

UNIVERZITA PARDUBICE
Fakulta elektrotechniky a informatiky

**VLIV FORMY MODELU NA REGULAČNÍ POCHOD
PREDIKTIVNÍHO REGULÁTORU**

Bc. Jakub Fišera

Diplomová práce
2014

Univerzita Pardubice
Fakulta elektrotechniky a informatiky
Akademický rok: 2013/2014

ZADÁNÍ DIPLOMOVÉ PRÁCE

(PROJEKTU, UMĚLECKÉHO DÍLA, UMĚLECKÉHO VÝKONU)

Jméno a příjmení: **Bc. Jakub Fišera**
Osobní číslo: **I12484**
Studijní program: **N2646 Informační technologie**
Studijní obor: **Řízení procesů**
Název tématu: **Vliv formy modelu na regulační pochod prediktivního regulátoru**
Zadávající katedra: **Katedra řízení procesů**

Z á s a d y p r o v y p r a c o v á n í :

Cíl: Navrhnu a aplikovat prediktivní regulátor laboratorní soustavy pro různé aproximace dynamického chování řízeného systému.

Obsah teoretické části: Modelování a identifikace řízeného systému. Linearizace. Prediktivní regulátor vycházející ze vstupně-výstupního popisu.

Obsah implementační části: Aproximace nelineárního modelu soustavy přenosem druhého řádu, prvního řádu bez a s dopravním zpožděním. Návrh prediktivního regulátoru s využitím aproximačních modelů. Aplikace řízení a porovnání výsledků pro různé modely a různá nastavení.

Rozsah grafických prací:

Rozsah pracovní zprávy:

Forma zpracování diplomové práce: tištěná/elektronická

Seznam odborné literatury:

- CAMACHO, E. F.; BORDONS, C. Model Predictive Control (Second Edition). London : Springer-Verlag London Limited, 2007. 405 s.
- CLARKE, D. W.; MOHTADI, C. a TUFFS, P. S. Generalized Predictive Control, Part I. The Basic Algorithm. Automatica, 1987, č. 23(2), s. 137-148.
- CLARKE, D. W.; MOHTADI, C. a TUFFS, P. S. Generalized Predictive Control, Part II. Extensions and Interpretations. Automatica, 1987, č. 23(2), s. 149-160.
- HABER, R.; BARS, R. a SCHMITZ, U. Predictive Control in Process Engineering. Weinheim : Wiley-VCH Verlag, 2011. 600 s.
- MIKLEŠ, J.; FIKAR, M. Modelovanie, identifikácia a riadenie procesov 2. Identifikácia a optimálne riadenie. Bratislava : STU v Bratislave, 2004. 267 s.
- ROSSITER, J. A. Model-based Predictive Control, A Practical Approach. Boca Raton (Florida) : CRC Press, 2004. 318 s.
- VAVROUŠEK, V. (2013) Stavové řízení laboratorní soustavy [Diplomová práce]. Pardubice : Univerzita Pardubice, 2013. 62 s.


Vedoucí diplomové práce: Ing. Daniel Honc, Ph.D.
Katedra řízení procesů

Datum zadání diplomové práce: 31. října 2013
Termín odevzdání diplomové práce: 16. května 2014


prof. Ing. Simeon Karamazov, Dr.
děkan



L.S.


Ing. Daniel Honc, Ph.D.
vedoucí katedry

V Pardubicích dne 15. listopadu 2013

Prohlašuji:

Tuto práci jsem vypracoval samostatně. Veškeré literární prameny a informace, které jsem v práci využil, jsou uvedeny v seznamu použité literatury.

Byl jsem seznámen s tím, že se na moji práci vztahují práva a povinnosti vyplývající ze zákona č. 121/2000 Sb., autorský zákon, zejména se skutečností, že Univerzita Pardubice má právo na uzavření licenční smlouvy o užití této práce jako školního díla podle § 60 odst. 1 autorského zákona, a s tím, že pokud dojde k užití této práce mnou nebo bude poskytnuta licence o užití jinému subjektu, je Univerzita Pardubice oprávněna ode mne požadovat přiměřený příspěvek na úhradu nákladů, které na vytvoření díla vynaložila, a to podle okolností až do jejich skutečné výše.

Souhlasím s prezenčním zpřístupněním své práce v Univerzitní knihovně.

V Pardubicích dne 15. 5. 2014

Bc. Jakub Fišera

Poděkování

Na tomto místě bych velmi rád poděkoval panu Ing. Danielu Honcovi, Ph.D., vedoucímu mé diplomové práce, za odborné vedení a cenné rady, kterými k vypracování této práce přispěl. Dále bych rád poděkoval celé své rodině, své přítelkyni a všem svým kamarádům, ti všichni mě v průběhu studia podporovali.

V Pardubicích dne 15. 5. 2014

Bc. Jakub Fišera

ANOTACE

Práce je věnována problematice vlivu formy modelu na regulační pochod prediktivního regulátoru. Je sestaven matematický model hydraulicko-pneumatické soustavy a navržen prediktivní regulátor s algoritmem GPC. Linearizací nelineárního modelu a aproximací přechodové charakteristiky reálného systému je získáno několik modelů, které jsou následně použity pro návrh regulátoru. Vliv formy modelu je demonstrován na vybraném regulačním pochodu.

KLÍČOVÁ SLOVA

prediktivní řízení, matematický model, identifikace, linearizace, aproximace

TITLE

MODEL FORM EFFECT ON PREDICTIVE CONTROL PROCESS

ANNOTATION

The thesis is oriented to the issue of model form effect on predictive control process. The mathematical model of the hydraulic-pneumatic system is derived and predictive controller with GPC algorithm is designed. Models, which are used in the controller are getting by linearization of the nonlinear model and approximation of the real system step response. The model form effect is demonstrated on a selected control process.

KEYWORDS

predictive controller, mathematical model, identification, linearization, approximation

OBSAH

SEZNAM ZKRATEK	9
SEZNAM SYMBOLŮ	10
SEZNAM OBRÁZKŮ	13
SEZNAM TABULEK.....	14
ÚVOD	15
1 TEORETICKÁ ČÁST.....	17
1.1 Přehled historie a současného stavu prediktivního řízení	17
1.2 Prediktivní řízení	18
1.2.1 Princip prediktivního řízení.....	19
1.2.2 Model systému.....	20
1.2.3 Algoritmy prediktivního řízení.....	23
1.2.4 Obecná účelová funkce	25
1.2.5 Výpočet optimálního řízení	26
1.2.6 Návrh prediktivního regulátoru	28
1.2.7 Kvalita regulace	32
1.3 Identifikace dynamických systémů	33
1.3.1 Rozdělení identifikačních metod	35
1.3.2 Vybrané struktury matematického modelu	37
1.3.3 Aproximace přechodových charakteristik	38
1.3.4 Kritérium shody modelu a reálné soustavy	41
1.3.5 Numerická optimalizace.....	41
1.4 Linearizace	42
1.4.1 Linearizace tečnou rovinou.....	43
2 IMPLEMENTAČNÍ ČÁST.....	44
2.1 Popis hydraulicko-pneumatické soustavy	44
2.1.1 Konstrukční uspořádání soustavy	44
2.1.2 Vlastnosti soustavy.....	45
2.1.3 Propojení soustavy s PC	46
2.2 Nelineární model soustavy.....	48
2.2.1 Nelineární model čerpadla	49

2.2.2	Lineární model čidla tlaku	49
2.2.3	Nelineární model hydraulických nádrží	50
2.2.4	Neznámé parametry soustavy	51
2.3	Linearizovaný model soustavy	52
2.4	Porovnání modelů.....	56
2.4.1	Porovnání lineárního a nelineárního modelu	56
2.4.2	Porovnání nelineárního modelu a reálné soustavy	57
2.5	Aproximace přechodové charakteristiky reálné soustavy	58
2.5.1	Aproximace přenosem 1. řádu.....	59
2.5.2	Aproximace přenosem 1. řádu s dopravním zpožděním.....	60
2.5.3	Aproximace přenosem 2. řádu s násobnou časovou konstantou	61
2.5.4	Aproximace přenosem 2. řádu s rozdílnými časovými konstantami	62
2.6	Návrh prediktivního regulátoru se vstupně-výstupním modelem.....	63
2.6.1	Realizace regulace v MATLABu	63
2.6.2	Nastavení parametrů regulátoru	65
2.6.3	Aplikace prediktivního regulátoru – simulace pro různé modely soustavy	66
2.6.4	Volba filtrace dat	69
2.6.5	Aplikace prediktivního regulátoru – reálné experimenty pro různé modely soustavy	71
2.6.6	Volba penalizace	75
ZÁVĚR.....		78
LITERATURA		81
SEZNAM PŘÍLOH.....		82

SEZNAM ZKRATEK

CARIMA	Controlled Auto-Regressive and Integrated Moving Average
DMC	Dynamic Matrix Control
EHAC	Extended Horizont Adaptive Control
EPSAC	Extended Prediction Self-Adaptive Control
FIR	Finite Impulse Response
GPC	Generalized Predictive Control
HIECON	Hierarchical CONstraint control
IDCOM	IDentification and COMmand
IDCOM – M	IDentification and COMmand – Multivariable
IDCOM – S	IDentification and COMmand – single input/single output
LQG	Linear-Quadratic Gaussian Control
MAC	Model Algorithmic Control
MPC	Model Predictive Control
PCH	Přechodová charakteristika
PFC	Predictive Functional Control
PID	Proporcionálně-integračně-derivační regulátor
QDMC	Quadratic Dynamic Matrix Control
RMPCT	Robust Model Predictive Control
SMOC	Shell Multivariable Optimizing Controller
UPC	Unified Predictive Control

SEZNAM SYMBOLŮ

A	matice stavového popisu A
$A(q^{-1})$	polynom jmenovatele přenosové funkce
\bar{A}	rozšířená stavová matice A
\tilde{A}	polynomiální matice
b	parametr čerpadla
B	matice stavového popisu B
$B(q^{-1})$	polynom čitatele přenosové funkce
\bar{B}	rozšířená stavová matice B
C	matice stavového popisu C
$C(q^{-1})$	polynom čitatele přenosu poruchy
\bar{C}	rozšířená stavová matice C
D	matice stavového popisu D
D_c	průměr clonky
D_n	průměr nádrže
$D(q^{-1})$	polynom jmenovatele přenosu poruchy
d	délka hrany polyedru
$e(k)$	chyba predikce výstupu v čase k
$F(s)$	obrazový přenos systému
$F_1(s)$	obrazový přenos mezi vstupním napětím čerpadla a průtokem
$F_2(s)$	obrazový přenos mezi napětím čidla tlaku a dolní hladinou
$F_3(s)$	obrazový přenos horní nádrže
$F_4(s)$	obrazový přenos dolní nádrže
F	matice koeficientů volné odezvy
$f(\mathbf{u})$	nelineární funkce
G	matice koeficientů přechodové charakteristiky
$G(z)$	diskrétní přenos
$G(q^{-1})$	polynom n -tého stupně
g	gravitační zrychlení
g_i	koeficient přechodové posloupnosti
H	Hessova matice
$H(q^{-1})$	polynom n -tého stupně
h	výška hladiny
h_1	výška hladiny horní nádrže
h_2	výška hladiny dolní nádrže
h_i	koeficient impulsní posloupnosti
\bar{h}_1	výška hladiny horní nádrže v bodě linearizace
\bar{h}_2	výška hladiny dolní nádrže v bodě linearizace
I	jednotková matice
J	obecná účelová funkce
$J(\mathbf{X})$	kritérium shody modelu a reálné soustavy
K	zesílení regulátoru
k	parametr čidla tlaku

M	ekvivalentní matice stavového popisu M
N	ekvivalentní matice stavového popisu N
N	horizont predikce
N_1	minimální horizont
N_2	maximální horizont
N_M	počet naměřených vzorků
N_u	predikce akčních zásahů
O	ekvivalentní matice stavového popisu
P	penalizační koeficient regulační odchylky
Q	objemový průtok
Q_1	výstupní hmotnostní průtok kapaliny z horní nádrže a zároveň vstupní průtok do dolní nádrže
Q_2	výstupní hmotnostní průtok kapaliny z dolní nádrže
\bar{Q}	objemový průtok v bodě linearizace
q	parametr čidla tlaku
q^{-1}	operátor zpětného posuvu
$R(\mathbf{u})$	zbytek Taylorova rozvoje
r	parametr čerpadla
S_1	průřez horní nádrže
S_2	průřez dolní nádrže
s	komplexní proměnná v Laplaceově transformaci
s_1	průřez clonky horní nádrže
s_2	průřez clonky dolní nádrže
t	čas
t_M	čas měření
T_d	dopravní zpoždění systému
T_i	časová konstanta
T_n	doba náběhu
T_u	doba průtahu
T_S	perioda vzorkování
u	akční zásah
$u(k)$	akční zásah v čase k
$u(k + i)$	akční zásah v čase $k + i$
u_{ust}	ovládací napětí čerpadla v pracovním bodě
u_c	ovládací napětí čerpadla
u_0	napětí, při kterém začne kapalina přitékat do horní nádrže
u_∞	ustálená hodnota výstupu
$\Delta u(k + i - 1)$	změna akčního zásahu v čase $k + i - 1$
$\Delta u(k)$	změna akčního zásahu v čase
\bar{u}	ovládací napětí čerpadla v bodě linearizace
$\tilde{\mathbf{u}}$	vektor budoucích změn akčních zásahů
\mathbf{w}	vektor budoucí žadané veličiny

w^∞	konečná hodnota žádané veličiny
$x(k+1)$	vektor stavu procesu v čase $k+1$
\mathbf{x}	stavový vektor
$\bar{\mathbf{x}}$	rozšířený stavový vektor
y	výstupní napětí čidla tlaku
$y(k)$	výstup systému v čase k
$\hat{y}(k+i)$	predikovaný výstup i kroků do budoucnosti vzhledem k informacím dostupným do času k
y_∞	ustálená hodnota výstupu
y_0	volná odezva
y_p	výstupní napětí čidla tlaku v pracovním bodě
$y_M(t)$	výstup modelu systému
Δy	chyba mezi výstupem z reálného systému a z modelu
\bar{y}	výstupní napětí čidla tlaku v bodě linearizace
\tilde{y}	predikovaný výstup
z	komplexní proměnná v Z-transformaci
Z	statické zesílení systému
Z_1	zesílení čerpadla
Z_2	zesílení horní nádrže
Z_3	zesílení dolní nádrže
Δ	přírůstek
Δ_i	odchylka veličiny od bodu linearizace
α	koefficient filtrace žádané hodnoty
α_1	výtokový koeficient horní nádrže
α_2	výtokový koeficient dolní nádrže
ξ	součinitel poměrného tlumení
$\xi_s(k)$	bílý šum
δ	souřadnice vrcholu polyedru
ρ	hustota vody
λ	penalizační koeficient akčního zásahu
ω_0	vlastní úhlová frekvence netlumených kmitů

SEZNAM OBRÁZKŮ

Obr. 1 – Základní struktura MPC	19
Obr. 2 – Princip prediktivního řízení	19
Obr. 3 – Defínice chyby výstupu mezi modelem a systémem.....	36
Obr. 4 – Obecná ideová struktura identifikace	36
Obr. 5 – Vyhodnocení přechodové charakteristiky systému	39
Obr. 6 – Hydraulicko-pneumatická soustava (Honc, 2013)	44
Obr. 7 – Schéma hydraulicko-pneumatické soustavy (Honc, 2013)	45
Obr. 8 – Měřicí karta LabJack U12 (LabJack, 2014)	46
Obr. 9 – Blokové schéma připojení hydraulicko-pneumatické soustavy k PC	48
Obr. 10 – Ověření shody lineárního a nelineárního modelu soustavy	56
Obr. 11 – Ověření shody nelineárního modelu s realitou	57
Obr. 12 – Přechodová charakteristika reálné soustavy	58
Obr. 13 – Aproximace PCH reálné soustavy přenosem 1. řádu	59
Obr. 14 – Aproximace PCH reálné soustavy přenosem 1. řádu s T_d	60
Obr. 15 – Aproximace PCH reálné soustavy přenosem 2. řádu s násobnou časovou konstantou	61
Obr. 16 – Aproximace PCH reálné soustavy přenosem 2. řádu s rozdílnými časovými konstantami	62
Obr. 17 – Regulační pochod s modelem získaným linearizací nelineárního modelu – simulace	66
Obr. 18 – Regulační pochod s modelem 1. řádu – simulace	67
Obr. 19 – Regulační pochod s modelem 1. řádu s T_d – simulace	67
Obr. 20 – Regulační pochod s modelem 2. řádu s násobnou časovou konstantou – simulace	68
Obr. 21 – Regulační pochod s modelem 2. řádu s rozdílnými časovými konstantami – simulace.....	68
Obr. 22 – Porovnání regulačních pochodů pro různý polynom C	70
Obr. 23 – Regulační pochod s modelem získaným linearizací nelineárního modelu.....	72
Obr. 24 – Regulační pochod s modelem 1. řádu.....	72
Obr. 25 – Regulační pochod s modelem 1. řádu s T_d	73
Obr. 26 – Regulační pochod s modelem 2. řádu s násobnou časovou konstantou	74
Obr. 27 – Regulační pochod s modelem 2. řádu s rozdílnými časovými konstantami.....	74
Obr. 28 – Regulační pochod s modelem 2. řádu s násobnou časovou konstantou – různé hodnoty λ	76

SEZNAM TABULEK

Tab. 1 – Vlastnosti analytické a experimentální identifikace	34
Tab. 2 – Parametry čerpadla	51
Tab. 3 – Parametry čidla tlaku	51
Tab. 4 – Parametr nádrže	52
Tab. 5 – Geometrické rozměry a fyzikální konstanty	52
Tab. 6 – Bod linearizace - levá část systému	52
Tab. 7 – Spojitý a diskrétní přenos 1. řádu získaný aproximací PCH reálné soustavy	60
Tab. 8 – Spojitý a diskrétní přenos 1. řádu s T_d získaný aproximací PCH reálné soustavy	61
Tab. 9 – Spojitý a diskrétní přenos 2. řádu s násobnou časovou konstantou získaný aproximací PCH reálné soustavy	62
Tab. 10 – Spojitý a diskrétní přenos 2. řádu s rozdílnými časovými konstantami získaný aproximací PCH reálné soustavy	63
Tab. 11 – Zvolené parametry MPC regulátoru	65
Tab. 12 – Porovnání kvality jednotlivých regulačních pochodů - simulace	69
Tab. 13 – Porovnání kvality jednotlivých regulačních pochodů pro různou filtraci	70
Tab. 14 – Porovnání kvality jednotlivých regulačních pochodů – reálný systém	75
Tab. 15 – Porovnání kvality jednotlivých regulačních pochodů pro různé hodnoty λ	76

ÚVOD

Prediktivní řízení získává v současné době v praxi čím dál větší oblibu. Jedním z hlavních důvodů je možnost do návrhu regulátoru zahrnout znalost budoucího průběhu žádaných veličin a tím docílit kvalitnějšího regulačního pochodu než je tomu u klasických PID regulátorů. Další výhodou je možnost uvažovat omezení vstupních, výstupních a stavových veličin již při návrhu regulátoru. V neposlední řadě je výhodou mnohostranné použití a to na mnohorozměrné, neminimální fázové i nestabilní procesy nebo na procesy s dopravním zpožděním. V současnosti se v průmyslových aplikacích využívá prediktivní řízení převážně ve vyšší struktuře řízení, kde periodicky po určitém časovém intervalu nastavuje žádané hodnoty PID regulátorům. To vede k větší optimalizaci a energetické úspoře celkového řízení.

Základem prediktivní regulace je matematický model řízeného systému, který predikuje budoucí chování řízeného systému na základě, kterého regulátor vypočítá optimální budoucí akční zásah. Z toho plyne základní předpoklad a tím je dobrá shoda predikčního modelu s realitou. Jaký vliv bude mít forma zvoleného predikčního modelu na regulační pochod, bylo podmětem k sepsání této diplomové práce.

Diplomová práce bude věnována návrhu a aplikaci prediktivního regulátoru se vstupně-výstupním modelem pro různé aproximace dynamického chování systému. Navrhnuté řízení bude aplikováno na laboratorní model hydraulicko-pneumatické soustavy.

V teoretické části bude uvedena historie a současný vývoj prediktivního řízení. Bude vysvětlen princip a uvedeny používané modely a algoritmy prediktivního řízení. Následně zde bude popsána účelová funkce a odvozeno optimální prediktivní řízení. Dále bude navrhnout prediktivní regulátor pro stavový a vstupně-výstupní model. Také zde budou uvedena vybraná kritéria kvality regulačního pochodu. Další část teoretické části se bude zabývat identifikací dynamických systémů. Tato část se mimo jiné bude věnovat vybraným strukturám matematického modelu, možnostem aproximace přechodové charakteristiky a numerické iterační optimalizaci. Poslední část teoretické části bude popisovat linearizaci tečnou rovinou.

V implementační části bude popsán laboratorní model hydraulicko-pneumatické soustavy. Dále zde bude pomocí matematicko-fyzikální analýzy odvozen nelineární model laboratorní soustavy, který bude následně pro potřeby řízení linearizován. Následně budou získané modely porovnány. Další část bude věnována predikčním modelům několika struktur aproximací reálně změřených dat. Cílem této práce je navrhnout a aplikovat prediktivní

regulátor a zjistit vliv formy modelu na regulační pochod. Tomu bude věnována poslední část práce. Nejdříve bude popsán vytvořený algoritmus regulace v MATLABu, následně budou zvoleny parametry regulátoru. Dále budou simulací s nelineárním modelem systému ověřeny regulační pochody regulátoru s jednotlivými identifikovanými modely. Po simulaci budou stejné pochody provedeny na reálném systému. Nakonec bude vybrán regulátor s nejkvalitnějším regulačním pochodem, pro který bude diskutováno nastavení penalizačních parametrů.

1 TEORETICKÁ ČÁST

1.1 Přehled historie a současného stavu prediktivního řízení

První náznaky moderních řídicích metod lze vysledovat už začátkem 60. let minulého století v práci Rudolfa E. Kalmana. Regulátor LQG (lineárně-kvadratické Gaussovské řízení) zjednodušeně představoval kombinaci Kalmanova filtru (stavový pozorovatel či estimátor stavů) a lineárně-kvadratického regulátoru. Ačkoli se teorie LQG brzy stala standardním přístupem v teorii řízení a existovalo mnoho reálných aplikací, v průmyslovém řízení se tento regulátor nikdy výrazně neuplatnil a to převážně z důvodu špatných výsledků u nelineárních systémů, nerespektování omezení, nízké robustnosti a složité implementace speciálních požadavků systému.

Vůbec první popis prediktivního řízení byl publikován J. Richaletem v roce 1976. Tento algoritmus byl označován zkratkou IDCOM (IDentification and COMmand) a využíval impulsní odezvu systému k získání modelu. O tři roky později v roce 1979 C. R. Cutler a B. L. Ramaker publikovaly algoritmus označován zkratkou DMC (Dynamic Matrix Control), kde byl model systému získán z přechodové charakteristiky. Tento algoritmus řešil optimalizační úlohu na konečném horizontu řízení a budoucí predikce soustavy specifikoval tak, aby co nejpřesněji kopírovali žádanou hodnotu. Tyto dva algoritmy patřily do tzv. 1. generace prediktivních regulátorů.

IDCOM a DMC poskytovali vynikající řízení vícerozměrných systémů, nicméně nedokázali brát ohled na omezující podmínky, které je nutné v reálném provozu akceptovat. Tento problém řešil algoritmus QDMC (Quadratic Dynamic Matrix Control), který popsal C. R. Cutler v roce 1983. Zde byla úloha řešena numericky pomocí kvadratického programování s omezujícími podmínkami ve tvaru lineárních nerovností. Tento model je zástupcem 2. generace MPC.

QDMC algoritmus dokázal pracovat pouze s tvrdým omezením. To a další zvyšující se nároky vedlo k dalšímu vývoji prediktivní regulace. V období mezi lety 1985 až 1995 byla nezávisle na sobě vyvinuta celá řada MPC regulátorů. V roce 1987 byl představen regulátor IDCOM – M (M – jako Multivariable, verze s jedním vstupem/jedním výstupem – IDCOM S) od firmy Setpoint. Téměř totožný algoritmus vydala firma Adersa pod označením HIECON (Hrarchical CONstraint control). Na konci 80. let minulého století byl inženýry ze společnosti Shell vyvinut regulátor SMOC (Shell Multivariable Optimizing Controller), který je popsán jako most mezi stavovými a MPC algoritmy. Snažil se kombinovat výhody MPC regulátoru při práci s omezením a výhody zpětné vazby u stavové regulace. Velké obliby dosáhla metoda

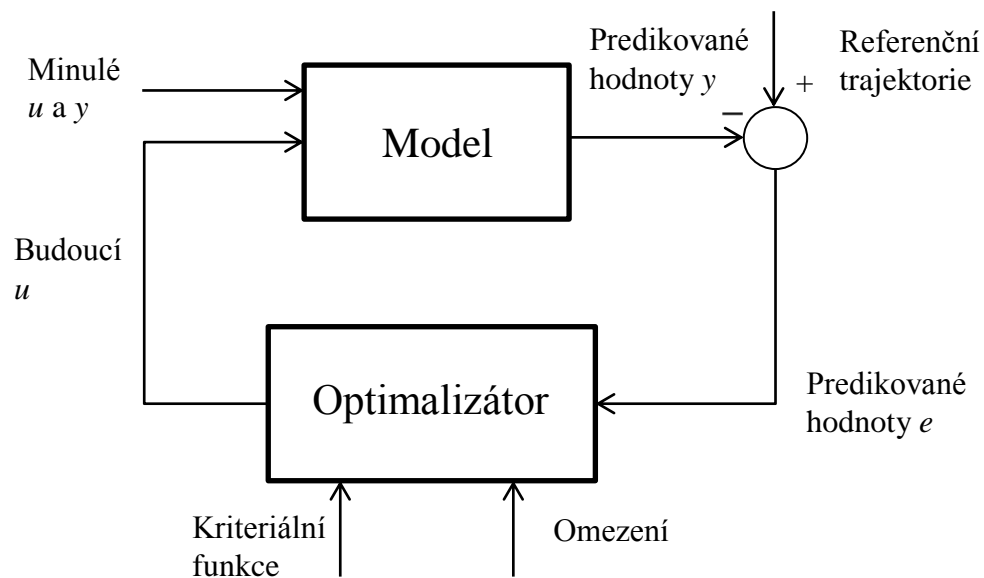
GPC (Generalized Predictive Control), kterou publikovali v roce 1987 D. W. Clarke, C. Mohtadi a P.S. Tuff. Tato metoda vychází z adaptivní koncepce řízení a její velkou výhodou je aplikovatelnost na široké množství procesů. Tyto metody reprezentují 3. generaci MPC řízení.

Produkty uvedené na trh po roce 1995 spadají do 4. kategorie MPC. Zástupcem této kategorie je například regulátor RMPCT (Robust Model Predictive Control) od firmy Honeywell nebo DMC-plus od AspenTech. Regulátory této generace se běžně prodávají s přídatnými funkcemi jako je například grafické rozhraní ve Windows, více úrovní optimalizace na základě priorit, přímé zohlednění modelu nejistoty a mnoho dalších (Qin, 2003).

1.2 Prediktivní řízení

Prediktivní řízení vzniklo na konci 70. let minulého století a od té doby prošlo značným vývojem. Termín prediktivní řízení nespécifikuje konkrétní strategii řízení, ale spíše rozsáhlou škálu metod řízení, které využívají matematický model systému k výpočtu budoucího akčního zásahu zahrnující minimalizaci účelové funkce na konečném horizontu řízení. Strategie prediktivního řízení je taková, že není hledán pouze akční zásah pro následující periodu jako je tomu u jiných metod, ale hledá se optimální posloupnost akčních zásahů pro zvolený horizont predikce. Prediktivní regulátory charakterizuje několik společných rysů:

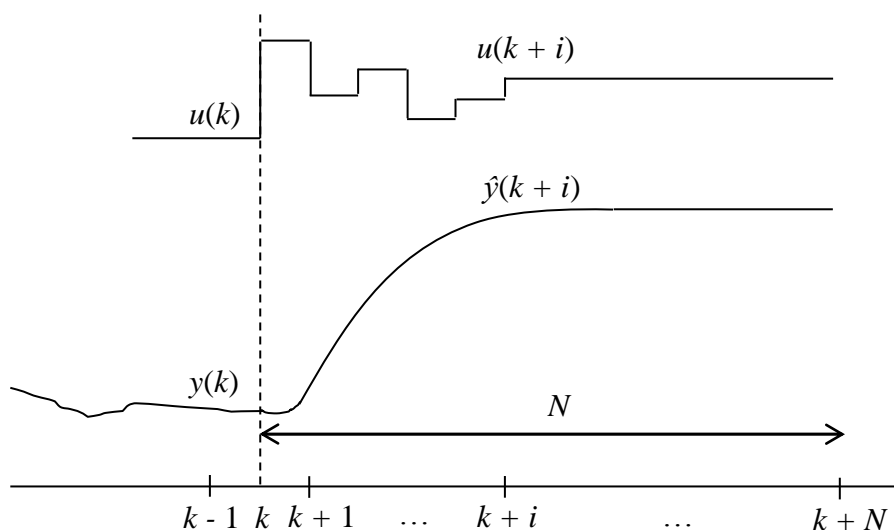
- matematický model řízení systému je použit na predikci budoucího výstupu systému,
- výpočet posloupnosti budoucích akčních zásahů zahrnujících minimalizaci vhodné účelové funkce s budoucími trajektoriemi přírůstků akční veličiny a regulační odchylky,
- strategie klouzavého horizontu, v předešlém kroku je spočítána celá trajektorie budoucích akčních zásahů, ale pouze první je aplikován do systému. V další periodě vzorkování se celý postup opakuje (Camacho, 2007).



Obr. 1 – Základní struktura MPC

Na obr. 1 je znázorněna základní struktura MPC. Model systému je využíván na predikci budoucích výstupů systému, závislých na minulých a současných hodnotách vstupu a výstupu a na výpočtu optimálních budoucích akčních zásahů. Optimální akční zásahy jsou vypočítány v závislosti na kriteriální funkci (uvažují se budoucí regulační odchylky) a omezení (Camacho, 2007).

1.2.1 Princip prediktivního řízení



Obr. 2 – Princip prediktivního řízení

Princip prediktivního řízení je vidět na obr. 2 a lze jej popsat v těchto krocích:

- 1) Model systému je použit pro výpočet predikce N budoucích výstupů soustavy y . N se nazývá horizont predikce. Predikce jsou vypočítané vzhledem k informacím dostupným do času k a vzhledem k neznámé trajektorii akčních zásahů, které se musí vypočítat.
- 2) Z řešení optimalizačního problému, obsahujícího vhodnou účelovou funkci a omezení je určena trajektorie budoucích akčních zásahů. Účelová funkce zahrnuje budoucí predikce výstupů, budoucí trajektorii žádané veličiny a budoucí akční zásahy.
- 3) Do systému je aplikován pouze první člen budoucích akčních zásahů $u(k)$, zatímco další vypočítané akční zásahy nejsou použity. To protože v další periodě vzorkování již je $y(k + 1)$ známé. 1. krok se opakuje s touto novou hodnotou a všechny veličiny jsou zaktualizovány. Je vypočítána znovu celá trajektorie akčních zásahů, ale do systému se aplikuje opět pouze první člen (Camacho, 2007).

Camacho (2007) udává řadu výhod prediktivního řízení oproti jiným metodám a to zejména:

- aplikovatelnost na neminimální fázové, nestabilní, mnohazměrné procesy, či na procesy s dopravním zpožděním,
- využití dopředného řízení ke kompenzaci poruch,
- využití znalosti budoucích žádaných hodnot,
- obvykle vyšší kvalita řízení než u PID regulátorů,
- možnost uvažovat omezení na vstupní a výstupní (stavové) veličiny již při návrhu regulátoru,
- atraktivita pro personál s pouze omezenou znalostí regulace, protože samotná podstata MPC je velice intuitivní a
- relativně snadné ladění pomocí parametrů.

1.2.2 Model systému

Model systému hraje v prediktivním řízení rozhodující roli. Zvolený model musí být schopen dostatečně vystihnout dynamické vlastnosti procesu a co nejpřesněji predikovat budoucí výstupy soustavy. Musí však také být snadno realizovatelný a pochopitelný. V prediktivním řízení existuje mnoho typů modelů používaných v různých formulacích (Camacho, 2007).

Impulsní odezva

Jeden z nejvíce používaných modelů v průmyslu je model založený na impulsní funkci. Tento model lze snadno získat. Stačí systém vybudit impulsem a změřit výstup. Hlavní výhodou této metody je, že není třeba žádná předchozí znalost systému. Teoretická posloupnost impulsní funkce je z praktických důvodů omezená jen na prvních pár členů. Tento model je označován jako FIR (Finite Impulse Response). Výstup je závislý na vstupu dle vztahu (Mikleš, 2004), (Camacho, 2007)

$$y(k) = \sum_{i=1}^N h_i u(k-i) = H(q^{-1}) u(k), \quad (1)$$

kde $H(q^{-1}) = h_1 q^{-1} + h_2 q^{-2} + \dots + h_N q^{-N}$ je polynom n -tého stupně,

$y(k)$ – vstup systému,

$u(k)$ – výstup systému,

$h(i)$ – koeficient impulsní posloupnosti a

q^{-1} – operátor zpětného posuvu.

Camacho (2007) udává základní nevýhody tohoto modelu:

- je nutná vysoká hodnota N
- pouze pro popis stabilních procesů

Přechodová odezva

Model založený na přechodové funkci je velmi podobný FIR modelu. Rozdíl je pouze v tom, že se systém vybudí skokem. S FIR modelem sdílí své výhody i nevýhody. Pro stabilní procesy se používá diskretní přechodová funkce omezená na prvních pár členů. Výstup je závislý na vstupu dle vztahu (Mikleš, 2004)

$$y(k) = \sum_{i=1}^N g_i \Delta u(k-i) = G(q^{-1}) (1 - q^{-1}) u(k), \quad (2)$$

kde $G(q^{-1}) = g_1 q^{-1} + g_2 q^{-2} + \dots + g_N q^{-N}$ je polynom n -tého stupně a

$g(i)$ – koeficient přechodové posloupnosti.

Stavový popis

Výhodou tohoto modelu je formálně identický zápis jednorozměrných a vícerozměrných systémů. Dále stavový popis umožňuje snadnější vyjádření stability a robustnosti kritéria. Nevýhodou však je znalost stavu systému, což v praxi není vždy možné

a je nutné použití stavového pozorovatele. Model v diskrétním stavovém popise je daný (Mikleš, 2004), (Camacho, 2007)

$$x(k+1) = \mathbf{A}x(k) + \mathbf{B}u(k), \quad (3)$$

$$y(k) = \mathbf{C}x(k) + \mathbf{D}u(k), \quad (4)$$

kde \mathbf{A} , \mathbf{B} , \mathbf{C} a \mathbf{D} jsou matice stavového popisu systému a

$x(k)$ – vektor stavu procesu v čase (k) .

Přenosová funkce

Výhodou tohoto modelu je jeho aplikovatelnost na nestabilní procesy a znalost pouze několika parametrů. Nevýhodou však je nutnost znát řád polynomu A , B a složitější výpočet regulátoru. I přesto má však v průmyslu větší uplatnění než stavový popis systému a to především díky parametrům, charakterizujících přenosovou funkci. Pojmy jako doba zpoždění, zesílení a časové konstanty jsou v průmyslu velice používané. Značné využití má tento model i v akademických pracích. Tento model je například použitý v metodě GPC (Generalized Predictive Control). Výstup je závislý na vstupu dle vztahu (Mikleš, 2004), (Camacho, 2007)

$$A(q^{-1})y(k) = B(q^{-1})u(k), \quad (5)$$

kde $B(q^{-1}) = b_0 + b_1q^{-1} + \dots + b_{nb}q^{-nb}$ je polynom čitatele přenosové funkce a

$A(q^{-1}) = a_0 + a_1q^{-1} + \dots + a_{nb}q^{-nb}$ – polynom jmenovatele přenosové funkce.

Další modely

Jak už bylo řečeno dříve v prediktivním řízení lze použít pro predikci výstupu libovolný model. Hojně se například využívají spojité modely popsané soustavou diferenciálních rovnic. Nevýhodou však je vysoká náročnost optimalizace a simulace. Dále se využívají modely na bázi neuronových sítí či popisy pomocí fuzzy logiky. V těchto případech je běžně model použit přímo anebo s ním jsou generovány jen některé charakteristiky procesu, jako skoková či impulzní odezva (Mikleš, 2004).

Poruchy

Stejně důležité jako správná volba modelu systému je i volba modelu reprezentující poruchy. Široce používaným modelem je CARIMA model. Rozdíl mezi naměřeným výstupem a výstupem vypočítaným podle modelu je dán vztahem (Camacho, 2007)

$$n(k) = \frac{C(q^{-1})}{D(q^{-1})} \xi_s(k), \quad (6)$$

kde $D(q^{-1}) = d_0 + d_1q^{-1} + \dots + d_{nb}q^{-nb}$ je polynom jmenovatele přenosu poruchy,
 $C(q^{-1}) = c_0 + c_1q^{-1} + \dots + c_{nb}q^{-nb}$ – polynom čitatele přenosu poruchy a
 $\xi_s(k)$ – bílý šum.

Polynom $D = \Delta A$ v sobě zahrnuje integrátor $\Delta = 1 - q^{-1}$. Tímto jsou zajištěné integrační vlastnosti regulátoru. Tento model je vhodný pro poruchy dvojího typu. Pro náhodné změny, které nastanou v náhodných okamžicích (například změna v kvalitě materiálu) a pro tzv. Brownův pohyb. Tento model je použit v GPC, EPSAC, EHAC, UPC a v upravené podobě v dalších metodách. Pokud je uvažován model systému daný vztahem (5), potom celkový model je označován jako CARIMA (Mikleš, 2004), (Camacho, 2007)

$$\Delta Ay(k) = B\Delta u(k) + C\xi_s(k). \quad (7)$$

1.2.3 Algoritmy prediktivního řízení

Jak již bylo řečeno, prediktivní řízení nespécifikuje konkrétní strategii řízení, ale širokou škálu řídicích metod pro které jsou charakteristické společné rysy uvedené v kapitole 1.2. V následujícím textu budou stručně popsány některé z metod, které našly uplatnění v průmyslu.

Dynamic Matrix Control

Metoda DMC byla vyvinuta na konci 70. let minulého století ve spolupráci s firmou Shell a brzy se dostala do povědomí průmyslového světa, zejména pak do petrochemického průmyslu. DMC je založena na přechodové funkci (2) s omezením na N prvních členů. Tato metoda je obzvláště vhodná pro systémy s více vstupy a výstupy. Předpokladem je stabilita systému a konstantní predikce poruchy na celém horizontu. Výhodou je možnost doplnění omezení procesních veličin při řešení minimalizačního kritéria. Nevýhodou je nevhodnost použití pro řízení nestabilních systémů a velký počet parametrů nutný k popisu procesu (Camacho, 2007), (Holcar, 2010).

Model Algorithmic Control

Metoda MAC je založena na impulzní funkci (1). Odlišností tohoto algoritmu je, že nepočítá se změnou akčního zásahu $\Delta u(k)$, ale s celým akčním zásahem $u(k)$.

Další odlišností je, že metoda nepoužívá strategii klouzavého horizontu, z toho plyne, že výpočty obsahují celou trajektorii akčních zásahů danou horizontem predikce. Dále mezi aktuálním výstupem a bodem ustálení využívá referenční trajektorii jako systém 1. řádu. Následně je snaha rozdíl mezi touto trajektorií a výstupem systému minimalizovat. Nevýhodou této metody je aplikovatelnost pouze na stabilní systémy (Camacho, 2007), (Holkar, 2010).

Predictive Functional Control

PFC může použít k predikci výstupů jakýkoliv model, nejvíce se však využívá stavového popisu (3), (4). Primárně byla tato metoda vyvinuta pro rychlé procesy jako například řízení servomotoru. Výhodou této metody je aplikovatelnost na nelineární a nestabilní lineární modely. Výpočetní náročnost je snížena použitím tzv. bodů shodnosti. To je několik bodů ležících na predikčním horizontu. Žádaný a predikovaný výstup se pak musí shodovat pouze v těchto bodech a ne na celém horizontu predikce (Holkar, 2010).

Extended Prediction Self Adaptive Control

Metoda EPSAC využívá na predikci výstupu model přenosové funkce (5). Řídicí zákon má velmi jednoduchou strukturu, algoritmus předpokládá konstantní akční zásah, čímž je vzdálenost řídicího horizontu snížena na 1 krok a je počítána pouze jediná hodnota $u(k)$. Nastavitelnými parametry je horizont predikce, váhový faktor a filtrační polynom. Výhodou této metody je analytický výpočet akčního zásahu (Holkar, 2010).

Extended Horizon Adaptive Control

Metoda EHAC využívá model přenosové funkce (5) bez zohlednění poruch. Výhodou této metody je jednoduchý řídicí zákon, který má explicitní řešení a je závislý pouze na parametrech procesu. Snadná je také implementace, protože jediným nastavitelným parametrem je horizont predikce N . To však vede k omezeným možnostem z hlediska návrhu. EPSAC je aplikovatelná na vícerozměrové systémy s otevřenou smyčkou. Nevýhodou je pomalejší výpočet pro vyšší horizont predikce (Holkar, 2010).

Generalized Predictive Control

GPC je jedním z nejpoužívanějších algoritmů prediktivního řízení, vyvinutý v roce 1987 D. W. Clarkem. Je založen na přenosové funkci typu CARIMA (7). Snahou autorů bylo vytvořit obecný přístup k adaptivnímu řízení široké škály procesů pomocí jediného algoritmu. Metoda GPC je aplikovatelná na systémy s proměnným dopravním zpožděním, systémy vyššího řádu, nestabilní systémy v otevřené smyčce a systémy s neminimální fází. Oproti

ostatním metodám má GPC široké možnosti ladění výkonu nastavováním minimálního a maximálního horizontu, horizontu akčního zásahu, penalizace, a možnost volby filtrace. Tato práce se zabývá návrhem prediktivního regulátoru právě touto metodou (Holkar, 2010).

1.2.4 Obecná účelová funkce

Různé algoritmy používají různé účelové funkce pro získání řídicího zákona. Standardní účelová funkce obsahuje predikce kvadratických členů přírůstků akční veličiny na konečném horizontu a kvadratické členy budoucí regulační odchylky (Mikleš, 2004).

$$J = \sum_{i=N_1}^{N_2} P[\hat{y}(k+i) - w(k+i)]^2 + \lambda \sum_{i=1}^{N_u} [\Delta u(k+i-1)]^2, \quad (8)$$

kde N_1 je minimální horizont,

N_2 – maximální horizont,

P – penalizační koeficient regulační odchylky,

$\hat{y}(k+i)$ – predikovaný výstup i kroků do budoucnosti vzhledem k informacím dostupným do času k ,

$w(k+i)$ –žádaná veličina v čase $k+i$,

λ – penalizační koeficient akčního zásahu,

N_u – horizont akčních zásahů a

$\Delta u(k+i-1)$ –přírůstek akčního zásahu v čase $k+i-1$.

Implicitně se předpokládají přírůstky akčních veličin ve tvaru (Mikleš, 2004)

$$\Delta u(k+i-1) = 0, \quad N_u < i \leq N_2. \quad (9)$$

Volba parametrů účelové funkce:

Pro účel prediktivního řízení je nutné sledovat trajektorii žádané veličiny. Interval v budoucnosti, který se sleduje je vymezen parametry N_1 a N_2 . Parametr N_1 je volen minimálně $T_d + 1$, kde T_d značí přibližnou hodnotu dopravního zpoždění systému. Pokud by nebylo N_1 dostatečně vysoké, mohl by nastat problém s neminimálně fázovými systémy. Parametr N_2 by měl být volen tak, aby pokryl důležitou část přechodové charakteristiky, nepsaným pravidlem je, že se volí přibližně podobné času T_{90} . N_u udává počet akčních zásahů počítaných do budoucnosti. Lze tak ovlivnit výpočtovou náročnost celé metody.

Pomocí parametrů λ a P lze ovlivňovat budoucí chování systému. Většinou se volí jako konstanty anebo ve formě exponenciálních vah.

Předpokladem je, že je známa trajektorie žádané veličiny $w(k+1)$. Jestliže tomu tak není, předpokládá se konstantní a rovna aktuální hodnotě žádané veličiny. Další možnost je použití trajektorie, která plynule přechází z aktuální hodnoty výstupu na konečnou hodnotu žádané veličiny, například jako filtr 1. řádu (Mikleš, 2004)

$$w(k) = y(k) \quad (10)$$

$$w(k+i) = \alpha w(k+i-1) + (1-\alpha)w^\infty, \quad (11)$$

kde α udává plynulost trajektorie, při volbě $\alpha \rightarrow 0$ je trajektorie nejrychlejší a při volbě $\alpha \rightarrow 1$ je nejpomalejší a

w^∞ – konečná hodnota žádané veličiny.

Další možností je použití polynomu $P(z^{-1})$. V tomto případě výstup sleduje trajektorii $\frac{1}{P}w$. Této trajektorii odpovídá filtr 1. řádu, který je dán následujícím vztahem (Mikleš, 2004)

$$P(z^{-1}) = \frac{1-\alpha z^{-1}}{1-\alpha}. \quad (12)$$

1.2.5 Výpočet optimálního řízení

V GPC je účelová funkce vyjádřena rovnicí (8). Pro jednoduchost je nejprve uvažován předpoklad, že $N_1 = 1$, $N_u = N_2$, $P = 1$ a $\lambda = 1$. Z toho plyne, že je třeba vypočítat všechny predikce výstupu do času $k + N_2$. Dále jsou vytvořeny vektory predikcí výstupu \hat{y} , volné odezvy y_0 , budoucí žádané veličiny w^T a budoucích přírůstků akční veličiny \tilde{u}^T (Mikleš, 2004)

$$\hat{y}^T = [\hat{y}(k+1), \hat{y}(k+2), \dots, \hat{y}(k+N_2)], \quad (13)$$

$$y_0^T = [y_0(k+1), y_0(k+2), \dots, y_0(k+N_2)], \quad (14)$$

$$\tilde{u}^T = [\Delta u(k), \Delta u(k+1), \dots, \Delta u(k+N_2-1)], \quad (15)$$

$$w^T = [w(k+1), w(k+2), \dots, w(k+N_2)]. \quad (16)$$

Dále je vytvořena matice složená z prvků odezvy na jednotkový skok

$$\mathbf{G} = \begin{pmatrix} g_0 & 0 & \dots & \dots & 0 \\ g_1 & g_0 & 0 & \dots & 0 \\ \vdots & & \ddots & \ddots & \vdots \\ \vdots & & & g_0 & 0 \\ g_{N_2-1} & \dots & \dots & g_0 & \end{pmatrix}. \quad (17)$$

Pokud je uvažován horizont N_1 , je patrné, že prvních $N_1 - 1$ řádků matice \mathbf{G} musí být odstraněno. Podobně horizont N_u sníží počet sloupců na N_u . Výsledná matice \mathbf{G} má pak rozměr $[N_2 - N_1 + 1 \times N_u]$.

Prediktor ve vektorovém tvaru má tvar (Mikleš, 2004)

$$\hat{\mathbf{y}} = \mathbf{G}\tilde{\mathbf{u}} + \mathbf{y}_0 \quad (18)$$

kde $\mathbf{y}_0 = \mathbf{F}\mathbf{x}(k)$, (19)

\mathbf{F} – matice pro výpočet volné odezvy na základě aktuálních stavů a

\mathbf{x} – stavový vektor.

Predikovaný výstup soustavy se dá vyjádřit jako součet vnučené a volné odezvy. Vnučená odezva $\mathbf{G}\tilde{\mathbf{u}}$ je odezva soustavy na nenulové budoucí změny akčních zásahů při nulových počátečních podmínkách. V případě volné odezvy \mathbf{y}_0 je tomu naopak. Zde se předpokládá, že budoucí hodnota akčního zásahu je konstantní, tedy změny akčních zásahů jsou nulové.

Účelová funkce (8) ve vektorové podobě je vyjádřena vztahem

$$\begin{aligned} J &= (\hat{\mathbf{y}} - \mathbf{w})^T (\hat{\mathbf{y}} - \mathbf{w}) + \lambda \tilde{\mathbf{u}}^T \tilde{\mathbf{u}} \\ &= (\mathbf{G}\tilde{\mathbf{u}} + \mathbf{y}_0 - \mathbf{w})^T (\mathbf{G}\tilde{\mathbf{u}} + \mathbf{y}_0 - \mathbf{w}) + \lambda \tilde{\mathbf{u}}^T \tilde{\mathbf{u}} \\ &= c_0 + 2\mathbf{g}^T \tilde{\mathbf{u}} + \tilde{\mathbf{u}}^T \mathbf{H}\tilde{\mathbf{u}}, \end{aligned} \quad (20)$$

kde gradient \mathbf{g} a Hessova matice \mathbf{H} jsou definovány vztahy

$$\mathbf{g}^T = \mathbf{G}^T (\mathbf{y}_0 - \mathbf{w}), \quad (21)$$

$$\mathbf{H} = \mathbf{G}^T \mathbf{G} + \lambda \mathbf{I}. \quad (22)$$

Tímto způsobem se transformovala originální úloha optimálního řízení problémem lineární algebry. Minimum účelové funkce (20) se získá položením $\frac{\partial J}{\partial \tilde{\mathbf{u}}} = 0$.

$$\begin{aligned}
0 &= 2q^T + 2H\tilde{u} \\
0 &= \mathbf{G}^T(\mathbf{y}_0 - \mathbf{w}) + (\mathbf{G}^T\mathbf{G} + \lambda\mathbf{I})\tilde{u} \\
(\mathbf{G}^T\mathbf{G} + \lambda\mathbf{I})\tilde{u} &= -\mathbf{G}^T(\mathbf{y}_0 - \mathbf{w}) \\
\tilde{u} &= -(\mathbf{G}^T\mathbf{G} + \lambda\mathbf{I})^{-1}\mathbf{G}^T(\mathbf{y}_0 - \mathbf{w})
\end{aligned} \tag{23}$$

Podle vztahu (23) je vypočtena celá trajektorie budoucích přírůstků akční veličiny. Pokud se v rovnici (23) provede substituce $\mathbf{K} = (\mathbf{G}^T\mathbf{G} + \lambda\mathbf{I})^{-1}\mathbf{G}^T$, potom se první prvek z vypočítané trajektorie optimálního řízení vypočítá následovně (Mikleš, 2004)

$$\Delta u(k) = \mathbf{K}(1, :) \cdot (\mathbf{w} - \mathbf{y}_0), \tag{24}$$

kde $\mathbf{K}(1, :)$ je zesílení regulátoru – první řádek matice \mathbf{K} .

Z rovnice (24) plyne, že pokud je rozdíl mezi žádanou hodnotou a volnou odezvou systému nulový, potom je nulový i vypočítaný přírůstek akční veličiny. Když je rozdíl v budoucnosti nenulový je přírůstek akční veličiny přímo úměrný faktoru $\mathbf{K}(1, :)$.

Důležitým poznatkem je, že pro výpočet optimálního řízení je potřeba pouze dvou charakteristik systému a to volné odezvy \mathbf{y}_0 , která obsahuje váhové součty minulých vstupů a výstupů a která se mění v každé periodě vzorkování a přechodové charakteristiky $G(z^{-1})$, která v případě časově invariantních lineárních systémů stačí vypočítat pouze jednou (Mikleš, 2004).

1.2.6 Návrh prediktivního regulátoru

V následujícím textu bude navrhuto prediktivní řízení metodou GPC založené na stavovém modelu systému. Dále bude odvozena alternativní varianta založená na vstupně-výstupním modelu.

a) Návrh prediktivního regulátoru pro stavový model

Prvním krokem v odvození prediktivního řízení je výpočet optimálního prediktoru výstupní veličiny. Je uvažován standartní stavový model ve tvaru (3), (4). Aby byla zaručena nulová trvalá regulační odchylka je třeba model systému doplnit o integrační člen. Toho se dosáhne tak, že vstupem do stavového modelu nebude akční veličina $u(k)$, ale její přírůstek $\Delta u(k)$ (Mikleš, 2004)

$$u(k) = \Delta u(k) + u(k-1). \tag{25}$$

Integrátor do modelu systému doplníme nadefinováním nového stavového vektoru

$$\bar{\mathbf{x}}(k) = \begin{pmatrix} x(k) \\ u(k-1) \end{pmatrix}. \quad (26)$$

Po dosazení do stavových rovnic (3), (4) jsou získány rovnice

$$\bar{\mathbf{x}}(k+1) = \begin{pmatrix} \mathbf{A} & \mathbf{B} \\ 0 & \mathbf{I} \end{pmatrix} \bar{\mathbf{x}}(k) + \begin{pmatrix} \mathbf{B} \\ \mathbf{I} \end{pmatrix} \Delta u(k) = \bar{\mathbf{A}} \bar{\mathbf{x}}(k) + \bar{\mathbf{B}} \Delta u(k), \quad (27)$$

$$y(k) = (\mathbf{C} \quad 0) \bar{\mathbf{x}}(k) = \bar{\mathbf{C}} \bar{\mathbf{x}}(k), \quad (28)$$

kde $\bar{\mathbf{A}}$, $\bar{\mathbf{B}}$ a $\bar{\mathbf{C}}$ jsou rozšířené stavové matice.

Vektor predikcí výstupů N kroků do budoucnosti je dán následujícími vztahy

$$\hat{y}(k+1) = \bar{\mathbf{C}} \bar{\mathbf{x}}(k+1) = \bar{\mathbf{C}} (\bar{\mathbf{A}} \bar{\mathbf{x}}(k) + \bar{\mathbf{B}} \Delta u(k)) \quad (29)$$

$$\hat{y}(k+2) = \bar{\mathbf{C}} \bar{\mathbf{x}}(k+2) = \bar{\mathbf{C}} (\bar{\mathbf{A}} \bar{\mathbf{x}}(k+1) + \bar{\mathbf{B}} \Delta u(k+1)) \quad (30)$$

⋮

$$\hat{y}(k+N_2) = \bar{\mathbf{C}} \bar{\mathbf{x}}(k+N_2) = \bar{\mathbf{C}} (\bar{\mathbf{A}} \bar{\mathbf{x}}(k+N_2-1) + \bar{\mathbf{B}} \Delta u(k+N_2-1)), \quad (31)$$

kde predikce stavů mají tvar

$$\bar{\mathbf{x}}(k+1) = \bar{\mathbf{A}} \bar{\mathbf{x}}(k) + \bar{\mathbf{B}} \Delta u(k) \quad (32)$$

$$\begin{aligned} \bar{\mathbf{x}}(k+2) &= \bar{\mathbf{A}} \bar{\mathbf{x}}(k+1) + \bar{\mathbf{B}} \Delta u(k+1) \\ &= \bar{\mathbf{A}}^2 \bar{\mathbf{x}}(k) + \bar{\mathbf{A}} \bar{\mathbf{B}} \Delta u(k) + \bar{\mathbf{B}} \Delta u(k+1) \end{aligned} \quad (33)$$

⋮

$$\bar{\mathbf{x}}(k+N_2) = \bar{\mathbf{A}}^{N_2} \bar{\mathbf{x}}(k) + \bar{\mathbf{A}}^{N_2-1} \bar{\mathbf{B}} \Delta u + \dots + \bar{\mathbf{B}} \Delta u(k+N_2-1). \quad (34)$$

Dosazením predikcí do vektorového tvaru daného rovnicí (18) lze vypočítat

$$\mathbf{G} = \bar{\mathbf{C}} \begin{pmatrix} \bar{\mathbf{B}} & 0 & \dots & \dots & 0 \\ \bar{\mathbf{A}}\bar{\mathbf{B}} & \bar{\mathbf{B}} & 0 & \dots & 0 \\ \vdots & & \ddots & \ddots & \vdots \\ \vdots & & & \bar{\mathbf{B}} & 0 \\ \bar{\mathbf{A}}^{N_2-1}\bar{\mathbf{B}} & \dots & \dots & \dots & \bar{\mathbf{B}} \end{pmatrix}, \quad (35)$$

$$y_0 = \bar{C} \begin{pmatrix} \bar{A} \\ \bar{A}^2 \\ \vdots \\ \vdots \\ \bar{A}^{N_2} \end{pmatrix} \cdot \bar{x}(k) = F \cdot \bar{x}(k). \quad (36)$$

Výsledná rovnice pro výpočet matice predikovaných výstupů systému má následující tvar

$$\begin{pmatrix} \hat{y}(k+1) \\ \hat{y}(k+2) \\ \vdots \\ \vdots \\ \hat{y}(k+N_2) \end{pmatrix} = \bar{C} \begin{pmatrix} \bar{B} & 0 & \dots & \dots & 0 \\ \bar{A}\bar{B} & \bar{B} & 0 & \dots & 0 \\ \vdots & & \ddots & \ddots & \vdots \\ \vdots & & & \bar{B} & 0 \\ \bar{A}^{N_2-1}\bar{B} & \dots & \dots & \dots & \bar{B} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \Delta u(k) \\ \Delta u(k+1) \\ \vdots \\ \vdots \\ \Delta u(k+N_2-1) \end{pmatrix} + \bar{C} \begin{pmatrix} \bar{A} \\ \bar{A}^2 \\ \vdots \\ \vdots \\ \bar{A}^{N_2} \end{pmatrix} \cdot \bar{x}(k). \quad (37)$$

Dále je pro výpočet přírůstku akčního zásahu (24) zahrnující minimalizaci účelové funkce (20) nutná znalost matice \mathbf{K} , která je dána vztahem

$$\mathbf{K} = (\mathbf{G}^T \mathbf{G} + \lambda \mathbf{I})^{-1} \mathbf{G}^T. \quad (38)$$

Výsledný akční zásah je pak dán vztahem (25).

b) Návrh prediktivního regulátoru pro vstupně-výstupní model

CARMA model rovnice je dán vztahem

$$y(k) = \mathbf{G}(q^{-1})u(k). \quad (39)$$

Pro matici přenosů $\mathbf{G}(q^{-1})$ je nutné nalézt matice polynomů $\mathbf{A}(q^{-1})$ a $\mathbf{B}(q^{-1})$ tak, aby byla splněna podmínka

$$\mathbf{G}(q^{-1}) = \mathbf{A}(q^{-1})^{-1} \mathbf{B}(q^{-1})^{-1} q^{-1}. \quad (40)$$

Jedním ze způsobu je vytvoření matice $\mathbf{A}(q^{-1})$ jako diagonální matice s diagonálními prvky rovnými nejmenšímu společnému násobku jmenovatelů příslušné řady v matici $\mathbf{G}(q^{-1})$.

Matice $\mathbf{B}(q^{-1})$ je pak vyjádřena vztahem

$$\mathbf{B}(q^{-1}) = \mathbf{A}(q^{-1})^{-1} \mathbf{G}(q^{-1})q. \quad (41)$$

Výstup soustavy v čase $k+1$ pro model $\tilde{\mathbf{A}}y(k) = \mathbf{B}\Delta u(k-1) + \mathbf{C}e(k)$ je zapsán vztahem

$$\begin{aligned}
y(k+1) &= q(\mathbf{I}_{n_y \times n_y} - \tilde{\mathbf{A}})y(k) + \mathbf{B}\Delta u(k) + \mathbf{C}e(k+1) \\
&= -\tilde{\mathbf{A}}_1 y(k) - \tilde{\mathbf{A}}_2 y(k-1) - \dots - \tilde{\mathbf{A}}_{n_a+1} y(k-n_a) + \mathbf{B}_0 \Delta u(k) \\
&\quad + \mathbf{B}_1 \Delta u(k-1) + \dots + \mathbf{B}_{n_b} \Delta u(k-n_b) + e(k+1) \\
&\quad + \mathbf{C}_1 e(k) + \dots + \mathbf{C}_{n_c} e(k-n_c+1).
\end{aligned} \tag{42}$$

Polynomiální matice $\tilde{\mathbf{A}}(q^{-1})$ je definována

$$\begin{aligned}
\tilde{\mathbf{A}}(q^{-1}) &= \mathbf{A}(q^{-1}) \cdot \Delta \\
&= \mathbf{I}_{n_y \times n_y} + \tilde{\mathbf{A}}_1(q^{-1}) + \tilde{\mathbf{A}}_2(q^{-1}) + \dots + \tilde{\mathbf{A}}_{n_a}(q^{-n_a}) + \tilde{\mathbf{A}}_{n_a+1}(q^{-n_a+1})
\end{aligned} \tag{43}$$

Výpočetní algoritmus pro výpočet predikovaných výstupů vstupně-výstupního modelu je algoritmicky obtížnější, než je tomu u stavového modelu. Řešení však lze upravit tak, že lze k výpočtu využít algoritmus pro stavový GPC, tím odpadá nutnost řešit diofantické rovnice a algoritmus se zjednodušuje.

Je uvažován vektor (44), který je složen z aktuálních a minulých výstupů, z přírůstků minulých vstupů a chyb predikcí

$$\mathbf{x}(k) = \begin{pmatrix} y(k) \\ \vdots \\ y(k-n_a) \\ \Delta u(k) \\ \vdots \\ \Delta u(k-n_b) \\ e(k) \\ \vdots \\ e(k-n_c+1) \end{pmatrix}. \tag{44}$$

Ekvivalentní stavový popis je vyjádřen

$$\mathbf{x}(k+1) = \mathbf{M}\mathbf{x}(k) + \mathbf{N}\Delta u(k), \tag{45}$$

$$y(k) = \mathbf{O}\mathbf{x}(k), \tag{46}$$

kde

$$\mathbf{M} = \begin{pmatrix}
-\tilde{\mathbf{A}}_1 \cdots -\tilde{\mathbf{A}}_{n_a} - \tilde{\mathbf{A}}_{n_a+1} & \mathbf{B}_1 \cdots \mathbf{B}_{n_b-1} \mathbf{B}_{n_b} & \mathbf{C}_1 \cdots \mathbf{C}_{n_c-1} \mathbf{C}_{n_c} \\
\mathbf{I}_{n_a n_y \times n_a n_y} & \mathbf{0}_{n_a n_y \times n_y} & \mathbf{0}_{n_a n_y \times n_b n_u} & \mathbf{0}_{n_a n_y \times n_c n_u} \\
\mathbf{0}_{n_b n_u \times (n_a+1)n_y} & \mathbf{0}_{n_a n_u \times n_b n_u} & & \mathbf{0}_{n_b n_u \times n_c n_y} \\
\mathbf{0}_{n_c n_y \times (n_a+1)n_y} & \mathbf{0}_{n_c n_y \times n_b n_u} & \mathbf{I}_{(n_b-1)n_u \times (n_b-1)n_u} \mathbf{0}_{(n_b-1)n_u \times n_u} & \mathbf{0}_{n_a n_u \times n_b n_u} \\
& & & \mathbf{I}_{(n_b-1)n_u \times (n_b-1)n_u} \mathbf{0}_{(n_b-1)n_u \times n_u}
\end{pmatrix}, \quad (47)$$

$$\mathbf{N} = \begin{pmatrix} \mathbf{B}_0 \\ \mathbf{0}_{n_a n_y \times n_u} \\ \mathbf{I}_{n_u \times n_u} \\ \mathbf{0}_{(n_b-1)n_u \times n} \\ \mathbf{0}_{(n_c n_y \times n_u)} \end{pmatrix}, \quad (48)$$

$$\mathbf{O} = (\mathbf{I}_{n_y \times n_y} \quad \mathbf{0}_{n_y \times n_a n_y} \quad \mathbf{0}_{n_y \times n_b n_u} \quad \mathbf{0}_{n_y \times n_c n_y}). \quad (49)$$

Matice \mathbf{M} , \mathbf{N} a \mathbf{O} jsou ekvivalentní k maticím $\bar{\mathbf{A}}$, $\bar{\mathbf{B}}$ a $\bar{\mathbf{C}}$. Tyto ekvivalentní matice jsou použity pro výpočet predikovaných výstupů systému podle rovnice (37). Dále je vypočten přírůstek optimálního akčního zásahu (24) zahrnujících minimalizaci účelové funkce (20). Výsledný akční zásah je pak získán z rovnice (25). Jedinou odlišností při výpočtu přírůstku optimálního akčního zásahu je složení stavového vektoru \mathbf{x} , který v případě vstupně-výstupního modelu obsahuje aktuální a minulé výstupy, přírůstky minulých vstupů a chyby predikce a v případě stavového modelu aktuální stav a minulé vstupy systému.

1.2.7 Kvalita regulace

Pokud má být rozhodnuto o tom, zda je jeden regulační pochod kvalitnější než druhý, musí být vždy dané kritérium, podle kterého se kvalita posuzuje. V regulační technice jsou velice rozšířená tzv. integrální kritéria. V této práci jsou k posouzení kvality regulace využita kritéria posuzující průběh regulační odchylky $e(k)$ a přírůstky akční veličiny $\Delta u(k)$ a to z toho důvodu,

že tyto veličiny jsou obsaženy v účelové funkci regulátoru a snahou regulace je jejich minimalizace. Kritéria mají tvar

$$J_e = T_S \sum_{k=1}^{N_M} |e(k)|, \quad (50)$$

$$J_{e^2} = T_S \sum_{k=1}^{N_M} e(k)^2, \quad (51)$$

$$J_{\Delta u} = \sum_{k=1}^{N_M} |\Delta u(k)|, \quad (52)$$

$$J_{\Delta u^2} = \sum_{k=1}^{N_M} \Delta u(k)^2, \quad (53)$$

kde N_M je počet měření a
 T_S – perioda vzorkování.

1.3 Identifikace dynamických systémů

Předmětem identifikace systémů je nalezení modelu reálné soustavy, který by co nejpřesněji vystihoval její chování ve smyslu závislostí mezi vstupními a výstupními veličinami.

V zásadě existují dva typy postupů nalezení matematického modelu systému a to postupy analytické a experimentální. V technické praxi je často nutné tyto metody kombinovat. Zásadním rozdílem mezi těmito metodami je, že u analytického postupu lze analyzovat vlastnosti vyvíjených zařízení ještě před jejich vyrobením. To vede k lepšímu odladění výrobku již během návrhu a k minimalizaci výroby prototypů. Což má za následek celkové snížení finančních nákladů na výrobu. Nevýhodou analytické metody identifikace je nutnost hluboké znalosti fyzikálních procesů a jejich matematického vyjádření ve zkoumaném systému. Důležitým faktorem je dlouhodobá zkušenost, která je podmíněna kvalitním finančním zázemím.

Metody experimentální identifikace jsou založeny na existenci reálného objektu a možnosti experimentovat s ním. Základním principem je působení testovacími signály na systém a měření jeho odezvy. Z naměřených signálů je následně určen model systému. Výhodou experimentálních metod je, že nevyžadují přesnou znalost struktury systému a popis probíhajících procesů. Jsou však náročnější na měřicí aparaturu. Platí, že čím jsou předem

k dispozici širší a hlubší znalosti o zkoumaném objektu, tím je možné lépe použít identifikační experiment, vyhodnotit data a sestavit kvalitnější matematický model (Noskievič, 1999).

Noskievič (1999) porovnává důležité vlastnosti analytické a experimentální identifikace. Tyto vlastnosti jsou uvedeny v tab. 1

Tab. 1 – Vlastnosti analytické a experimentální identifikace

Vlastnost modelu	Analytická identifikace	Experimentální identifikace
Struktura modelu	Struktura vyplývá z přírodních zákonů.	Struktura musí být zvolena
Popis systému	Systém je popsán pomocí vnitřních stavových proměnných a vstupně-výstupního chování.	Systém je popsán pouze pomocí relace vstup-výstup.
Parametry modelu	Parametry modelu jsou funkcemi systémových veličin, mají fyzikální význam.	Parametry modelu jsou analytické proměnné, které neumožňují většinou nalézt souvislost s fyzikálními systémovými proměnnými.
Platnost modelu	Model platí pro celou třídu typů procesu a pro různé provozní stavy.	Model platí pouze pro zkoumaný proces a konkrétní provozní stav. Proto lze chování popsat relativně přesně.
Existence originálního systému	Model může být vytvořen i pro neexistující systém.	Model může být identifikován pouze pro existující systém.
Znalost vnitřní struktury	Důležité vnitřní procesy systému musí být známy a matematicky popsatelné.	Vnitřní procesy nemusí být známy.
Opakované použití metody	Každá tvorba modelu představuje opakovatelnou aplikaci fyzikálních zákonů.	Metody nezávislé na jednotlivých systémech, vytvořené programové vybavení může být opakovatelně použito pro identifikaci různých systémů.
Časová náročnost	Tvorba modelu vyžaduje větší časové nároky.	Menší časové nároky.

1.3.1 Rozdělení identifikačních metod

Identifikační metody lze dělit podle několika hledisek. Podle matematického modelu, podle typu použitého vstupního signálu, dále podle způsobu vyhodnocení kvality modelu, způsobu měření a vyhodnocení dat a použitých algoritmů zpracování dat (Noskievič, 1999).

a) Matematické modely systému

Matematické modely systému se dále dělí na parametrické a neparametrické modely.

Parametrické modely mají danou strukturu a jsou představovány diferenciálními rovnicemi, diferenčními rovnicemi a přenosy. Z matematického hlediska představují rovnice, algebraické vztahy, které obsahují explicitně parametry modelu.

Neparametrické modely nejčastěji představují funkční závislost mezi určitým signálem na vstupu a odpovídajícím signálem na výstupu systému vyjádřenou nejčastěji graficky jako záznam měření odezvy systému, nebo pomocí tabulky hodnot popisujících danou závislost. Zpravidla vyjadřují přechodovou, impulsní nebo frekvenční charakteristiku v grafické nebo tabulkové podobě. Parametry modelu jsou pak v těchto charakteristikách obsaženy implicitně a jejich hodnoty lze získat až následným vyhodnocením neparametrických modelů (Noskievič, 1999).

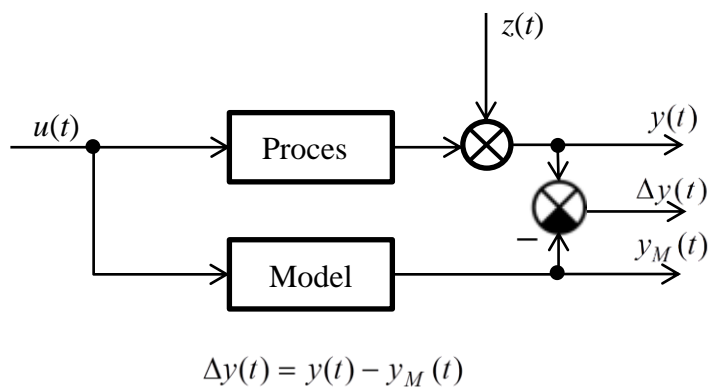
b) Rozdělení podle vstupního signálu

Vstupní signály se dále dělí na signály deterministické a stochastické. Deterministické signály na rozdíl od stochastických signálů lze analyticky popsat a patří sem skoková změna, rampa, puls, harmonický signál. Stochastické signály jsou signály náhodné, jejichž každá realizace je jedinečná. Typickým příkladem je bílý šum.

Jako vstupní signály se běžně využívají signály vyskytující se během provozu. Pokud jsou však tyto signály k identifikačnímu experimentu nevhodné, používají se uměle vytvořené signály. Tyto signály lze jednoduše opakovaně generovat, matematicky popsat a realizovat pomocí akčních zásahů (Noskievič, 1999).

c) Vyhodnocení kvality modelu

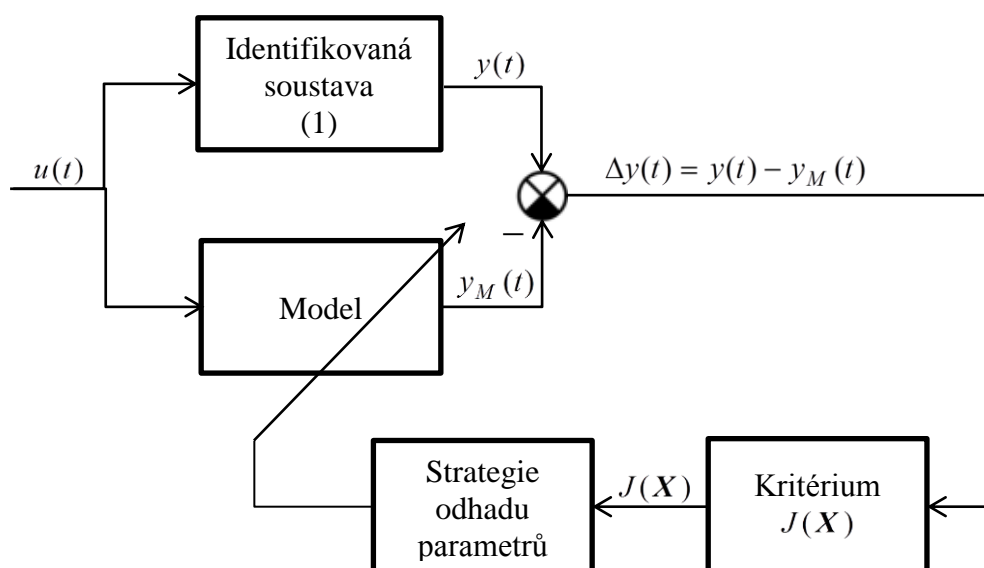
U většiny identifikačních metod se kvalita modelu posuzuje na základě minimalizace účelové funkce, která vyhodnocuje chybu aproximovaného modelu. Nejvíce se uplatňují kritéria kvadratická. Při experimentální identifikaci s deterministickými signály se u mnohých metod vyhodnocení kvality modelu provádí subjektivním hodnocením. Chybu modelu lze definovat jako chybu výstupu, chybu vstupu, nebo zobecněnou chybu. Definice chyby výstupu je znázorněna na obr. 3 (Noskievič, 1999).



Obr. 3 – Definice chyby výstupu mezi modelem a systémem

d) Algoritmy zpracování dat

Z hlediska zpracování dat se identifikace dělí na on-line a off-line identifikaci. Pokud se data zpracovávají v reálném čase na reálné soustavě, jedná se o on-line identifikaci. Pokud se zpracovávají dávkově mimo zkoumaný systém, jedná se o off-line identifikaci. Při on-line identifikaci lze získat parametry modelu bezprostředně po měření. Při off-line identifikaci se nejdříve provede identifikační měření, které je uloženo a následně vyhodnoceno. Obecná ideová struktura identifikace je znázorněna na obr. 4 (Modrlák, 2010).



Obr. 4 – Obecná ideová struktura identifikace

Pokud se jedná o on-line identifikaci, blok (1) představuje přímo identifikovanou reálnou soustavu. Při off-line identifikaci je blok (1) nahrazen vektory změřených vstupů a výstupů systému.

1.3.2 Vybrané struktury matematického modelu

a) Soustava 1. řádu

Soustava 1. řádu má odezvu na skokovou změnu vstupu ve tvaru exponenciální funkce. V časové oblasti je popsána lineární diferenciální rovnicí s konstantními koeficienty

$$T \cdot y'(t) + y(t) = Z \cdot u(t). \quad (54)$$

kde T je časová konstanta a
 Z – zesílení systému.

Při nulové počáteční podmínce $y(t_0) = 0$ je pomocí Laplaceovy transformace ze vztahu (54) vyjádřen přenos soustavy 1. řádu, který má tvar

$$F(s) = \frac{Z}{Ts + 1}. \quad (55)$$

b) Soustava 1. řádu s dopravním zpožděním

Soustava 1. řádu s dopravním zpožděním je v časové oblasti popsána diferenciální rovnicí s konstantními koeficienty, která má tvar

$$T \cdot y'(t) + y(t) = Z \cdot u(t - T_d). \quad (56)$$

kde T_d je dopravní zpoždění.

Při nulové počáteční podmínce $y(t_0) = 0$ je pomocí Laplaceovy transformace ze vztahu (56) vyjádřen přenos soustavy 1. řádu s dopravním zpožděním, který má tvar

$$F(s) = \frac{Z}{Ts + 1} e^{-T_d s}. \quad (57)$$

c) Soustava 2. řádu

Přenos soustavy 2. řádu je obecně popsán obrazovým přenosem

$$F(s) = \frac{Z}{a_2^2 s^2 + a_1 s + 1}. \quad (58)$$

Pokud je zaveden součinitel poměrného tlumení

$$\xi = \frac{1}{2} \cdot \frac{a_1}{a_2} \quad (59)$$

a vlastní úhlová frekvence netlumených kmitů

$$\omega_0 = \frac{1}{T_0} = \frac{1}{a_2}, \quad (60)$$

lze přenos (58) upravit do tvaru

$$F(s) = \frac{Z}{\frac{1}{\omega_0^2} s^2 + \frac{2\xi}{\omega_0} s + 1} = \frac{Z \cdot \omega_0^2}{s^2 + 2\xi\omega_0 s + \omega_0^2} = \frac{Z}{T_0^2 s^2 + 2\xi T_0 s + 1}. \quad (61)$$

Pro různé velikosti součinitele poměrného tlumení ξ dochází k modifikaci přenosu. Pro $0 < \xi < 1$ se získá tzv. kmitavý člen 2. řádu, jehož obrazový přenos nelze rozložit. Pokud $\xi = 1$ jedná se o mezní aperiodický člen 2. řádu, jehož obrazový přenos lze vyjádřit jako

$$F(s) = \frac{Z}{(T_0 s + 1)^2}. \quad (62)$$

Pokud $\xi > 1$ jedná se o aperiodický člen 2. řádu, jehož obrazový přenos lze vyjádřit jako

$$F(s) = \frac{Z}{(T_1 s + 1) \cdot (T_2 s + 1)}. \quad (63)$$

Případ $\xi < 0$ popisuje nestabilní člen, který má oba póly v pravé části komplexní roviny (Noskievič, 1999).

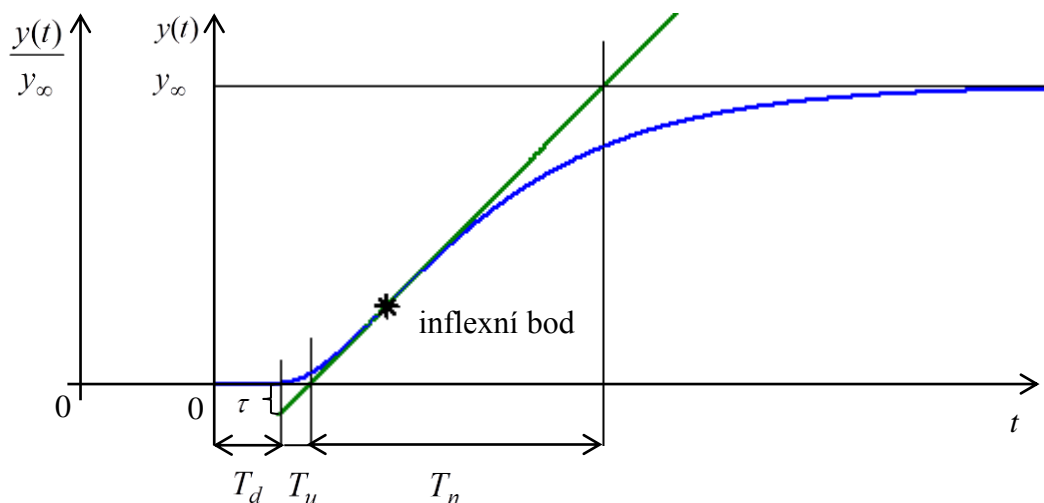
1.3.3 Aproximace přechodových charakteristik

Identifikace systémů založená na aproximaci změřených přechodových charakteristik patří mezi deterministické metody. Tyto metody se využívají hlavně u soustav, u kterých je náhodný šum na výstupu zanedbatelný.

Základem této metody je měření odezvy systému na skokovou změnu známé velikosti. Na začátku měření je nezbytné, aby byla soustava v rovnovážném stavu. Pro potlačení chyb je vhodné měření několikrát opakovat a pro aproximaci použít střední pravděpodobný průběh přechodové charakteristiky nebo vyhodnotit více měření a určit z nich střední hodnoty hledaných parametrů (Noskievič, 1999).

Při aproximaci přechodových charakteristik je důležité na základě hodnocení tvaru přechodové charakteristiky rozhodnout o typu přenosu, kterým bude systém aproximován. Pro usnadnění rozhodnutí slouží základní parametry odezvy systému. Těmito parametry jsou:

dopravní zpoždění T_d , doba průtahu T_u , doba náběhu T_n a statické zesílení Z . Doby T_u a T_n jsou dány průsečíky tečny v inflexním bodě s osami $y=0$ a $y=y(\infty)$. Pokud není od počátku přechodového děje patrná změna odezvy systému tato doba je označena jako T_d . Tyto parametry jsou vyznačeny na obr. 5 (Noskievič, 1999).



Obr. 5 – Vyhodnocení přechodové charakteristiky systému

a) Aproximace soustavou 1. řádu

V případě nulové doby průtahu a podobnosti průběhu odezvy systému s průběhem odezvy systému 1. řádu lze systém popsat přenosem (55). Zesílení Z se následně určí z poměru ustálených hodnot výstupu a vstupu

$$Z = \frac{y_\infty}{u_\infty}. \quad (64)$$

Časová konstanta je stanovena pomocí tečny k přechodové charakteristice v počátku, nebo z hodnoty $0,63y_\infty$, respektive $0,95y_\infty$ (Noskievič, 1999).

b) Aproximace soustavy vyššího řádu soustavou 1. řádu s dopravním zpožděním

Nekmitavou přechodovou charakteristiku statického systému vyššího řádu lze aproximovat soustavou 1. řádu s dopravním zpožděním. Nejjednodušeji jak tomu docílit je určit dobu průtahu T_u , která se položí rovna dopravnímu zpoždění T_d a dobu náběhu T_n , která se položí rovna časové konstantě, tedy

$$T_u = T_d; \quad T = T_n. \quad (65)$$

Po dosazení (65) do (57) vznikne náhradní přenos regulované soustavy 1. řádu ve tvaru

$$F(s) = \frac{Z}{T_n s + 1} e^{-T_u s}. \quad (66)$$

Aproximace tímto postupem je velmi hrubá. Přesnější aproximaci lze získat náhradním přenosem ve tvaru

$$F(s) = \frac{Z}{T_1 s + 1} e^{-T_{d1} s}, \quad (67)$$

kde se časová konstanta T_1 a dopravní zpoždění T_{d1} získá dle vztahů (Vítečková, 1998)

$$T_1 = 1,245(t_{0,7} - t_{0,33}) \quad (68)$$

$$T_{d1} = 1,498t_{0,33} - 0,498t_{0,7}, \quad (69)$$

kde doby $t_{0,33}$ a $t_{0,7}$ jsou určeny z přechodové charakteristiky soustavy.

c) Aproximace soustavou 2. řádu s rozdílnými časovými konstantami – Strejcova metoda

K aproximaci nekmitavých regulovaných soustav vyššího řádu je často využíváno publikovaných postupů profesora Strejce. Tyto postupy jsou pro svou jednoduchost často využívány v praxi (Noskievič, 1999).

Pokud vykazuje odezva soustavy aperiodický průběh, lze ji aproximovat pomocí proporcionální soustavy 2. řádu s rozdílnými časovými konstantami dle přenosu (63) nebo proporcionální soustavou n -tého řádu s násobnou časovou konstantou dle přenosu

$$F(s) = \frac{Z}{(Ts + 1)^n}. \quad (70)$$

Volba přenosu závisí na poměru doby průtahu T_u a doby náběhu T_n

$$\tau = \frac{T_u}{T_n}. \quad (71)$$

Pokud $\tau < 0,1$ je přechodová charakteristika soustavy aproximována přenosem (63). V případě, že $\tau > 0,1$ je přechodová charakteristika soustavy aproximována přenosem (70). Postup pro stanovení koeficientů přenosu pro obě varianty τ lze dohledat v literatuře od Noskieviče (1999).

1.3.4 Kritérium shody modelu a reálné soustavy

Jak již bylo řečeno, při porovnání kvality aproximovaného modelu se nejvíce používají kvadratická kritéria. V následujícím textu je popsáno kritérium uvažující kvadratickou chybu výstupu mezi aproximovaným modelem a reálným systémem, které je využito v experimentální části práce. Kvadratické kritérium je dáno vztahem

$$J = J(\mathbf{X}) = \int_0^{t_M} \Delta y(t, X)^2 dt = \int_0^{t_M} [y(t) - y_M(t, X)]^2 dt, \quad (72)$$

kde \mathbf{X} je vektor hledaných neznámých parametrů,

t_M – je čas měření,

$\Delta y(t, X)$ – chyba mezi výstupem z reálného systému a z modelu,

$y_M(t, X)$ – výstup modelu a

$y(t)$ – je výstup reálného systému.

Pokud se integrál aproximuje sumou, vznikne vztah

$$J(\mathbf{X}) \cong T_S \sum_{i=1}^{N_M} \Delta y(i, X)^2 = T_S \sum_{i=1}^{N_M} [y(i) - y_M(i, X)]^2, \quad (73)$$

kde N_M je počet naměřených vzorků.

Úkolem je nalézt minimum volného extrému více proměnných

$$\min_x J(\mathbf{X}) \cong T_S \sum_{i=1}^{N_M} \Delta y(i, X)^2 = T_S \sum_{i=1}^{N_M} [y(i) - y_M(i, X)]^2. \quad (74)$$

1.3.5 Numerická optimalizace

Numerická iterační optimalizace je univerzálním nástrojem, který nachází uplatnění nejen při optimalizaci regulačních obvodů, ale i v široké škále technických aplikací. Použití nachází všude tam, kde je třeba hledat vhodnou kombinaci volitelných parametrů tak, aby výsledné řešení vedlo k minimalizaci zvoleného kritéria. Podstatou numerické optimalizace je opakovaný (iterační) výpočet zadané úlohy s rozdílnými parametry a hledání jejich nejlepší kombinace k dosažení minima dané úlohy. V podstatě se jedná o úlohu hledání extrému funkce více proměnných, pro kterou existuje řada metod řešení (simplexová, Newtonova, metody gradientní, atd.) (Kupka, 2008).

V následujícím textu je popsána simplexová metoda hledání extrému, která je následně využita v implementační části práce.

Simplexová metoda, respektive metoda pružných polyedrů patří mezi tzv. komparativní metody hledání extrémů funkcí více proměnných bez omezení. Principem této metody je určení směru hledání v n-dimenzionálním prostoru z funkčních hodnot účelové funkce v $n + 1$ bodech. Těmito body je tvořen pravidelný n-rozměrný polyedr, který se nazývá regulárním simplexem. Souřadnice simplexu s jedním vrcholem v počátku lze vyjádřit maticí (Kupka, 2008)

$$S = [\mathbf{x}_1 \dots \mathbf{x}_{n+1}] = \begin{bmatrix} 0 & \delta_1 & \delta_2 & \delta_2 & \dots & \delta_2 \\ 0 & \delta_2 & \delta_1 & \delta_2 & \dots & \delta_2 \\ 0 & \delta_2 & \delta_2 & \delta_1 & \dots & \delta_2 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \delta_2 & \delta_2 & \delta_2 & \delta_2 & \delta_1 \end{bmatrix}, \quad (75)$$

kde δ je souřadnice vrcholu polyedru,

$$\delta_1 = \frac{d}{n\sqrt{2}}(\sqrt{n+1} + n - 1), \delta_2 = \frac{d}{n\sqrt{2}}(\sqrt{n+1} - 1) \text{ a}$$

d – délka hrany polyedru.

V MATLABu tuto optimalizaci realizuje funkce `xminsearch`.

1.4 Linearizace

V přírodě je většina reálných systémů nelineárních. Protože se s nelineárními modely pracuje obtížněji než s lineárními, je snahou tyto nelineární modely nahradit modely lineárními. To znamená nelineární modely linearizovat vytvořením totálního diferenciálu. Linearizovat lze jak statické, tak i dynamické vlastnosti systému. Musí se však zavést a dodržet určité předpoklady, nejčastěji vymezením pracovní oblasti v blízkosti okolí pracovního bodu systému.

Pro linearizaci lze použít dvě metody. Linearizaci tečnou rovinou, nebo pomocí minimálních kvadratických odchylek. Aproximace křivky tečnou je vhodná jen pro malé odchylky. Pokud jsou odchylky velké, lepší výsledky poskytne náhrada křivky sečnou (Balátě, 2004).

V následujícím textu je popsána linearizace tečnou, která je využita v implementační části práce.

1.4.1 Linearizace tečnou rovinou

Základním principem tohoto postupu je rozklad nelineární funkce v Taylorovu řadu a následné omezení pouze na první dva (lineární) členy tohoto rozvoje. Ostatní jeho členy jsou zanedbány a nelineární funkce je tak pouze aproximována tzv. Taylorovým polynomem prvního stupně (tedy lineární funkcí).

Je uvažován nelineární systém s jedním výstupem daný vztahem

$$y = f(\mathbf{u}). \quad (76)$$

V okolí zvoleného pracovního bodu $\bar{\mathbf{u}}$ je rozvinuta nelineární funkce $f(\mathbf{u})$ v Taylorovu řadu

$$y = f(\bar{\mathbf{u}}) + \left[\frac{\partial f}{\partial \mathbf{u}} \right]_{\mathbf{u}=\bar{\mathbf{u}}} (\mathbf{u} - \bar{\mathbf{u}}) + R(\mathbf{u}), \quad (77)$$

kde $R(\mathbf{u})$ je zbytek Taylorova rozvoje a

$$\left[\frac{\partial f}{\partial \mathbf{u}} \right]_{\mathbf{u}=\bar{\mathbf{u}}} - \text{řádkový vektor parciálních derivací určených v pracovním bodu } \bar{\mathbf{u}}.$$

Po zanedbání zbytku $R(\mathbf{u})$ se dostane linearizovaná rovnice ve tvaru

$$\Delta y = \left[\frac{\partial f}{\partial \mathbf{u}} \right]_{\mathbf{u}=\bar{\mathbf{u}}} \Delta \mathbf{u} = k_1 \Delta u_1 + k_2 \Delta u_2 + \dots + k_r \Delta u_r, \quad (78)$$

kde $\Delta y = y - f(\bar{\mathbf{u}}) = y - \bar{y}$,

$$\Delta \mathbf{u} = \mathbf{u} - \bar{\mathbf{u}} \text{ a}$$

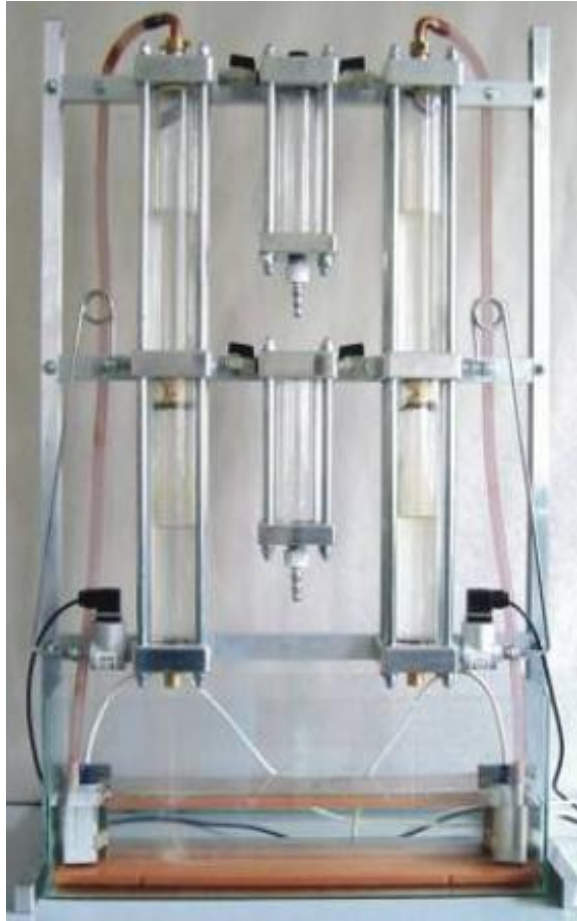
$$k_i = \left[\frac{\partial f}{\partial u_i} \right]_{\mathbf{u}=\bar{\mathbf{u}}}; i = 1, 2, \dots, r.$$

Po provedené linearizaci je nezbytné přesunout nový počátek souřadnicového systému do pracovního bodu $(\bar{\mathbf{u}}, \bar{y})$. To znamená, že se s linearizovaným modelem musí pracovat v přírůstkových souřadnicích, jinak by došlo k porušení podmínky linearity (Balátě, 2004).

2 IMPLEMENTAČNÍ ČÁST

2.1 Popis hydraulicko-pneumatické soustavy

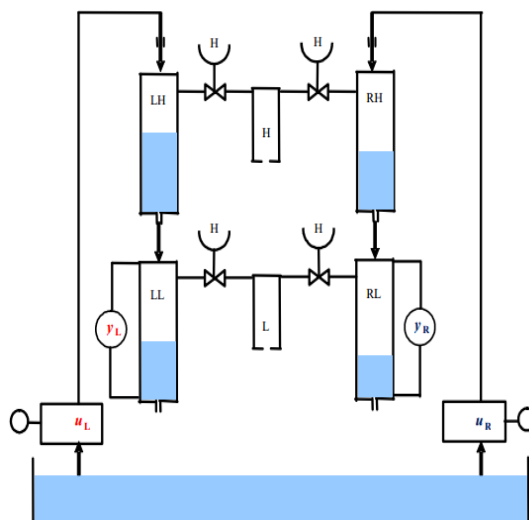
Laboratorní model hydraulicko-pneumatické soustavy byl zkonstruován pracovníky katedry řízení procesů a výpočetní techniky Fakulty chemicko-technologické Univerzity Pardubice a to za účelem vyrobit levnou školní pomůcku, která by studenty seznámila se skutečnostmi, které je nutné řešit během reálného měření a regulace (Macháček, 2005).



Obr. 6 – Hydraulicko-pneumatická soustava (Honc, 2013)

2.1.1 Konstrukční uspořádání soustavy

Model je složen z hydraulických a pneumatických prvků. Uzavřené prostory nad vodní hladinou jsou propojeny přes pneumatické vzdušníky a clonami propojeny s vnější atmosférou. Pneumatické obvody mají vliv na vzájemné ovlivňování levé a pravé hydraulické soustavy. Výsledkem je dvourozměrná soustava s vnitřními interakcemi, jejichž velikost lze nastavit velikostí clon u pneumatických nádob.



Obr. 7 – Schéma hydraulicko-pneumatické soustavy (Honc, 2013)

Náhradní schéma soustavy je zobrazeno na obr. 7. Model je složen ze dvou hydraulických soustav, které jsou tvořeny dvojicemi nádrží umístěných nad sebou. Nádoby mají stejnou výšku. Pravé nádrže se liší v průřezu, který je oproti levým menší. Principiálně systém funguje tak, že je voda v obou větvích čerpána ze zásobní nádrže do horní nádoby a clonou ve dně protéká do nádoby dolní. Z dolní nádoby pak voda odtéká clonou zpět do zásobní nádoby. Hladiny se měří v dolních nádržích a to diferenčními tlakovými snímači s rozsahem 0 až 3 kPa a výstupním napětím 0 až 10 V. Vzduchové nádoby, které jsou připojené přes ručně ovládané ventily s horními hydraulickými nádržemi, jsou přes výměnné clonky propojeny s atmosférou. Obě čerpadla jsou nově řízeny pomocí měřicí karty LabJack U12 napěťovým signálem v rozsahu 0 až 5 V. Model soustavy je však odvozen pro ovládací napětí čerpadla 0 až 10 V. To znamená, že je nutné vypočítané akční zásahy dělit 2.

2.1.2 Vlastnosti soustavy

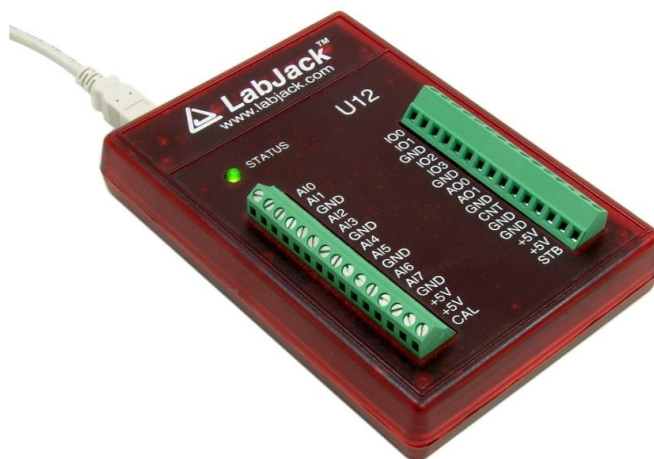
Hydraulicko-pneumatická soustava představuje vícerozměrovou soustavu s vnitřními interakcemi s minimální spotřebou elektrické energie, bez připojení na další vnější zdroje (přítok a odtok vody), bezpečnou pro obsluhu a za přijatelnou cenu.

Pokud bude provedena skoková změna napětí na levém čerpadle, dojde k zvyšování hladiny v levé části. Tím stoupne tlak nad hladinami dolních nádrží a to má za následek zpomalování zvyšování hladiny v levé části a současně snižování hladiny v dolní pravé nádobě. Současně je vypouštěn z dolní pneumatické nádoby přes clonku vzduch do atmosféry. V ustáleném stavu dochází k vyrovnání tlaku s tlakem atmosférickým, což vede

k návratu hladin pravých nádrží do původní výšky a hladiny v levých nádobách se ustálí na nové hladině. Z toho plyne, že vazba mezi dvěma hydraulickými obvody způsobuje zpomalení odezvy na skokovou změnu u levého obvodu a pravý obvod je ovlivněn pouze po určitou dobu od změny. Jedná se tedy o derivační charakter vzájemného ovlivňování obou obvodů. Rychlost odezvy a velikost vazby mezi obvody lze měnit změnou průřezu clon, kterými uniká vzduch do atmosféry. Dále lze chování soustavy ovlivnit různými kombinacemi otevření ručních ventilů. Pokud není použita clonka je nad hladinami atmosférický tlak, což má za následek zrušení vazby mezi pravou a levou částí soustavy. S takto nastavenou soustavou se pracuje v této práci. Z hlediska řízení se tedy jedná o jednorozměrovou soustavu, kde akční veličinou u je signál ovládací průtok vody a regulovanou veličinou y je výška hladiny v dolní nádrži.

2.1.3 Propojení soustavy s PC

Sběr dat a realizaci akčních zásahů obstarává měřicí karta U12 od firmy LabJack. Jedná se o levnou multifunkční kartu, která podporuje programování pomocí softwaru MATLAB. Díky připraveným funkcím od výrobce je práce s touto kartou relativně snadná a bezproblémová.



Obr. 8 – Měřicí karta LabJack U12 (LabJack, 2014)

LabJack U12 nabízí 20 digitálních vstupů/výstupů, 8 analogových vstupů s rozlišením 12 bitů a 2 analogové výstupy. Napájení a komunikaci s řídicím počítačem zajišťuje USB 2.0. Není třeba žádné externí napájení. Dalšími vlastnostmi jsou rychlost vzorkování až 8 kSa/s, funkce watchdog časovače, u analogových diferenčních vstupů možnost nastavit zesílení až do hodnoty 20 a možnost připojení až 80 LabJack modulů k jednomu řídicímu zařízení.

Na horní hraně modulu se nachází konektor USB a konektor DB25, který slouží k připojení externí svorkovnice s 16 vstupy/výstupy (D0 – D15). Na přední straně jsou dvě řady šroubových svorek, v každé řadě po 15. Na levé straně se nachází analogové vstupy (AI0 – AI7), které mohou být konfigurovány individuálně jako 8 nediferenčních, 4 diferenční nebo různé kombinace mezi nimi. Rozlišení těchto vstupů je 12 bitů a vstupní proud $\pm 90 \mu\text{A}$. U diferenční analogových vstupů lze nastavit zesílení v rozsahu 1 až 20. Svorky +5 V umožňují napájení externího zařízení. Svorka CAL slouží při výrobě, testování a kalibraci. Na pravé svorkovnici jsou 4 digitální vstupy/výstupy (IO0 – IO3), 2 analogové výstupy (AO0 – AO1), na které lze nastavit napětí 0 až 5 V s 10 bitovým rozlišením a přesností $\pm 5 \%$. Svorka CNT je vstup na 32 bitový čítač, který reaguje na sestupnou hranu. V této úloze čítač zůstane bez využití. Přes svorku STB lze zakázat funkce watchdog časovače, popřípadě na této svorce lze vytvořit obdélníkový testovací výstupní signál.

Pro tuto úlohu je využit jeden analogový vstup AI0, na který je připojeno čidlo tlaku měřící výstupní napětí soustavy (výšku hladiny). Ovládání čerpadla je zajištěno přes analogový výstup AO0. Jak už bylo zmíněno, výrobce podporuje programování přes software MATLAB. Nabízí řadu již připravených funkcí, které se jednoduše v hlavním programu zavolají a následně vykonají svou proceduru. Analogový vstup je vzorkován pomocí funkce `EAnalogIn`. Syntaxe této funkce je následující (LabJack, 2014)

[napětí přepětí chyba id] = `EAnalogIn`(id, demo, kanál, zesílení)

kde vstupy:

- id – Volba karty, která bude použita, pokud je zadáno -1 , je vybrána 1. nalezená LabJack karta.
- demo – Pokud je zadána 0, funkce pracuje pouze s připojenou kartou, pokud je zadána hodnota > 0 funkce je volána i bez připojené karty.
- kanál – Výběr kanálu. Hodnota 0 až 7 pro nediferenční a 8 až 11 pro diferenční vstupy.
- zesílení – Volba zesílení vstupu ($0 = 1, 1 = 2 \dots, 7 = 20$).

výstupy:

- napětí – Vrací hodnotu vzorkovaného napětí.
- přepětí – Indikuje přepětí na vybraném vstupu.
- chyba – Vrací kód chyby, pokud je hodnota 0, karta neindikuje chybu.
- id – Vrací číslo použité karty, pokud je hodnota -1 , nebyla nalezena žádná karta.

Ovládání čerpadla je zajištěno funkcí `EAnalogOut`. Tato funkce nastaví na oba analogové výstupy požadované napětí. Syntaxe této funkce je následující (LabJack, 2014)

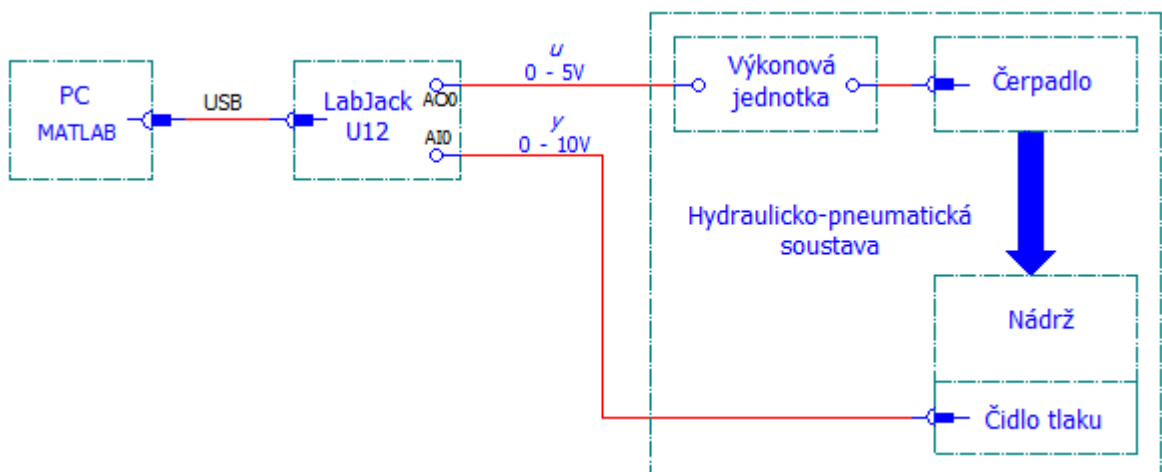
```
[chyba id] = EAnlaogOut(id, demo, analogOut0, analogOut1)
```

kde vstupy:

- id – Volba karty, která bude použita, pokud je zadáno `-1`, je vybrána 1. nalezená LabJack karta.
- demo – Pokud je zadána 0, funkce pracuje pouze s připojenou kartou, pokud je zadaná hodnota `> 0` funkce je volána i bez připojené karty.
- analogOut0 – Napětí 0 až 5 V na výstup AO0.
- analogOut1 – Napětí 0 až 5 V na výstup AO1.

výstupy:

- chyba – Vrací kód chyby, pokud je hodnota 0, karta neindikuje chybu.
- id – Vrací číslo použité karty, pokud je hodnota `-1`, nebyla nalezena žádná karta.



Obr. 9 – Blokové schéma připojení hydraulicko-pneumatické soustavy k PC

2.2 Nelineární model soustavy

Základním rysem prediktivní regulace je nutná znalost modelu řízeného systému. Pro určení dynamického modelu systému lze využít analytické nebo experimentální metody. Analytická metoda je založena na znalosti bilančních rovnic, popisujících chování soustavy. Tyto rovnice vycházejí ze základních fyzikálních zákonů a to především ze zákona zachování hmoty a energie. Hlavní výhodou analytické metody je, že k určení modelu není potřeba reálný systém. Mezi další výhody patří fyzikální význam veličin a platnost v širším rozsahu.

Nevýhodou však je náročnost na informace a znalosti. Problémem také může být určení všech koeficientů v rovnicích, které se následně musí určit pomocí experimentální identifikace.

Experimentální metoda vychází z měření na reálném systému, což vždy není možné. Výhodou této metody je její jednoduchost a možnost volby tvaru modelu. Nevýhodou je nutnost existence reálného systému a kvalita závislá na kvalitně naměřených dat.

Nelineární model systému je získán pomocí matematicko-fyzikální analýzy. Při odvozování je systém uvažován s konfigurací, že ve vzdušnicích nejsou clonky a prostory nad hladinami jsou spojeny s atmosférou. To způsobí zrušení vazby mezi levou a pravou sekcí a systém má prakticky dynamiku druhého řádu. Je uvažována zvlášť statická charakteristika čerpadla a čidla tlaku a dynamická charakteristika nádrží.

2.2.1 Nelineární model čerpadla

U charakteristik čerpadel se jedná o popis chování čerpadla včetně ovládací jednotky. Rovnice (79) udává matematický tvar čerpadla, který dobře aproximuje reálné chování

$$Q = r(u_c - u_0)^b, \quad (79)$$

kde Q je objemový průtok, $\text{m}^3 \cdot \text{s}^{-1}$,

u_c – ovládací napětí čerpadla, V,

u_0 – napětí, při kterém začne kapalina přitékat do horní nádrže, V a

r, b – parametry čerpadla.

2.2.2 Lineární model čidla tlaku

Statická charakteristika čidel tlaku je lineární (linearita je zaručena výrobcem)

$$y = kh + q, \quad (80)$$

kde y je výstupní napětí čidel tlaku, V,

h – výška hladiny, m a

k, q – parametry čidla tlaku.

2.2.3 Nelineární model hydraulických nádrží

Dynamická charakteristika nádrží je popsána bilančními rovnicemi, které vychází z bilance hmoty. Bilance hmoty říká, že hmota, která vstupuje do systému, ze systému vystupuje a zároveň se v něm akumuluje. Pokud je uvažován ustálený stav $Q = Q_1 = Q_2$ je průtok dán Torricelliho vztahem, který vychází z Bernoulliho rovnice (pro praktické použití je nutné průřez clonky korigovat výtokovým koeficientem α).

$$Q_1 = \alpha_1 s_1 \sqrt{2gh_1}, \quad (81)$$

$$Q_2 = \alpha_2 s_2 \sqrt{2gh_2}, \quad (82)$$

kde α_1 je výtokový koeficient horní nádrže,

s_1 – průřez clonky horní nádrže, m^2 ,

g – gravitační zrychlení, $m \cdot s^{-2}$,

h_1 – výška hladiny horní nádrže, m ,

Q_1 – výstupní hmotnostní průtok kapaliny z horní nádrže a zároveň vstupní průtok do dolní nádrže, $m^3 \cdot s^{-1}$,

Q_2 – výstupní hmotnostní průtok kapaliny z dolní nádrže, $m^3 \cdot s^{-1}$,

α_2 – výtokový koeficient dolní nádrže,

s_2 – průřez clonky dolní nádrže, m^2 a

h_2 – výška hladiny horní nádrže, m .

Bilanční rovnice (81) a (82), které popisují přechodový stav, jsou rozšířeny o členy vyjadřující množství hmoty, které se v systému za jednotku času naakumuluje. Výsledná hmotnostní bilance je dána vztahem

$$Q = Q_1 + S_1 \frac{dh_1}{dt} = \alpha_1 s_1 \sqrt{2gh_1} + S_1 \frac{dh_1}{dt}, \quad (83)$$

kde Q je vstupní hmotnostní průtok kapaliny do horní nádrže, $m^3 \cdot s^{-1}$ a

S_1 – průřez horní nádrže, m^2 .

$$Q_1 = Q_2 + S_2 \frac{dh_2}{dt} = \alpha_2 s_2 \sqrt{2gh_2} + S_2 \frac{dh_2}{dt}, \quad (84)$$

kde Q_2 je výstupní hmotnostní průtok kapaliny z dolní nádrže, $m^3 \cdot s^{-1}$ a

S_2 – průřez dolní nádrže, m^2 .

Výška hladiny horní a dolní nádrže je vyjádřena z rovnic (81) a (82)

$$h_1 = \frac{Q_1^2}{\alpha_1^2 s_1^2 2g}, \quad (85)$$

$$h_2 = \frac{Q_2^2}{\alpha_2^2 s_2^2 2g}. \quad (86)$$

2.2.4 Neznámé parametry soustavy

Po sestavení nelineárního modelu soustavy je zapotřebí experimentálně odhadnout neznámé parametry. Odhadem parametrů je myšlen proces hledání hodnot parametrů, které vedou k co nejpřesnější shodě výsledku modelu s měřenými daty. Shoda výsledku modelu s měřenými daty se vyhodnocuje pomocí některé ze statistických metod.

Postup identifikace parametrů je takový, že jsou nejprve změřeny statické charakteristiky čerpadla, nádrže a čidla tlaku. Následně jsou, dle nelineárních rovnic, vyjádřeny příslušné funkční závislosti. Nakonec řešením numerické optimalizační úlohy, kde je hledáno minimum sumy kvadrátů odchylek, jsou vyčísleny hodnoty hledaných parametrů.

V této práci jsou použity hodnoty parametrů dohledané Královou (2008). Pouze u napětí u_0 při kterém začíná kapalina téct do nádrže a parametru čidla tlaku q došlo k mírné korekci. V tab. 2, tab. 3 a tab. 4 jsou vyčísleny hodnoty parametrů čerpadla, čidla tlaku a nádrže. V tab. 5 jsou uvedeny geometrické rozměry a fyzikální konstanty

Tab. 2 – Parametry čerpadla

Parametr	Hodnota	Jednotka
u_0	0,45	V
r	$7,078 \cdot 10^{-6}$	$m^3 \cdot s^{-1} \cdot V^s$
b	0,544	–

Tab. 3 – Parametry čidla tlaku

Parametr	Hodnota	Jednotka
k	32,45	$V \cdot m^{-1}$
q	0,3	V

Tab. 4 – Parametr nádrže

Parametr	Hodnota	Jednotka
λ	0,75	–

Tab. 5 – Geometrické rozměry a fyzikální konstanty

Veličina	Hodnota	Jednotka
Průměr nádrže D_n	0,05	m ²
Průměr clonky D_c	0,004	m ²
Gravitační zrychlení g	9,81	m · s ⁻²
Hustota vody ρ	1000	kg · m ⁻³

2.3 Linearizovaný model soustavy

Jelikož regulátor pracuje s lineárním modelem soustavy je nutnost nelineární model linearizovat. Linearizace se provede převedením nelineárního modelu pomocí odchylkového tvaru na model lineární. V tab. 6 je uveden bod linearizace pro levou část systému.

Tab. 6 – Bod linearizace - levá část systému

Veličina	Hodnota	Jednotka
Hladina v horní nádrži \bar{h}_1	0,15	M
Hladina v dolní nádrži \bar{h}_2	0,15	M
Průtok \bar{Q}	$1,616 \cdot 10^{-5}$	m ³ · s ⁻¹
Napětí čerpadla \bar{u}	5,013	V
Napětí čidla \bar{y}	5,168	V

Rovnice (79) v odchylkovém tvaru je následující

$$\Delta_i Q = \left. \frac{dQ}{du} \right|_{u=\bar{u}} \cdot \Delta_i u = r \cdot b(u_c - u_0)^{b-1} \cdot \Delta_i u, \quad (87)$$

kde \bar{u} je ovládací napětí čerpadla v bodě linearizace a

Δ_i – odchylka veličiny od bodu linearizace.

Nyní lze vyjádřit obrazový přenos mezi vstupním napětím čerpadla a průtokem. Obrazový přenos je poměr Laplaceova obrazu výstupní veličiny ku Laplaceově obrazu vstupní veličiny při nulových počátečních podmínkách.

$$F_1(s) = \frac{\Delta_i Q(s)}{\Delta_i U(s)} = r \cdot b(u_c - u_0)^{b-1} = Z_1 \quad (88)$$

kde Z_1 je zesílení čerpadla.

Statická charakteristika čidla tlaku (80) převedena do odchytkového tvaru má tvar

$$\Delta_i y = k \cdot \Delta_i h_2. \quad (89)$$

Následně lze obrazový přenos mezi napětím čidla a dolní hladinou vyjádřit jako

$$F_2(s) = \frac{\Delta_i y(s)}{\Delta_i h_2(s)} = k. \quad (90)$$

Odchytkový tvar pro horní nádrž je získán z rovnic (81) a (83)

$$\Delta_i Q_1 = \frac{dQ_1}{dh_1} \cdot \Delta h_1 = \frac{\alpha_1 f_1 \sqrt{2g}}{2\sqrt{h_1}} \cdot \Delta_i h_1 = \frac{\alpha_1 f_1 \sqrt{2g}}{2\sqrt{h_1}} \cdot \frac{\sqrt{h_1}}{\sqrt{h_1}} \cdot \Delta_i h_1 = \frac{Q_1}{2h_1} \cdot \Delta_i h_1, \quad (91)$$

$$\Delta_i Q = \Delta_i Q_1 + S_1 \frac{d\Delta_i h_1}{dt}. \quad (92)$$

Dosazením rovnice (91) do rovnice (92) vznikne vztah

$$\Delta_i Q = \frac{Q_1}{2h_1} \cdot \Delta_i h_1 + S_1 \frac{d\Delta_i h_1}{dt}. \quad (93)$$

Po úpravě rovnice (93) vznikne vztah

$$\frac{2h_1 S_1}{Q} \cdot \frac{d\Delta_i h_1}{dt} + \Delta_i h_1 = \frac{2h_1}{Q} \cdot \Delta_i Q. \quad (94)$$

Po zavedení substituce $T_1 = \frac{2h_1 S_1}{Q}$, $Z_2 = \frac{2h_1}{Q}$ a provedení Laplaceovy transformace

vznikne vztah

$$(T_1 s + 1) \cdot \Delta_i h_1(s) = Z_2 \cdot \Delta_i Q(s). \quad (95)$$

Následně lze obrazový přenos horní nádrže vyjádřit ve tvaru

$$F_3(s) = \frac{\Delta_i h_1(s)}{\Delta_i Q(s)} = \frac{Z_2}{T_1 s + 1}, \quad (96)$$

kde Z_2 je zesílení horní nádrže a

$T_1 - 1$. časová konstanta.

Analogicky je proveden výpočet obrazového přenosu spodní nádrže. Rovnice (84) v odchylovém tvaru má následující tvar

$$\Delta_i Q_1 = \Delta_i Q_2 + S_2 \frac{d\Delta_i h_2}{dt}. \quad (97)$$

Dosazením rovnice (91) do rovnice (97) je vyjádřen vztah mezi jednotlivými hladinami

$$\frac{Q}{2h_1} \cdot \Delta_i h_1 = \frac{Q}{2h_2} \cdot \Delta_i h_2 + S_2 \frac{d\Delta_i h_2}{dt}. \quad (98)$$

Po úpravě rovnice (98) vznikne vztah

$$\frac{2h_2 S_2}{Q} \cdot \frac{d\Delta_i h_2}{dt} + \Delta_i h_2 = \frac{h_2}{h_1} \cdot \Delta_i h_1. \quad (99)$$

Po zavedení substituce $T_2 = \frac{2h_2 S_2}{Q}$, $Z_3 = \frac{h_2}{h_1}$ a provedení Laplaceovy transformace vznikne vztah

$$(T_2 s + 1) \cdot \Delta_i h_2(s) = Z_3 \cdot \Delta_i h_1(s). \quad (100)$$

Následně lze obrazový přenos dolní nádrže vyjádřit ve tvaru

$$F_4(s) = \frac{\Delta_i h_2(s)}{\Delta_i h_1(s)} = \frac{Z_3}{T_2 s + 1}, \quad (101)$$

kde Z_3 je zesílení dolní nádrže a

T_2 – 2. časová konstanta.

Celkový obrazový přenos soustavy (přenos mezi vstupním napětím čerpadla a výstupním napětím na čidle tlaku) lze vyjádřit jako součin jednotlivých obrazových přenosů

$$F(s) = F_1(s) \cdot F_2(s) \cdot F_3(s) \cdot F_4(s) = \frac{Z_1 \cdot k \cdot Z_2 \cdot Z_3}{(T_1 s + 1) \cdot (T_2 s + 1)} = \frac{Z}{(T_1 s + 1) \cdot (T_2 s + 1)}, \quad (102)$$

kde Z je celkové zesílení soustavy.

Celkové zesílení soustavy se vypočítá dle vztahu

$$Z = Z_1 \cdot k \cdot Z_2 \cdot Z_3 = r \cdot b(u_c - u_0)^{b-1} \cdot k \cdot \frac{2h_1}{Q} \cdot \frac{h_2}{h_1}. \quad (103)$$

Rovnice (102) obecně popisuje lineární matematický model soustavy. Pro potřebu řízení je však nutné číselně vyjádřit hodnoty jeho parametrů. Parametry jsou závislé na bodu linearizace, který se obvykle volí v ustáleném stavu v pracovní oblasti proměnných. V této laboratorní úloze je pracovní oblast 5 až 25 cm. Bod linearizace je volen v polovině pracovní oblasti, tedy ve výšce hladiny 15 cm. V ustáleném stavu platí, že výška hladiny horní a dolní nádrže je stejná.

Pro výpočet Z je nutné z nelineárních rovnic dopočítat objemový průtok \bar{Q} a napětí na čerpadle \bar{u} v bodě linearizace. Dosazením experimentálně zjištěných parametrů soustavy do rovnice (81) je vypočítán objemový průtok

$$\bar{Q} = \alpha_1 s_1 \sqrt{2g\bar{h}_1} = 0,750 \cdot 1,26 \cdot 10^{-5} \cdot \sqrt{2 \cdot 9,81 \cdot 0,15} = 1,617 \cdot 10^{-5} \text{ m}^3 \cdot \text{s}^{-1}. \quad (104)$$

Z rovnice (79) je vyjádřeno a následně vypočítáno napětí na čerpadle

$$\bar{u} = \left(\frac{\bar{Q}}{r} \right)^{\frac{1}{b}} + u_0 = \left(\frac{1,617 \cdot 10^{-5}}{7,08 \cdot 10^{-6}} \right)^{0,544} + 0,45 = 5,013 \text{ V}. \quad (105)$$

Dosazením rovnic (104) a (105) do rovnice (103) je vypočítáno celkové zesílení systému

$$\begin{aligned} Z &= r \cdot b(\bar{u} - u_0)^{b-1} \cdot k \cdot \frac{2\bar{h}_1}{\bar{Q}} = \\ &= 7,08 \cdot 10^{-6} \cdot 0,544 \cdot (5,013 - 0,45)^{0,544-1} \cdot \frac{2 \cdot 0,15}{1,617 \cdot 10^{-5}} = 1,16. \end{aligned} \quad (106)$$

Časové konstanty soustavy jsou

$$T_1 = T_2 = \frac{2\bar{h}_1 S_1}{\bar{Q}} = \frac{2 \cdot 0,15 \cdot 0,002}{1,617 \cdot 10^{-5}} = 36,43 \text{ s} \quad (107)$$

Po dosazení do rovnice (102) je číselně vyjádřen celkový přenos levé části soustavy

$$\frac{Z}{(T_1 s + 1) \cdot (T_2 s + 1)} = \frac{1,16}{(36,43 s + 1) \cdot (36,43 s + 1)} = \frac{1,16}{1327,3 s^2 + 72,9 s + 1} \quad (108)$$

Pro potřebu prediktivního řízení je nutné spojitý přenos převést na přenos diskretní. To lze za předpokladu, že je vstup po dobu periody vzorkování konstantní. Výsledný diskretní přenos s periodou vzorkování 5 s je uveden v rovnici (109)

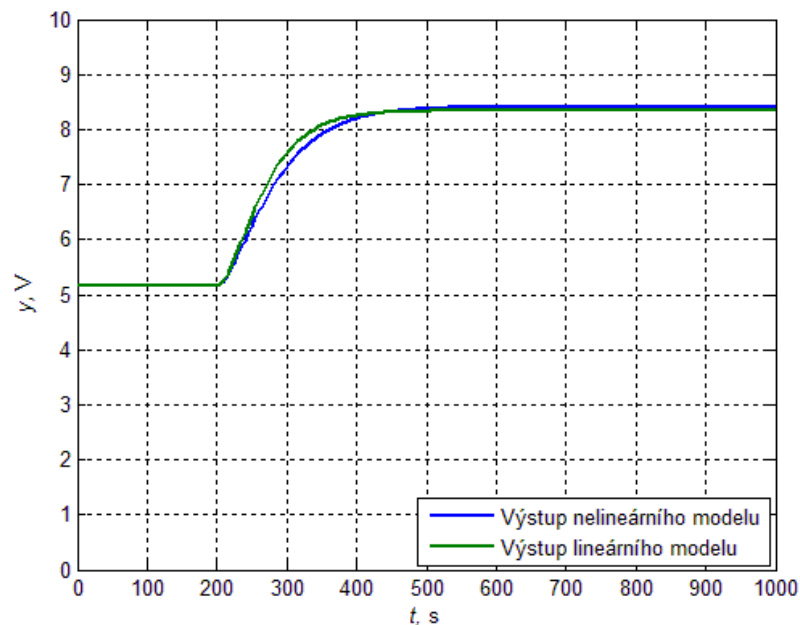
$$G(z) = \frac{0,00998 z + 0,0091}{z^2 - 1,744 z + 0,76} \quad (109)$$

2.4 Porovnání modelů

V této kapitole je provedeno porovnání lineárního matematického modelu s nelineárním modelem a nelineárního modelu s reálným procesem.

2.4.1 Porovnání lineárního a nelineárního modelu

Po získání lineárního modelu (108) je nutné ověřit, zda chování tohoto lineárního matematického modelu odpovídá modelu nelineárnímu. Za tímto účelem je v MATLABu navrhnut experiment, ve kterém jsou porovnány výstupy systému vypočítané z nelineárního a lineárního modelu. K simulaci chování lineárního modelu jsou využity funkce `tf` a `lsim`. K simulaci chování nelineárního modelu je využita funkce `ode45`, která řeší diferenciální rovnice. K vybuzení systému je použita změna napětí na čerpadle. Na Obr. 10 je zobrazena odezva systému na změnu napětí čerpadla z 5,013 V na 7,747 V v čase 200 s. Systém je na začátku simulace v ustáleném stavu a odpovídá bodu linearizace dle tab. 6.

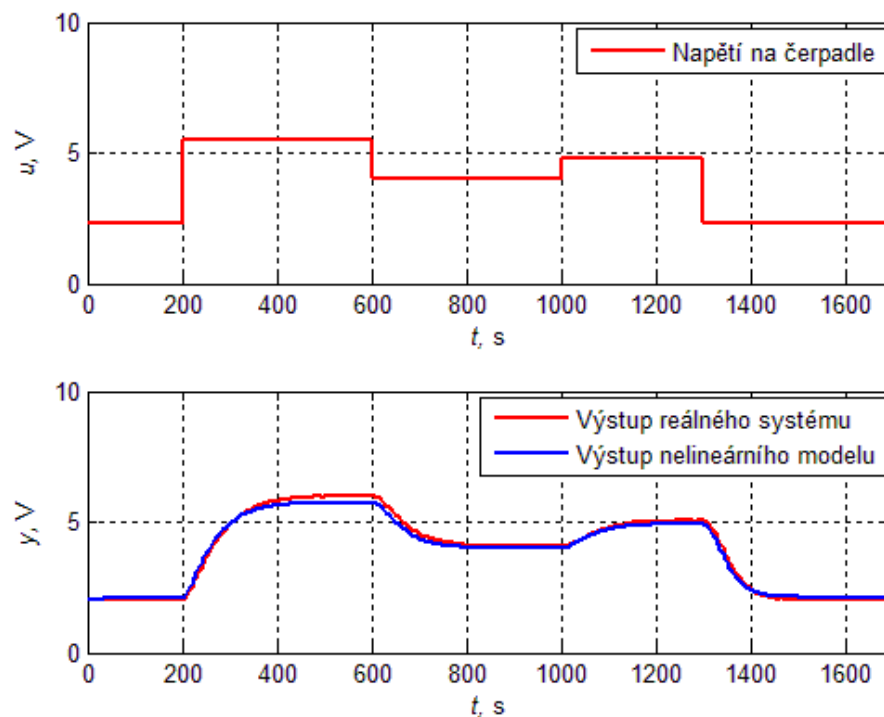


Obr. 10 – Ověření shody lineárního a nelineárního modelu soustavy

Z obr. 9 je vidět mírný rozdíl mezi nelineárním a lineárním model, způsobený nelinearitou systému. Lze však konstatovat, že pro potřeby řízení dynamika lineárního modelu dostatečně odpovídá modelu nelineárnímu, což vypovídá o pouze mírné nelinearitě soustavy.

2.4.2 Porovnání nelineárního modelu a reálné soustavy

Aby se ověřila shoda nelineárního modelu popsaného rovnicemi (81 – 86) s reálným systémem je navrhnut v MATLABu následující experiment. Nejdříve je nutné naměřit data na reálném systému. Délka experimentu je stanovena na 1700 s. Perioda vzorkování je pro tento a pro všechny další experimenty v této práci nastavena na 5 s. K vybuzení systému je použito několik skokových změn napětí na čerpadle. Měřeno je výstupní napětí na čidle tlaku (výška hladiny). Následně jsou použity stejné změny napětí na čerpadle jako vybuzení pro nelineární model, realizovaný pomocí funkce `ode45`. Výsledné porovnání nelineárního modelu a reality je na obr. 11.



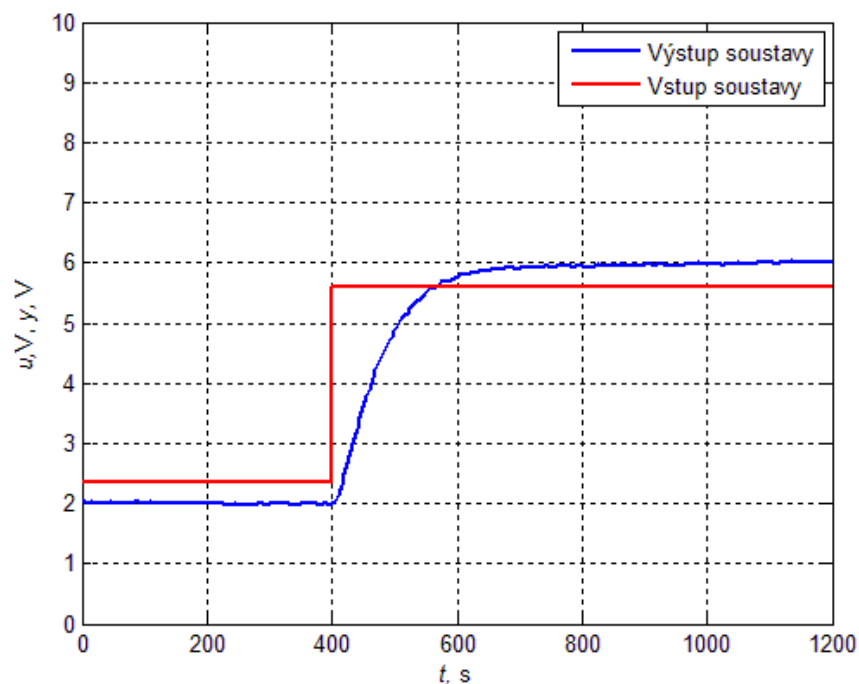
Obr. 11 – Ověření shody nelineárního modelu s realitou

Z obr. 11 je patrné, že odchylka nelineárního modelu od reality není úplně zanedbatelná a to hlavně pro vyšší vstupní napětí. To souvisí s ne zcela přesně identifikovaným modelem systému. Při praktické aplikaci se však ukázalo, že regulátor s modelem získaným linearizací nelineárního modelu dosahuje kvalitních výsledků. To znamená, že identifikovaný nelineární model je pro potřeby řízení dostačující.

2.5 Aproximace přechodové charakteristiky reálné soustavy

Jak již bylo několikrát řečeno, prediktivní regulátor využívá dynamický model systému k predikci budoucího výstupu soustavy. Model může být získán matematicko-fyzikální analýzou, nebo experimentální identifikací. Oba tyto způsoby mají své výhody i nevýhody, které jsou blíže popsány v kapitole 1.3. Tato kapitola se věnuje získání několika základních dynamických modelů systému aproximací přechodové charakteristiky reálného systému. Jedná se tedy o experimentální identifikaci. Tato metoda je vybrána z důvodu většího využití v praxi. Nejprve je získán model 1. řádu, dále 1. řádu s dopravním zpožděním, 2. řádu s násobnou časovou konstantou a nakonec model 2. řádu s rozdílnými časovými konstantami.

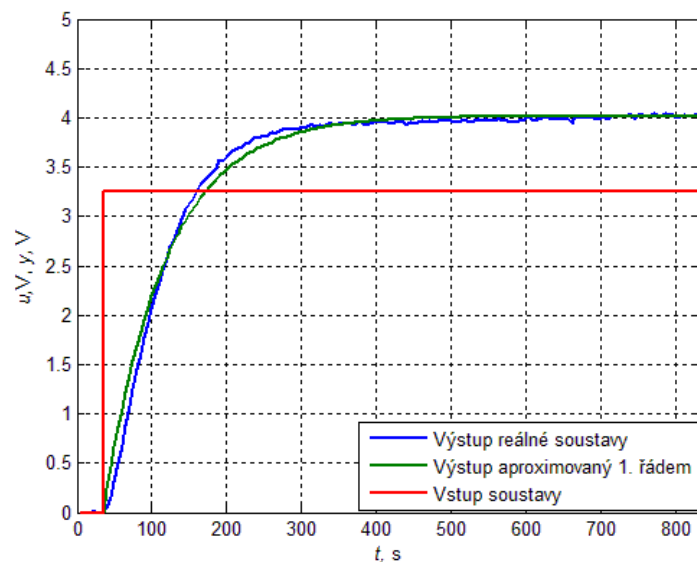
Na začátku experimentu je nutné změřit přechodovou charakteristiku reálného systému. Přechodová charakteristika je zvolena tak, aby svou dynamikou pokrývala pracovní oblast regulace. S ohledem na dobu ustálení systému po skokové změně budícího napětí je délka měření stanovena na 1200 s. Na začátku měření musí být soustava v ustáleném stavu. Ustálený stav odpovídá zvolenému pracovnímu bodu, který je pro všechny simulace a měření volen stejně a to 2 V na výstupu čidla tlaku. Na obr. 12 je vidět odezva reálného systému na skokovou změnu napětí na čerpadle z 2,35 V na 5,6 V a to v čase 400 s.



Obr. 12 – Přechodová charakteristika reálné soustavy

2.5.1 Aproximace přenosem 1. řádu

Před samotnou aproximací se naměřená data musí upravit a to z důvodu, že pro odhad parametrů přenosu vstupují do výpočtu pouze změny kolem pracovního bodu. Z toho plyne, že je nutné data transformovat do pracovního bodu. To je provedeno odečtením napětí na čerpadle v pracovním bodě u_{ust} od vektoru napětí \mathbf{u} , který byl použit k vybuzení systému. Stejným způsobem se transformuje i vektor výstupních hodnot \mathbf{y} , od kterého se odečte hodnota pracovního bodu y_0 . Pro aproximaci jsou využita data až od 75. vzorku a to z důvodu, že pro odhad parametrů je důležitá dynamika systému. K porovnání experimentální přechodové charakteristiky s aproximačním modelem slouží v MATLABu vytvořená funkce `Odezva_model.m` ve které se pomocí kvadratického kritéria dle rovnice (73) vyhodnocuje shoda zvoleného modelu s měřenými daty. Účelem aproximace je najít takové parametry modelu, aby došlo k co nejpřesnější shodě s naměřenými daty. Zde je toho docíleno numerickou iterační optimalizací realizovanou funkcí `fminsearch`, která hledá lokální minimum funkce `Odezva_model.m`. Jinak řečeno tato funkce dosazuje do modelu různé hodnoty parametrů a následně hledá minimum funkce `Odezva_model.m`, které je dáno rozdílem modelu a reálných dat. Na obr. 13 je znázorněna aproximace reálných dat soustavou 1. řádu.



Obr. 13 – Aproximace PCH reálné soustavy přenosem 1. řádu

Kritérium shody modelu s reálným systémem $J(\mathbf{X})$ v tomto případě vyšlo 1,48. Zesílení Z vyšlo 1,237 a časová konstanta $T = 82,34$ s. V tab. 7 je uveden výsledný spojitý

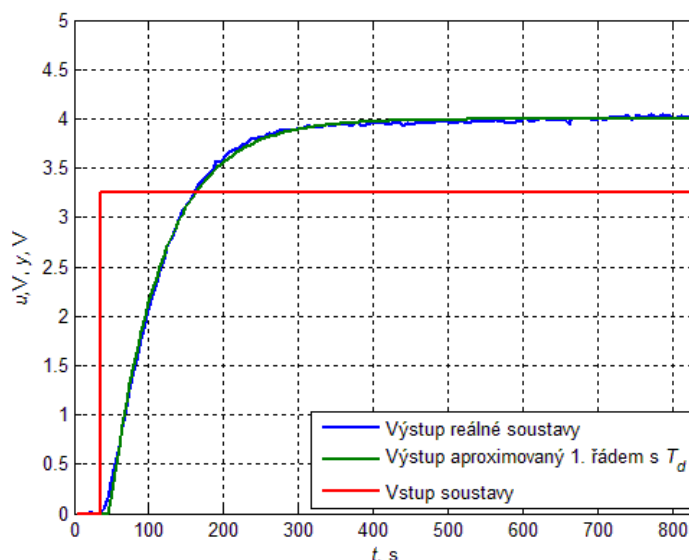
a diskretní přenos 1. řádu získaný aproximací PCH reálné soustavy. Diskretní přenos je získán z přenosu spojitého pomocí funkce `c2d`.

Tab. 7 – Spojitý a diskretní přenos 1. řádu získaný aproximací PCH reálné soustavy

Přenos soustavy – spojitý	Přenos soustavy - diskretní (získán převodem) – $T_s = 5$ s
$\frac{1,237}{82,34s + 1}$	$\frac{0,07285}{z - 0,9411}$

2.5.2 Aproximace přenosem 1. řádu s dopravním zpožděním

Při aproximaci přechodové charakteristiky reálného systému přenosem 1. řádu s dopravním zpožděním se postupuje obdobně jako v kapitole 2.5.1. Jediným rozdílem je použitá struktura modelu ve funkci `Odezva_model.m`, která odpovídá systému 1. řádu s dopravním zpožděním (57). Dopravní zpoždění se do modelu zavede jako vlastnost příkazu `tf-InputDelay`. Vstupem do funkce `Odezva_model.m` pak jsou parametry aproximačního modelu, kterými jsou zesílení systému Z , časová konstanta T a dopravní zpoždění T_d . Optimální hodnoty parametrů jsou dohledány numerickou optimalizační metodou. Výsledná aproximace je zobrazena na obr. 14.



Obr. 14 – Aproximace PCH reálné soustavy přenosem 1. řádu s T_d

Kritérium shody modelu s reálným systémem $J(\mathbf{X})$ v tomto případě vyšlo 0,195. Jak je vidět z obr. 14 aproximace přechodové charakteristiky je velice přesná. Výsledné

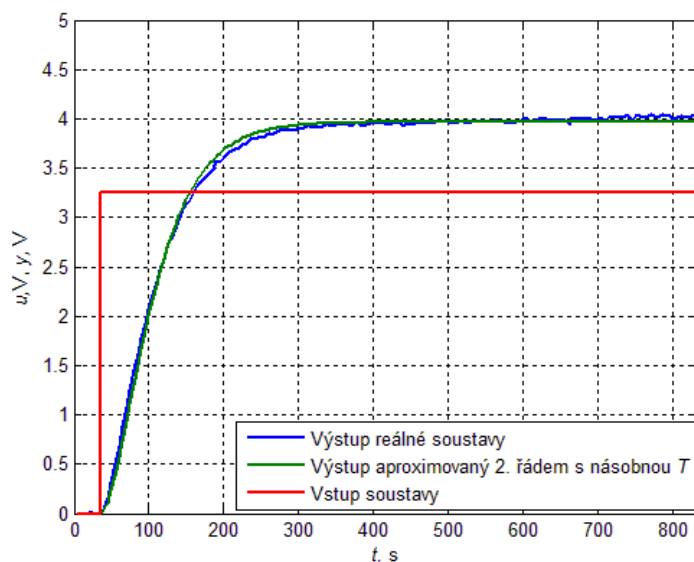
zesílení $Z = 1,229$, časová konstanta $T = 68,39$ s a $T_d = 12,5$ s. V tab. 8 je uveden výsledný spojité a diskretní přenos 1. řádu s T_d získaný aproximací PCH reálné soustavy.

Tab. 8 – Spojitý a diskretní přenos 1. řádu s T_d získaný aproximací PCH reálné soustavy

Přenos soustavy – spojité	Přenos soustavy - diskretní (získán převodem) – $T_s = 5$ s
$\frac{1,229}{68,39s + 1} \cdot e^{-12,5s}$	$\frac{0,04448z + 0,04219}{z - 0,9295} \cdot z^{-3}$

2.5.3 Aproximace přenosem 2. řádu s násobnou časovou konstantou

Obdobně se postupuje při aproximaci 2. řádem s násobnou časovou konstantou. V tomto případě je použita ve funkci `Odezva_model.m` struktura aproximačního modelu dle rovnice (62). Parametry modelu, které je třeba určit, jsou zesílení systému Z a časová konstanta T . Výsledná aproximace je zobrazena na obr. 15.



Obr. 15 – Aproximace PCH reálné soustavy přenosem 2. řádu s násobnou časovou konstantou

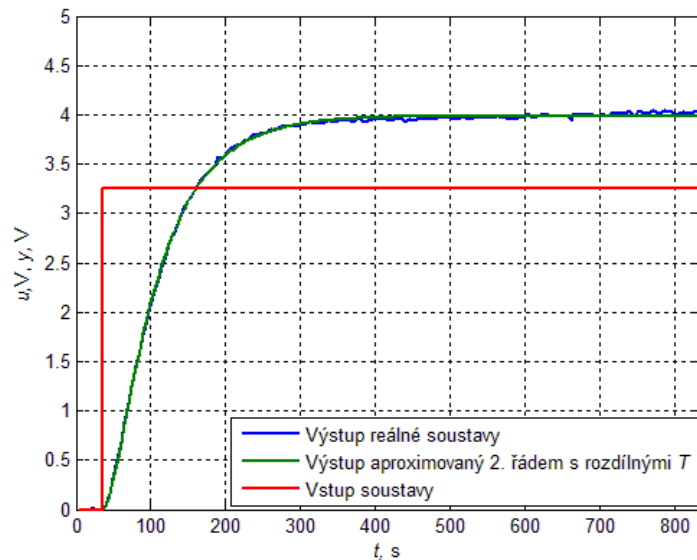
Kritérium shody modelu s reálným systémem $J(X)$ v tomto případě vyšlo 0,436. Jak je vidět z obr. 15 proložení modelu reálnými daty je velmi dobré. Výsledné zesílení $Z = 1,220$ a časová konstanta $T = 38,21$ s. V tab. 9 je uveden výsledný spojité a diskretní přenos 2. řádu s násobnou časovou konstantou získaný aproximací PCH reálné soustavy.

Tab. 9 – Spojitý a diskrétní přenos 2. řádu s násobnou časovou konstantou získaný aproximací PCH reálné soustavy

Přenos soustavy – spojitý	Přenos soustavy - diskrétní (získán převodem) – $T_s = 5$ s
$\frac{1,220}{(38,21s + 1)^2}$	$\frac{0,00958z + 0,00878}{z^2 - 1,755z + 0,7697}$

2.5.4 Aproximace přenosem 2. řádu s rozdílnými časovými konstantami

Model systému 2. řádu s rozdílným časovými konstantami je získán obdobným postupem jako v předešlých případech. V tomto případě je použita ve funkci `Odezva_model.m` struktura aproximačního modelu dle rovnice (63). Hledanými parametry přenosu jsou zesílení soustavy Z , 1. časová konstanta T_1 a 2. časová konstanta T_2 . Výsledná aproximace je zobrazena na obr. 16.



Obr. 16 – Aproximace PCH reálné soustavy přenosem 2. řádu s rozdílnými časovými konstantami

Kritérium shody modelu s reálným systémem $J(\mathbf{X})$ v tomto případě vyšlo 0,0705. Výsledné zesílení $Z = 1,227$, 1. časová konstanta $T_1 = 16,40$ s a 2. časová konstanta $T_2 = 62,40$ s. V tab. 10 je uveden výsledný spojitý a diskrétní přenos 2. řádu s rozdílnými časovými konstantami získaný aproximací PCH reálné soustavy.

Tab. 10 – Spojitý a diskrétní přenos 2. řádu s rozdílnými časovými konstantami získaný aproximací PCH reálné soustavy

Přenos soustavy – spojitý	Přenos soustavy - diskrétní (získán převodem) – $T_s = 5$ s
$\frac{1,227}{(16,40s + 1) \cdot (62,92s + 1)}$	$\frac{0,0131z + 0,01152}{z^2 - 1,661z + 0,681}$

Z provedených experimentů vyplývá, že nejlepšího proložení je dosaženo za použití modelu 2. řádu s různými časovými konstantami. Z rovnic (94) a (99) však vyplývá, že časové konstanty reálného systému jsou závislé na průřezu nádoby, průřezu clonky a výtokovém koeficientu. Hydraulicko-pneumatická soustava je konstrukčně navržena tak, že tyto parametry jsou pro obě dvě nádrže stejné a z toho plyne, že nejlépe měla dopadnout aproximace modelem 2. řádu s násobnou časovou konstantou. Jedná se však o reálně změřená data, která jsou zatížena poruchami, šumem měření a nelinearitou reálného systému. Důležitým závěrem je, že z přechodové charakteristiky reálné soustavy byly aproximací získány čtyři různé modely, které budou použity k predikci budoucích výstupů soustavy.

2.6 Návrh prediktivního regulátoru se vstupně-výstupním modelem

V této kapitole je ve vývojovém prostředí MATLAB navrhnout prediktivní regulátor se vstupně-výstupním modelem, který je odvozen v kapitole 1.2.6. Následně je popsána volba parametrů regulátoru. Dále jsou zde simulačně ověřeny regulační pochody prediktivního regulátoru s různými modely získanými v kapitole 2.3 a 2.5. Poté, co je zvolena optimální filtrace vstupních dat, jsou simulačně ověřené regulátory aplikovány na reálný systém. Nakonec je na základě zvolených kritérií vybrán regulátor s nejlepším modelem a pro ten je dohledáno vhodné nastavení.

2.6.1 Realizace regulace v MATLABu

Hlavní skript, který obstarává kompletní měření a simulaci se jmenuje `GPC_main.m`. V tomto programu si uživatel pomocí několika proměnných nastaví typ měření, které chce realizovat. Zvolené ovládací proměnné vycházejí z ryze praktických důvodů. Proměnnou `control` si lze vybrat mezi simulací a měřením na reálném systému. Simulace může být provedena na lineárním nebo nelineárním modelu. Nelineární systém je realizován pomocí funkce `ode45`, komunikaci s reálným systémem realizuje karta LabJack U12 pomocí

m-funkcí `EAnalogIn` a `EAnalogOut`, které jsou blíže popsány v kapitole 2.1.3. Parametrem `realtime` lze v simulaci zapnout vykreslování grafu v reálném čase. Model systému, který bude použit k predikci výstupů systému, se volí pomocí parametru `model_volba`. Dále je možnost parametrem `model` zvolit metodu identifikace a to buď pomocí funkce `xminsearch` nebo MNC. Zde se naskýtá možnost porovnání kvality aproximace obou jmenovaných metod. To však nebylo úkolem této práce. V této práci je k aproximaci využita pouze funkce `xminsearch`. Dále si volbou `model_nelinORreal` uživatel může zvolit, jestli chce model získat aproximací reálně změřených dat nebo z dat ze simulace s nelineárním systémem. Tato volba by našla uplatnění hlavně v případě, kdyby nebylo možné předem změřit data na reálném systému. Posledním parametrem `filterace` lze měnit filtrační polynom C a tím filtrovat vstupní signál. Nastavení jednotlivých parametrů je blíže uvedeno v nápovědě.

Parametry nelineární soustavy a s tím spojené výpočty pracovního bodu jsou uloženy v samostatném souboru `parametry.m`, který je volán na začátku hlavního programu. Po provedení aproximace reálných nebo simulačně získaných dat a získání modelu systému je přikročeno k samotnému návrhu regulátoru.

Jak již bylo řečeno, výpočetní algoritmus predikovaných výstupů vstupně-výstupního modelu, je numericky obtížnější, než je tomu u stavového modelu. Řešení však lze upravit tak, že lze k výpočtu využít algoritmus pro stavový GPC. Postup převodu polynomů přenosu a poruchy $A(q^{-1})$, $B(q^{-1})$ a $C(q^{-1})$ na rozšířené stavové matice \bar{A} , \bar{B} a \bar{C} uvedený v kapitole 1.2.6 odstavec b) je realizován, jako m-funkce `ekv_mod`. Nyní, když jsou vyjádřeny rozšířené stavové matice, lze dle rovnice (35) vypočítat matici koeficientů přechodové charakteristiky G a dle rovnice (36) matici koeficientů volné odezvy F , jejichž znalost je nutná k výpočtu optimálního řízení. Výpočet těchto matic je v MATLABu realizován, jako m-funkce `prediktor`, kde vstupem jsou rozšířené stavové matice \bar{A} , \bar{B} a \bar{C} , horizont predikce N a horizont predikce akčních zásahů N_u . Výstupem jsou matice G a F .

Pro účel řízení byl navrhnutý MPC regulátor realizován jako m-funkce `regulator_vv`. Tato funkce má čtyři vstupy a jeden výstup. Prvním vstupem je matice K , druhým matice pro výpočet volné odezvy F , třetím je vektor žádaných veličin na horizontu predikce w a posledním je vektor stavu x , který je složen z aktuálních a minulých výstupů, z přírůstků minulých vstupů a chyb predikcí (44). Výstupem je přírůstek akční veličiny počítaný dle rovnice (24), který je použit pro výpočet aktuálního akčního zásahu

dle rovnice (25). Jelikož regulátor pracuje v odchylovém tvaru, je nutnost před samotnou regulací odečíst hodnoty pracovních bodů a po regulaci opět tyto konstanty přičíst.

Pro využití modelu 1. řádu s dopravním zpožděním je nutné zajistit, aby regulátor zohlednil dopravní zpoždění systému. V tomto případě je toho docíleno modifikací parametrů čitatele diskrétního přenosu – přidáním nul podle identifikovaného dopravního zpoždění – celočíselného násobku intervalu vzorkování. V tomto případě je u diskrétního přenosu $T_d = 2T_S$. To znamená přidání 2 nul do čitatele diskrétního přenosu.

2.6.2 Nastavení parametrů regulátoru

Optimální nastavení parametrů regulátoru je velice důležité pro kvalitu výsledného regulačního pochodu. Parametry, které je třeba před aplikací regulátoru nastavit, jsou délka horizontu predikce N , délka horizontu pro výpočet akčních zásahů N_u , perioda vzorkování T_S , penalizace akčního zásahu λ , penalizace regulační odchylky P , a pracovní bod ze kterého bude regulátor pracovat. Při aplikaci prediktivního řízení na reálný systém je ještě důležité zvolit filtraci vstupních dat, ale tomu je věnována kapitola 2.6.4.

Jak již bylo řečeno dříve, délka horizontu predikce N by měla být dostatečně dlouhá na to, aby vystihovala dynamiku přechodové charakteristiky. Z hlediska požadavku nenáročnosti na výpočetní výkon byl horizont predikce zvolen 20 vzorků a perioda vzorkování 5 s. To znamená délku horizontu predikce 100 s. U rychlých systémů by takto zvolená perioda vzorkování byla nedostačující, ale u modelu hydraulicko-pneumatického systému, kde je dynamika systému pomalá je postačující. Délka horizontu akčních zásahů N_u je zvolena taktéž 100 s. Při volbě penalizace akčního zásahu λ je kladen důraz na to, aby nedošlo k přetečení horní nádrže, nehledě na model, který je použitý v regulátoru. Z tohoto důvodu je zvolena $\lambda = 5$. Penalizace regulační odchylky je zvolena $P = 1$. Pracovní bod je dán napětím 2 V na výstupu čidla tlaku. Tato hodnota odpovídá napětí 2,35 V na vstupu čerpadla. Hodnoty parametrů jsou pro přehlednost uvedeny v tab. 11.

Tab. 11 – Zvolené parametry MPC regulátoru

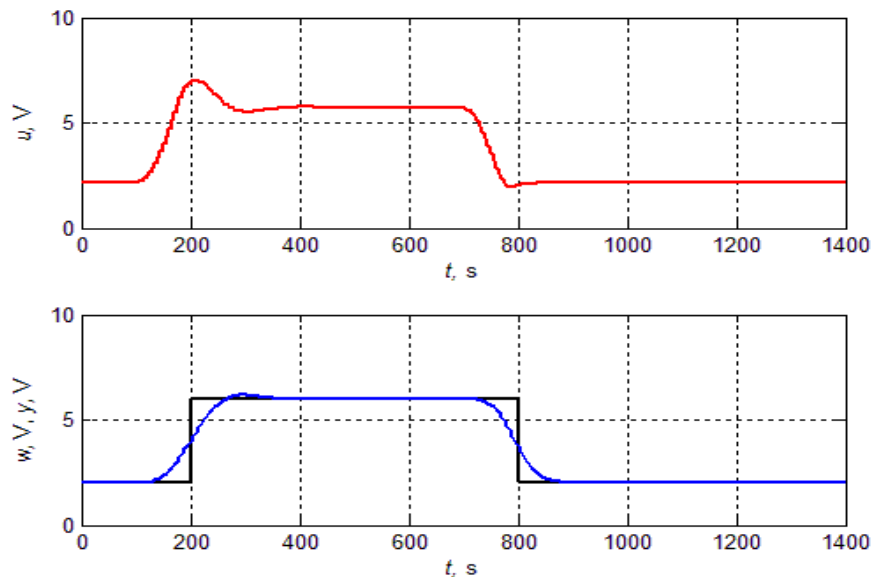
Horizont predikce N, s	Horizont akčních zásahů N_u, s	Penalizace akčního zásahu λ	Penalizace regulační odchylky P	Perioda vzorkování T_S, s	Pracovní bod y_p, V, u_{ust}, V
100	100	5	1	5	2 2,35

2.6.3 Aplikace prediktivního regulátoru – simulace pro různé modely soustavy

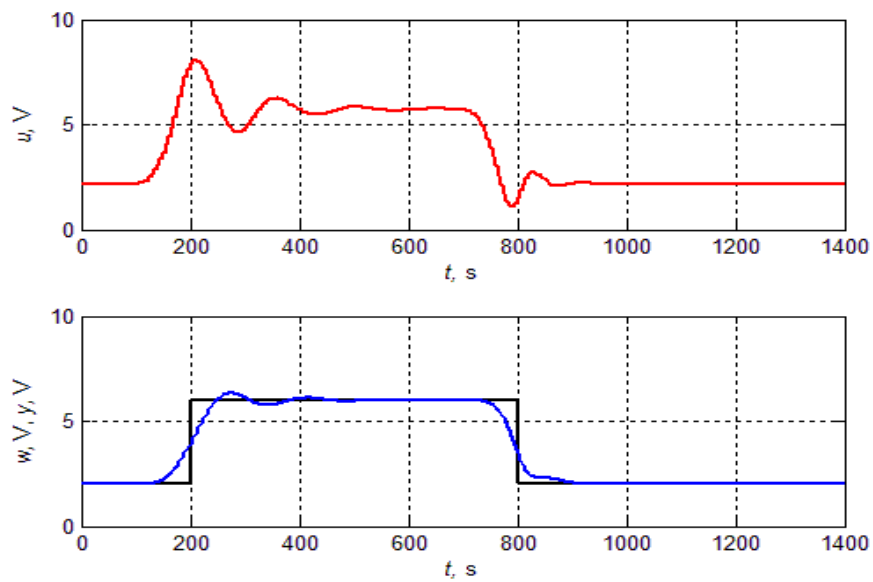
Před samotnou aplikací regulátoru na řízení reálné soustavy je nutné ověřit funkčnost sepsaných skriptů a vhodnost volby parametrů regulátoru. K tomu slouží simulace, pomocí které lze odhalit potenciální chyby, které by mohly u reálného systému vést k problémům.

Délka všech simulačních experimentů je stanovena na 1400 s. Všechny realizované pochody vychází z ustálené hladiny odpovídající pracovnímu bodu uvedenému v tab. 11. Úkolem regulátoru je sledovat předem zadanou žádanou hodnotu hladiny spodní nádrže, která je volena pro všechny experimenty stejná. Žádaná hodnota se skládá ze dvou skokových změn a to v čase 200 s z hodnoty pracovního bodu 2 V na 6 V a v čase 800 s z 6 V zpět na 2 V. Žádaná hodnota je volena opatrně s ohledem na možné přetečení horní nádrže. Nastavení regulátoru je provedeno dle tab. 11. Nelineární model soustavy sloužící k simulaci reálné soustavy je realizován funkcí `ode45`.

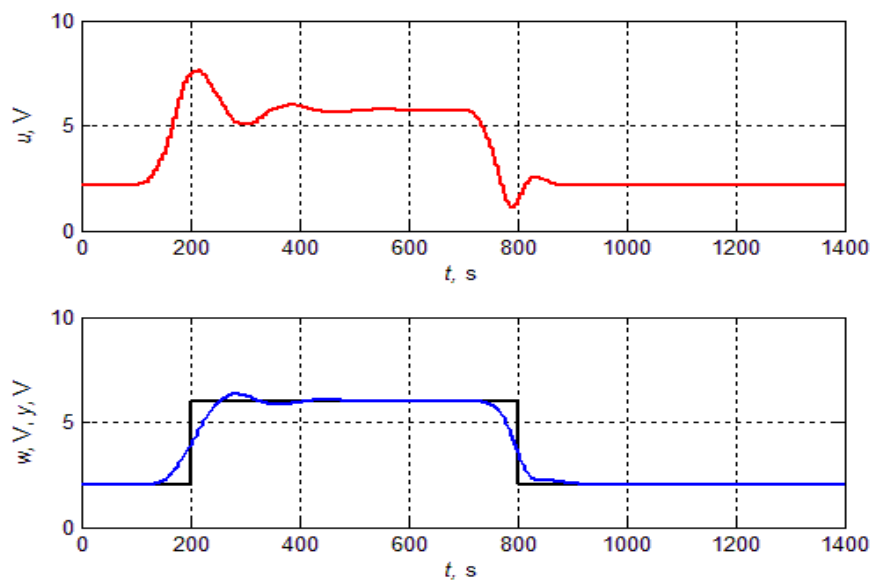
Na obrázcích níže jsou zobrazeny výsledné regulační pochody pro řízení regulátorem s modelem získaným linearizací nelineárního modelu odvozeného v kapitole 2.3 a dále pro regulátory s modely získanými aproximací reálně změřených dat uvedenými v kapitole 2.5. Žádaná hodnota je znázorněna černou barvou, výstup soustavy je znázorněn modře a akční zásah červeně. Barevné značení je identické pro všechny regulační pochody. Kritéria kvality jednotlivých regulačních pochodů jsou vyčísleny v tab. 12.



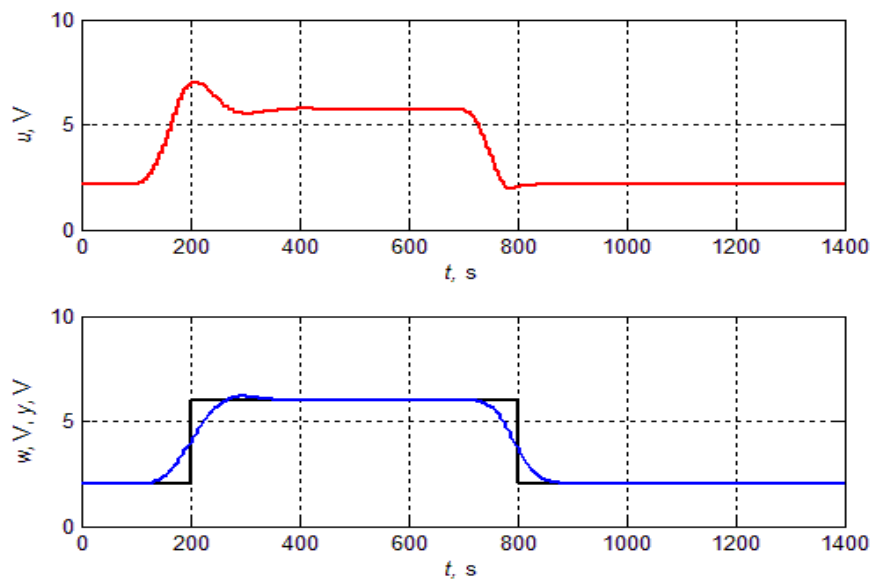
Obr. 17 – Regulační pochod s modelem získaným linearizací nelineárního modelu – simulace



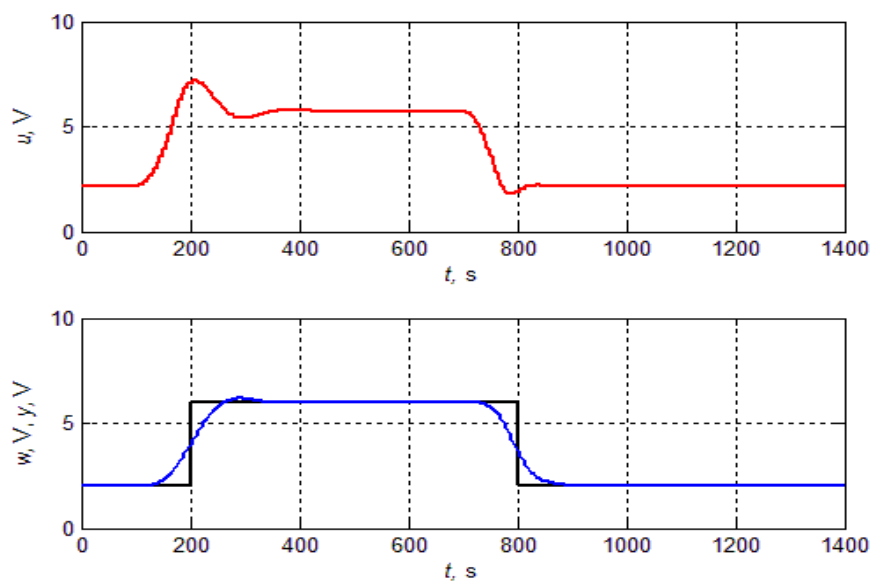
Obr. 18 – Regulační pochod s modelem 1. řádu – simulace



Obr. 19 – Regulační pochod s modelem 1. řádu s T_d – simulace



Obr. 20 – Regulační pochod s modelem 2. řádu s násobnou časovou konstantou – simulace



Obr. 21 – Regulační pochod s modelem 2. řádu s rozdílnými časovými konstantami – simulace

Tab. 12 – Porovnání kvality jednotlivých regulačních pochodů - simulace

Použitý model	J_e	J_{e^2}	$J_{\Delta u}$	$J_{\Delta u^2}$
2. řád – lineariz.	229	261	11	3
1. řád	220	218	20	6
1. řád s T_d	218	221	16	4
2. řád $T_1 = T_2$	232	266	10	2
2. řád $T_1 \neq T_2$	221	249	12	3

Z tab. 12 vyplývá, že regulační pochody regulátorů s modely 2. řádu, poskytují prakticky totožné výsledky regulace. Kritéria zohledňující regulační odchylku ukazují nejlepší výsledky pro modely 1. řádu a 1. řádu s T_d . To je způsobeno rychlostí náběhu, která je větší než u modelů 2. řádu. Pochody však vykazují větší překmit a delší dobu ustálení. Z hlediska akčních zásahů tyto modely dopadly nejhůře. To vše je způsobeno modelem použitým k predikci výstupů. Prediktor na základě modelu vypočítá budoucí predikce výstupu soustavy, které se neshodují s výstupem nelineárního modelu systému. Následně řešením optimalizační úlohy s účelovou funkcí obsahující ne zcela přesné predikce výstupu dojde k výpočtu optimálního akčního zásahu, který je následně aplikován do procesu. Reakce systému však není taková, jakou regulátor očekává. Dalším poznatkem je, že regulační pochod s modelem 1. řádu s T_d dopadl lépe než s model 1. řádu, to dokazuje, že regulátor bere v úvahu dopravní zpoždění systému a přizpůsobuje tomu akční zásah.

Nutné je však dodat, že posouzení kvality závisí na konkrétních požadavcích dané aplikace. Například u mnoha aplikací je nežádoucí překmit, jinde je rozhodující rychlost náběhu a překmit nevádí a podobně.

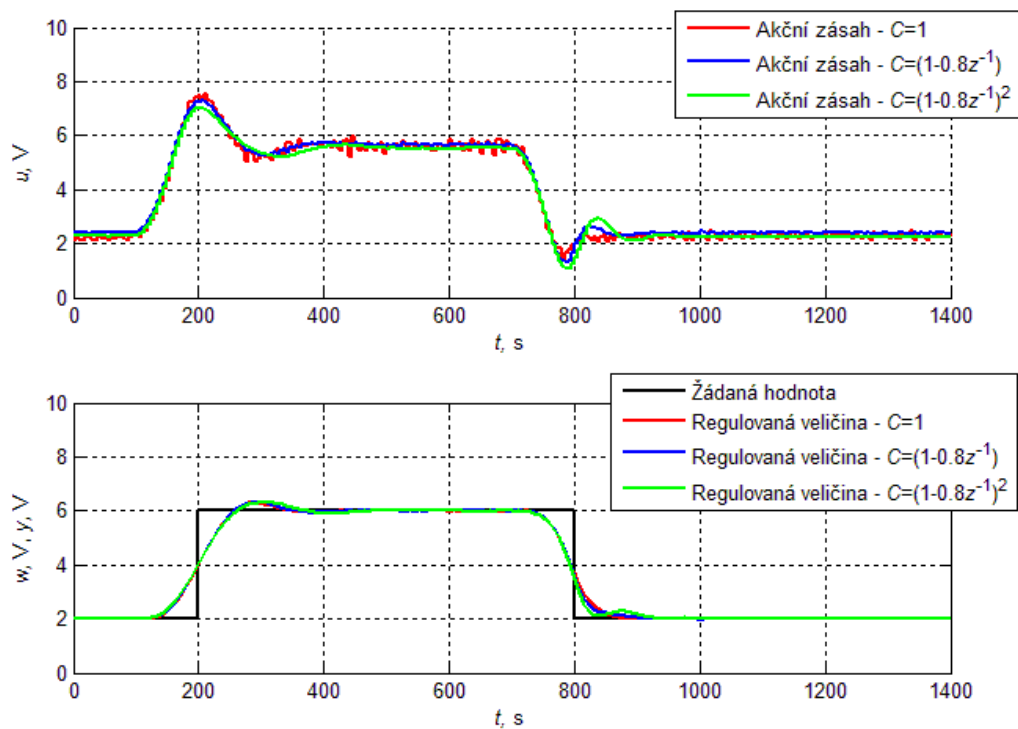
Důležitým závěrem z této kapitoly je, že provedené simulace ověřili funkčnost vytvořených skriptů a vhodnost navržených parametrů regulátoru. Dalším poznatkem je, že při simulaci lze kvalitních výsledků regulace dosáhnout i při predikci budoucího chování systému jednodušším modelem.

2.6.4 Volba filtrace dat

U reálné regulace působí na vypočtené akční zásahy nepříznivě šum na měření. Výpočet akčního zásahu u prediktivního regulátoru je závislý na stavovém vektoru x , který mimo jiné obsahuje aktuální výstup systému, na který působí šum a z toho důvodu může být

hodnota vzorku nepravdivá. To může vést k prudkým změnám akčního zásahu (zejména pro systémy vyššího řádu) a tomu je třeba předejít.

U regulátoru GPC je možnost filtrovat data pomocí polynomu C . V následujícím experimentu jsou provedeny regulační pochody na reálném systému pro tři různé polynomy C . Pro $C=1$, $C=(1-0,8z^{-1})$ a $C=(1-0,8z^{-1})^2$. Regulační pochod je proveden s regulátorem s modelem získaným linearizací nelineárního modelu (109). Délka experimentu, žádaná hodnota a nastavení regulátoru je stejné jako v kapitole 2.6.3. V tab. 13 jsou vyčísleny kritéria kvality regulačních pochodů z obr. 22.



Obr. 22 – Porovnání regulačních pochodů pro různý polynom C

Tab. 13 – Porovnání kvality jednotlivých regulačních pochodů pro různou filtraci

Použitá filtrace	J_e	J_{e^2}	$J_{\Delta u}$	$J_{\Delta u^2}$
$C=1$	226	245	46	16
$C=(1-0,8z^{-1})$	228	240	19	4
$C=(1-0,8z^{-1})^2$	258	246	16	3

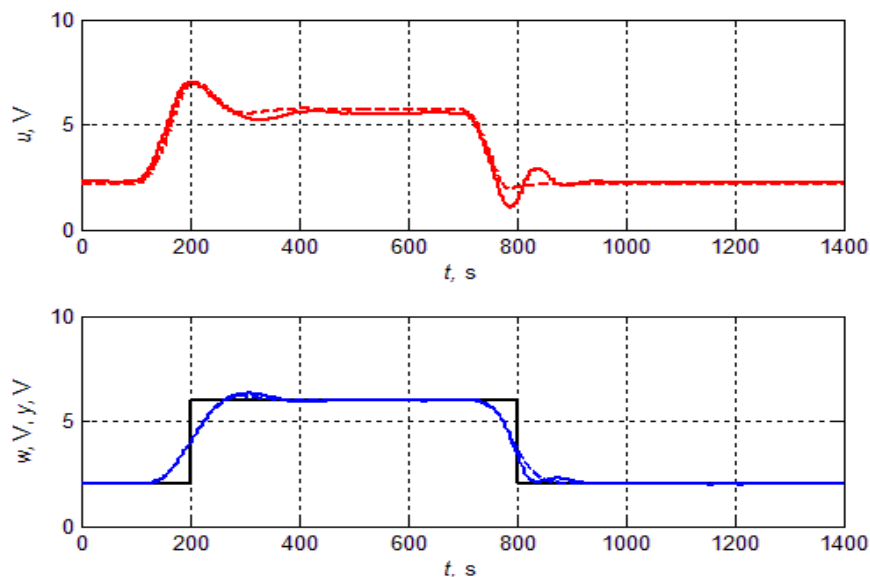
Z obr. 22 a tab. 13 je patrné, že na výstup systému nemá filtrace zásadní vliv. Z hlediska akčních zásahů to už neplatí. Pro polynom $C=1$ (bez filtrace) je vliv šumu na akční zásah výrazný. Regulátor zde na šum reaguje prudkými změnami akční veličiny a to v ustáleném stavu až v řádech desetin voltů, což je pro životnost akčního členu nepřijatelné. Filtrace polynomy $C=(1-0,8z^{-1})$ a $C=(1-0,8z^{-1})^2$ poskytují podobné výsledky. Pro filtraci $C=(1-0,8z^{-1})$ vychází klidnější a rychlejší regulační pochod. Pro filtraci $C=(1-0,8z^{-1})^2$ zase klidnější a menší změny akční veličiny. V tomto případě je zvolen rozhodujícím faktorem klidnější průběh akční veličiny, který je s použitím polynomu $C=(1-0,8z^{-1})^2$. Tento polynom je použit při všech následujících experimentech na reálném systému.

2.6.5 Aplikace prediktivního regulátoru – reálné experimenty pro různé modely soustavy

Po simulačním ověření navržených regulátorů a vhodně zvolené filtraci dat se může přikročit k aplikaci navržených experimentů na reálný systém. V této kapitole budou provedeny na reálném systému regulační pochody simulované v kapitole 2.6.3.

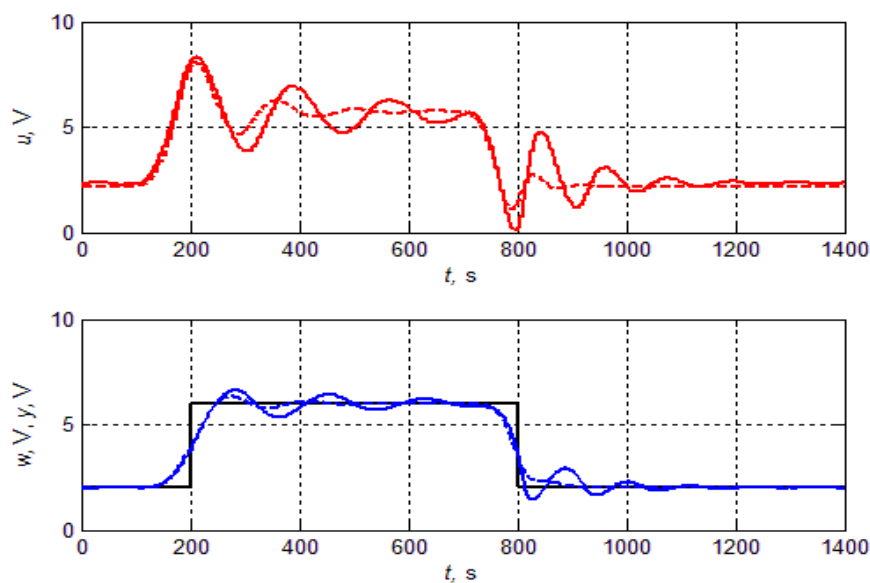
Délka experimentu, volba žádané hodnoty a nastavení regulátoru je stejné jako při simulaci v kapitole 2.6.3. Změna je pouze v použitém filtračním polynomu C , který je zvolen $(1-0,8z^{-1})^2$. Ke komunikaci s reálným systémem slouží již několikrát zmíněná karta LabJack U12. Komunikaci s touto kartou obstarávají m-funkce `EAnalogIn` a `EAnalogOut`.

Na obrázcích níže jsou zobrazeny výsledné regulační pochody reálného systému. Pro porovnání simulace s realitou jsou do grafů přidány regulační pochody získané simulací s nelineárním modelem soustavy. Barevné značení je následovné. Žádaná hodnota je znázorněna černou barvou, výstup soustavy je znázorněn modře a akční zásah soustavy je červeně. Reálné průběhy jsou znázorněny plnou čarou a průběhy získané ze simulace s nelineárním modelem jsou znázorněny čárkovaně. Značení je identické pro všechny regulační pochody. Kritéria kvality jednotlivých regulačních pochodů jsou vyčísleny v tab. 14.



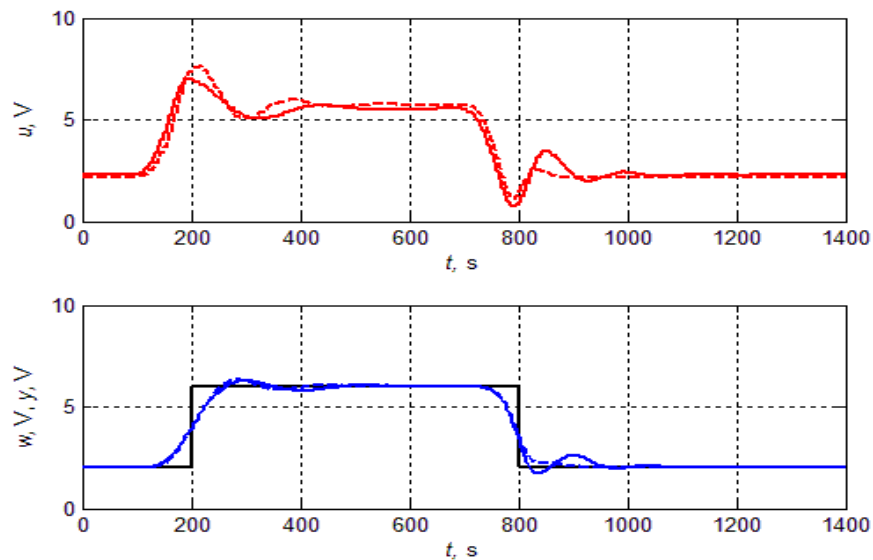
Obr. 23 – Regulační pochod s modelem získaným linearizací nelineárního modelu

Z obr. 23 je patrné, že regulační pochod dopadl velice uspokojivě. Překmit dosahuje hodnoty 0,3 V, což odpovídá 7,5 % velikosti změny žádané hodnoty w . Doba regulace, kdy po skokové změně dochází k ustálení regulované veličiny pod 10% odchylku od žádané veličiny w , je při první skokové změně 40 s a při druhé 100 s.



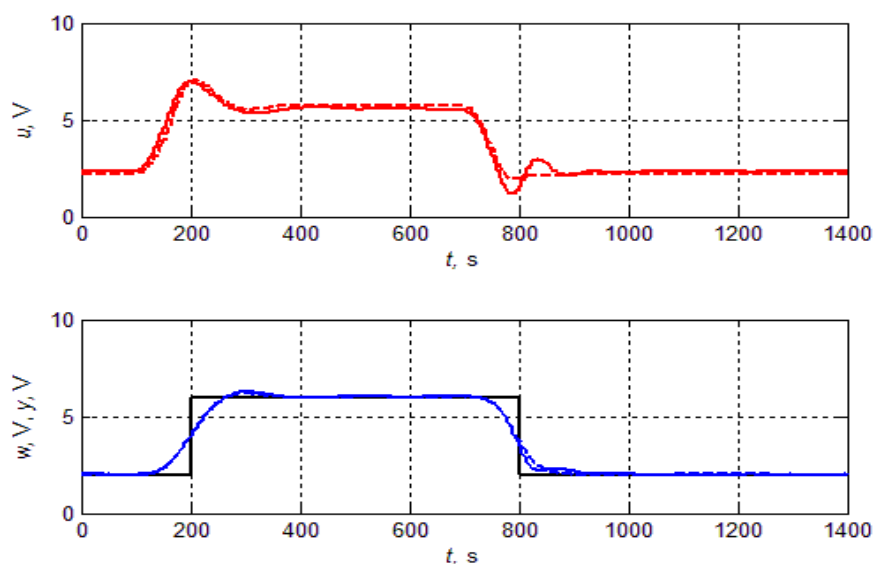
Obr. 24 – Regulační pochod s modelem 1. řádu

Regulační pochod regulátoru s modelem 1. řádu zobrazený na obr. 24 tak dobré výsledky nepřináší. Po skokové změně žádané hodnoty w z 2 V na 6 V, doba regulace trvá 260 s, ale ani po 400 s nedojde k úplné eliminaci regulační odchylky. Při skoku žádané hodnoty w z 6 V zpět na 2 V trvá doba regulace 220 s, systém se však zcela ustálí až za 350 s. Překmit po první skokové změně dosahuje hodnoty 0,7 V, což je 17,5 % velikosti změny žádané hodnoty w . Překmit po druhé skokové změně dosahuje hodnoty 0,6 V, což odpovídá 15 % velikosti změny žádané hodnoty w .



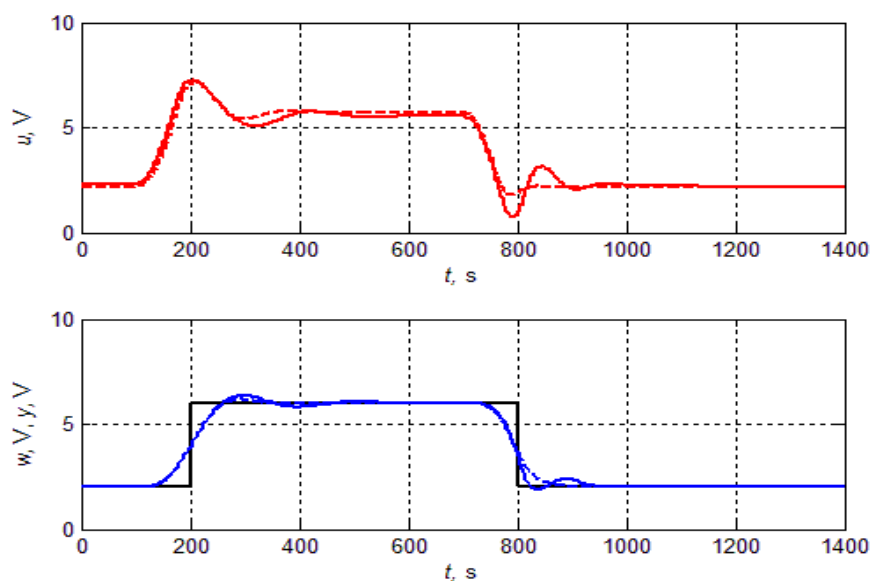
Obr. 25 – Regulační pochod s modelem 1. řádu s T_d

Regulační pochod regulátoru s modelem 1. řádu s T_d dopadl mnohem lépe než pochod s regulátorem s modelem 1. řádu. Regulátor totiž uvažuje dopravní zpoždění, které aproximuje dobu průtahu reálného systému a to vede k lepší predikci chování reálného systému a výpočtu akčních zásahů. Jak je vidět na obr. 25 překmit po skokové změně žádané hodnoty w z 2 V na 6 V dosahuje hodnoty 0,3 V, což je 7,5 % velikosti změny žádané hodnoty w . Doba regulace trvá 40 s. Regulační veličina se zcela ustálí po 320 s. Překmit po skokové změně žádané hodnoty w z 6 V na 2 V dosahuje hodnoty 0,3 V, což odpovídá 7,5 % velikosti změny žádané hodnoty w . Doba regulace u této skokové změny trvá 145 s. K úplné eliminaci regulační odchylky dochází 290 s po skokové změně.



Obr. 26 – Regulační pochod s modelem 2. řádu s násobnou časovou konstantou

Z obr. 26 je patrné, že výsledný regulační pochod dopadl velice dobře. Překmit po skokové změně žádané hodnoty w z 2 V na 6 V dosahuje hodnoty 0,3 V, což je 7,5 % velikosti změny žádané hodnoty w . Doba regulace trvá 40 s. Regulační veličina se zcela ustálí po 170 s. Po skokové změně žádané hodnoty w z 6 V na 2 V má regulovaná veličina aperiodický průběh. Doba regulace u této skokové změny trvá 95 s. K úplné eliminaci regulační odchylky dochází 135 s po skokové změně.



Obr. 27 – Regulační pochod s modelem 2. řádu s rozdílnými časovými konstantami

Z obr. 27 je patrné, že výsledný regulační pochod oproti modelu s násobnou časovou konstantou nepatrně kmitá. Překmit po skokové změně žádané hodnoty w z 2 V na 6 V dosahuje hodnoty 0,35 V, což je 8,75 % velikosti změny žádané hodnoty w . Doba regulace trvá 40 s. Regulační veličina se zcela ustálí po 250 s. Překmit po skokové změně žádané hodnoty w z 6 V na 2 V dosahuje hodnoty 0,1 V, což odpovídá 2,5 % velikosti změny žádané hodnoty w . Doba regulace u této skokové změny trvá 115 s. K úplné eliminaci regulační odchylky dochází 150 s po skokové změně.

Tab. 14 – Porovnání kvality jednotlivých regulačních pochodů – reálný systém

Použitý model	J_e	J_{e^2}	$J_{\Delta u}$	$J_{\Delta u^2}$
2. řád – lineariz.	258	246	16	3
1. řád	372	280	38	12
1. řád s T_d	265	243	17	4
2. řád $T_1 = T_2$	240	246	15	3
2. řád $T_1 \neq T_2$	244	241	16	4

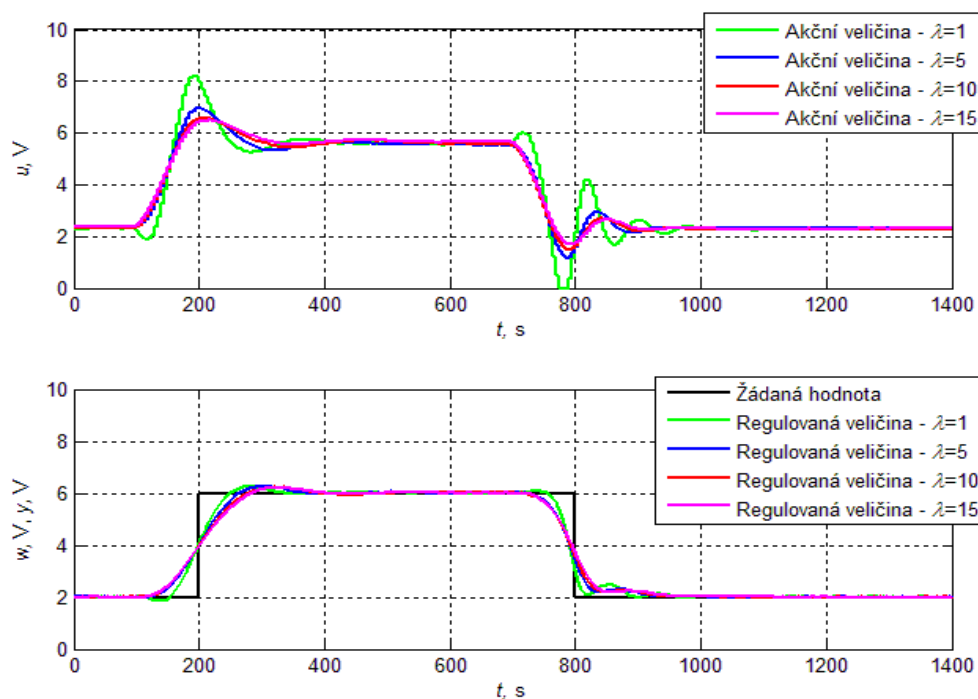
Z provedené analýzy regulačních pochodů a s ohledem na výsledky kritérií kvality z tab. 14 lze konstatovat, že nejkvalitnější výsledky regulace jsou dosaženy pro regulátor s modelem 2. řádu s násobnou časovou konstantou (tab. 9). Důležitým poznatkem je, že kvalitního regulačního pochodu lze u takto jednoduché úlohy dosáhnout i s regulátorem využívajícím model 1. řádu s dopravním zpožděním. Regulátor s modelem 1. řádu dosahuje přijatelné kvality řízení pouze při simulaci. Při řízení reálného systému jsou výsledky vlivem nepřesnosti modelu, který nevystihuje dynamiku reálného systému, nedostačující.

2.6.6 Volba penalizace

V předchozí kapitole byl vybrán regulátor s nejkvalitnějším regulačním pochodem. Jedná se regulátor s modelem 2. řádu s násobnou časovou konstantou (tab. 9). V této kapitole bude úkolem zvolit vhodnou penalizaci λ .

Délka experimentu, volba žádané hodnoty a nastavení regulátoru je stejné jako pro experimenty provedené v kapitole 2.6.5. Jednotlivé experimenty se liší pouze v hodnotě penalizace akční veličiny λ . Experimenty jsou provedeny pro regulátor s $\lambda = 1$, $\lambda = 5$, $\lambda = 10$

a $\lambda = 15$. Výsledné regulační pochody jsou na obr. 28. Kritéria kvality jednotlivých pochodů jsou vyčísleny v tab. 15.



Obr. 28 – Regulační pochod s modelem 2. řádu s násobnou časovou konstantou – různé hodnoty λ

Tab. 15 – Porovnání kvality jednotlivých regulačních pochodů pro různé hodnoty λ

λ	J_e	J_{e^2}	$J_{\Delta u}$	$J_{\Delta u^2}$
1	187	187	27	12
5	240	246	15	3
10	265	273	12	2
15	273	288	11	2

Z obr. 28 a tab. 15 je patrné, že z hlediska regulační odchylky je nejkvalitnější regulace s $\lambda = 1$. Vyplývá to z toho, že nižší hodnota penalizace umožní regulátoru provést větší akční zásah to však samozřejmě za cenu zvýšených akčních zásahů. Celková dynamika regulačního pochodu je oproti regulacím s vyšší hodnotou λ rychlejší. Doba regulace trvá 30 s, to je o 10 s méně než při regulaci s $\lambda = 5$. Regulátor také maximálně využívá rozsah akční veličiny, při kterém ještě nedojde k přetečení horní nádrže. Jak je patrné z obr. 28 v čase

775 s až 790 s regulátor s $\lambda = 1$ vypočítal záporný akční zásah. Zde se naskytuje možnost ke zlepšení regulace použitím omezení akční veličiny. Regulátor by počítal s tím, že je omezen velikostí akčního zásahu a optimálně by tomu přizpůsobil výpočet. Zesílení regulátoru by ovšem nebylo konstantní, ale závislé na stavu systému, žádané hodnotě a omezeních a výpočet optimálních akčních zásahů by musel být proveden numericky. Zvyšování penalizace má za následek zpomalování regulačního pochodu.

ZÁVĚR

Cílem této práce bylo navrhnout a aplikovat prediktivní regulátor pro řízení laboratorního modelu hydraulicko-pneumatické soustavy pro různé aproximace dynamického chování řízeného systému.

Teoretická část práce byla rozdělena do čtyř kapitol. V první kapitole byla popsána historie a současný vývoj prediktivního řízení. Druhá kapitola byla věnována principu, rozdělení a detailnímu odvození rovnic prediktivního řízení. Také zde byla popsána kritéria kvality, podle kterých byly vyhodnocovány regulační pochody. Ve třetí kapitole byla rozebrána identifikace dynamických systémů. Bylo zde uvedeno základní dělení identifikačních metod. Dále popsány základní struktury matematického modelu, možnosti aproximace přechodových charakteristik a kritérium shody modelu s reálnou soustavou, které bylo využito v implementační části práce. Nakonec byla stručně popsána numerická optimalizace metodou pružných polyedrů. Ve čtvrté kapitole byla vysvětlena metoda linearizace tečnou rovinou, kterou byl získán z nelineárního modelu systému model lineární.

Implementační část byla rozdělena do šesti kapitol. V první kapitole byl popsán laboratorní model hydraulicko-pneumatické soustavy, jeho konstrukční uspořádání, vlastnosti, výchozí nastavení během experimentů a propojení s počítačem.

Druhá kapitola byla věnována odvození nelineárního matematického modelu laboratorní soustavy. Nelineární model byl získán pomocí matematicko-fyzikální analýzy, která vychází ze základních fyzikálních zákonů. Byl získán zvláště model čerpadla, čidla tlaku a nádrže. Dále zde byly uvedeny neznámé parametry soustavy, experimentálně identifikované Královou (2008).

Pro potřeby řízení byla nutnost nelineární model linearizovat. Linearizaci byla věnována kapitola tři. Byl zde obecně popsán a následně vyčíslen lineární spojité model soustavy, který byl pro potřeby řízení diskretizován. Bod, ve kterém byla provedena linearizace, je uveden v tab. 6.

Po získání nelineárního a lineárního modelu bylo třeba tyto modely porovnat. To bylo provedeno v kapitole čtyři. Nejprve byl porovnán nelineární model s lineárním. Nelineární model byl realizovaný v MATLABu pomocí funkce `ode45`, která řeší diferenciální rovnice a lineární pomocí funkce `tf`. K vybuzení systému byla použita změna napětí na čerpadle. Z experimentu byla zjištěna mírná odlišnost mezi modely způsobená nelinearitou systému. Následně byl porovnán nelineární model s reálným systémem, mezi kterými vznikla mírná odchylka při vyšších hodnotách vstupu. To znamenalo ne zcela

přesně identifikovaný model systému. Při praktické realizaci se však ukázalo, že regulátor s modelem získaným linearizací nelineárního modelu dosahoval kvalitních regulačních pochodů a to znamenalo, že identifikovaný nelineární model byl pro potřeby řízení dostačující.

Před samotným návrhem prediktivního regulátoru bylo nutné získat modely systému, které budou sloužit k predikci budoucích výstupů systému. Získáním modelu aproximací reálných dat se věnovala kapitola pět. Nejprve byla změřena odezva systému na zvolený akční signál. Následně byla ve funkci `Odezva_model.m` zvolena požadovaná struktura modelu a řešením optimalizační úlohy, kdy se minimalizují kvadráty odchylek změřených dat od modelu, iterační metodou `fminsearch` byly dohledány optimální parametry spojitého modelu. Výsledný spojitý model byl následně diskretizován. Tímto postupem byly získány diskrétní modely 1. řádu, 1. řádu s dopravním zpožděním, 2. řádu s násobnou časovou konstantou a 2. řádu s rozdílnými časovými konstantami, které byly použity k predikci výstupů systému.

V poslední kapitole bylo ve vývojovém prostředí MATLAB navrženo a aplikováno prediktivní řízení. Nejdříve na simulované soustavě a následně na reálném zařízení. Navržený regulátor vycházel ze vstupně-výstupního modelu. Pro zjednodušení výpočetního algoritmu však byl algoritmus upraven, tak aby šlo využít stavového výpočtu. Převod mezi vstupně-výstupním a stavovým modelem zrealizovala dle rovnic (47 – 49) m-funkce `ekv_mod`. Po zisku rozšířených stavových matic byla dle rovnice (35) vypočítána matice koeficientů přechodové charakteristiky G a dle rovnice (36) matice koeficientů volné odezvy F , jejichž znalost byla nutná k výpočtu zesílení regulátoru. Výpočet těchto matic byl v MATLABu realizován, jako m-funkce `prediktor`. Výpočet aktuálního přírůstku akčního zásahu dle rovnice (24) realizuje m-funkce `regulator_vv`. Výsledný akční zásah byl daný rovnicí (25). Před samotnou regulací bylo nutné nastavit parametry regulátoru. Nastavení regulátoru bylo provedeno dle tab. 11.

Následně bylo přikročeno k simulačnímu ověření funkčnosti sepsaných skriptů a navržených regulačních pochodů. Při simulaci bylo chování reálného systému nahrazeno nelineárním modelem. Bylo provedeno pět regulačních pochodů. Regulační pochod regulátoru s modelem získaným linearizací nelineárního modelu a následně pochody s modely získanými aproximací reálných dat – 1. řádem, 1. řádem s dopravním zpožděním, 2. řádem s násobnou časovou konstantou a 2. řádem s rozdílnými časovými konstantami. Simulačními experimenty byla ověřena funkčnost všech navržených skriptů. Také bylo zjištěno,

že u simulace lze kvalitních výsledků regulace dosáhnout i při predikci budoucího chování systému jednodušším modelem.

Aby bylo dosaženo, co nejkvalitnější výsledků řízení reálné soustavy bylo nutné zvolit filtraci dat. V algoritmu GPC je filtrace dat součástí predikčních rovnic. Na reálném systému byly provedeny tři regulační pochody, které byly následně porovnány. Pro filtraci polynomem $C=1$, $C=(1-0,8z^{-1})$ a $C=(1-0,8z^{-1})^2$. S ohledem na nejkvalitnější průběh akční veličiny byla zvolena filtrace polynomem $C=(1-0,8z^{-1})^2$.

Na reálném systému byly provedeny stejné regulační pochody jako při simulaci. Rozdíl je pouze v použitém polynomu C . Z provedené analýzy výsledných regulačních pochodů a s ohledem na výsledky kritérií kvality z tab. 14 bylo konstatováno, že nejkvalitnější regulace bylo dosaženo pro regulátor s modelem 2. řádu s násobnou časovou konstantou. Důležitým poznatkem je, že kvalitního regulačního pochodu lze u takto jednoduché úlohy dosáhnout i s regulátorem využívajícím model 1. řádu s dopravním zpožděním. Regulátor s modelem 1. řádu dosahoval přijatelné kvality řízení pouze při simulaci. Při řízení reálného systému byly výsledky vlivem modelu, který nepřesně vystihuje dynamiku reálného systému, nedostačující.

Nakonec bylo snahou pro regulační pochod s modelem 2. řádu s násobnou časovou konstantou volbou penalizace λ ještě zkvalitnit výsledné řízení. Byly provedeny regulační pochody s nastavením penalizace $\lambda=1$, $\lambda=5$, $\lambda=10$ a $\lambda=15$. Z provedené analýzy výsledných regulačních pochodů a s ohledem na výsledky kritérií kvality z tab. 15 byla penalizace zvolena $\lambda=1$.

Potvrdilo se, že čím kvalitnější je model, tím lepší je i výsledná regulace. Nelineární model byl vhodný pro odladění algoritmů, ale pro vlastní řízení je i model získaný experimentální identifikací dostatečně kvalitní. Z pohledu praktické použitelnosti by bylo vhodné uvažovat omezení vstupu a stavu soustavy, tak aby nedošlo k přetečení horních hladin (měřená je pouze hladina v dolní nádrži). To by znamenalo použít stavový model řízeného systému (linearizovat fyzikální model) a výpočet akčních zásahů provádět numericky metodou kvadratického programování. Bylo by možné méně penalizovat akční zásahy a rozdíly mezi modely by byly pravděpodobně výraznější.

LITERATURA

- BALÁTĚ, J. 2004. *Automatické řízení. 2.*, přeprac. vyd. Praha: BEN - technická literatura. 663 s. ISBN 80-7300-148-9.
- CAMACHO, E. F.; BORDONS, C. 2007. *Model Predictive Control. Second Edition.* London: Springer-Verlag London Limited. 427 p. ISBN 1852336943.
- HOLKAR, K. S.; WAGHMARE, L. M. 2010. An Overview of Model Predictive Control. *International Journal of Control and Automation.* Vol. 3 (2010), No. 4, pp. 47-64. [online]. Daejeon (Republic of Korea): Science & Engineering Research Support soCiety. [cit. 20. 3. 2014]. ISSN 2005-4297. Dostupné na http://www.sersc.org/journals/IJCA/vol3_no4/5.pdf
- HONC, D.; DUŠEK, F. 2013. State-Space constrained model predictive control. *In Proceedings 27th European Conference on Modelling and Simulation.* Pontypridd: European Council for Modelling and Simulation, . p. 441. ISBN 978-0-9564944-6-7.
- KRÁLOVÁ J. 2008. *Predikční schopnosti modelů hydraulicko-pneumatické soustavy.* Diplomová práce. Pardubice: Univerzita Pardubice, Fakulta chemicko-technologická, Katedra řízení procesů a výpočetní techniky. 65 s.
- KUPKA, L. 2008. *Matlab & Simulink - studijní materiály pro předmět Základy kybernetiky.* Liberec: Technická univerzita v Liberci, 224 str.
- LabJack: Measurement & Automation Simplified*, 2014 [online]. U12 User's Guide. [cit. 2014-11-04]. Dostupné z: <http://labjack.com/support/u12/users-guide>
- MACHÁČEK, J.; HONC, D.; DUŠEK, F. 2005. Výukový laboratorní model hydraulicko-pneumatické soustavy. *AUTOMA*, 2005, č. 8-9, s. 108-109
- MIKLEŠ, J.; FIKAR, M. 2004. *Modelovanie, identifikácia a riadenie procesov 2.* Bratislava: Vydavateľstvo STU Bratislava. 265 s. ISBN 80-227-2134-4.
- MODRLÁK, O. 2010. *Úvod do parametrické identifikace: studijní materiály.* Liberec: Technická univerzita v Liberci. 42 s.
- NOSKIEVIČ, P. 1999. *Modelování a identifikace systémů.* Ostrava: Montanex a.s. 276 s. ISBN 80-7225-030-2
- QIN, S. J.; BADGWELL, T. A. 2003. A survey of industrial model predictive control technology. *Control Engineering Practice.* Volume 11, Issue 7, July 2003, pp. 733-764. [on line]. [cit. 20. 4. 2014]. ISSN 0967-0661. Dostupné na http://portfolio.eng.usyd.edu.au/AMME4500/mpc_survey.pdf
- VÍTEČKOVÁ, M. 1998. *Seřízení regulátorů metodou inverze dynamiky.* 1. vyd. Ostrava: FS VŠB-TU Ostrava. 56 s. ISBN 80-7078-628-0.

SEZNAM PŘÍLOH

Přílohy diplomové práce jsou na přiloženém CD. Na CD se nachází:

1. Text diplomové práce (FiseraJ_VlivFormyModelu_DH_2014.pdf)
2. Veškeré programy k diplomové práci (DP_soft.zip)