

UNIVERZITA PARDUBICE
Fakulta elektrotechniky a informatiky

**Řízení laboratorní soustavy prediktivním regulátorem s uvažováním
omezení**

Bc. Patrik Mišenčík

Diplomová práce
2014

Univerzita Pardubice
Fakulta elektrotechniky a informatiky
Akademický rok: 2013/2014

ZADÁNÍ DIPLOMOVÉ PRÁCE

(PROJEKTU, UMĚLECKÉHO DÍLA, UMĚLECKÉHO VÝKONU)

Jméno a příjmení: **Bc. Patrik Mišenčík**
Osobní číslo: **I12519**
Studijní program: **N2646 Informační technologie**
Studijní obor: **Řízení procesů**
Název tématu: **Řízení laboratorní soustavy prediktivním regulátorem s uvažováním omezení**
Zadávající katedra: **Katedra řízení procesů**

Zásady pro vypracování:

Cíl: Navrhnout a aplikovat prediktivní regulátor laboratorní soustavy s uvažováním omezení vstupů, stavů a výstupů.

Obsah teoretické části: Modelování a identifikace řízeného systému. Linearizace. Prediktivní regulátor vycházející ze stavového popisu.

Obsah implementační části: Návrh prediktivního regulátoru s uvažováním omezení vstupů, stavů a výstupů. Aplikace řízení a porovnání výsledků pro různá nastavení.

Rozsah grafických prací:

Rozsah pracovní zprávy:

Forma zpracování diplomové práce: **tištěná/elektronická**

Seznam odborné literatury:

CAMACHO, E. F.; BORDONS, C. Model Predictive Control (Second Edition). London : Springer-Verlag London Limited, 2007. 405 s.

CLARKE, D. W.; MOHTADI, C. a TUFFS, P. S. Generalized Predictive

Control, Part I. The Basic Algorithm. Automatica, 1987, č. 23(2), s. 137-148.

CLARKE, D. W.; MOHTADI, C. a TUFFS, P. S. Generalized Predictive Control, Part II. Extensions and Interpretations. Automatica, 1987, č. 23(2), s. 149-160.

HABER, R.; BARS, R. a SCHMITZ, U. Predictive Control in Process Engineering. Weinheim : Wiley-VCH Verlag, 2011. 600 s.

MIKLEŠ, J.; FIKAR, M. Modelovanie, identifikácia a riadenie procesov 2.

Identifikácia a optimálne riadenie. Bratislava : STU v Bratislave, 2004. 267 s.

ROSSITER, J. A. Model-based Predictive Control, A Practical Approach. Boca Raton (Florida) : CRC Press, 2004. 318 s.

MEJZGAR, R. (2013) Řízení laboratorního modelu prediktivním regulátorem [Diplomová práce]. Pardubice : Univerzita Pardubice, 2013. 78 s.

Vedoucí diplomové práce:

Ing. Daniel Honc, Ph.D.


Katedra řízení procesů

Datum zadání diplomové práce:

31. října 2013

Termín odevzdání diplomové práce:

16. května 2014



prof. Ing. Simona Karamanov, Dr.
děkan



L.S.



Ing. Daniel Honc, Ph.D.
vedoucí katedry

V Pardubicích dne 15. listopadu 2013

Prohlašuji:

Tuto práci jsem vypracoval samostatně. Veškeré literární prameny a informace, které jsem v práci využil, jsou uvedeny v seznamu použité literatury.

Byl jsem seznámen s tím, že se na moji práci vztahují práva a povinnosti vyplývající ze zákona č. 121/2000 Sb., autorský zákon, zejména se skutečností, že Univerzita Pardubice má právo na uzavření licenční smlouvy o užití této práce jako školního díla podle § 60 odst. 1 autorského zákona, a s tím, že pokud dojde k užití této práce mnou nebo bude poskytnuta licence o užití jinému subjektu, je Univerzita Pardubice oprávněna ode mne požadovat přiměřený příspěvek na úhradu nákladů, které na vytvoření díla vynaložila, a to podle okolností až do jejich skutečné výše.

Souhlasím s prezenčním zpřístupněním své práce v Univerzitní knihovně.

V Pardubicích dne 16. 05. 2014

Bc. Patrik Mišenčík

Poděkování

Chtěl bych tímto poděkovat všem, kteří mi radou pomohli při psaní této práce. Především Ing. Danielu Honcovi, Ph.D. za trpělivost, odborné vedení práce a vhodné usměrňování v průběhu jejího zpracování. Chtěl bych poděkovat i své rodině za podporu, kterou mi dali, při tvorbě této práce.

V Pardubicích dne 16. 05. 2014

Bc. Patrik Mišenčík

ANOTACE

Diplomová práce se zabývá prediktivní regulací s uvažováním omezení. Cílem práce v teoretické části je rozbor témat jako modelování a identifikace řízeného systému, linearizace a popis prediktivního regulátoru vycházejícího ze stavového modelu. V praktické části je cílem navrhnout prediktivní regulátor s uvažováním omezení vstupů, stavů a výstupů na laboratorní soustavu GUNT RT 010 a porovnání výsledků pro různá nastavení.

KLÍČOVÁ SLOVA

PC, prediktivní regulace, MATLAB, omezení, identifikace, modelování, LabJack.

TITLE

CONSTRAINED MODEL PREDICTIVE CONTROL OF LABORATORY SYSTEM

ANNOTATION

This thesis deals with predictive control with consideration of constraints. The aim of the work in the theoretical part is to analyze topics such as modeling and identification of the controlled system, linearization and analysis of the predictive controller based on the state–space model. In the practical part the aim is to design a predictive controller under consideration of constrained inputs, states and outputs for the laboratory system GUNT RT 010 and comparing the results for different settings.

KEYWORDS

PC, predictive control, MATLAB, constraints, identification, modeling, LabJack.

Obsah

Seznam zkratk	9
Seznam symbolů	10
Seznam obrázků	13
Seznam tabulek	15
Úvod	16
1 Teoretická část	18
1.1 Historie prediktivního řízení	18
1.2 Prediktivní řízení.....	18
1.2.1 Model řízeného procesu.....	19
1.2.2 Účelová funkce	20
1.3 Odvození prediktivního regulátoru	22
1.3.1 Návrh stavového prediktivního regulátoru	25
1.4 Omezující podmínky.....	27
1.4.1 Tvrdá omezení	28
1.4.2 Měkká omezení.....	30
1.5 Matematické modelování.....	30
1.5.1 Matematicko-fyzikální analýza.....	31
1.6 Identifikace dynamických systémů.....	31
1.6.1 Identifikace pomocí matematicko – fyzikální analýzy	32
1.6.2 Experimentální identifikace	32
1.7 Linearizace	33
1.7.1 Linearizace pomocí Taylorova rozvoje	33
2 Praktická část	36
2.1 Popis soustavy.....	36
2.1.1 Laboratorní stanice GUNT RT 010	36
2.1.2 Měřicí karta LabJack U12.....	39
2.1.3 Připojení soustavy k PC	40
2.2 Nelineární model.....	41
2.2.1 Model čerpadla	41
2.2.2 Model nádrže s ventilem.....	41
2.2.3 Model čidla	42
2.3 Linearizovaný model	43

2.3.1	Linearizace modelu čerpadla	43
2.3.2	Linearizace modelu nádrže s ventilem.....	43
2.3.3	Linearizace modelu čidla tlaku	44
2.4	Výsledný stavový model.....	44
2.5	Identifikace nelineárního modelu	45
2.6	Realizace v prostředí MATLAB.....	45
2.7	Regulační pochody.....	46
2.7.1	Regulační pochod s výchozími omezeními vstupů, stavů a výstupů.....	47
2.7.2	Regulační pochod s omezením maximální výšky hladiny na 0,2 m.....	50
2.7.3	Regulační pochod s omezením maximálního výstupního napětí čidla na 1,6 V	51
2.7.4	Regulační pochod s omezením minimální výšky hladiny na 0,1 m	52
2.7.5	Regulační pochod s omezením minimálního výstupního napětí čidla na 0,6 V.	53
2.7.6	Regulační pochody pro různá otevření ventilu	55
2.7.7	Regulační pochody pro různá nastavení penalizace akčních zásahů λ	58
	Závěr	61
	Literatura.....	63

Seznam zkratek

AI	analogový vstup
AO	analogový výstup
DI	digitální vstup
DO	digitální výstup
GND	zem
GPC	zobecněný prediktivní regulátor
MPC	prediktivní regulátor
ČSN	Česká technická norma (dříve Československá státní norma)
ERD	metoda datového modelování
ICT	informační a komunikační technologie
IS	informační systém
ISO	mezinárodní organizace pro normalizaci
PDA	osobní digitální asistent
PC	osobní počítač
USB	sběrnice USB

Seznam symbolů

a	parametr čerpadla
A	stavová matice A
$A(z^{-1})$	polynom jmenovatele přenosu systému
b	parametr čerpadla
B	stavová matice B
$B(z^{-1})$	polynom čitatele přenosu systému
c	parametr čidla
C	stavová matice C
$C(z^{-1})$	polynom čitatele přenosu poruchy
d	parametr čidla
D	stavová matice D
Df	Jacobiho matice nelineárního systému
$Df(\tilde{x})$	Jacobiho matice linearizovaného systému
$D(z^{-1})$	polynom jmenovatele přenosu poruchy
e	parametr nádrže s ventilem
$e_s(k)$	bílý šum
ε_{max}	horní mez tolerance
ε_{min}	dolní mez tolerance
f	parametr nádrže s ventilem
F	matice pro výpočet volné odezvy na základě aktuálních stavů
G	polynomiální matice odezvy na jednotkový skok
g	gradient
h	výška hladiny v nádržích, m
H	Hessova matice
\tilde{h}	odchylka výšky hladiny od bodu linearizace
h_{max}	maximální výška hladiny, m
h_{min}	minimální výška hladiny, m
I	jednotková matice
J	účelová funkce
K	zesílení prediktivního regulátoru
M	matice stavového popisu
N	matice stavového popisu

N_1	minimální horizont sledování
N_2	maximální horizont sledování
N_u	řídící horizont
O	matice stavového popisu
P	penalizační koeficient regulační odchylky
Q_{in}	vstupní průtok kapaliny, m ³ /s
Q_{out}	výstupní průtok kapaliny, m ³ /s
\tilde{Q}_{in}	odchylka vstupního průtoku od bodu linearizace
\tilde{Q}_{out}	odchylka výstupního průtoku od bodu linearizace
S	průřez nádrže, m ²
t	čas, s
T	časová konstanta
T_d	dopravní zpoždění, s
T_{90}	časový úsek přechodové charakteristika z 10% na 90% své ustálené hodnoty, s
u	vektor akčních zásahů
\bar{u}	vektor budoucích přírůstků akční veličiny
$u(k)$	vstup systému
u_{min}	minimální hodnota akčního zásahu, V
u_{max}	maximální hodnota akčního zásahu, V
u_{c0}	nastavení pracovního bodu čerpadla
u_0	napětí, při kterém začne vtékat kapalina do nádrže, V
u_c	napětí na čerpadle, V
\tilde{u}_c	odchylka napětí čerpadla od bodu linearizace
u_v	napětí na ventilu, V
w	vektor budoucí žádané hodnoty
$w(k + i)$	žádaná hodnota v čase k+i
$x(k + 1)$	vektor stavu procesu v čase k+i
y	napětí na čidle tlaku, V
y_0	volná odezva
\tilde{y}	odchylka napětí čidla tlaku od bodu linearizace
y_{max}	maximální napětí na čidle tlaku, V
y_{min}	minimální napětí na čidle tlaku, V
y_n	vnucená odezva

\hat{y}	vektor predikce výstupu
$\hat{y}(k + i)$	predikovaný výstup i kroků do budoucnosti
z^{-1}	operátor zpětného posuvu
Z_c	zesílení čerpadla
Z_v	zesílení ventilu
α	parametr definující plynulost trajektorie
λ	penalizační koeficient akčního zásahu
Δu	přírůstky akční veličiny

Seznam obrázků

Obr. 1.1 – Struktura prediktivního řízení.....	19
Obr. 1.2 – Princip prediktivního řízení	22
Obr. 1.3 – Obecný postup při experimentální identifikaci	33
Obr. 2.1 – Laboratorní stanice GUNT RT 010	36
Obr. 2.2 – Ponorné čerpadlo ELEGANT	37
Obr. 2.3 – Proporcionální ventil Burkert 2835	38
Obr. 2.4 – Tlakový snímač 0 – 30 mbar	39
Obr. 2.5 – Měřicí karta LabJack U12	40
Obr. 2.6 – Připojení soustavy k PC.....	41
Obr. 2.7 – Regulační pochod na nelineárním modelu	49
Obr. 2.8 – Regulační pochod na reálné soustavě	49
Obr. 2.9 – Regulační pochod na nelineárním modelu s omezením maximální hladiny	50
Obr. 2.10 – Regulační pochod na reálné soustavě s omezením maximální hladiny.....	51
Obr. 2.11 – Regulační pochod na nelineárním modelu s omezením maximálního výstupního napětí čidla.....	52
Obr. 2.12 – Regulační pochod na reálné soustavě s omezením maximálního výstupního napětí čidla.....	52
Obr. 2.13 – Regulační pochod na nelineárním modelu s omezením dolní hladiny	53
Obr. 2.14 – Regulační pochod na reálné soustavě s omezením dolní hladiny	53
Obr. 2.15 – Regulační pochod na nelineárním modelu s omezením minimálního výstupního napětí.....	54
Obr. 2.16 – Regulační pochod na reálné soustavě s omezením minimálního výstupního napětí	54
Obr. 2.17 – Regulační pochod na nelineárním modelu s napětím na ventilu 4,5 V	55
Obr. 2.18 – Regulační pochod na reálné soustavě s napětím na ventilu 4,5 V.....	55
Obr. 2.19 – Regulační pochod na nelineárním modelu s napětím na ventilu 2,5 V	56
Obr. 2.20 – Regulační pochod na reálné soustavě s napětím na ventilu 2,5 V.....	56
Obr. 2.21 – Regulační pochod na nelineárním modelu s napětím na ventilu 1,8 V	57
Obr. 2.22 – Regulační pochod na reálné soustavě s napětím na ventilu 1,8 V.....	57
Obr. 2.23 – Regulační pochod na nelineárním modelu při penalizaci $\lambda = 0,1$	58
Obr. 2.24 – Regulační pochod na reálné soustavě při penalizaci $\lambda = 0,1$	58
Obr. 2.25 – Regulační pochod na nelineárním modelu při penalizaci $\lambda = 5$	59

Obr. 2.26 – Regulační pochod na reálné soustavě při penalizaci $\lambda = 5$	59
Obr. 2.27 – Regulační pochod na nelineárním modelu při penalizaci $\lambda = 10$	60
Obr. 2.28 – Regulační pochod na reálné soustavě při penalizaci $\lambda = 10$	60

Seznam tabulek

Tab. 2.1 – Technické údaje ponorného čerpadla ELEGANT	37
Tab. 2.2 – Technické údaje proporcionálního ventilu Burkert 2835	38
Tab. 2.3 – Technické údaje tlakového snímače 0 – 30 mbar	39
Tab. 2.4 – Technické údaje měřicí karty LabJack U12	39
Tab. 2.5 – Dohledané parametry čerpadla, nádrže s ventilem a čidla	45
Tab. 2.6 – Pracovní body pro linearizaci	46
Tab. 2.7 – Použité parametry	47
Tab. 2.8 – Nastavené pracovní body	47
Tab. 2.9 – Nastavené parametry omezení	48

Úvod

Diplomová práce se zabývá prediktivní regulací s uvažováním omezení. Cílem práce v teoretické části je rozbor témat jako modelování a identifikace řízeného systému, linearizace a popis prediktivního regulátoru vycházejícího ze stavového modelu. V praktické části je cílem navrhnout a aplikovat prediktivní regulátor s uvažováním omezení vstupů, stavů a výstupů na laboratorní soustavu GUNT RT 010 a porovnání výsledků pro různá nastavení.

Na začátku teoretické části je vysvětlena problematika prediktivního řízení a čtenář je seznámen s jeho historií a fakty o jeho začátcích v průmyslové výrobě. Dále jsou v teoretické části popsány modely používané pro prediktivní řízení. Konkrétně jsou vysvětleny modely ve tvaru přenosové funkce, stavového popisu a modely poruchy. V této diplomové práci je pro řešení použit stavový popis. Nadcházející podkapitola je věnována účelové funkci. Po této podkapitole se pokračuje ukázkou výpočtu prediktivního regulátoru, kde je zjištěno, že pro výpočet jsou potřebné dvě charakteristiky samotného procesu. A to volná odezva y_0 , ta se mění v každé periodě vzorkování. Druhá je přechodová charakteristika – konkrétně pořadnice $G(z)$. Tento postup odvození nezahrnuje omezení a ukazuje možnost analytického řešení, kdy se vypočítá zesílení regulátoru. V případě této diplomové práce se s omezením uvažuje. Z tohoto důvodu je potřeba použít numerické řešení, které bude vybraná omezení zahrnovat. Jelikož se jedná o kvadratickou formu, využívá se kvadratického programování. V další části této práce je ukázáno odvození stavového regulátoru s uvažováním omezení. Následná podkapitola se omezení věnuje podrobněji. Zde se nachází popis omezení, proč se v praxi používají a jejich rozdělení. Pro řešení zadání této práce se používá tvrdých omezení. Zbývající podkapitoly v teoretické části jsou věnovány pojům, jako je matematické modelování, identifikace dynamických systémů a linearizace. Tedy pojům, bez kterých by se v praktické části nepodařilo navrhnout takový model, který by dostatečně popisoval chování reálné soustavy.

Na začátku praktické části je uveden popis laboratorní soustavy od společnosti GUNT typ RT 010. Na této soustavě byly provedeny veškeré experimenty. Poté následuje popis nelineárního modelu soustavy, jeho linearizace a dále sestavení výsledného stavového popisu. Veškeré programové skripty a simulace jsou prováděny v prostředí MATLAB. Nelineární model byl simulován pomocí funkce Ode45. Výpočet omezení zahrnuje kvadratickou formu, proto je v MATLABu použita funkce kvadratického programování quadprog. Poté jsou zobrazeny výsledky experimentální části, kdy se porovnává regulační pochod prediktivního regulátoru při simulaci nelineárního modelu s aplikací na reálné soustavě. Experimenty jsou

prováděny pro určité nastavení pracovního bodu a bodu linearizace. Dále je provedeno několik měření pro různá nastavení týkající se omezení stavu, vstupu a výstupu. Jsou změřeny také regulační pochody pro tři různé hodnoty nastavení napětí na ventilu. Obdobně jsou změřeny regulační pochody pro různé hodnoty penalizace akčních zásahů λ .

V závěru je celá práce zhodnocena společně s naměřenými a zaznamenanými výsledky.

1 Teoretická část

V teoretické části jsou vysvětleny pojmy nacházející se v následujících podkapitolách.

1.1 Historie prediktivního řízení

Prediktivní řízení se v praxi poprvé objevuje v období po druhé světové válce. V roce 1963 byl Propoi nejspíše prvním člověkem, který MPC (Model Predictive Control) použil v praxi.

V roce 1978 byla vydána vůbec první publikace týkající se tématu prediktivního řízení, kde jako autor je uveden Richalet a kolektiv. Popisuje zde predikci, za použití impulsní posloupnosti. Na bázi heuristického přístupu jsou vypočítány optimální vstupy iterativním způsobem. Algoritmus aplikovaný pro vícerozměrné systémy byl představen v roce 1980 Cutlerem a Remarkerem pod zkratkou DMC (Dynamical Matrix Control). Zde je použita metoda nejmenších čtverců pro řešení optimalizačních problémů. Dalším důležitým datem byl rok 1983, kdy byl představen algoritmus QDMC (Quadratic Dynamic Matrix Control). Tento algoritmus je významný zejména z hlediska omezení. Do roku 1983 totiž žádný ze známých algoritmů omezení vstupních a výstupních veličin nezahrnoval. Tento algoritmus používá přechodové a impulsní posloupnosti. To má za následek nevýhodu použití algoritmu pro nestabilní systémy. Řešení tohoto problému bylo publikováno v roce 1988, kdy byl popsán vztah mezi stavovým popisem MPC (Model Predictive Control) a SMOC (Shell Multivariable Optimizing Controller). Neměřitelné poruchy dokáže SMOC odhadnout pomocí Kalmanova filtru. V současnosti se velmi využívá algoritmus s přenosovou funkcí v metodě GPC (Generalized Predictive Control) (BOBÁL, 2008).

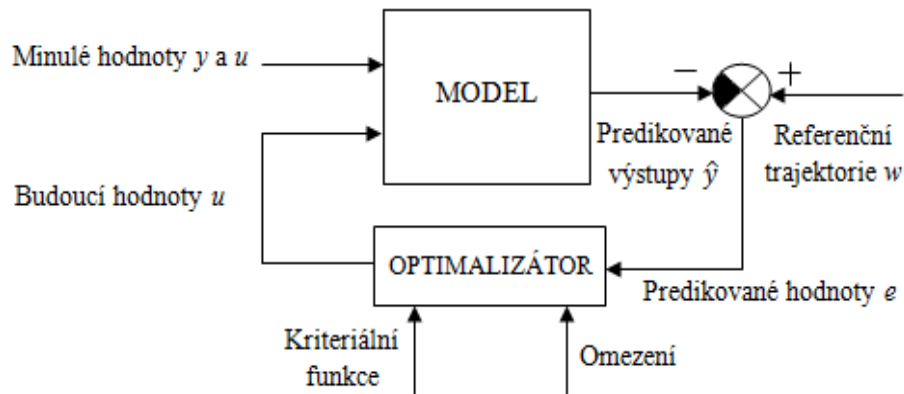
1.2 Prediktivní řízení

Prediktivní řízení, jeho princip je zobrazen na obr. 1.1, se stává v posledních letech velmi oblíbeným návrhem řízení. I díky tomu, že prediktivní řízení může zahrnovat omezení vstupních a výstupních veličin přímo do návrhu regulátoru. Omezení se nemusí týkat jen vstupních a výstupních veličin, ale také stavových veličin. Oproti PID regulátoru dosahuje prediktivní řízení vyšší kvality.

Pod pojmem prediktivní řízení chápeme kategorii metod řízení, které spojují určité společné charakteristiky:

- matematický model řízení systému je použitý na predikci budoucího výstupu systému,
- průběh trajektorie žádané hodnoty regulované veličiny je znám v budoucím čase,

- výpočet posloupnosti budoucích řídicích zásahů zahrnuje minimalizaci vhodné účelové funkce s budoucími trajektoriemi přírůstků řízení a regulační odchylky,
- pouze první hodnota akčního zásahu je použita a celý postup minimalizace účelové funkce se opakuje v další periodě vzorkování (MIKLEŠ, 2004).



Obr. 1.1 – Struktura prediktivního řízení

1.2.1 Model řízeného procesu

Výpočet predikce budoucího výstupu řízeného systému závisí na modelu procesu. Proto je důležité, aby model dobře popisoval dynamické vlastnosti procesu.

Modely použité v prediktivním řízení mohou být:

- impulzní odezva
- přechodová funkce
- přenosová funkce
- stavový popis
- ostatní modely
- modely pro poruchy

Ostatní modely mohou zahrnovat například spojité modely, v současné době hojně rozšířené neuronové sítě anebo modely popsané fuzzy logikou. Spojité modely mají značné nároky na simulaci a optimalizaci a většinou jsou popsány soustavou diferenciálních rovnic. Modely popsané fuzzy logikou a neuronovou sítí mohou být používány přímo, nebo jsou s modelem generovány jen vybrané charakteristiky procesu. Vybrané charakteristiky procesu mohou být kupříkladu impulzní odezva systému, nebo skoková odezva systému (MIKLEŠ, 2004).

Dále je vysvětlena přenosová funkce, stavový popis a model poruchy.

1.2.1.1 Přenosová funkce

Předpokladem je znalost řádu polynomů A i B . Tento model je možné použít i pro nestabilní proces. Model přenosové funkce je dán vztahem

$$A(z^{-1})y(k) = B(z^{-1})u(k) \quad (1.1)$$

kde $A(z^{-1}) = a_0 + a_1z^{-1} + \dots + a_{nb}z^{-nb}$ je polynom jmenovatele přenosu systému
 $B(z^{-1}) = b_0 + b_1z^{-1} + \dots + b_{nb}z^{-nb}$ - polynom čitatele přenosu systému
 z^{-1} - operátor zpětného posuvu

1.2.1.2 Stavový popis

Oproti přenosové funkci stavový popis nepožaduje znalost polynomů A i B , ale matic A, B, C a D , a pokud není měřitelný stav, potřebuje pozorovatele stavu. Model je pomocí stavového diskrétního popisu dán vztahem

$$\begin{aligned} x(k+1) &= Ax(k) + Bu(k) \\ y(k) &= Cx(k) + Du(k) \end{aligned} \quad (1.2)$$

kde A, B, C, D jsou matice stavového popisu systému
 $x(k+1)$ - vektor stavu procesu v čase $k+1$

1.2.1.3 Model poruchy

ARMA proces je zřejmě nejvíce používaným popisem poruch a je dán vztahem

$$n(k) = \frac{C(z^{-1})}{D(z^{-1})} e_s(k) \quad (1.3)$$

kde $e_s(k)$ je bílý šum
 $C(z^{-1}) = c_0 + c_1z^{-1} + \dots + c_{nb}z^{-nb}$ - polynom čitatele přenosu poruchy
 $D(z^{-1}) = d_0 + d_1z^{-1} + \dots + d_{nb}z^{-nb}$ - polynom jmenovatele přenosu poruchy

1.2.2 Účelová funkce

Pokud je účelová funkce standardní, zahrnuje kvadratické členy filtrované regulační odchylky a přírůstků řízení na konečném horizontě do budoucnosti. Funkce je dána vztahem

$$J = \sum_{i=N_1}^{N_2} P[\hat{y}(k+i) - w(k+i)]^2 + \lambda \sum_{i=1}^{N_u} [\Delta u(k+i-1)]^2 \quad (1.4)$$

kde N_1 je minimální horizont sledování žádané hodnoty

N_2 - maximální horizont sledování žádané hodnoty

N_u - horizont řízení

P - penalizační koeficient regulační odchylky

$\hat{y}(k+i)$ - predikovaný výstup i kroků do budoucnosti v závislosti na informacích dostupných do času k

$w(k+i)$ - žádaná veličina v kroku $(k+i)$

λ - penalizační koeficient akčního zásahu

$\Delta u(k+i-1)$ - posloupnost budoucích přírůstků akčních zásahů, které mají být vypočítány

Implicitně se předpokládají omezení na přírůstky akčních zásahů ve tvaru – je uvažováno pouze N_u změn akčních zásahů a potom zůstane akční zásah konstantní

$$\Delta u(k+i-1) = 0, \quad N_u < i < N_2 \quad (1.5)$$

Obecné parametry účelové funkce:

- Trajektorie žádané veličiny je sledována v intervalu, který je dán parametry N_1 a N_2 . Tyto parametry se nazývají minimální a maximální horizont sledování. Minimální horizont N_1 volíme minimálně $T_d + 1$, kde T_d je přibližná hodnota dopravního zpoždění. Problémy s neminimálně fázovými soustavami je možno obejít nastavením dostatečně velké hodnoty minimálního horizontu N_1 . Maximální horizont N_2 by měl pokrývat důležitou oblast přechodové charakteristiky, proto se většinou jeho hodnota volí podobná času T_{90} . Tento čas stanovuje úsek, kdy přechodová charakteristika přejde z 10% na 90% své ustálené hodnoty. Parametr N_u se nazývá řídicí horizont. Výpočtovou náročnost metody lze pomocí řídicího horizontu N_u snížit. Ovlivňovat budoucí chování řízené soustavy lze pomocí parametrů P a λ . Tyto parametry mohou být sekvence penalizací a většinou se volí jako konstanty anebo ve formě exponenciálních vah.
- Pro trajektorii žádané hodnoty regulované veličiny $w(k+i)$ předpokládáme, že je známa. Pokud tento předpoklad není splněn, tak se obvykle uvažuje hodnota konstantní a rovna aktuální hodnotě žádané veličiny. Další možností je použití trajektorie, která plynule přechází z aktuální hodnoty výstupu na konečnou hodnotu žádané veličiny, například jako filtr prvního řádu.

$$w(k) = y(k) \quad (1.6)$$

$$w(k+i) = \alpha w(k+i-1) + (1-\alpha)w^\infty \quad (1.7)$$

kde α je plynulost trajektorie.

Jestliže $\alpha \rightarrow 0$, je trajektorie nejrychlejší. Naopak, trajektorie je nejpomalejší, jestliže $\alpha \rightarrow 1$.

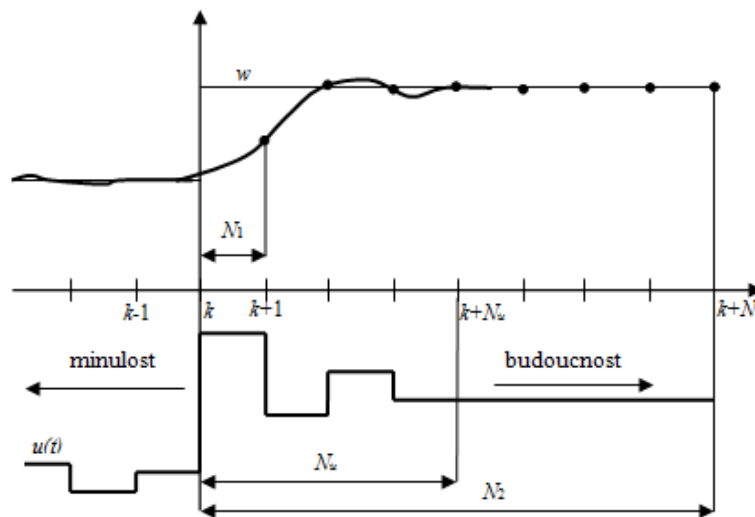
Stejný efekt může být dosažen použitím polynomu $P(z^{-1})$. Výstup sleduje trajektorii $P^{-1}w$.

Filtr odpovídající předešlé trajektorii prvního řádu je dán vztahem

$$P(z^{-1}) = \frac{1 - \alpha z^{-1}}{1 - \alpha} \quad (1.8)$$

Cílem prediktivního řízení je spočítat posloupnost budoucích hodnot změn akčního zásahu $[\Delta u(k), \Delta u(k+1), \dots]$ takovým způsobem, aby bylo minimalizováno kritérium (1.4) (MIKLEŠ, 2004).

Princip prediktivního řízení je zobrazen na obr. 1.2.



Obr. 1.2 – Princip prediktivního řízení

1.3 Odvození prediktivního regulátoru

Výstup modelu je dán součtem volné odezvy y_0 a vnučené odezvy y_n . Volná odezva je závislá pouze na minulých hodnotách akčního zásahu a výstupu soustavy. Protože se bere v potaz předpoklad, že budoucí hodnota akčního zásahu je konstantní. To znamená, že změny akčního zásahu jsou nulové. V porovnání od volné odezvy vnučená odezva tento předpoklad nemá a má naopak nulové počáteční podmínky. Volnou odezvu lze vypočítat analyticky nebo iteračně. Pro lineární systém dá součin matice \mathbf{G} (Jacobián model) a vektoru budoucích změn akčního zásahu $\tilde{\mathbf{u}}$ vnučenou odezvu.

Vztah (1.4) popisuje účelovou funkci. Za předpokladu, že $N_1 = 1$, $N_2 = N_u$, $P = 1$. Z toho je zřejmé, že jsou potřebné všechny predikce výstupu do času $k + N_2$. Je nutné definovat vektory predikcí výstupu, budoucích přírůstků řízení, budoucí trajektorie žádané veličiny a volné odezvy.

$$\hat{\mathbf{y}}^T = [\hat{y}(k+1), \hat{y}(k+2), \dots, \hat{y}(k+N_2)] \quad (1.9)$$

$$\mathbf{y}_0^T = [y_0(k+1), y_0(k+2), \dots, y_0(k+N_2)] \quad (1.10)$$

$$\bar{\mathbf{u}} = [\Delta u(k), \Delta u(k+1), \dots, \Delta u(k+N_2-1)] \quad (1.11)$$

$$\mathbf{w}^T = [w(k+1), w(k+2), \dots, w(k+N_2)] \quad (1.12)$$

Koeficienty přechodové charakteristiky je potřeba doplnit do matice

$$\mathbf{G} = \begin{pmatrix} g_0 & 0 & \dots & \dots & 0 \\ g_1 & g_0 & 0 & \dots & 0 \\ \vdots & & \ddots & \ddots & \vdots \\ \vdots & & & g_0 & 0 \\ g_{N_2-1} \dots & & \dots & g_0 & \end{pmatrix} \quad (1.13)$$

S ohledem na horizont N_1 vidíme, že prvních $N_1 - 1$ řádků matice \mathbf{G} musí být odstraněných. Obdobně horizont N_u zapříčiní snížení počtu sloupců na N_u . Z toho vyplývá, že matice \mathbf{G} má rozměry $[N_2 - N_1 + 1 \times N_u]$.

Prediktor ve vektorovém tvaru je daný níže uvedeným vztahem

$$\hat{\mathbf{y}} = \mathbf{G}\bar{\mathbf{u}} + \mathbf{y}_0 \quad (1.14)$$

kde $\hat{\mathbf{y}}$ jsou vektory predikce výstupu a

$\bar{\mathbf{u}}$ - vektory budoucích přírůstků akční veličiny.

Účelová funkce (1.4) je nyní dána vztahem

$$J = (\hat{\mathbf{y}} - \mathbf{w})^T (\hat{\mathbf{y}} - \mathbf{w}) + \lambda \bar{\mathbf{u}}^T \bar{\mathbf{u}} \quad (1.15)$$

kde $\hat{\mathbf{y}}$ je budoucí výstup soustavy,

$\bar{\mathbf{u}}$ - vektor akčních zásahů,

\mathbf{w} - vektor budoucí žádané hodnoty

Do rovnice (1.15) se dosadí rovnice (1.14) a získá se

$$J = (\mathbf{G}\bar{\mathbf{u}} + \mathbf{y}_0 - \mathbf{w})^T (\mathbf{G}\bar{\mathbf{u}} + \mathbf{y}_0 - \mathbf{w}) + \lambda \bar{\mathbf{u}}^T \bar{\mathbf{u}} \quad (1.16)$$

Po roznásobení

$$\begin{aligned}
J &= (\mathbf{G}\bar{\mathbf{u}} + \mathbf{y}_0 - \mathbf{w})^T (\mathbf{G}\bar{\mathbf{u}} + \mathbf{y}_0 - \mathbf{w}) + \lambda \bar{\mathbf{u}}^T \bar{\mathbf{u}} = \\
&\bar{\mathbf{u}}^T \mathbf{G}^T \mathbf{G} \bar{\mathbf{u}} + \lambda \bar{\mathbf{u}}^T \bar{\mathbf{u}} + \bar{\mathbf{u}}^T \mathbf{G}^T (\mathbf{y}_0 - \mathbf{w}) + (\mathbf{y}_0 - \mathbf{w})^T \mathbf{G} \bar{\mathbf{u}} + \\
&(\mathbf{y}_0 - \mathbf{w})(\mathbf{y}_0 - \mathbf{w})^T = \bar{\mathbf{u}}^T (\mathbf{G}^T \mathbf{G} + \lambda \mathbf{I}) \bar{\mathbf{u}} + \bar{\mathbf{u}}^T \mathbf{G}^T (\mathbf{y}_0 - \mathbf{w}) + \\
&(\mathbf{y}_0 - \mathbf{w})^T \mathbf{G} \bar{\mathbf{u}} + (\mathbf{y}_0 - \mathbf{w})(\mathbf{y}_0 - \mathbf{w})^T
\end{aligned} \tag{1.17}$$

Gradient \mathbf{g} a Hessova matice \mathbf{H} jsou definovány vztahy

$$\mathbf{g} = \mathbf{G}^T (\mathbf{y}_0 - \mathbf{w}) \tag{1.18}$$

$$\mathbf{H} = \mathbf{G}^T \mathbf{G} + \lambda \mathbf{I} \tag{1.19}$$

Tento způsob zajistí, že původní úloha optimálního řízení je transformována na problém lineární algebry. Minimum účelové funkce (1.16) získáme, když se první derivace $\partial J / \partial \bar{\mathbf{u}}$ položí rovny nule a vyřešíme vzniklou soustavu lineárních rovnic

$$\begin{aligned}
0 &= 2(\mathbf{G}\mathbf{G}^T + \lambda \mathbf{I})\bar{\mathbf{u}} + 2\mathbf{G}^T (\mathbf{y}_0 - \mathbf{w}) \\
(\mathbf{G}\mathbf{G}^T + \lambda \mathbf{I})\bar{\mathbf{u}} &= -\mathbf{G}^T (\mathbf{y}_0 - \mathbf{w}) \\
\bar{\mathbf{u}} &= -(\mathbf{G}\mathbf{G}^T + \lambda \mathbf{I})^{-1} \mathbf{G}^T (\mathbf{y}_0 - \mathbf{w}) = -\mathbf{H}^{-1} \mathbf{g}
\end{aligned} \tag{1.20}$$

Takto se vypočte celá trajektorie budoucích přírůstků akční veličiny. Nyní se jedná o řízení v otevřeném regulačním obvodu. Pokud se jedná o uzavřený regulační obvod, tak se aplikuje pouze první prvek z $\bar{\mathbf{u}}$, tj. $\Delta u(k)$ a tedy celý postup se poté opakuje v další periodě vzorkování $k + 1$. Tento postup výpočtu zákona řízení se nazývá princip postupného horizontu.

Při menší úpravě, kdy se označí první řádek matice $(\mathbf{G}\mathbf{G}^T + \lambda \mathbf{I})^{-1} \mathbf{G}^T$ jako \mathbf{K} , lze první prvek z vypočítané trajektorie optimálního řízení získat pomocí vztahu (1.21)

$$\Delta u(k) = \mathbf{K}(\mathbf{w} - \mathbf{y}_0) \tag{1.21}$$

Vypočítaný přírůstek řízení je nulový, pokud je v budoucnu nulový rozdíl mezi volnou odezvou a žádanou hodnotou regulované veličiny. Jsou-li nenulové rozdíly v budoucnosti, tak je jim přírůstek řízení přímo úměrný faktorem \mathbf{K} . Tento postup odvození neuvažuje omezení a ukazuje možnost analytického řešení, kdy se vypočítá přímo zesílení regulátoru \mathbf{K} .

Tedy jak bylo v úvodu této kapitoly již řečeno, pro výpočet jsou potřebné dvě charakteristiky samotného procesu. A to volná odezva y_0 , ta se mění v každé periodě vzorkování. Druhá je přechodová charakteristika. Tu je v případě časově neměnných lineárních systémů potřebné vypočítat pouze jednou. Na přechodové charakteristice je závislá

také Hessova matice, která tedy může být vypočítána dopředu. Ovšem tuto matici je zapotřebí invertovat. Lze tedy říci, že výsledné řízení je lineární zákon řízení a je závislé na váženém součtu minulých vstupů a výstupů a budoucí žadané hodnoty (MIKLEŠ, 2004).

1.3.1 Návrh stavového prediktivního regulátoru

Navržený stavový model vychází z rovnice (1.2). Přírůstek $\Delta u(k)$ slouží jako vstup do stavového modelu.

$$\mathbf{u}(k) = \Delta \mathbf{u}(k) + \mathbf{u}(k - 1) \quad (1.22)$$

Pro přidání integrátoru k modelu je nutné definovat rozšířený stavový vektor

$$\bar{\mathbf{x}}(k) = \begin{bmatrix} \mathbf{x}(k) \\ \mathbf{u}(k - 1) \end{bmatrix} \quad (1.23)$$

Z rovnice (1.2) vychází následující rovnice

$$\begin{aligned} \bar{\mathbf{x}}(k + 1) &= \begin{bmatrix} \mathbf{A} & \mathbf{B} \\ \mathbf{0} & \mathbf{I} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{x}(k) \\ \mathbf{u}(k - 1) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{B} \\ \mathbf{I} \end{bmatrix} \Delta \mathbf{u}(k) \\ \mathbf{y}(k) &= [\mathbf{C} \quad \mathbf{0}] \begin{bmatrix} \mathbf{x}(k) \\ \mathbf{u}(k - 1) \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (1.24)$$

kde $\mathbf{A}, \mathbf{B}, \mathbf{C}$ jsou stavové matice z linearizovaného modelu.

Matice $\mathbf{M}, \mathbf{N}, \mathbf{O}$ vychází ze vztahů

$$\mathbf{M} = \begin{bmatrix} \mathbf{A} & \mathbf{B} \\ \mathbf{0} & \mathbf{I} \end{bmatrix} \quad (1.25)$$

$$\mathbf{N} = \begin{bmatrix} \mathbf{B} \\ \mathbf{I} \end{bmatrix} \quad (1.26)$$

$$\mathbf{O} = [\mathbf{C} \quad \mathbf{0}] \quad (1.27)$$

Upravíme-li rovnici (1.24) získáme rovnici (1.28)

$$\begin{aligned} \bar{\mathbf{x}}(k + 1) &= \mathbf{M}\bar{\mathbf{x}}(k) + \mathbf{N}\Delta \mathbf{u}(k) \\ \mathbf{y}(k) &= \mathbf{O}\bar{\mathbf{x}}(k) \end{aligned} \quad (1.28)$$

Následující vztah popisuje predikce výstupu

$$\begin{aligned}
\hat{y}(k+1) &= \mathbf{O}\bar{x}(k+1) = \mathbf{O}(\mathbf{M}\bar{x}(k) + \mathbf{N}\Delta\mathbf{u}(k)) \mathbf{M}\bar{x}(k) + \mathbf{N}\Delta\mathbf{u}(k) \\
\hat{y}(k+2) &= \mathbf{O}\bar{x}(k+2) = \mathbf{O}(\mathbf{M}^2\bar{x}(k) + \mathbf{M}\mathbf{N}\Delta\mathbf{u}(k) + \mathbf{N}\Delta\mathbf{u}(k+1)) \\
\hat{y}(k+N_2) &= \mathbf{O}\bar{x}(k+N_2) = \\
&\mathbf{O}(\mathbf{M}^{N_2}\bar{x}(k) + \mathbf{M}^{N_2-1}\mathbf{N}\Delta\mathbf{u}(k) + \mathbf{N}\Delta\mathbf{u}(k+N-1))
\end{aligned} \tag{1.29}$$

Předcházející soustavu rovnic je možné přepsat na standardní tvar predikčního modelu - rovnici (1.14).

$$\hat{\mathbf{y}} = \mathbf{H}\Delta\mathbf{u} + \mathbf{F}x(k) \tag{1.30}$$

kde \mathbf{H} – dolní trojúhelníková matice, jejíž nenulové prvky jsou určeny jako $g_{ij} = \mathbf{C}\mathbf{A}^{i-j}\mathbf{B}$.

Matice \mathbf{H} a \mathbf{F} jsou

$$\mathbf{H} = \begin{bmatrix} \mathbf{O}\mathbf{N} & 0 & 0 & \dots & 0 \\ \mathbf{O}\mathbf{M}\mathbf{N} & \mathbf{Q}\mathbf{N} & 0 & \dots & 0 \\ \mathbf{O}\mathbf{M}^2\mathbf{N} & \mathbf{Q}\mathbf{N} & 0 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & & \vdots \\ \mathbf{O}\mathbf{M}^{N_2-1}\mathbf{N} & \mathbf{O}\mathbf{M}^{N_2-2}\mathbf{N} & \dots & \mathbf{O}\mathbf{M}\mathbf{N} & \mathbf{O}\mathbf{N} \end{bmatrix} \tag{1.31}$$

$$\mathbf{F} = \begin{bmatrix} \mathbf{O}\mathbf{M} \\ \mathbf{O}\mathbf{M}^2 \\ \vdots \\ \mathbf{O}\mathbf{M}^{N_2} \end{bmatrix} \tag{1.32}$$

Následná rovnice popisuje výsledný tvar prediktoru

$$\begin{bmatrix} \hat{y}(k+1) \\ \hat{y}(k+2) \\ \hat{y}(k+3) \\ \vdots \\ \hat{y}(k+N_2) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{O}\mathbf{N} & 0 & 0 & \dots & 0 \\ \mathbf{O}\mathbf{M}\mathbf{N} & \mathbf{Q}\mathbf{N} & 0 & \dots & 0 \\ \mathbf{O}\mathbf{M}^2\mathbf{N} & \mathbf{Q}\mathbf{N} & 0 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & & \vdots \\ \mathbf{O}\mathbf{M}^{N_2-1}\mathbf{N} & \mathbf{O}\mathbf{M}^{N_2-2}\mathbf{N} & \dots & \mathbf{O}\mathbf{M}\mathbf{N} & \mathbf{O}\mathbf{N} \end{bmatrix} \tag{1.33}$$

$$\begin{bmatrix} \Delta\mathbf{u}(k) \\ \Delta\mathbf{u}(k+1) \\ \Delta\mathbf{u}(k+2) \\ \vdots \\ \Delta\mathbf{u}(k+N_2-1) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{O}\mathbf{M} \\ \mathbf{O}\mathbf{M}^2 \\ \vdots \\ \mathbf{O}\mathbf{M}^{N_2} \end{bmatrix} x(k)$$

Tímto je získána predikce budoucího chování soustavy obsahující dopočtené matice \mathbf{H} a \mathbf{F} .

Z rovnice (1.4) se získá kritérium.

$$J = (\mathbf{F}x(k) + \mathbf{H}\Delta\mathbf{u} - \mathbf{w})^T \mathbf{P}(\mathbf{F}x(k) + \mathbf{H}\Delta\mathbf{u} - \mathbf{w}) + \Delta\mathbf{u}^T \lambda \Delta\mathbf{u} \tag{1.34}$$

kde \mathbf{P} je penalizační koeficient regulační odchylky,

λ - penalizační koeficient přírůstků vstupů

Z rovnice (1.21) získáme budoucí akční zásahy.

$$\Delta \mathbf{u} = (\mathbf{H}^T \mathbf{P} \mathbf{H} + \lambda)^{-1} \mathbf{H}^T \mathbf{P} (\mathbf{w} - \mathbf{F}x(k)) = \mathbf{L}(\mathbf{w} - \mathbf{F}x(k)) \quad (1.35)$$

Aktuální akční zásah získáme

$$\Delta \mathbf{u}(k) = \mathbf{K}(\mathbf{w} - \mathbf{F}x(k)) \quad (1.36)$$

kde \mathbf{K} je první řádek matice \mathbf{L} (MIKLEŠ, 2004).

1.4 Omezující podmínky

S omezeními (constraints) se lze často setkat v praxi. Většinou se jedná o omezení fyzická. S fyzickými omezeními je možné se setkat například u senzorů anebo různých akčních členů. Nebo se může jednat o omezení technologická či jiná omezení daného procesu. Nejvíce rozšířené je omezení vstupní veličiny. Vstupní veličiny mohou obecně pracovat pouze v určitém rozsahu hodnot. Jako příklad lze použít ventil, který nemůže být otevřen více jak na 100%, nebo průtoky tekutiny, které nemohou být záporné. Pro výstupní veličiny procesů existují určitá doporučení a limity, které se mohou týkat například bezpečnosti na pracovišti, nebo dopadu na životní prostředí a podobně. Díky těmto přednostem týkajících se omezení vstupních a výstupních veličin je v průmyslu používáno MPC s omezeními. V praxi je velké množství průmyslových procesů řízeno na hodnotách blížících se omezujícím podmínkám, nebo dokonce přímo na nich. Z tohoto faktu vyplývá požadavek na optimální řízení v rámci omezení.

Poměrně jednoduchou aplikaci omezení nabízí řešení “saturace na výsledek“. Jedná se o analytické řešení optimalizační úlohy bez omezení s následnou aplikací omezení. Toto řešení je sice v praxi nejpoužívanější, ovšem není zde jistota optimálního řízení dle nastavených kritérií. Dále i to, že omezení lze použít pouze na akční zásah a změnu akčního zásahu. A to z důvodu, že tyto zásahy jsou přímo výstupy z optimalizačního algoritmu.

Při pohledu na předchozí možnost řešení omezení, se jako lepším řešením jeví postup, při kterém dojde k omezení vstupních veličin optimalizačního algoritmu i výstupní veličiny soustavy. Tedy řešit vybranou optimalizační úlohu již s danými omezeními. Zvláštní případ omezení vnitřních stavů systému lze využít při použití stavového popisu modelu. Tato možnost je použita v praktické části této práce (MIKLEŠ, 2004).

Obecně se omezení dělí na:

- tvrdá omezení (hard constraints) jsou taková omezení, kde stanovené omezení v samotném prostoru řešení nesmí být za žádných okolností překročeno,
- měkká omezení (soft constraints) jsou naopak taková omezení, kde za určitých podmínek překročení stanovené meze omezení nevedí.

1.4.1 Tvrdá omezení

Tvrdá omezení jsou použita v rámci této diplomové práce.

Omezení mohou být následující.

- omezení změny akčního zásahu

$$\Delta u_{min} \leq u(k) - u(k - 1) \leq \Delta u_{max} \quad (1.37)$$

- omezení velikosti akčního zásahu

$$u_{min} \leq u(k) \leq u_{max} \quad (1.38)$$

- omezení stavové veličiny

$$x_{min} \leq x(k) \leq x_{max} \quad (1.39)$$

- omezení výstupní veličiny

$$y_{min} \leq y(k) \leq y_{max} \quad (1.40)$$

- omezení překmitu

$$y(k + j) \leq w(k) \quad (1.41)$$

- zajištění monotónního průběhu výstupní veličiny neklesající

$$y(k + j) \leq y(k + j + 1) \forall y(k) < w(k) \quad (1.42)$$

nerostoucí

$$y(k + j) \geq y(k + j + 1) \forall y(k) < w(k) \quad (1.43)$$

kde u_{max} je maximální hodnota vstupní veličiny

u_{min} - minimální hodnota vstupní veličiny

x_{max} - maximální hodnota stavové veličiny

x_{min} - minimální hodnota stavové veličiny

y_{max} - maximální hodnota výstupní veličiny

y_{min} - minimální hodnota výstupní veličiny

V této práci se aplikuje stavový popis modelu a uvažování omezení vstupů, stavu a výstupu.

Omezení lze vyjádřit maticovou nerovnicí

$$\mathbf{A}\Delta\mathbf{U} \leq \mathbf{b} \quad (1.44)$$

Omezení maximální hodnoty akčního zásahu lze vyjádřit jako

$$u_{min} \leq u(i) \leq u_{max}, \quad i \in \{k, k + N_u - 1\} \quad (1.45)$$

$$\begin{bmatrix} 1 & \cdots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 1 & \cdots & 1 \end{bmatrix} \Delta\mathbf{U} \leq \begin{bmatrix} 1 \\ \vdots \\ 1 \end{bmatrix} (u_{max} - u(k-1)) \quad (1.46)$$

Omezení minimální hodnoty akčního zásahu lze vyjádřit následovně

$$\begin{bmatrix} -1 & \cdots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ -1 & \cdots & -1 \end{bmatrix} \Delta\mathbf{U} \leq \begin{bmatrix} -1 \\ \vdots \\ -1 \end{bmatrix} (u_{min} - u(k-1)) \quad (1.47)$$

Omezení maximální hodnoty stavu lze vyjádřit následovně

$$x_{min} \leq x(i) \leq x_{max}, \quad i \in \{k+1, k+N_u\} \quad (1.48)$$

$$\begin{bmatrix} \mathbf{N} & 0 & \cdots & 0 \\ \mathbf{MN} & \mathbf{N} & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \mathbf{M}^{N_2-1}\mathbf{N} & \mathbf{M}^{N_2-2}\mathbf{N} & \cdots & \mathbf{N} \end{bmatrix} \Delta\mathbf{U} \leq \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ \vdots & \vdots \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} h_{max} \\ u_{max}(k-1) \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \mathbf{M}_{11} & \mathbf{M}_{12} \\ \mathbf{M}_{21} & \mathbf{M}_{22} \\ \vdots & \vdots \\ \mathbf{M}_{11}^{N_2} & \mathbf{M}_{12}^{N_2} \\ \mathbf{M}_{21}^{N_2} & \mathbf{M}_{22}^{N_2} \end{bmatrix} x(k) \quad (1.49)$$

Omezení minimální hodnoty stavu lze vyjádřit jako

$$- \begin{bmatrix} \mathbf{N} & 0 & \cdots & 0 \\ \mathbf{MN} & \mathbf{N} & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \mathbf{M}^{N_2-1}\mathbf{N} & \mathbf{M}^{N_2-2}\mathbf{N} & \cdots & \mathbf{N} \end{bmatrix} \Delta\mathbf{U} \leq \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \\ \vdots & \vdots \\ 0 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} h_{min} \\ u_{min}(k-1) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{M}_{11} & \mathbf{M}_{12} \\ \mathbf{M}_{21} & \mathbf{M}_{22} \\ \vdots & \vdots \\ \mathbf{M}_{11}^{N_2} & \mathbf{M}_{12}^{N_2} \\ \mathbf{M}_{21}^{N_2} & \mathbf{M}_{22}^{N_2} \end{bmatrix} x(k) \quad (1.50)$$

Omezení maximální hodnoty výstupu lze vyjádřit jako

$$y_{min} \leq y(i) \leq y_{max}, \quad i \in \{k + N_u, k + N_u\} \quad (1.51)$$

$$\mathbf{H}\Delta\mathbf{U} \leq \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ \vdots & \vdots \\ 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y_{max} \\ 0 \end{bmatrix} - \mathbf{F}x(k) \quad (1.52)$$

Omezení minimální hodnoty výstupu lze vyjádřit jako

$$-\mathbf{H}\Delta\mathbf{U} \leq \begin{bmatrix} -1 & -1 \\ \vdots & \vdots \\ -1 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y_{min} \\ 0 \end{bmatrix} + \mathbf{F}x(k) \quad (1.53)$$

U omezení vstupních hodnot, jsou rozměry matice \mathbf{A} $N_u \times N_u$ a matice \mathbf{b} $N_u \times 1$. Patrný rozdíl je u omezení stavových hodnot, kde jsou rozměry matice \mathbf{A} $2N_u \times N_u$ a matice \mathbf{b} po sečtení pravé strany $2N_u \times 1$. Při omezení výstupních hodnot má matice \mathbf{F} rozměry $N_u \times 2$, rozměry matice \mathbf{A} $N_u \times N_u$ po sečtení pravé strany jsou rozměry matice \mathbf{b} $N_u \times 1$.

V prostředí MATLAB je možné všechny dílčí matice \mathbf{A} a \mathbf{b} vložit do jediné matice a postupně dílčí matice později jednotlivě volat pomocí funkce quadprog, která pracuje se vztahem $\mathbf{A}\Delta\mathbf{U} \leq \mathbf{b}$. V nadcházejícím maticovém zápise je konečná podoba matice

$$\begin{bmatrix} \mathbf{A}_{N_u \times N_u} & \mathbf{b}_{N_u \times 1} \\ -\mathbf{A}_{N_u \times N_u} & -\mathbf{b}_{N_u \times 1} \\ \mathbf{A}_{2N_u \times N_u} & \mathbf{b}_{2N_u \times 1} \\ -\mathbf{A}_{2N_u \times N_u} & -\mathbf{b}_{2N_u \times 1} \\ \mathbf{A}_{N_u \times N_u} & \mathbf{b}_{N_u \times 1} \\ -\mathbf{A}_{N_u \times N_u} & -\mathbf{b}_{N_u \times 1} \end{bmatrix} \quad (1.54)$$

1.4.2 Měkká omezení

Jak bylo již zmíněno, měkká omezení jsou taková omezení, kde za určitých podmínek překročení stanoveného omezení nevádí. Překročení určité meze omezení je možno o stanovenou toleranci ε . Použití tohoto typu omezení se nabízí v případě, kdy je možné předchozí typ tvrdého omezení z nějakého důvodu překročit. Nebo když pomocí tvrdého omezení nelze nalézt uspokojivé řešení.

V této diplomové práci se těchto omezení nevyužívá.

1.5 Matematické modelování

Pokud je potřeba popsat reálný děj, používají se matematické modely. Ty se rozdělují na modely, které jsou časově ustálené a na modely, které jsou s časově proměnnými

veličinami. Tedy na statické a dynamické. Dynamické modely se používají pro řízení. Obecně lze říci, že matematické modely popisují závislost výstupních veličin na vstupních, nebo stavových veličinách (DRÁBEK, 1987).

1.5.1 Matematicko-fyzikální analýza

Přírodní zákony jako je například energetická bilance, jsou základem matematicko-fyzikální analýzy, pomocí které lze sestavit matematický model. Modely mají také rovnice, které vystihují elementární děje a rovnice vystihující závislost parametrů procesu na měnících se veličinách.

Obecně lze rovnice modelu roztřídit do níže popsaných skupin:

- a) algebraické rovnice – tyto rovnice popisují systém jak v ustáleném stavu - jako vztahy mezi určenými veličinami,
- b) obyčejné diferenciální rovnice – tyto rovnice popisují systém, kde dynamické chování systému je funkcí jedné nezávislé proměnné,
- c) parciální diferenciální rovnice – tyto rovnice popisují systém, kde na rozdíl od obyčejných diferenciálních rovnic je dynamické chování funkcí nejméně dvou nezávisle proměnných.

Analytické řešení diferenciálních rovnic není však vždy možné získat. Numerické řešení, pokud samotné řešení existuje, zaručuje jeho nalezení.

Bilanční rovnice a její obecný tvar

$$\mathbf{akumulace} = \mathbf{vstup} - \mathbf{výstup} + \mathbf{zdroj}$$

Kde *akumulace* je změna množství bilancované veličiny uvnitř bilancovaného systému za určitý bilanční časový interval, *vstup* je množství bilancované veličiny, které za bilanční časový interval vstoupí z okolí přes rozhraní do bilancovaného systému, *výstup* je množství bilancované veličiny, které za bilanční časový interval vystoupí z bilancovaného systému přes rozhraní do okolí a *zdroj* je množství bilancované veličiny, které za bilanční časový interval přeměnou uvnitř bilancovaného systému vznikne (znaménko +) nebo zanikne (znaménko -) (DRÁBEK, 1987).

1.6 Identifikace dynamických systémů

Existují dva základní způsoby, jak získat popis systému. První způsob je založen na využívání známých zákonitostí. Druhý způsob je založen na analýze experimentálních dat. Samotná identifikace zahrnuje oba dva tyto způsoby. Identifikace zahrnuje hledání struktury a parametru popisu. To vše se stejným chováním jako neznámý systém (DRÁBEK, 1987).

1.6.1 Identifikace pomocí matematicko – fyzikální analýzy

Prvním způsobem identifikace je získávání parametrů modelu s využitím matematicko - fyzikálních znalostí. Při využívání všech známých zákonitostí však vzniká velmi rozsáhlý a složitý model. Proto je někdy nutné zjednodušit konkrétní návrh modelu nebo provést aproximaci složitých závislostí. Parametry modelu mají fyzikální význam, a je tedy možné některé hodnoty parametrů určit přímo (například geometrické rozměry).

Důvod dodržování fyzikálních znalostí je největší předností identifikace pomocí matematicko-fyzikální analýzy. Celou pracovní oblast chování systému dokáže model zcela popsat. Interval hodnot lze odhadnout. Jelikož parametry, které dohledáváme, mají fyzikální význam. To pro samotné nelineární systémy znamená velké usnadnění v rámci experimentální identifikace.

Ovšem je tu ta nevýhoda, že jsou-li děje nějakého zařízení složitější, je složitější i sestavování samotného modelu (DRÁBEK, 1987).

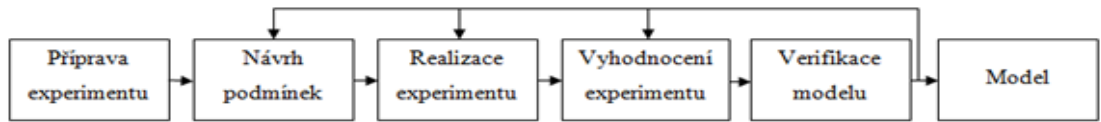
1.6.2 Experimentální identifikace

Pojem experimentální identifikace znamená, že z naměřených vstupních a výstupních veličin soustavy lze vytvořit matematický popis, jehož chování je reálné soustavě co nejvíce podobné, tedy dle vybraného kritéria je mezi nimi minimální rozdíl.

U experimentální identifikace jsou dva základní přístupy z hlediska typu matematického popisu a jeho struktury:

- Model „gray box“ – Zde u tohoto modelu není většina parametrů známá. Z tohoto důvodu se provádí odhad parametrů z experimentálních dat naměřených na identifikovaném systému.
- Model „black box“ – U tohoto modelu se používají obecné typy modelů. A u nich se odhadnou hodnoty jednotlivých parametrů z experimentálních dat naměřených na identifikovaném systému.

Jak už to však v reálu bývá, identifikace se přizpůsobuje současný možnostem samotné technologie. Obecně lze experimentální identifikaci popsat tak, jak je zobrazeno na obr. 1.3.



Obr. 1.3 – Obecný postup při experimentální identifikaci

Možnost získat poměrně rychle pomocí experimentální identifikace model se jeví jako velká výhoda a to i při složitějších systémech. Systém má obecně nějaké děje, které se v něm odehrávají. A bez ohledu na tyto děje jde při experimentální identifikaci o to, aby se výstupy procesu a modelu podobaly co možno nejvíce (DRÁBEK, 1987).

1.7 Linearizace

Pokud se nahradí část křivky, nebo nějakého průběhu funkce přímkou, nazývá se to linearizací. Drtivá většina systému používající se v praxi v různých technologiích je nelineární. Aby byl nelineární model použitelný v řízení, můžeme buď jeho nepodstatné složky způsobující nelinearitu vyloučit, nebo ho linearizovat.

Vyloučení nepodstatných složek modelu je však ošemetné, je potřeba mít jistotu, že vyloučené složky neovlivní negativně kvalitu modelu.

Jistějším způsobem a v praxi používaným je linearizace nelineárního modelu. Zvolí se pracovní bod, ve kterém se samotná linearizace provede. Tím se určí podmínky pro simulaci chování systému. Při volbě podmínky záleží, požadujeme-li, aby soustava pracovala v optimálním režimu, nebo například aby byly použity podmínky zadané určitými normami.

Nelineární systém po linearizaci není vždy úplně dokonale přesný, ovšem volba vhodné formy linearizace zajistí dostačující výsledek.

Linearizace skýtá spoustu metod od linearizace metodou minimálních kvadratických odchylek po linearizaci tečnou rovinou nazývanou též linearizace pomocí Taylorova rozvoje. Dále je vysvětlena a použita linearizace pomocí Taylorova rozvoje (DRÁBEK, 1987).

1.7.1 Linearizace pomocí Taylorova rozvoje

Tato metoda je známá i pod názvem první Ljapunovova metoda. Obecná zákonitost této metody při zanedbání členů vyšších řádu, se nachází v rozvoji pravé strany rovnice v okolí zvoleného pevného bodu v Taylorovu řadu.

Tato řada má tvar

$$f(x) = f(\tilde{x}) + \frac{\partial f}{\partial x}(x - \tilde{x}) + \frac{1}{2!} \frac{\partial^2 f}{\partial x^2}(x - \tilde{x})^2 + \dots \quad (1.55)$$

Rovnice (1.55) je po zanedbání členů vyšších řádů

$$f(x) \approx f(\tilde{x}) + \frac{\partial f}{\partial x}(x - \tilde{x}) \quad (1.56)$$

Pro pevný bod platí

$$f(\tilde{x}) = \frac{d\tilde{x}}{dt} = 0 \quad (1.57)$$

Z toho tedy vyplývá

$$\frac{dx}{dt} = f(x) \approx \frac{\partial f}{\partial x}(x - \tilde{x}) \quad (1.58)$$

Derivace konstanty je rovna nule, proto platí

$$\frac{d\tilde{x}}{dt} = 0 \Rightarrow f(x) \frac{d(x - \tilde{x})}{dt} = \frac{dx}{dt} \quad (1.59)$$

Proto

$$\frac{d(x - \tilde{x})}{dt} \approx \left(\frac{\partial f}{\partial x} \right)_{\tilde{x}} (x - \tilde{x}) \quad (1.60)$$

Rozdíl mezi systémy je patrný, původní systém

$$\begin{aligned} \frac{dx_1}{dt} &= f_1(x_1, x_2, \dots, x_n) \\ \frac{dx_2}{dt} &= f_2(x_1, x_2, \dots, x_n) \\ &\vdots \\ \frac{dx_n}{dt} &= f_n(x_1, x_2, \dots, x_n) \end{aligned} \quad (1.61)$$

Linearizovaný systém

$$\begin{aligned} \frac{d(x_1 - \tilde{x}_1)}{dt} &\approx \left(\frac{\partial f_1}{\partial x_1} \right)_{\tilde{x}} (x_1 - \tilde{x}_1) + \dots + \left(\frac{\partial f_1}{\partial x_n} \right)_{\tilde{x}} (x_n - \tilde{x}_n) \\ \frac{d(x_2 - \tilde{x}_2)}{dt} &\approx \left(\frac{\partial f_2}{\partial x_1} \right)_{\tilde{x}} (x_1 - \tilde{x}_1) + \dots + \left(\frac{\partial f_2}{\partial x_n} \right)_{\tilde{x}} (x_n - \tilde{x}_n) \\ &\vdots \\ \frac{d(x_3 - \tilde{x}_3)}{dt} &\approx \left(\frac{\partial f_3}{\partial x_1} \right)_{\tilde{x}} (x_1 - \tilde{x}_1) + \dots + \left(\frac{\partial f_3}{\partial x_n} \right)_{\tilde{x}} (x_n - \tilde{x}_n) \end{aligned} \quad (1.62)$$

Jacobiho matice původního systému je značena jako $\mathbf{D}f$ a Jacobiho matice linearizovaného systému je značena jako $\mathbf{D}f(\tilde{x})$. Jacobiho matice $\mathbf{D}f(\tilde{x})$ je linearizována v pevném bodě.

Rozdíl mezi těmito maticemi je takový, že v Jacobiho matici původního nelineárního systému $\mathbf{D}f$ nalezneme jak proměnné a konstanty. V Jacobiho matici linearizovaného systému $\mathbf{D}f(\tilde{x})$ pouze konstanty bez proměnných. Popisuje to následující rovnice (DRÁBEK, 1987).

$$\mathbf{D}f = \begin{bmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial x_1} & \frac{\partial f_1}{\partial x_2} & \dots & \frac{\partial f_1}{\partial x_n} \\ \frac{\partial f_2}{\partial x_1} & \frac{\partial f_2}{\partial x_2} & \dots & \frac{\partial f_2}{\partial x_n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \frac{\partial f_n}{\partial x_1} & \frac{\partial f_n}{\partial x_2} & \dots & \frac{\partial f_n}{\partial x_n} \end{bmatrix} \quad (1.63)$$

$$\mathbf{D}f(\tilde{x}) = \begin{bmatrix} \left(\frac{\partial f_1}{\partial x_1}\right)_{\tilde{x}} & \left(\frac{\partial f_1}{\partial x_2}\right)_{\tilde{x}} & \dots & \left(\frac{\partial f_1}{\partial x_n}\right)_{\tilde{x}} \\ \left(\frac{\partial f_2}{\partial x_1}\right)_{\tilde{x}} & \left(\frac{\partial f_2}{\partial x_2}\right)_{\tilde{x}} & \dots & \left(\frac{\partial f_2}{\partial x_n}\right)_{\tilde{x}} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \left(\frac{\partial f_n}{\partial x_1}\right)_{\tilde{x}} & \left(\frac{\partial f_n}{\partial x_2}\right)_{\tilde{x}} & \dots & \left(\frac{\partial f_n}{\partial x_n}\right)_{\tilde{x}} \end{bmatrix} \quad (1.64)$$

2 Praktická část

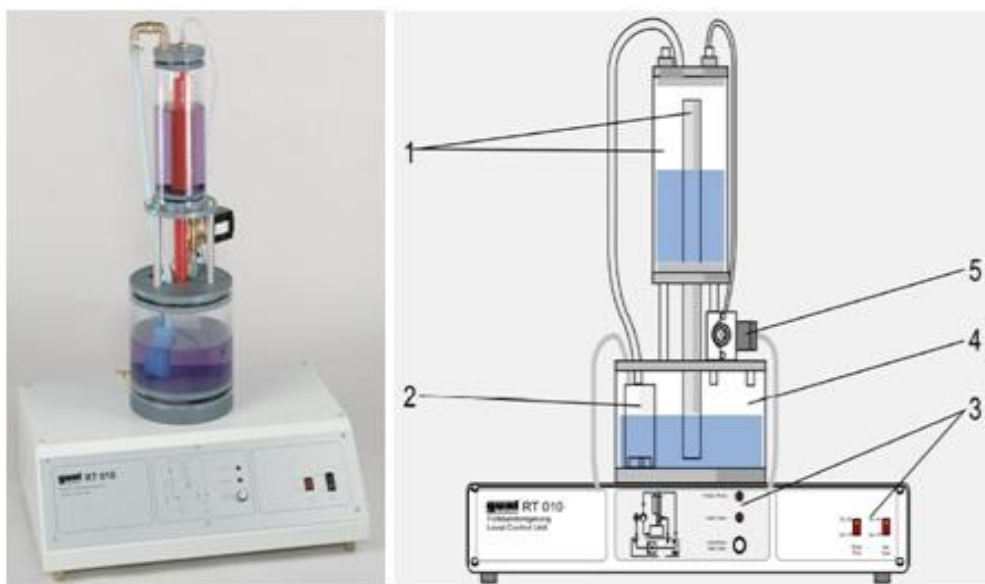
Praktická část se zabývá popisem reálné soustavy, získáním stavového modelu a experimenty jak na měřené soustavě, tak získanými pomocí simulace v prostředí MATLAB.

2.1 Popis soustavy

Níže popsané experimenty byly provedeny na laboratorní soustavě firmy GUNT typu RT 010. Soustava obsahuje měřicí kartu LabJack U12, která slouží ke komunikaci s počítačem. Komunikace je zajištěna pomocí USB. Soustava byla navržena pro potřeby výuky v oblasti řízení - konkrétně měření a regulace hladiny.

2.1.1 Laboratorní stanice GUNT RT 010

Na obr. 2.1 je laboratorní model GUNT RT 010. Model tvoří skleněné provozní a zásobní nádrže. Nádrže jsou umístěny na podstavci. Podstavec obsahuje ovládací panel a uvnitř se nacházejí veškeré elektronické obvody. Komunikace probíhá pomocí měřicí karty LabJack U12 přes rozhraní USB.



Obr. 2.1 – Laboratorní stanice GUNT RT 010

Veličina, která nás zajímá je hladina vody v provozní nádrži (na obr. 2.1 číslo 1). Snímač hydrostatického tlaku s tenzometrickým čidlem zajišťuje měření hladiny. Tento snímač je připojen na měřicí kartu, kam předává elektrický signál s rozsahem 0 – 2,5 V. Čerpadlo (obr. 2.1 číslo 2) zastává funkci akčního členu v obvodu. Čerpadlo, které čerpá vodu

do provozní nádrže, je umístěno v dolní zásobní nádrži (obr. 2.1 číslo 4) a je ovládáno rozsahem napětí od 0 – 5 V. Proporcionální ventil (obr. 2.1 číslo 5) je ovládán rozsahem napětí od 0 – 5 V. Přes tento ventil odtéká voda z horní do dolní nádrže. Ventil a jeho otevření má vliv na vlastnosti soustavy. Může představovat jak poruchovou veličinu, tak i druhou akční veličinu v regulovaném obvodu.

Ostatní prvky, jak už signalizační, tak ovládací se nacházejí na čelním panelu podstavce. Jmenovitě hlavní vypínač, tlačítko úplného otevření ventilu pro vyprázdnění horní nádrže, vypínač čerpadla, signálky čerpadla a signálky ventilu (HONC, 2013).

2.1.1.1 Ponorné čerpadlo Elegant

Jak je výše uvedeno, čerpadlo se nachází v dolní zásobní nádrži a je ovládáno vstupním napětím v rozsahu 0 – 5 V. Technické údaje jsou v tab. 2.1. Čerpadlo je zobrazeno na obr. 2.2 (COMET PUMPE, 2003).

Tab. 2.1 – Technické údaje ponorného čerpadla ELEGANT

Technické údaje čerpadla	
Vstupní napětí, V	12
Příkon, W	10 – 18
Výkon, l/min	8
Tlak, bar	0,6
Rozměry krytu, mm	38 průměr, 20 délka



Obr. 2.2 – Ponorné čerpadlo ELEGANT

2.1.1.2 Proporcionální ventil Burkert 2835

Proporcionální ventil (obr. 2.1 číslo 5) a obr. 2.3 je ovládán rozsahem napětí od 0 – 5 V. Při 0 V je ventil zcela uzavřen, při 5 V je zcela otevřen.

Technické údaje ventilu jsou v tab. 2.2.

Tab. 2.2 – Technické údaje proporcionálního ventilu Burkert 2835

Technické údaje ventilu	
Materiál tělesa	Mosaz, nerezová ocel
Materiál těsnění	FKM, EPDM na vyžádání
Náplň	Neutrální plyny a kapalina
Teplota zařízení, °C	-10 - +90
Teplota okolí, °C	max. 55
Vstupní napětí, V	24 DC
Výkon, W	16
Viskozita, mm ² /s	max. 21



Obr. 2.3 – Proporcionální ventil Burkert 2835

2.1.1.3 Tlakový snímač 0 – 30 mbar

Tento snímač převádí hydrostatický tlak na napětí (0.5 – 2.6 V).

Technické údaje tlakového snímače jsou v tab. 2.3.

Tab. 2.3 – Technické údaje tlakového snímače 0 – 30 mbar

Technické údaje tlakového snímače	
Rozměry, mm	(D × Š × V) 25 × 25 × 10
Hadicová přípojka	5
Trhací tlak, bar	1,73
Vstupní napětí, V	12 DC



Obr. 2.4 – Tlakový snímač 0 – 30 mbar

2.1.2 Měřicí karta LabJack U12

Tato měřicí karta obsahuje analogové vstupy, analogové výstupy, digitální vstupy a výstupy. Nachází se uvnitř laboratorní soustavy GUNT RT 010.

V tabulce níže nalezneme jejich počet a základní technické údaje.

Tab. 2.4 – Technické údaje měřicí karty LabJack U12

Technické údaje měřicí karty	
Rozměry, mm	(D × Š × V) 102 × 150 × 25
Analogové vstupy	8, (AI0 – AI7)
Analogové výstupy	2, (AO0, AO1)
Digitální vstupy/výstupy	20
Čítač	32 bitů
USB	2.0

Při pohledu na měřicí kartu jsou na čelní straně dvě řady vstupů a výstupů zakončených svorkovnicemi o rozteči 5 mm.

Pravý konektor obsahuje vývody 4 digitálních vstupů a výstupů (IO0 – IO3). Dále také 2 analogové výstupy (AO0, AO1), 4 svorky sloužící pro napojení na zem (GND), 2 svorky sloužící pro napájení ostatních zařízení +5 V (+5 V) a nakonec 1 svorku STB sloužící společně s CAL pro kalibraci karty U12.

Levý konektor obsahuje 8 analogových vstupů (AI0 – AI7). Dále 2 svorky +5V, 4 svorky GND a svorku určenou pro kalibraci karty U12.



Obr. 2.5 – Měřicí karta LabJack U12

Výhodou karty je, že nepotřebuje externí napájení. To je zajištěno konektorem USB typu B. Jak už bylo výše zmíněno USB port umožňuje obousměrnou komunikaci s počítačem. Konektor USB nalezneme na horní části karty, viz obr. 2.5 (LABJACK, 2014).

Připojení 16 digitálních vstupů a výstupů (D0 – D15) je možno pomocí konektoru DB nacházející se na pravém boku karty.

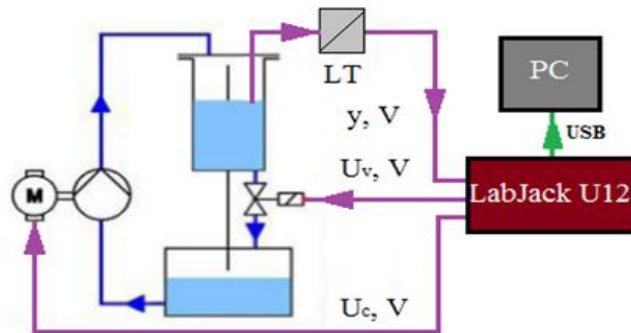
V rámci této práce je využito jednoho analogového vstupu AI0 a dvou analogových výstupů AO0 a AO1. AI0 je připojeno na čidlo tlaku, AO0 řídí napájení čerpadla a AO1 ovládá ventil.

Dále pro řešení zadání této diplomové práce je nutné použít funkce EAnalogIn a EAnalogOut dodávané LDD knihovny. EAnalogIn získá aktuální napětí analogového vstupu a EAnalogOut nastaví na analogovém výstupu požadované napětí.

2.1.3 Připojení soustavy k PC

Pro shrnutí jsou v této podkapitole zopakovány informace týkající se komunikace a připojení počítače k soustavě laboratorní stanice GUNT RT 010. Komunikace je zajištěna

pomocí karty LabJack U12 a analogového vstupu a dvou výstupů. Komunikace běží na rozhraní USB. Princip zapojení je vidět na následujícím obrázku (GUNT, 2005).



Obr. 2.6 – Připojení soustavy k PC

2.2 Nelineární model

Matematicko-fyzikální analýzou je navržen nelineární model laboratorní soustavy.

2.2.1 Model čerpadla

Následujícím vztahem je popsán model čerpadla

$$Q_{in} = a(u_c - u_0)^b \quad (2.1)$$

kde Q_{in} je výstupní průtok kapaliny, m^3/s

u_c - napětí na čerpadle, V

u_0 - napětí, při kterém začne vtékat kapalina do nádrže, V

Pro model čerpadla je nutné určit parametry a, b .

2.2.2 Model nádrže s ventilem

Následná rovnice aproximuje statickou charakteristiku nádrže s ventilem

$$Q_{out} = (eu_v + f)\sqrt{h} \quad (2.2)$$

kde Q_{out} je výstupní průtok kapaliny, m^3/s

u_v - napětí na ventilu, V

h - výška hladiny v nádržích, m

Jako v předchozím případě, je zde nutné také určit parametry, konkrétně e a f .

Dynamické chování modelu nádrže je popsáno následujícím způsobem. Vychází se z bilance hmoty v časově nestálém stavu. Hmotu přitékající do nádrže odpovídá součtu odtékající hmoty z nádrže a zadržuje hmoty v nádrži.

$$Q_{in} = Q_{out} + S \frac{dh}{dt} \quad (2.3)$$

kde Q_{in} je vstupní průtok kapaliny, m³/s
 Q_{out} - výstupní průtok kapaliny, m³/s
 S - průřez nádrže, m²

Podle výšky hladiny h se mění plocha nádrže. Průřez odpovídající průměru potrubí $d_2 = 0,013$ m a je pro hladiny od středu ventilu po dno nádrže – po výšku hladiny $h_0 = 0,08$ m. Průměr nádrže $d_1 = 0,096$ m a odpovídá rozměru od dna nádrže po vrchol nádrže – výška nádrže $h = 0,27$ m.

$$S = S_1 \text{ pro } h \geq h_0$$

$$S = S_2 \text{ pro } h < h_0$$

$$S_{1,2} = \frac{\pi d_{1,2}^2}{4} \quad (2.4)$$

kde d_1 je průměr nádrže, m
 d_2 - průměr potrubí, m
 S_1 - plocha nádrže, m²
 S_2 - plocha potrubí mezi ventilem a nádrží, m²

Použije-li se vztah pro vstupní průtok z rovnice (2.1) a výstupní průtok z rovnice (2.2) a dosadí se do rovnice (2.3), může se konečná výška hladiny dopočítat podle vztahu.

$$a(u_c - u_0)^b = (eu_v + f)\sqrt{h} + S \frac{dh}{dt} \quad (2.5)$$

Předcházející rovnice se upraví do takového tvaru, aby bylo možné počítat výšku hladiny.

$$\frac{dh}{dt} = \frac{a(u_c - u_0)^b - (eu_v + f)\sqrt{h}}{S} \quad (2.6)$$

2.2.3 Model čidla

Rovnice (2.7) představuje model čidla tlaku

$$y = ch + d \quad (2.7)$$

kde y je výstupní signál čidla tlaku, V
 h - výška hladiny v nádrži, m

Pro model čidla je nutné určit parametry c a d .

2.3 Linearizovaný model

Linearizace modelu je důležitá pro návrh regulátoru. Linearizace nelineárního modelu je provedena pomocí odchytkového tvaru. Dále je popsána linearizace jednotlivých částí modelu.

2.3.1 Linearizace modelu čerpadla

Rovnice (2.8) je linearizovaný tvar rovnice (2.1) převedený do odchytkového tvaru

$$\tilde{Q}_{in} = \left. \frac{dQ}{du_c} \right|_{u=u_0} \tilde{u}_c = ab(u_{c0} - u_0)^{b-1} \tilde{u}_c \quad (2.8)$$

kde \tilde{Q}_{in} je odchylka průtoku od bodu linearizace
 \tilde{u}_c - odchylka vstupního napětí od bodu linearizace
 u_{c0} - nastavení pracovního bodu pro linearizaci čerpadla

2.3.2 Linearizace modelu nádrže s ventilem

Rovnice (2.9) je linearizovaný tvar rovnice (2.2) převedený do odchytkového tvaru

$$\tilde{Q}_{out} = \left. \frac{dQ}{du_v} \right|_{h_0} \tilde{u}_v + \left. \frac{dQ}{dh} \right|_{h_0} \tilde{h} \quad (2.9)$$

kde \tilde{Q}_{out} - odchylka průtoku od bodu linearizace
 \tilde{u}_v - odchylka vstupního napětí od bodu linearizace
 \tilde{h} - odchylka výšky hladiny od bodu linearizace

Následující rovnice je vztah po vyjádření derivací podle u_v a podle h z předchozí rovnice (2.9)

$$\tilde{Q}_{out} = e\sqrt{h_{h_0}}\tilde{u}_v + (eu_{v0} + f) \frac{1}{2\sqrt{h_0}} \tilde{h} \frac{dQ}{du_v} \quad (2.10)$$

kde u_{v0} je nastavení pracovního bodu pro linearizaci ventilu.
Rovnice (2.3) je v odchytkovém tvaru

$$\tilde{Q}_{in} = \tilde{Q}_{out} + S \frac{d\tilde{h}}{dt} \quad (2.11)$$

Následující rovnice je výsledkem dosazení vstupního průtoku čerpadla \tilde{Q}_{in} z rovnice (2.8) a výstupního průtoku z nádrže \tilde{Q}_{out} z rovnice (2.9) do rovnice (2.11)

$$ab(u_{c0} - u_0)^{b-1}\tilde{u}_c = e\sqrt{h_{h_0}}\tilde{u}_v + (eu_{v0} + f)\frac{1}{2\sqrt{h_0}}\tilde{h}\frac{dQ}{du_v} + S\frac{d\tilde{h}}{dt} \quad (2.12)$$

Rovnici je možno upravit na rovnici

$$\frac{2S\sqrt{h_0}}{eu_{v0} + f}\frac{d\tilde{h}}{dt} + \tilde{h} = \frac{2\sqrt{h_0}ab(u_{c0} - u_0)^{b-1}}{eu_{v0} + f}\tilde{u}_c - \frac{2eh_0}{eu_{v0} + f}\tilde{u}_v + S\frac{d\tilde{h}}{dt} \quad (2.13)$$

Pokud předchozí rovnici upravíme, je možno z ní stanovit parametry T , Z_c a Z_v

$$T\frac{d\tilde{h}}{dt} + \tilde{h} = Z_c\tilde{u}_c - Z_v\tilde{u}_v + S\frac{d\tilde{h}}{dt} \quad (2.14)$$

kde $T = \frac{2S\sqrt{h_0}}{eu_{v0} + f}$ je časová konstanta, s

$$Z_c = \frac{2\sqrt{h_0}ab(u_{c0} - u_0)^{b-1}}{eu_{v0} + f} - \text{zesílení čerpadla } Z_c$$

$$Z_v = -\frac{2eh_0}{eu_{v0} + f} - \text{zesílení ventilu } Z_v$$

2.3.3 Linearizace modelu čidla tlaku

Linearizovat model čidla není nutné, jelikož už lineární je. Jeho odchylkový tvar je uveden v rovnici (2.15)

$$\tilde{y} = c\tilde{h} \quad (2.15)$$

Kde \tilde{y} je odchylka výstupního napětí od bodu linearizace.

2.4 Výsledný stavový model

Z rovnic (2.14) a (2.15) získáme stavový model

$$\left[\frac{d\tilde{h}}{dt}\right] = \left[-\frac{1}{T}\right]\tilde{h} + \left[\frac{Z_c}{T} \quad \frac{Z_v}{T}\right]\begin{bmatrix} \tilde{u}_c \\ \tilde{u}_v \end{bmatrix} \quad (2.16)$$

V této diplomové práci se uvažuje pouze s jednorozměrným řízením. Napětí ventilu se uvažuje jako konstantní.

$$\tilde{y} = c\tilde{h} \quad (2.17)$$

- Stavová matice \mathbf{A} má tvar

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 1 \\ -\frac{1}{T} \end{bmatrix} \quad (2.18)$$

kde T je časová konstanta, s

- Stavová matice \mathbf{B} má tvar

$$\mathbf{B} = \begin{bmatrix} Z_c \\ T \end{bmatrix} \quad (2.19)$$

kde Z_c je zesílení čerpadla

- Stavová matice \mathbf{C} má tvar

$$\mathbf{C} = c \quad (2.20)$$

kde c je dohledaný parametr z modelu čidla, rovnice (2.7).

2.5 Identifikace nelineárního modelu

Identifikace nelineárního modelu byla provedena v diplomové práci (MEJZNAR, 2013). V následující tabulce jsou použity dohledané parametry čerpadla a, b , nádrže s ventilem e, f a čidla c, d .

Tab. 2.5 – Dohledané parametry čerpadla, nádrže s ventilem a čidla

Parametr čerpadla a	$4,63 \times 10^{-15}$
Parametr čerpadla b	0,56
Parametr ventilu e	$3,01 \times 10^{-5}$
Parametr ventilu f	$3,33 \times 10^{-6}$
Parametr čidla c	12,33
Parametr čidla d	-0,61

2.6 Realizace v prostředí MATLAB

Nyní budou popsány jednotlivé části programů, které byly potřeba vytvořit v prostředí MATLAB.

Skript obsahující hlavní výpočet prediktivního regulátoru se jmenuje „MPC.m“. Na začátku programu má uživatel na výběr volbu mezi simulací lineárního nebo nelineárního modelu. Pro řešení nelineárního modelu je vhodné použít v MATLABu funkci ode45 volající numerické řešení diferenciální rovnice popsané funkcí „difrov“. Třetí možností je volba

provedení experimentu na reálné soustavě. Komunikaci s reálnou soustavou zajišťuje měřicí karta LabJack U12 pomocí m-funkcí EAnalogIn a EAnalogOut.

Před výpočtem regulátoru se zadaný spojité stavový popis převede na diskrétní, pomocí funkce c2d. Následuje převedení matic stavového popisu \mathbf{A} , \mathbf{B} a \mathbf{C} na rozšířené matice $\bar{\mathbf{A}}$, $\bar{\mathbf{B}}$ a $\bar{\mathbf{C}}$. Tento převod matic zajistí funkce „prevod.m“. Vstupem zmíněné funkce jsou matice stavového popisu a výstupem rozšířené matice. Kde rozšířená matice $\bar{\mathbf{A}} = [\mathbf{A}; \text{zeros}(1, nx) \ 1]$, $\bar{\mathbf{B}} = [\mathbf{B}; \ 1]$, $\bar{\mathbf{C}} = [\mathbf{C}; \ 0]$ a nx je řád soustavy - rozměr matice \mathbf{A} . Poté program načte další vytvořenou funkci jmenující se „prediktor“. Tato funkce vypočítá matice \mathbf{G} a \mathbf{F} prediktoru pomocí rozšířených matic, horizontu řízení N_u a horizontu sledování žádané hodnoty N .

Zahrnutí omezení do výpočtu bylo ukázáno v kapitole 1.4.1. Je potřeba použít numerické řešení, které bude vybraná omezení respektovat. Jelikož se jedná o kvadratickou formu, využívá se kvadratického programování. Z tohoto důvodu je použita funkce quadprog.

Veškeré parametry se nacházejí ve skriptu „Parametry.m“, který se načte při spuštění skriptu „MPC.m“. Důležitými parametry regulátoru jsou horizont řízení N_u , horizont sledování žádané hodnoty N , penalizace akčního zásahu λ , perioda vzorkování T_s . Volba bodu linearizace je v tab. 2.6. Nastavení ostatních parametrů je uvedeno v nadcházející kapitole věnované aplikaci prediktivního regulátoru na nelineárním modelu a na reálné soustavě.

Tab. 2.6 – Pracovní body pro linearizaci

Napětí čerpadla u_{c0}	2,5 V
Napětí ventilu u_{v0}	3 V

2.7 Regulační pochody

V této části jsou porovnány regulační pochody nelineárního modelu a reálné soustavy. Všechny experimenty jsou provedeny pro jeden pracovní bod, pro lepší porovnání jednotlivých průběhů. Na následujících obrázcích jsou průběhy akčního zásahu čerpadla (vlevo nahoře červená barva), výšky hladiny (vlevo dole zelená barva) a výstupního napětí na čidle (vpravo dole modrá barva). Omezení jsou značeny čárkovanou čarou. Napětí na ventilu je konstantní a rovno 3 V (vpravo nahoře červená barva). Žádaná hodnota je zobrazována spolu s výstupním napětím čidla tlaku (vpravo dole černá barva).

V následující tabulce jsou definovány parametry, které byly při simulaci použity.

Tab. 2.7 – Použité parametry

Minimální horizont N_1	1
Maximální horizont N_2	20
Horizont řízení N_u	20
Penalizace λ	0,1
T_s, s	0,5

Parametry jsou zvoleny tak, aby se napětí čidla při regulaci pohybovalo v rozmezí 10 % až 90 % rozsahu. Což odpovídá napětí uvedenému v tab. 2.8. Pro dolní hladinu napětí čidla $y_{0p} = 0,721$ V odpovídá vypočítaná hodnota pracovního bodu výšky hladiny $h_{0p} = 0,1079$ m a napětí na čerpadle $u_{c0p} = 2,281$ V.

Tab. 2.8 – Nastavené pracovní body

Zvolený pracovní rozsah čidla	0,721 – 2,489 V
h_{0p}	0,1079 m
u_{c0p}	2,281 V

U reálné soustavy bylo změřeno experimentálně pro napětí na výstupu čidla $y_{0p} = 0,721$ V odpovídající napětí na čerpadle $u_{c0p} = 2,35$ V. Dosazením do vzorce 2.21 pro výpočet výšky vychází h_{0p} stejně jako v předchozím případě.

$$h = (y - d)/c \quad (2.21)$$

2.7.1 Regulační pochod s výchozími omezeními vstupů, stavů a výstupů

Výchozí nastavení omezení je zaznamenáno v tab. 2.9. Je dáno pracovním rozmezí čerpadla, kdy začne voda téci do nádrže až po maximální možné napětí čerpadla. Výška má rozsah od středu ventilu po okraj nádrže, než přeteče.

V tabulce je zaznamenám i rozsah čidla, který byl zkontrolován v experimentální části a odpovídá hodnotě tabulce.

Postupně se při experimentech bude měnit vždy určitý parametr z tab. 2.9.

Regulační pochody jsou zaznamenány na obr. 2.7 a 2.8. Skok z žádané veličiny je proveden v čase 40 s z $w = 0,721$ V na $w = 2,489$ V a v čase 80 s zpět na $w = 0,721$ V.

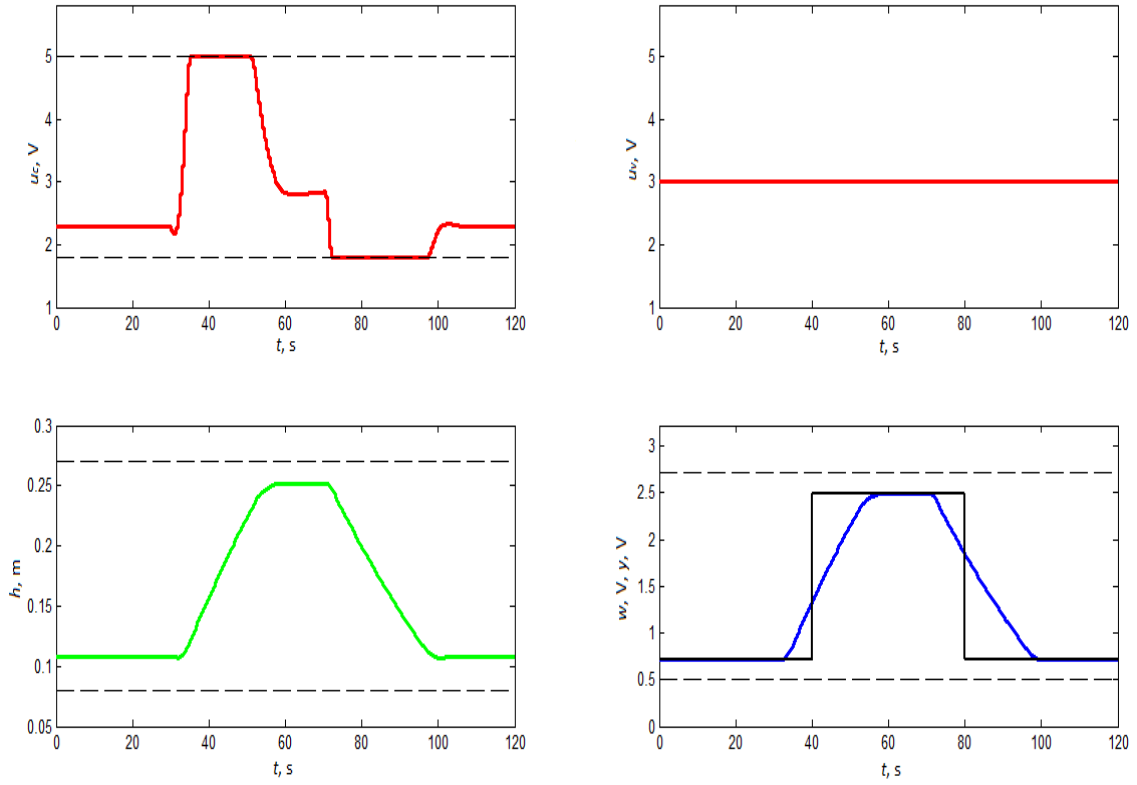
Na obr. 2.7 je zaznamenám regulační pochod pro nelineární model, s parametry nastavenými podle tab. 2.9. Na obr. 2.8 je zaznamenám regulační pochod reálné soustavy se stejně nastaveným parametry jako u simulace regulačního pochodu na nelineárním modelu.

Na obou obrázcích je vidět, že žádanému napětí 2,489 V, tedy výstupnímu napětí na čidle tlaku, odpovídá výška přibližně 25 cm.

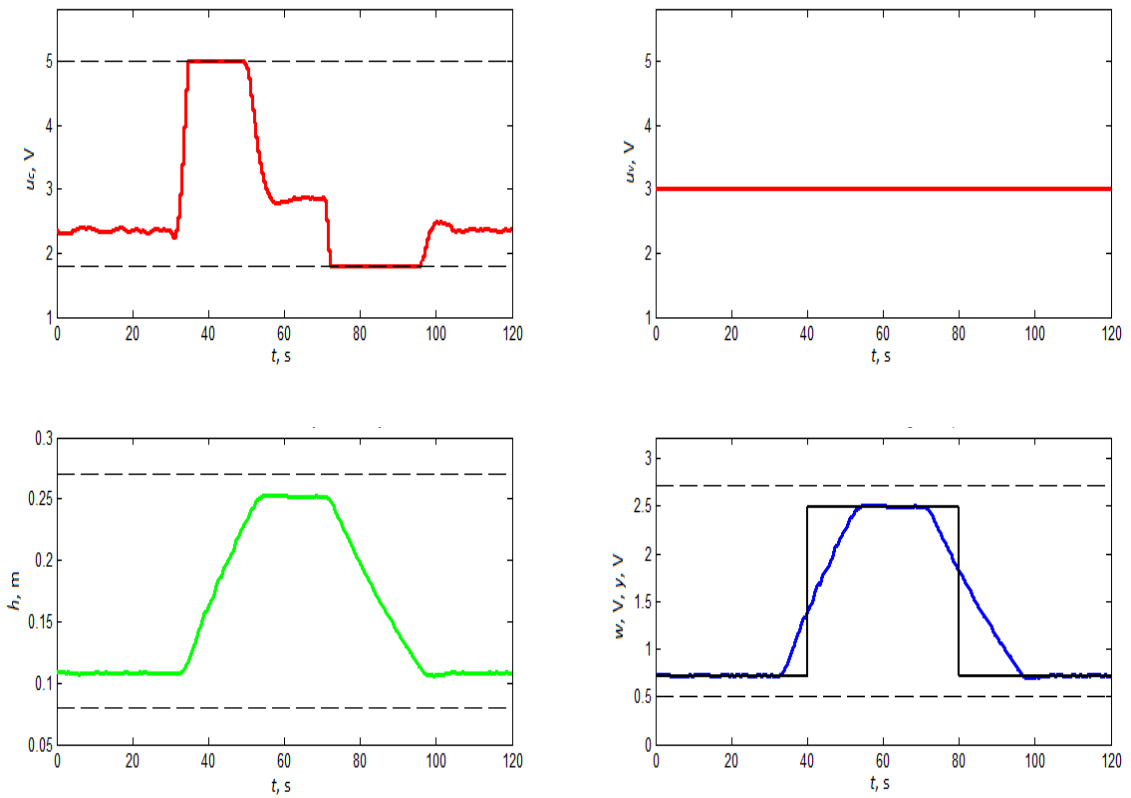
Z porovnání obou regulačních pochodů, je patrné, že vypočítaný model soustavy dobře popisuje reálné chování soustavy. Na průbězích je možno vidět délku horizontu predikce 10 s – akční zásah začne 10 s před změnou žádané hodnoty. Jelikož horizont predikce byl zvolen 20 a perioda vzorkování 0,5 s. U tohoto rychlého systému je tento horizont predikce postačující.

Tab. 2.9 – Nastavené parametry omezení

u_{cmax}	5 V
$u_{cmin} = u_0$	1,8 V
h_{max}	0,27 m
h_{min}	0,08 m
y_{max}	2,719 V
y_{min}	0,5 V



Obr. 2.7 – Regulační pochod na nelineárním modelu



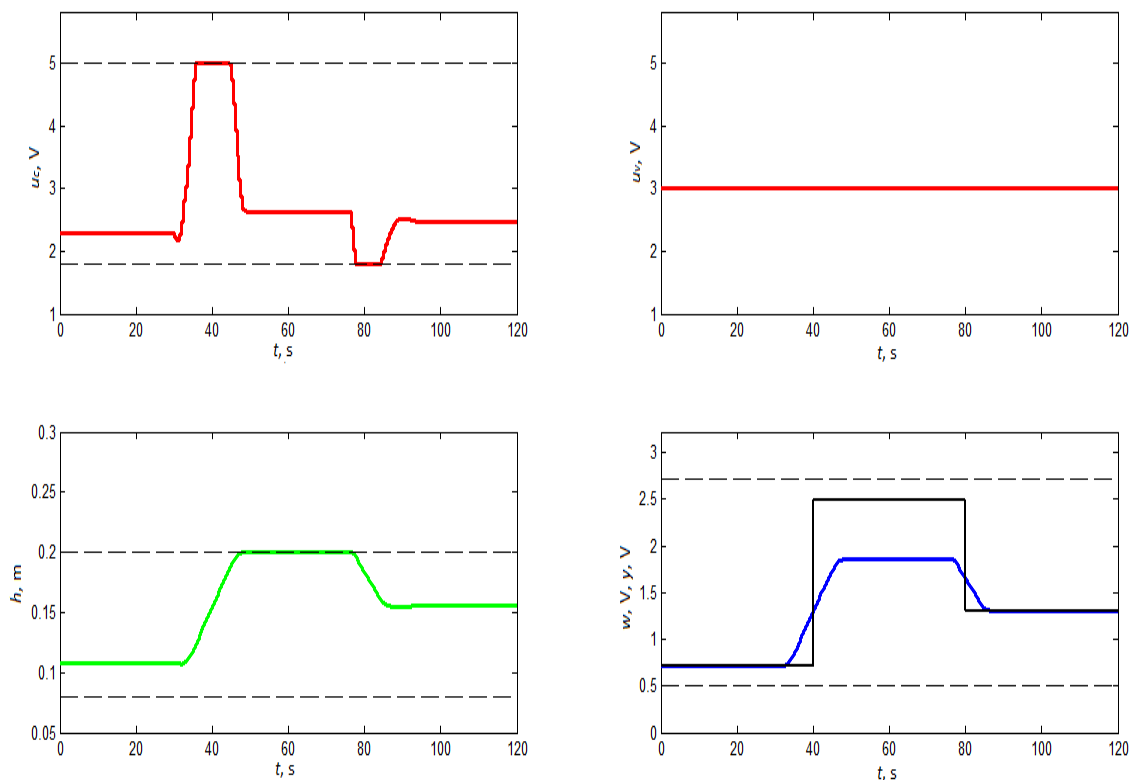
Obr. 2.8 – Regulační pochod na reálné soustavě

2.7.2 Regulační pochod s omezením maximální výšky hladiny na 0,2 m

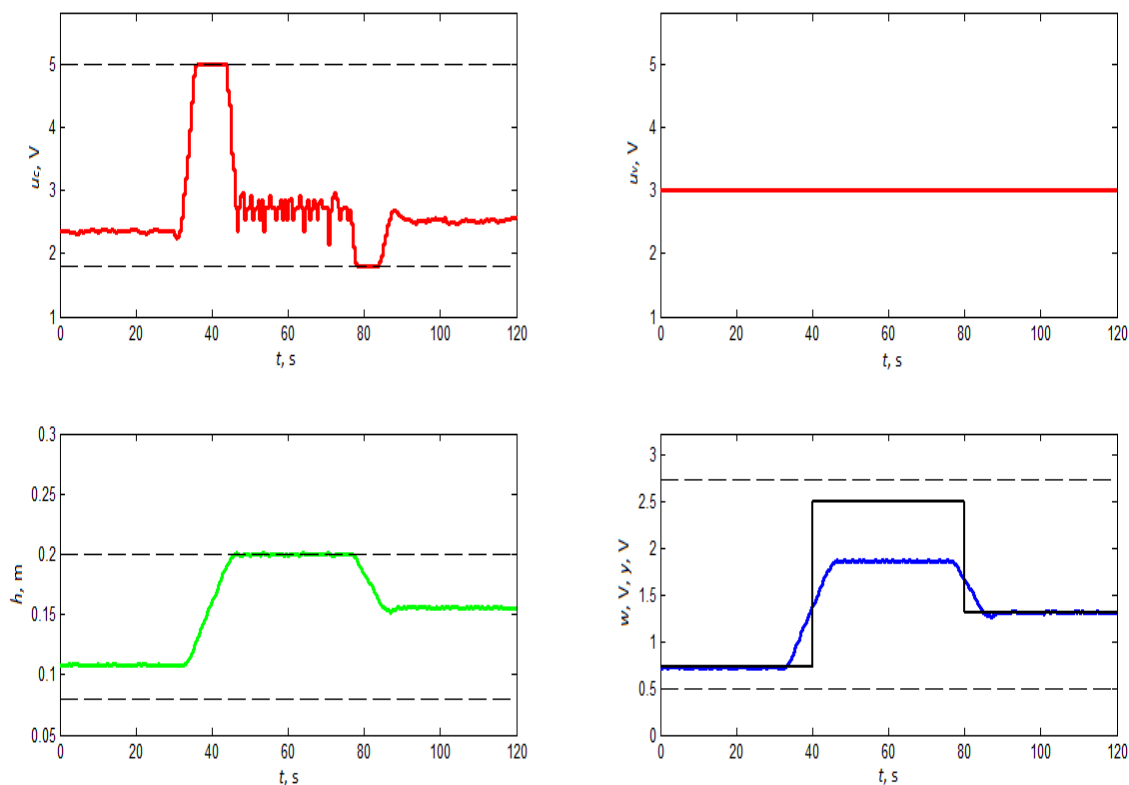
V této podkapitole je demonstrováno omezení maximálního stavu. Přesněji hladiny na 0,2 m. Ostatní omezení mají znovu výchozí nastavení podle tab. 2.9. Skok z žádané veličiny je proveden v čase 40 s z hodnoty $w = 0,721$ V na $w = 2,489$ V a v čase 80 s dolů na $w = 1,305$ V.

Regulační pochod pro nelineární model je znázorněn na obr. 2.9. Při stejném nastavení a žádané hodnotě je vidět na obr. 2.10 regulační pochod na reálné soustavě.

Z regulačních pochodů je patrné, že pro hodnotu výšky hladiny 0,2 m odpovídá přibližné napětí na výstupu čidla 1,85 V. Je zřetelné, že omezení pro hladinu pracuje správně a že s výstupním napětím na čidle se nad již zmíněnou hodnotu napětí odpovídající 0,2 m hladiny regulátor nedostane.



Obr. 2.9 – Regulační pochod na nelineárním modelu s omezením maximální hladiny



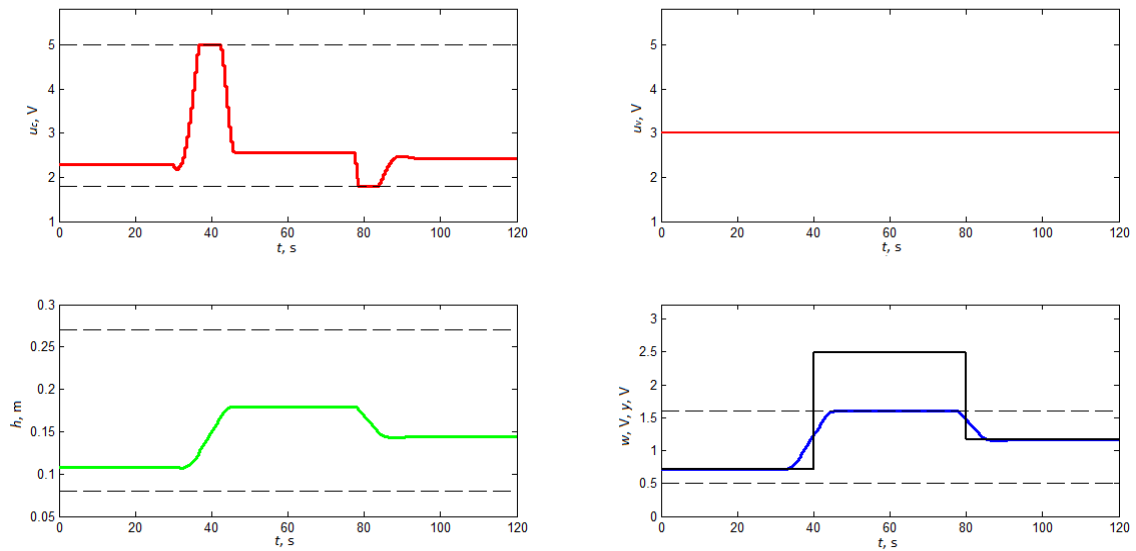
Obr. 2.10 – Regulační pochod na reálné soustavě s omezením maximální hladiny

2.7.3 Regulační pochod s omezením maximálního výstupního napětí čidla na 1,6 V

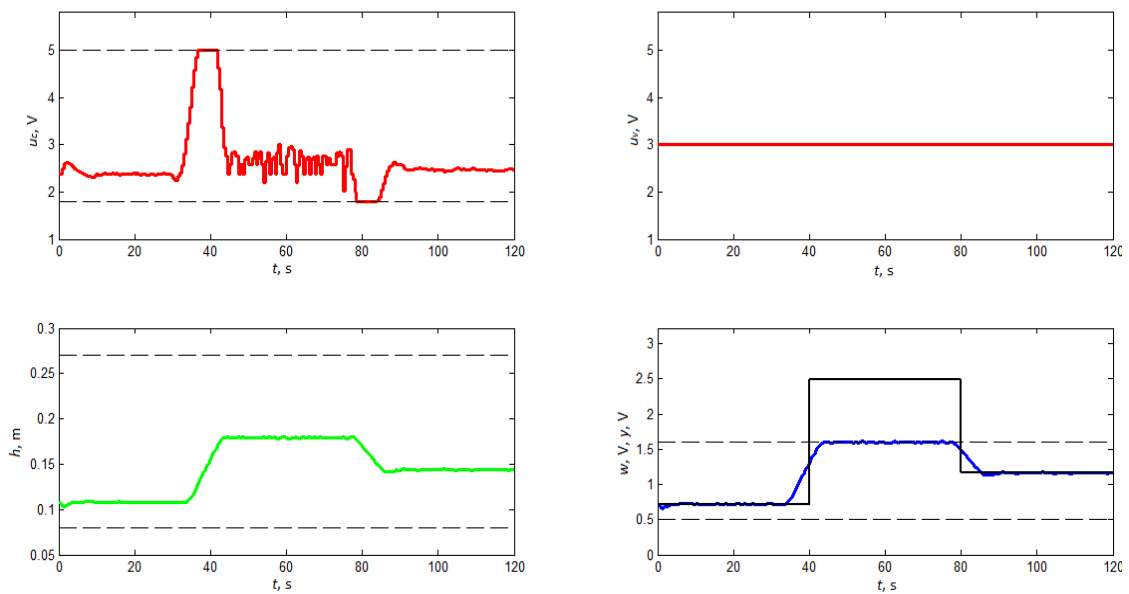
Nyní je omezeno napětí na výstupu čidla, na hodnotu 1,6 V. Ostatní omezení mají znovu výchozí nastavení jako v předchozích případech. To znamená, že hladina je omezena znovu na 0,27 m.

Skok z žádané veličiny je proveden v čase 40 s z hodnoty $w = 0,721$ V na $w = 2,489$ V a v čase 80 s dolů na $w = 1,163$ V. Regulační pochod pro nelineární model je znázorněn na obr. 2.11 a na obr. 2.12 pro soustavu.

Omezení horní meze y_{max} výstupního napětí na 1,6 V odpovídá přibližně výšce 18 cm hladiny vody v nádrži. Jako u předchozího omezení, je zde patrná správnost aplikace horní meze výstupního napětí.



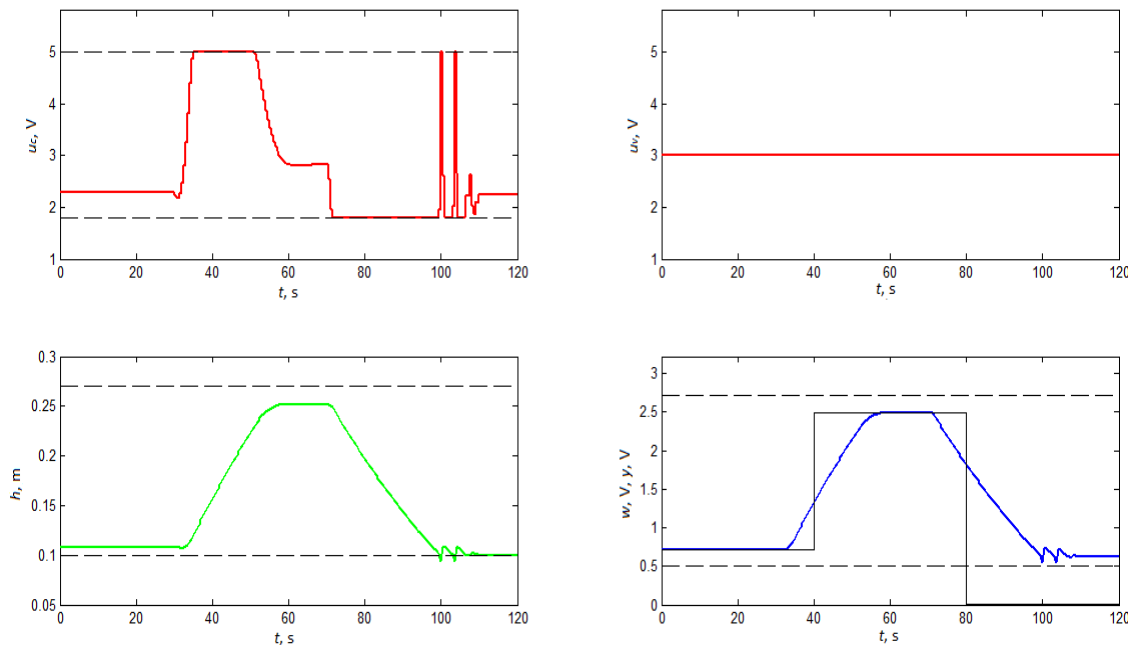
Obr. 2.11 – Regulační pochod na nelineárním modelu s omezením maximálního výstupního napětí čidla



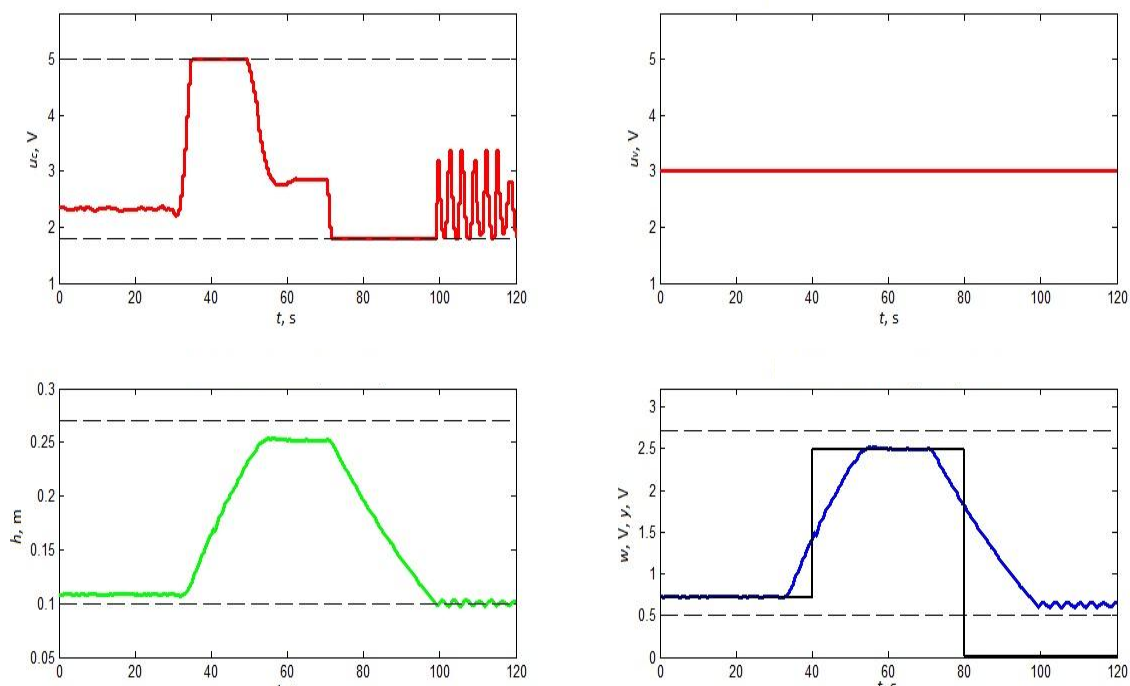
Obr. 2.12 – Regulační pochod na reálné soustavě s omezením maximálního výstupního napětí čidla

2.7.4 Regulační pochod s omezením minimální výšky hladiny na 0,1 m

Pro ověření omezení minimální hladiny je zvolena hladina 0,1 m, ostatní omezení jsou nastavena znovu na výchozí nastavení. Skok z žádané veličiny je proveden v čase 40 s z hodnoty $w = 0,721$ V na $w = 2,489$ V a v čase 80 s dolů na $w = 0$ V.



Obr. 2.13 – Regulační pochod na nelineárním modelu s omezením dolní hladiny

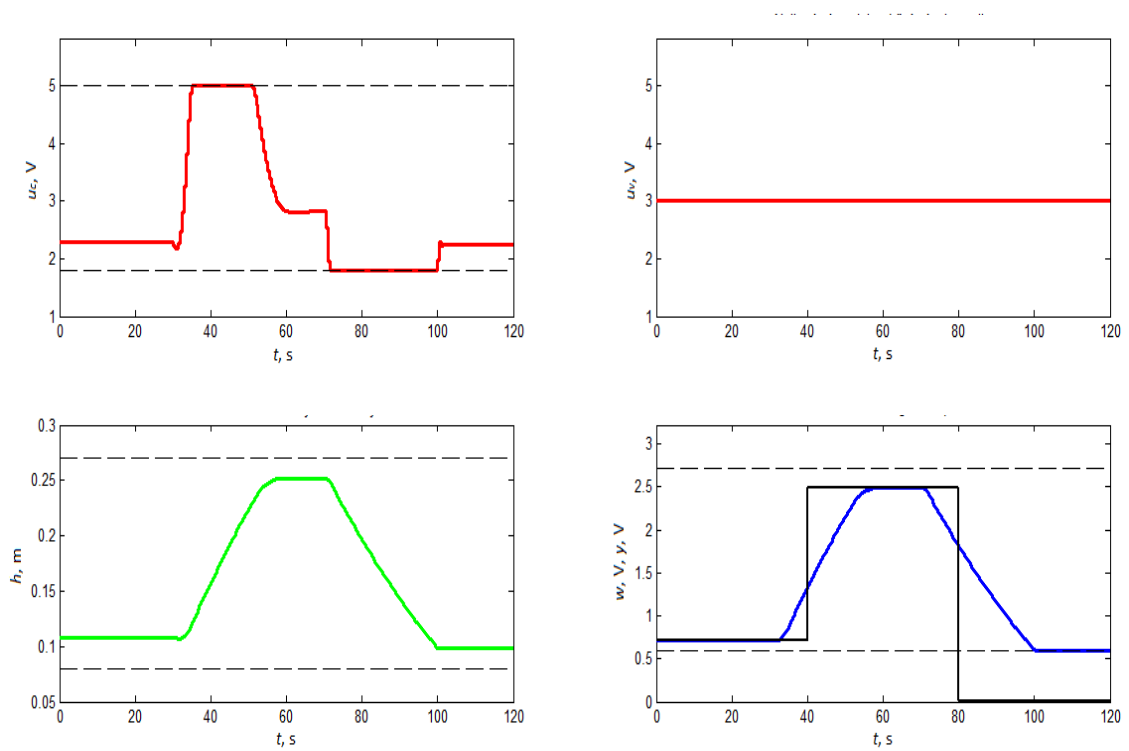


Obr. 2.14 – Regulační pochod na reálné soustavě s omezením dolní hladiny

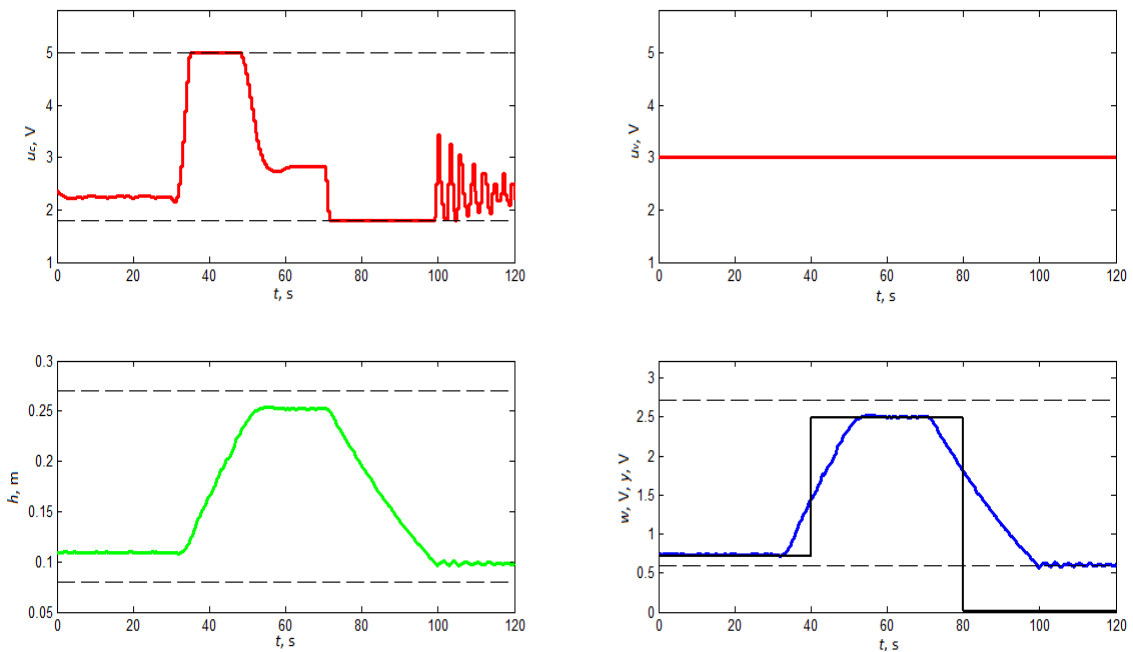
2.7.5 Regulační pochod s omezením minimálního výstupního napětí čidla na 0,6 V

Pro ověření omezení minimálního výstupního napětí, je zvoleno napětí 0,6V. Ostatní omezení jsou nastavena znovu na výchozí hodnoty a skok z žádané veličiny je proveden

v čase 40 s z hodnoty $w = 0,721$ V na $w = 2,489$ V a v čase 80 s dolů na $w = 0$ V. Na obr. 2.15 a 2.16 je zaznamenán regulační pochod pro nelineární model a pro reálnou soustavu.



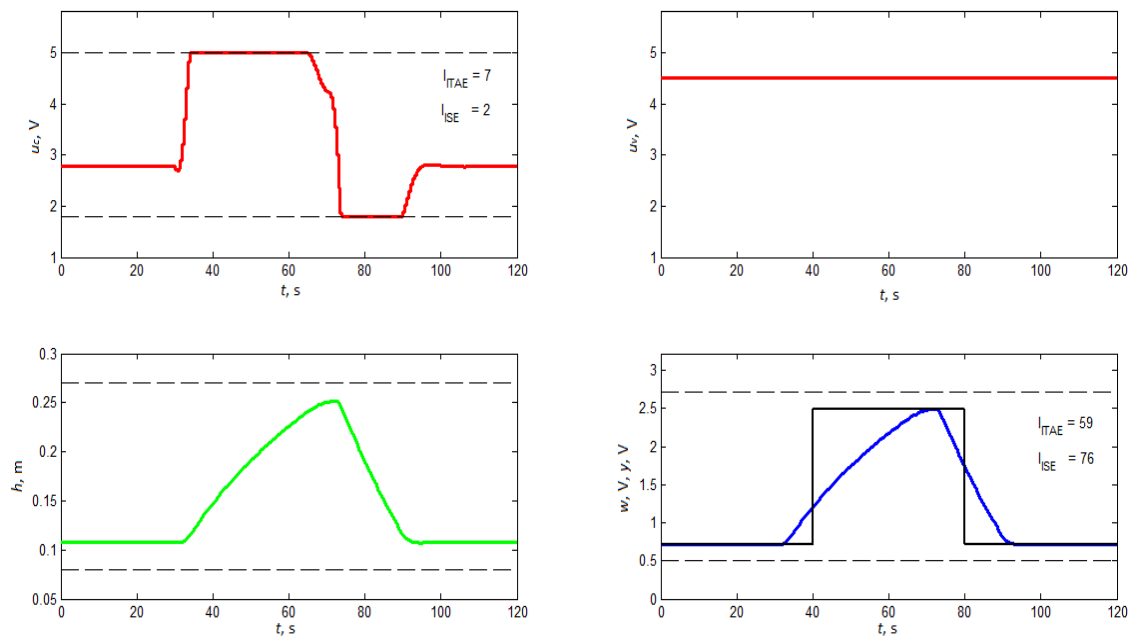
Obr. 2.15 – Regulační pochod na nelineárním modelu s omezením minimálního výstupního napětí



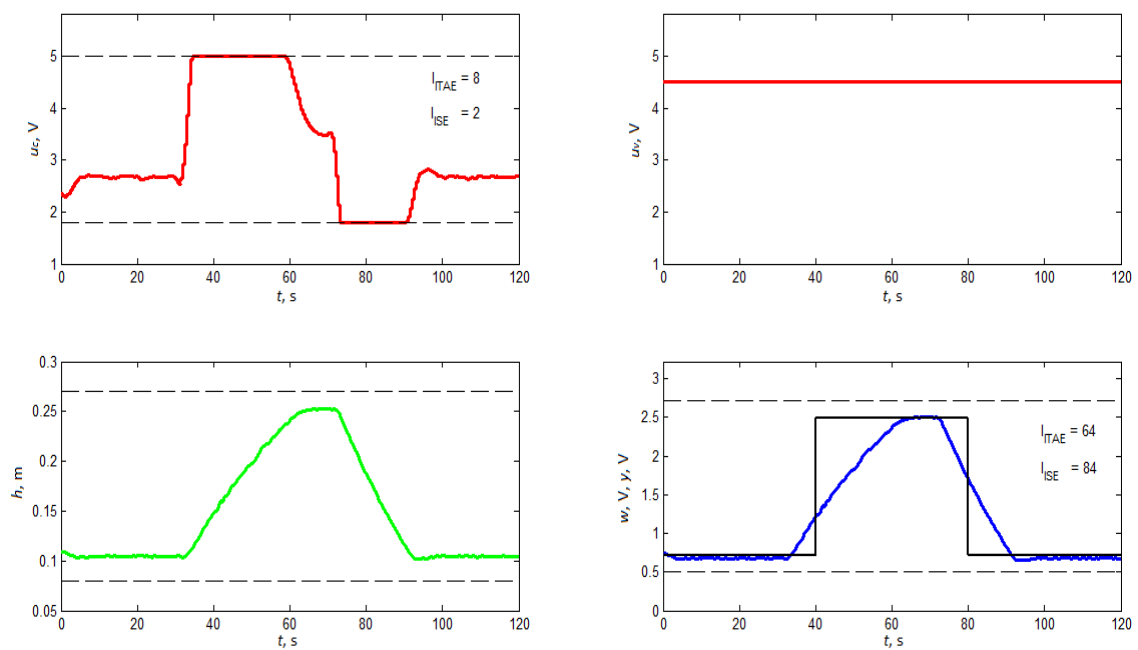
Obr. 2.16 – Regulační pochod na reálné soustavě s omezením minimálního výstupního napětí

2.7.6 Regulační pochody pro různá otevření ventilu

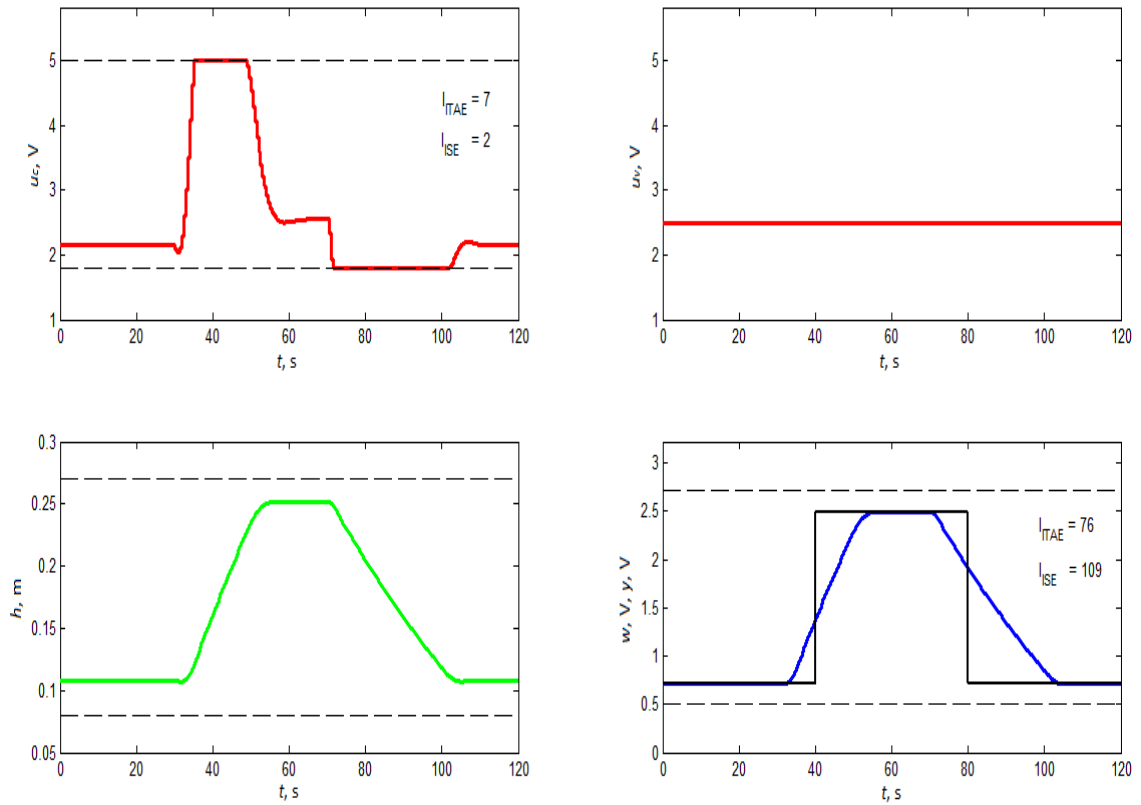
Pro ukázkou jak ovlivňuje regulační pochod nastavení ventilu, jsou zvolena tři různá nastavení. Pro ovládací napětí ventilu 4,5 V, 2,5 V a 1,8 V. Na následujících obrázcích (obr. 2.17 – obr. 2.22) jsou zaznamenány regulační pochody vždy pro nelineární model a pro reálnou soustavu.



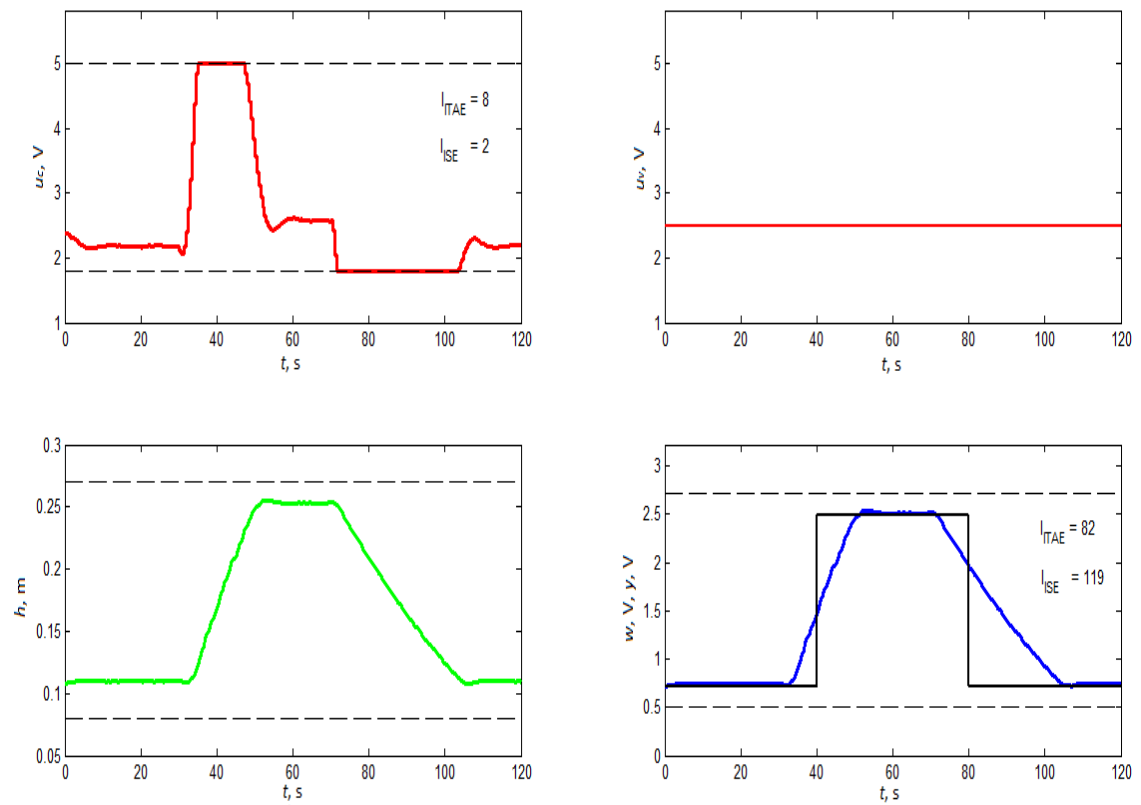
Obr. 2.17 – Regulační pochod na nelineárním modelu s napětím na ventilu 4,5 V



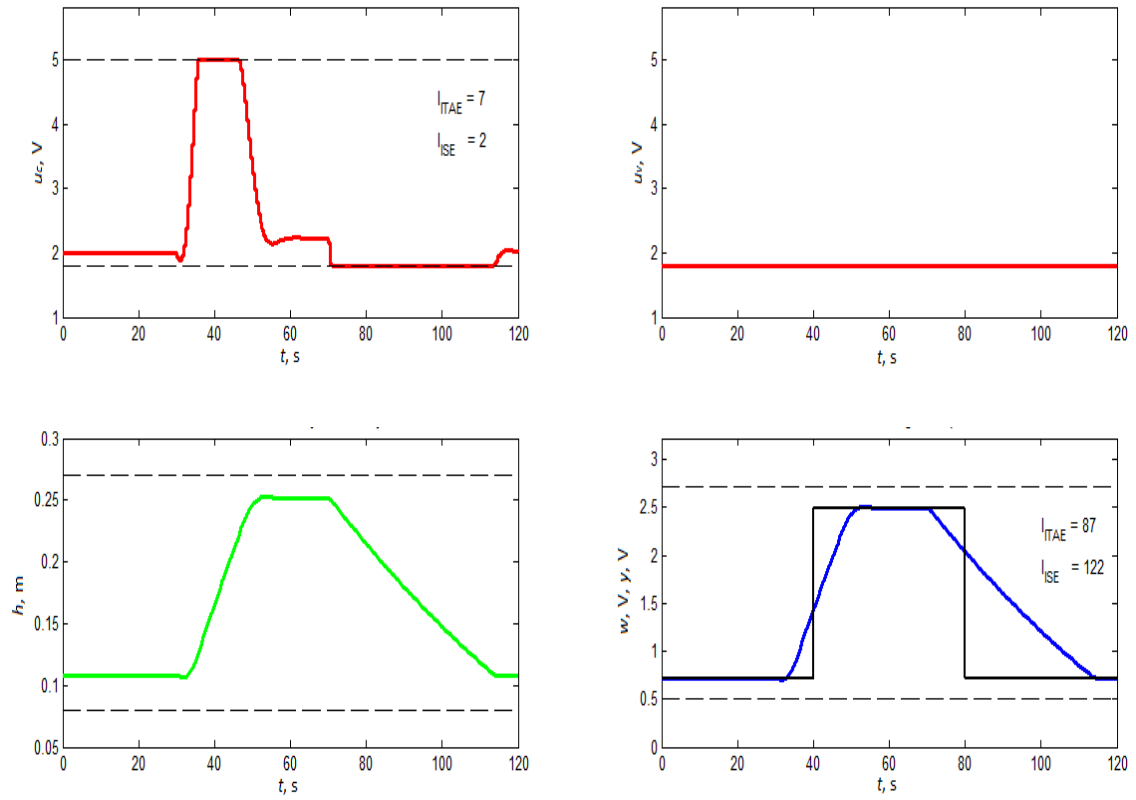
Obr. 2.18 – Regulační pochod na reálné soustavě s napětím na ventilu 4,5 V



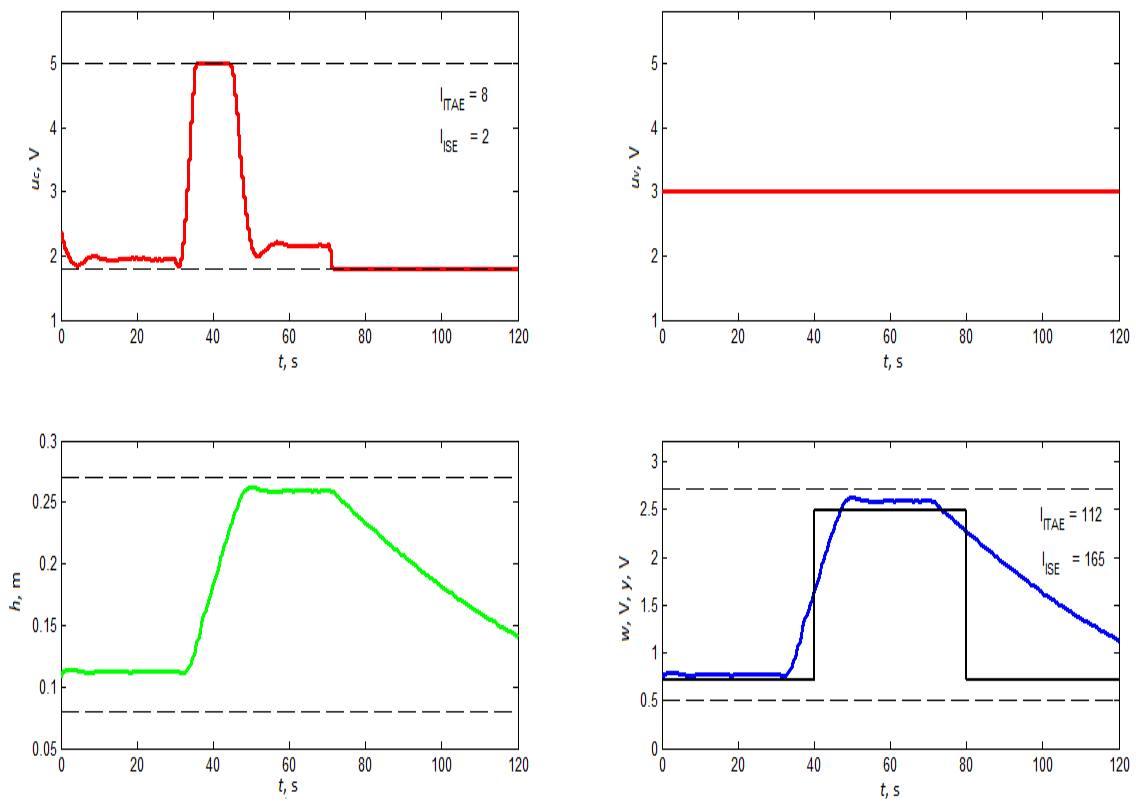
Obr. 2.19 – Regulační pochod na nelineárním modelu s napětím na ventilu 2,5 V



Obr. 2.20 – Regulační pochod na reálné soustavě s napětím na ventilu 2,5 V



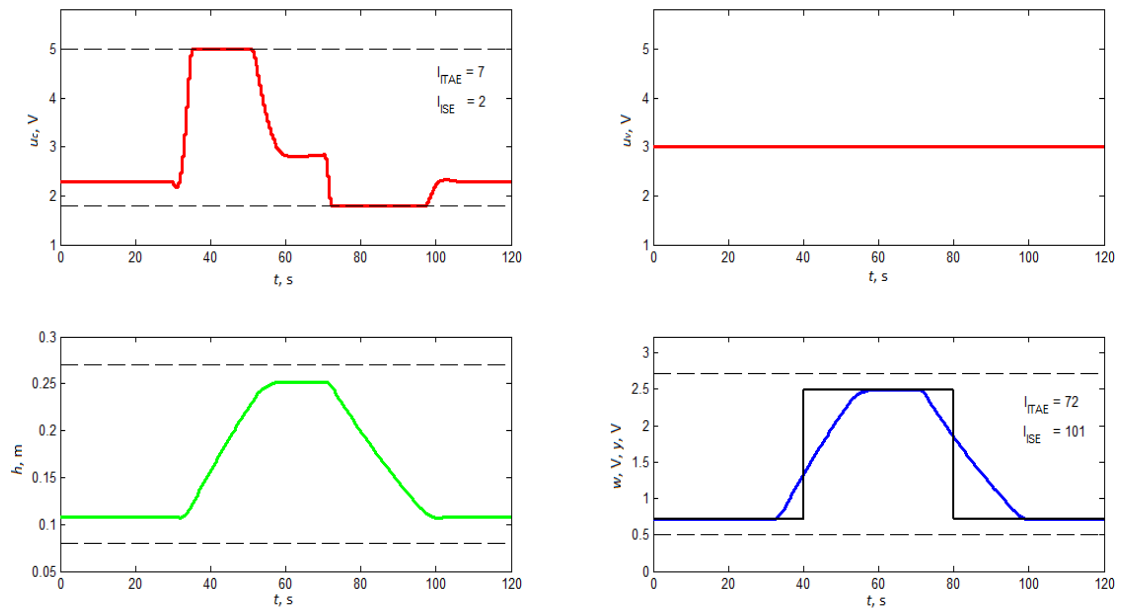
Obr. 2.21 – Regulační pochod na nelineárním modelu s napětím na ventilu 1,8 V



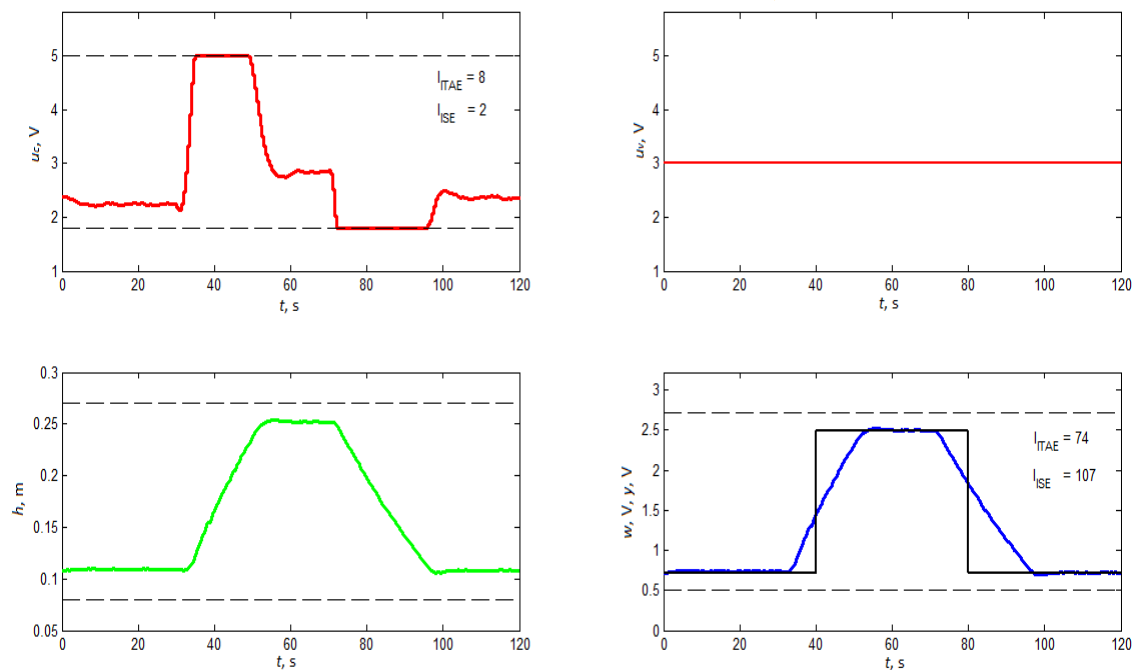
Obr. 2.22 – Regulační pochod na reálné soustavě s napětím na ventilu 1,8 V

2.7.7 Regulační pochody pro různá nastavení penalizace akčních zásahů λ

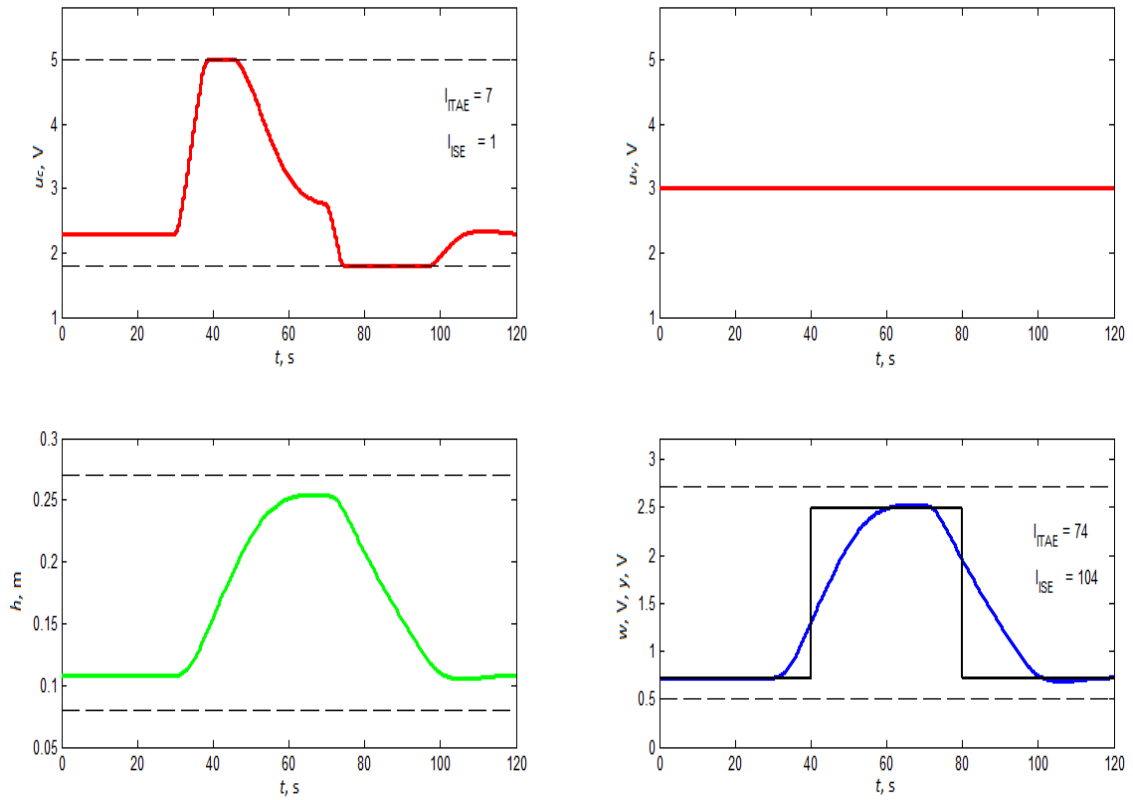
Pro ukázkou jak ovlivňuje regulační pochod nastavení penalizace λ , jsou zvolena tři různá nastavení (0,1, 5 a 10). Na následujících obrázcích (obr. 2.23 – obr. 2.28) jsou zaznamenány regulační pochody znovu vždy pro nelineární model a pro reálnou soustavu. Všechna omezení mají znovu výchozí nastavení, tedy i napětí na ventilu je 3 V.



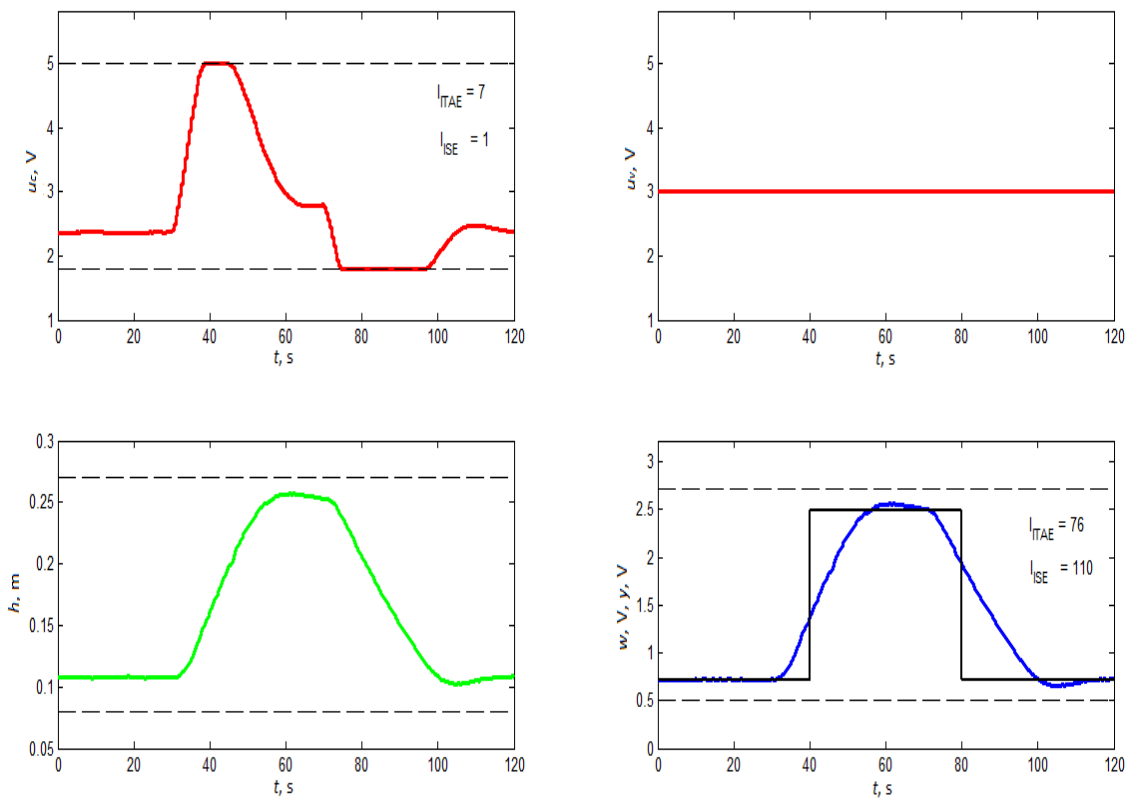
Obr. 2.23 – Regulační pochod na nelineárním modelu při penalizaci $\lambda = 0,1$



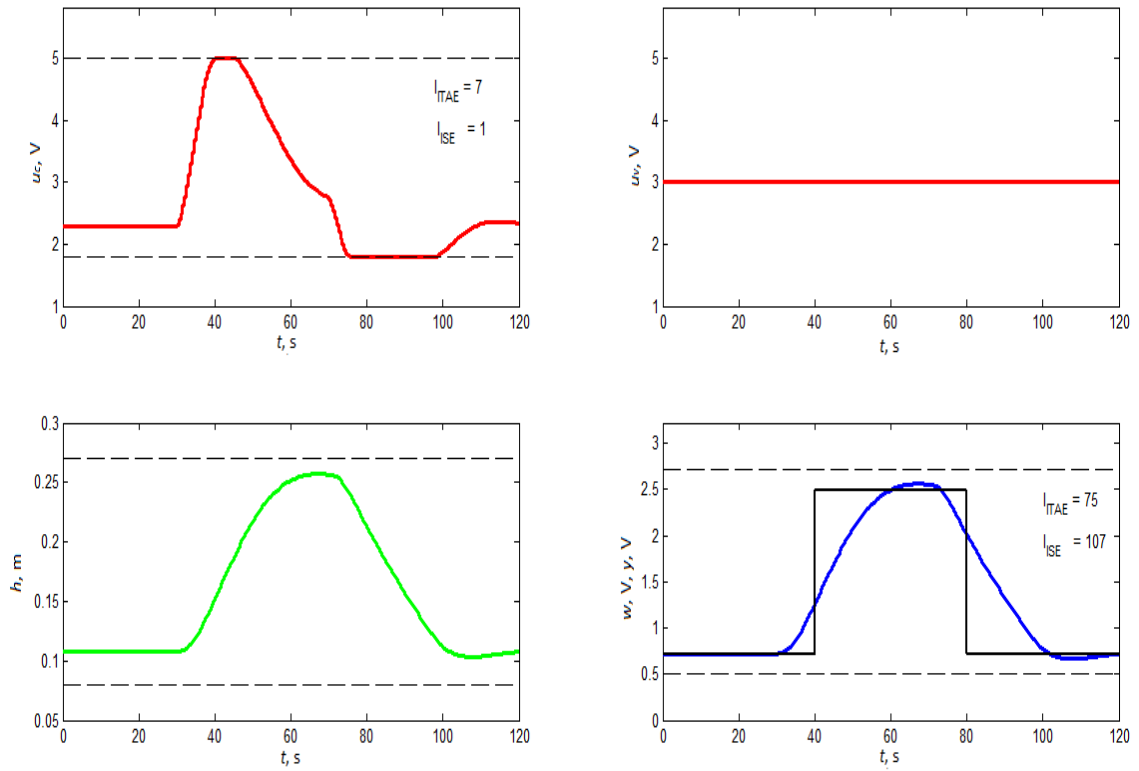
Obr. 2.24 – Regulační pochod na reálné soustavě při penalizaci $\lambda = 0,1$



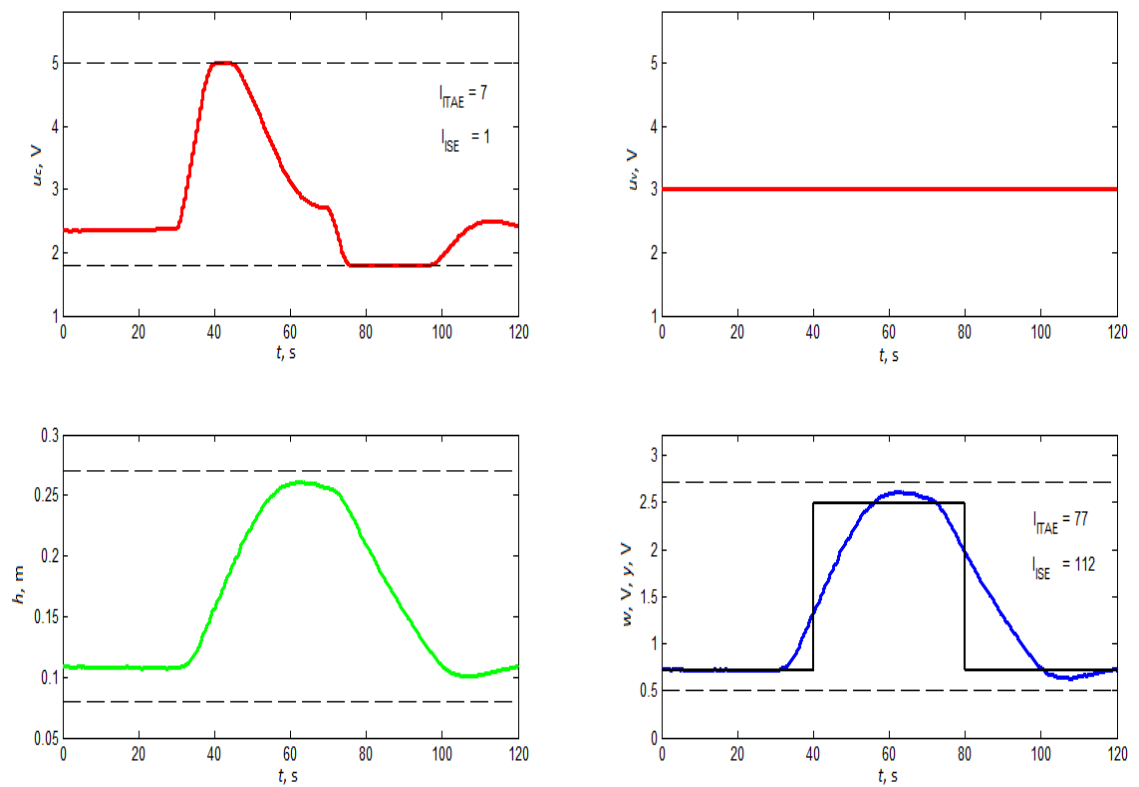
Obr. 2.25 – Regulační pochod na nelineárním modelu při penalizaci $\lambda = 5$



Obr. 2.26 – Regulační pochod na reálné soustavě při penalizaci $\lambda = 5$



Obr. 2.27 – Regulační pochod na nelineárním modelu při penalizaci $\lambda = 10$



Obr. 2.28 – Regulační pochod na reálné soustavě při penalizaci $\lambda = 10$

Závěr

Diplomová práce shrnuje teoretické poznatky týkající se prediktivního řízení, jeho historii a odvození. Použitý regulátor respektuje omezení stavů, vstupů a výstupů. Práce shrnuje poznatky o matematickém modelování, identifikaci dynamických systémů a linearizaci, tedy postupů, bez kterých by se splnění cílů této práce nepodařilo. Jsou uvedeny také důležité informace o samotné soustavě, na které se experimenty prováděly.

V praktické části byl odvozen nelineárním model soustavy a pomocí linearizace stavový model soustavy. Pomocí prostředí MATLAB byl simulován nelineární model soustavy a jeho prediktivní řízení s uvažováním omezení. Bylo provedeno několik různých nastavení, pro které byl model a následně i reálná soustava GUNT RT 010 prediktivně řízena.

Nyní budou postupně zhodnoceny jednotlivé výsledky. Na obr. 2.7 je vidět regulační pochod nelineárního modelu s výchozím nastavením omezení. Hodnoty výchozího omezení vycházejí z konstrukčních vlastností jednotlivých částí soustavy. Tyto hodnoty jsou v tab. 2.9. V tab. 2.8 se nacházejí pracovní body, pro které bylo měření aplikováno a v tab. 7 nastavené parametry.

Na obr. 2.7 je vidět, že regulační pochod s nelineárním modelem je v porovnání s obr. 2.8, téměř shodný s minimálními rozdíly. Tedy model poměrně přesně popisuje chování reálné soustavy. Na těchto dvou obrázcích také můžeme vidět, že je již u akčního zásahu čerpadla dojde k omezení na maximální hodnotu $u_{max} = 5 \text{ V}$ a na minimální hodnotu $u_{min} = 1,8 \text{ V}$.

Na obr. 2.9 a obr. 2.10 je regulační pochod s nelineárním modelem a reálnou soustavou s omezením maximální hladiny na 0,2 m. Jedná se tedy o omezení stavové veličiny. Pro hodnotu výšky hladiny 0,2 m odpovídá napětí na výstupu čidla 1,85 V. Je zřetelné, že omezení na zadané hladině pracuje správně a že s výstupním napětím na čidle se nad již zmíněnou hodnotu napětí odpovídající 0,2 m hladiny regulátor nedostane. Na obrázku pro reálnou soustavu je patrné kmitání akčních zásahů po dobu, co trvá omezení hladiny a žádaná hodnota je vyšší než této hladině odpovídající výstupní napětí. Zde je patrné, že v tomto případě popisuje model reálnou soustavu hůře a popisovaný jev je toho důsledkem.

Na obr. 2.11 a obr. 2.12 se ze standardního nastavení změnilo omezení maximální hodnoty y_{max} výstupního napětí čidla tlaku na 1,6 V. To odpovídá přibližně výšce 18 cm hladiny vody v nádrži. Jako u předchozího omezení, je zde ověřena funkce omezení pro maximální hodnotu výstupního napětí. Stejně tak jako u předchozího omezení, v době co trvá

omezení a žádaná hodnota je vyšší než omezení výstupu dovoluje, je přítomno kmitání akčních zásahů u reálné soustavy. Opět to souvisí s nepřesností modelu.

Na obr. 2.13 a obr. 2.14 je ukázán regulační pochod na nelineárním modelu a reálné soustavě s omezením minimální hladiny na 0,1 m. Tedy ověřuje se funkčnost omezení stavu - jeho minimální hodnoty h_{min} . Po porovnání obou obrázků je patrné, že omezení pracuje také správně. To samé se dá říci i o obr. 2.15 a obr. 2.16, kde je testováno omezení maximální hodnoty výstupního napětí y_{min} , která je nastavena na 0,6 V. Znovu je zřejmé, že při omezení dochází ke kmitání akčních zásahů čerpadla.

Testování vlivu nastavení ventilu na regulační pochod je na obr. 2.17 – obr. 2.22. Pro zhodnocení výsledků zde byla použita integrální kritéria I_{ITAE} a I_{ISE} . Pomocí kritérií lze porovnat jednotlivé výsledky mezi sebou. Jak pro jedno nastavení u modelu a soustavy tak u všech nastavení navzájem. Vliv nastavení ventilu na 4,5 V na průběh regulace je zaznamenán na obr. 2.17 a obr. 2.18. Pro model a reálnou soustavu jsou výsledky téměř stejné i podle hodnot kritérií. Je patrné, že při tomto napětí na ventilu, je ventil téměř plně otevřen a tudíž doba dosažení žádané hodnoty $w = 2,49$ V je delší než například u experimentů s nastavením ventilu na 3 V. Ovšem, při regulaci zpět na žádanou hodnotu $w = 0,72$ V, je doba dosažení žádané hodnoty menší. Na obr. 2.19 a obr. 2.20 jsou regulační pochody pro napětí na ventilu 2,5 V. Stejně jak v předchozím případě, model v porovnání s reálnou soustavou poměrně dobře souhlasí. I podle kritérií to je patrné. Nastavení ventilu na tuto hodnotu dokazuje, že jak při skoku na horní tak dolní žádanou hodnotu je doba trvání dosažení žádané hodnoty poměrně stejná. Na obr. 2.21 a obr. 2.22 je průběh pro nastavení ventilu na 1,8 V. Při porovnání modelu a reálné soustavy je patrné, že v reálném experimentu se při tomto napětí na ventilu výstup soustavy na žádanou dolní hodnotu nedostal. Při tomto napětí ventilu je rychlost dosažení horní žádané hodnoty nejrychlejší, ovšem dosažení na dolní hodnotu žádané je nejpomalejší. Podle zvolených kritérií by se jevilo toto nastavení ventilu v porovnání se zbylými dvěma, jako nejvhodnější. Poslední experimenty byly provedeny pro různá nastavení penalizačního koeficientu změny akční veličiny λ . Znovu k zhodnocení výsledků pomáhají výše uvedená integrální kritéria. Z obr. 2.23 – obr. 2.28 je zřejmý vliv hodnoty λ na výsledný regulační pochod. Byly použity hodnoty penalizace 0,1, 5 a 10. Nelineární model odpovídá opět ve všech třech případech svým chováním reálné soustavě. V porovnání jednotlivých nastavení je patrné, že čím je hodnota λ vyšší, tím více penalizuje regulátor změny akčního zásahu na čerpadle a regulační pochod je tím pomalejší.

K diplomové práci je připojen zdrojový kód všech programů i tato práce v elektronické podobě.

Literatura

- BOBÁL, V. 2008. *Adaptivní a prediktivní řízení*. Zlín: UTB Zlín. 134 s. ISBN 978-80-7318-662-3.
- CAMACHO, E. F.; BORDONS, C. 2007. *Model Predictive Control. Sekond Edition*. London: Springer-Verlag London Limited, 405 s. ISBN 1-85233-694-3.
- COMET PUMPE. 2003. *Elegant [online]*. German: Pfaffschwende. [cit. 10. 05. 2014]. Dostupné na http://www.comet-pumpen.de/fileadmin/pdf/pumpen_datenblaetter/Datenblatt_ELEGANT_1300.01.00.pdf
- DRÁBEK, O.; MACHÁČEK, J. 1987. *Experimentální identifikace*. Pardubice: Ediční středisko VŠCHT. 272 s.
- GUNT. 2005. *Training system: Level Control [online]*. Hanskampring: Barsbüttel. [cit. 9. 05. 2014]. Dostupné na http://www.gunt.de/static/s3411_1.php?p1=&p2=&pN=;
- HABER, R.; BARS, R. a SCHITZ, U. 2011. *Predictive Control in Process Engineering*. Weinheim: Wiley-VCH Verlag, 600 s. ISBN 978-35-273-1492-8
- HONC, D.; DUŠEK, F. 2013. MATLAB/Simulink Support for GUNT Control Units. In: *19th International Conference on Process Control 2013*. Štrbské Pleso, Slovak Republik June 18 – 21. Bratislava: Slovak University of Technology. pp. 534-539. ISBN 978-80-227-3951-1.
- LABJACK: Measurement & Automation Simplified. 2014. *U12 support [online]*. [cit. 10. 05. 2014]. Dostupné na <http://labjack.com/support/u12>
- MAREŠ, J. a HRNČIŘÍK, P. 2012. *Základy prediktivního řízení*. Praha: Vysoká škola chemicko – technologická. 78 s. ISBN 987–80–7080–823–8.
- MEJZNAR, R. 2013. *Řízení laboratorního modelu prediktivním regulátorem*. Diplomová práce. Pardubice: Univerzita Pardubice, Fakulta elektrotechniky a informatiky, Katedra řízení procesů. 78 s.
- MIKLEŠ, J.; FIKAR, M. 2004. *Modelovanie, identifikácia a riadenie procesov II*. Bratislava: Slovenská technická univerzita v Bratislavě. 265 s. ISBN 80-227-2134-4.
- ROSSITER, J. A. 2004. *Model-based Predictive Control: A Practical Approach*. Boca Raton: CRC Press, 318 s. ISBN 978-08-493-1291-5