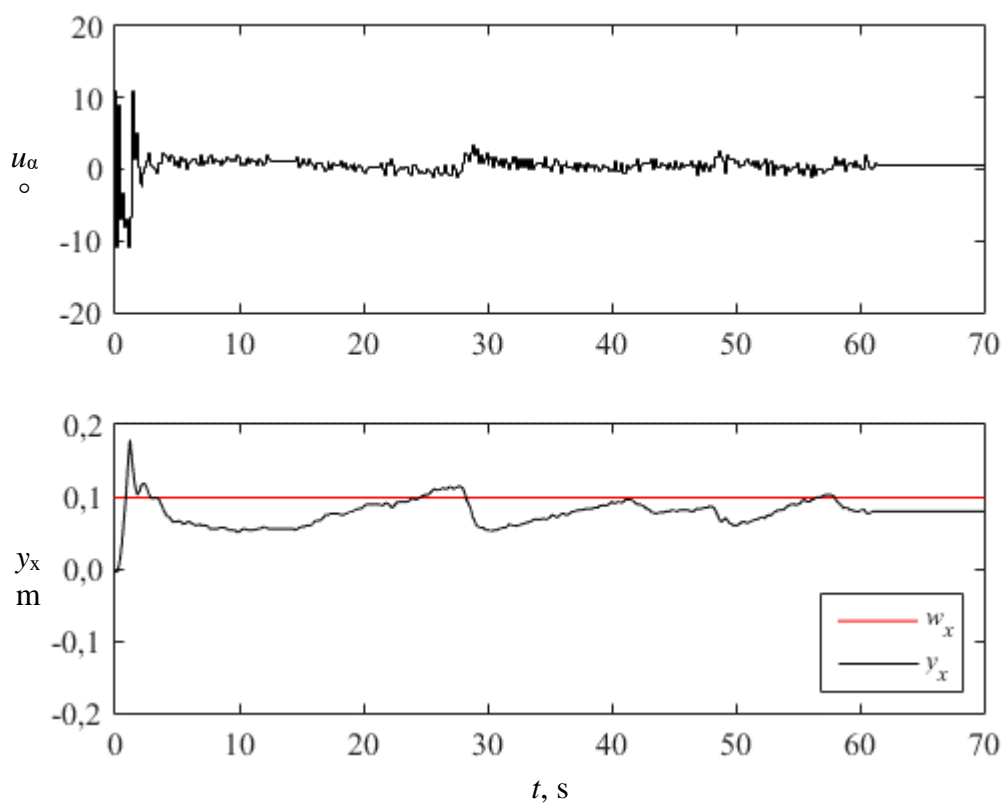
### 2.4.3 Aplikace regulátoru na reálnou soustavu

Pro regulaci reálné soustavy je upraveno schéma, pomocí kterého je soustava řízena.



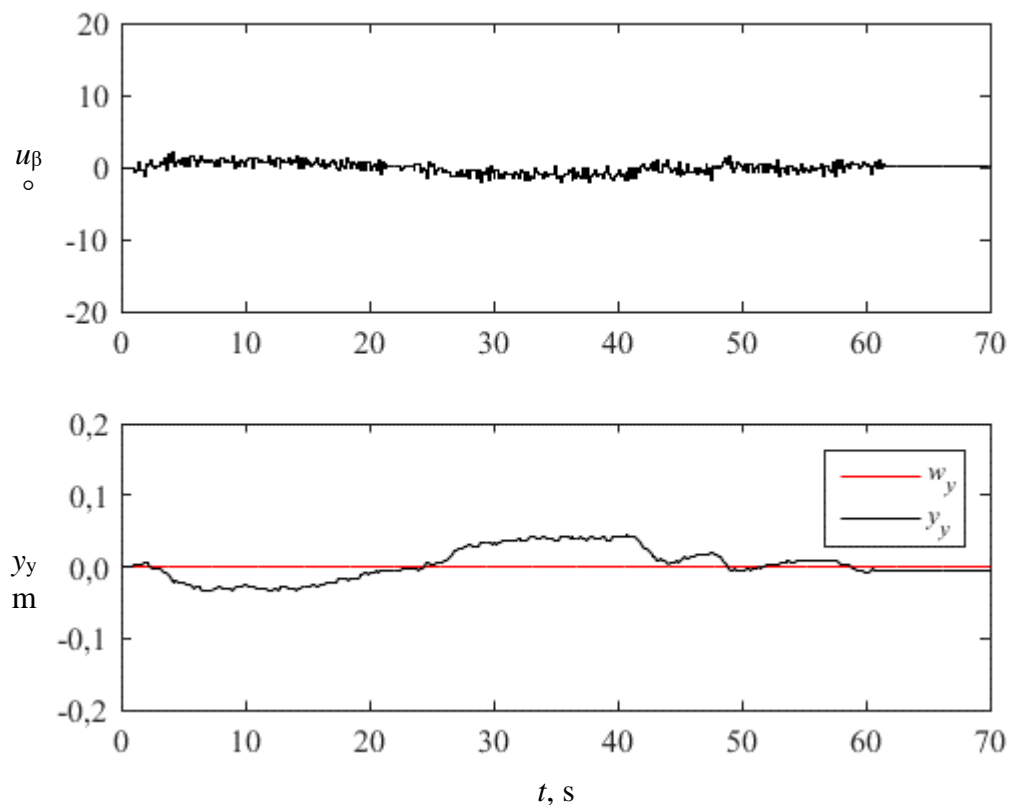
Obr. 2.19 – Upravené schéma pro regulaci soustavy CE 151

K soustavě je připojen navržený PD regulátor. Regulační pochody reálné soustavy v obou osách jsou znázorněny na obrázcích níže.



Obr. 2.20 – Číslicová regulace reálné soustavy navrženým regulátorem, osa  $x$





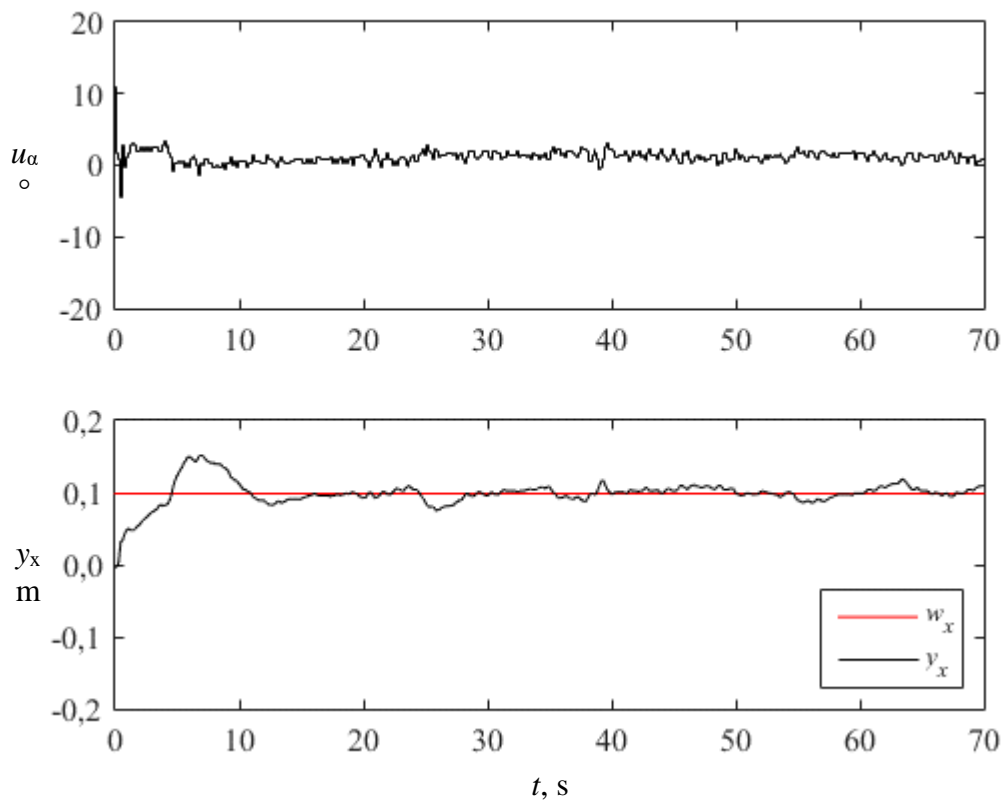
Obr. 2.21 – Číslíková regulace reálné soustavy navrženým regulátorem, osa y

Navržený regulátor stabilizoval systém přibližně po několika vteřinách a přibližně po jedné minutě se hodnoty výstupních veličin ustálily v okolí žádané hodnoty. Pro lepší kvalitu regulace může být navržený regulátor doladěn manuálně. Dále v systému vzniká trvalá regulační odchylka, kterou lze odstranit přidáním integrační složky regulátoru. Dále jsou uvedeny pokusy, při kterých jsou ručně měněny parametry PSD regulátoru. Pro každé nastavení je vyhodnocena kvalita regulačního pochodu s použitím integrálního kvadratického kritéria. Celková hodnota kritéria  $K$  je určena součtem hodnot kritérií pro regulaci v obou osách.

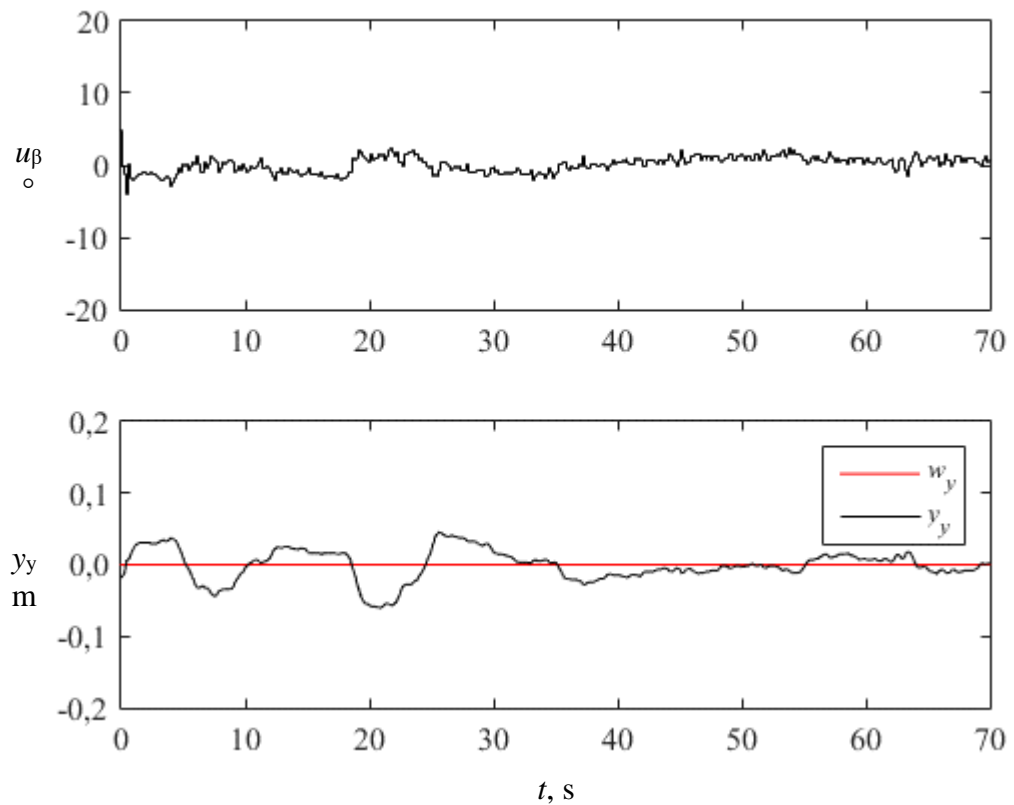
Tab. 2.4 – Manuální doladění PSD regulátoru s posouzením kvality regulace

Číslo pokusu	Parametr				$K$ (pro 40 s)
	$k_p$	$T_I$ , s	$T_D$ , s	$N$	
1	25,7	$\infty$	1,4	10	0,6125
2	25,5	1 000	1,4	9	0,0846
3	25,5	100	1,4	7	0,0481
4	25,5	50	1,4	7	0,0376

Podle provedených experimentů vychází nejmenší hodnota kritéria  $K = 0,0376$  pro regulátor s parametry  $k_p = 25,5$ ,  $T_I = 50$  s,  $T_D = 1,4$  s,  $N = 7$ . Regulace reálné soustavy tímto regulátorem je zobrazena na obrázcích níže.



Obr. 2.22 – Regulace reálné soustavy s upraveným regulátorem, osa  $x$



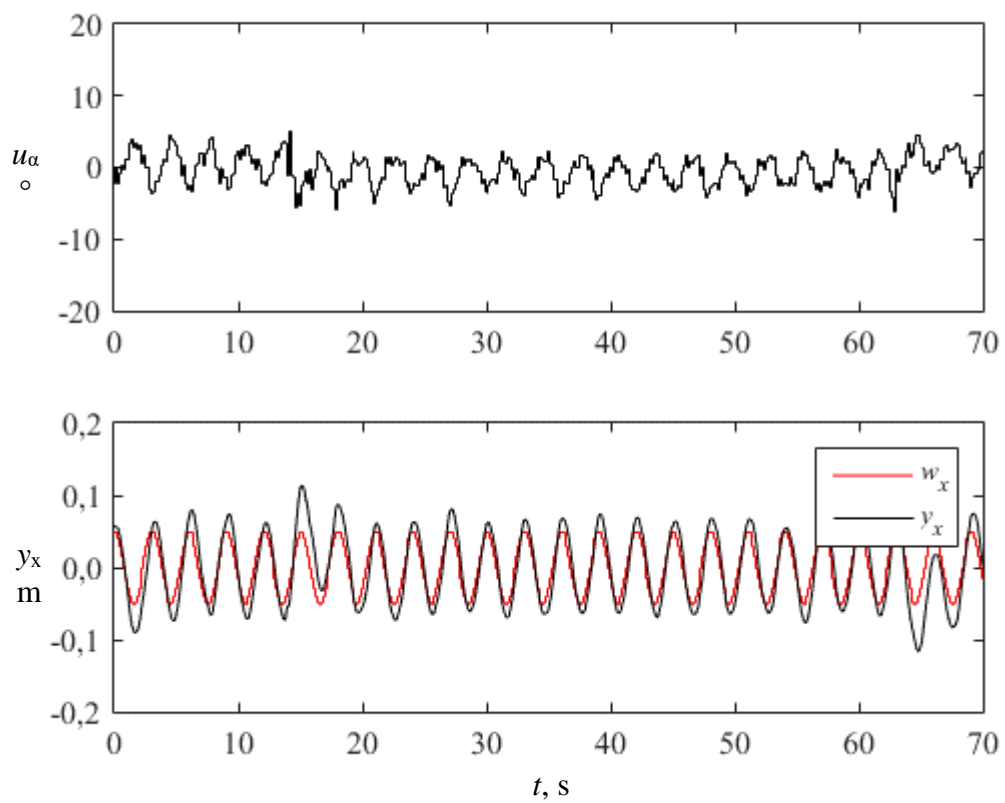
Obr. 2.23 – Regulace reálné soustavy s upraveným regulátorem, osa  $y$

Dále je soustava regulována pro měnící se hodnoty žádaných veličin  $w_x$ ,  $w_y$  tak, aby kulička sledovala kružnici. Hodnoty žádaných veličin jsou generovány podle rovnic:

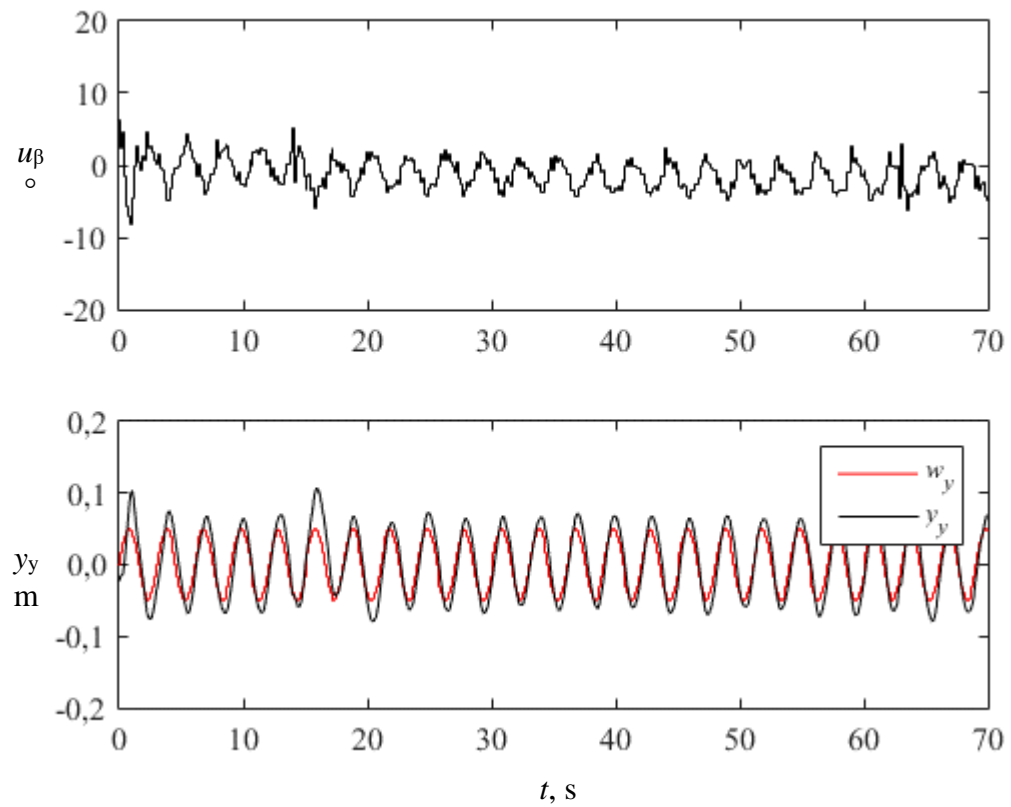
$$w_x = r \cdot \cos\left(\frac{2\pi}{T_p} kT\right) = 0,05 \cdot \cos\left(\frac{2\pi}{3} k \cdot 0,15\right), \quad (2.10)$$

$$w_y = r \cdot \sin\left(\frac{2\pi}{T_p} kT\right) = 0,05 \cdot \sin\left(\frac{2\pi}{3} k \cdot 0,15\right), \quad (2.11)$$

kde  $w_x$ ,  $w_y$  – žádaná poloha kuličky, m,  
 $r$  – poloměr kružnice, m,  
 $T_p$  – perioda pohybu, s,  
 $k$  – diskretní krok,  $k \in \{0, 1, 2, \dots\}$ ,  
 $T$  – vzorkovací perioda, s.

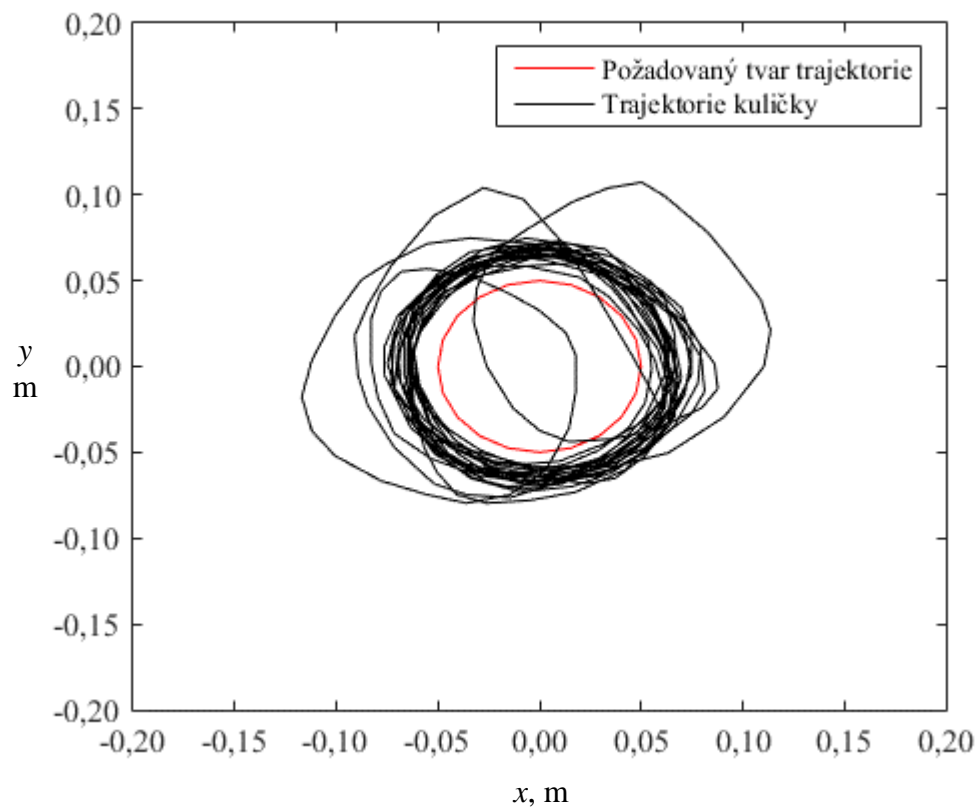


Obr. 2.24 – Regulace reálné soustavy s proměnnou žádanou hodnotou, osa  $x$



Obr. 2.25 – Regulace reálné soustavy s proměnnou žádanou hodnotou, osa  $y$

Kulička sleduje žádané hodnoty a vykonává pohyb po kruhové trajektorii. Pohyb kuličky po kružnici je znázorněn na obrázku níže.



Obr. 2.26 – Znáznornění pohybu kuličky

### 3 ZÁVĚR

Pomocí matematicko-fyzikální analýzy a experimentální identifikace byl vytvořen fyzikální model soustavy kulička na ploše CE 151 Ball & Plate. Pro experimentální identifikaci bylo zapotřebí naměřit odezvu reálného systému, ze které byl experimentálně zjištěn koeficient odporové síly. Současně byly identifikovány parametry krokových motorů ovládajících pohyb plochy a kamery pro měření polohy kuličky. Díky naměřené odezvě reálného systému byl také vytvořen aproximační model, který byl použit pro návrh regulátoru. Byly provedeny simulace regulačních pochodů aproximačního modelu s postupně upravovanými parametry regulátoru. První úpravou regulátoru bylo omezení akčního zásahu, při kterém se chování regulované soustavy začalo lišit od teoretických předpokladů. Regulátor byl převeden do číslicové podoby, přičemž vznikla potřeba použití filtru derivační složky. Navržený číslicový regulátor pro aproximační model byl použit pro regulaci matematicko-fyzikálního modelu, který více odpovídá reálné soustavě. Regulace matematicko-fyzikálního modelu byla posouzena jako použitelná pro reálný systém, a navržený regulátor tak mohl být aplikován na reálnou soustavu.

V další fázi byly ručně doladěny parametry navrženého číslicového regulátoru. Jelikož docházelo při regulaci k trvalé regulační odchylce, byla v regulátoru použita integrační složka, aby tuto odchylku eliminovala. Bylo provedeno několik regulačních experimentů, při kterých byly mírně měněny parametry regulátoru. Kvalita regulačních pochodů byla posouzena integrálním kvadratickým kritériem. Regulátor, který dosahoval nejlepších výsledků, byl dále použit pro regulaci polohy kuličky tak, aby konala pohyb po kružnici.

## LITERATURA

- BALÁTĚ, J. 2003. *Automatické řízení*. Praha: BEN - technická literatura. ISBN 80-730-0020-2.
- HUMUSOFT. 2013. Měřicí karta MF634 pro PCI Express. *DPS Elektronika od A do Z*. [online]. CADware s.r.o. [cit. 2016-04-02]. ISSN 1805-5044. Dostupné z: <http://www.dps-az.cz/mereni/id:4137/merici-karta-mf634-pro-pci-express>
- HUMUSOFT. 1991-2016. *CE 151 Ball & Plate Model*. [online]. [cit. 2016-03-22]. Dostupné z: <http://www.humusoft.cz/models/ce151/>
- HUMUSOFT. 2012. *CE 151 BALL & PLATE APPARATUS: Educational Manual*. Revision 3.4.
- Katedra automatizační techniky a řízení. 2015. 5.5. *Integrační regulovaná soustava se setrvačností 1. řádu a dopravním zpožděním*. [online]. [cit. 2016-05-03]. Dostupné z: [http://www.352.vsb.cz/uc\\_texty/synteza/text0505.htm#top](http://www.352.vsb.cz/uc_texty/synteza/text0505.htm#top)
- Řízení technologických procesů. 2016. *Modelování a identifikace řízeného systému*. [online]. [cit. 2016-04-09]. Dostupné z: <http://rtp.webzdarma.cz/model1.php>



# **PŘÍLOHY**

**A - CD**

**Příloha k bakalářské práci**

Identifikace a regulace soustavy Humusoft CE 151

Michal Semonský

**CD**

## **Obsah**

- 1 Text bakalářské ve formátu PDF
- 2 Modely dodané k soustavě CE 151
- 3 Vytvořený aproximovaný a matematicko-fyzikální model
- 4 Navržený regulátor
- 5 Upravená regulační schémata
- 6 Naměřená data