ZÁKON PRVNÍ ČÍSLICE A JEHO APLIKACE

FIRST DIGIT LAW AND ITS APPLICATION

Jaroslav Seibert, Jaromír Zahrádka

Abstract: *The paper deals with the first digit law which is also called as the Benford law. The history, empirical evidence and a simple explanation of its validity are reviewed. This law showed that the data in the real world have the property that the first digit 1 appears in 100 numbers about 30 times, the first digit 2 about 17 times, and so on the first digit 9 about 5 times. This law states that data sets from different fields leading digits tend to be distributed logarithmically. The Benford's distribution is verified for the set consists of the numbers of inhabitants of all towns in Czech Republic and for the set of prices of the medicinal drugs. Further, some cases of application of this law in the investigation of specific economic data are presented.*

Keywords: *First digit phenomenon, Significant digit, Benford's distribution, Values analysis.*

***JEL Classification**: C12, C14, C16.*

Úvod

Uvažujme libovolnou množinu číselných dat, které vyjadřují hodnotu jisté přirozeně vymezené veličiny z reálného světa. Přitom nezáleží na tom, zda se jedná o data geografická, makroekonomická, ceny zboží v supermarketech, tabulky fyzikálních konstant, hodnoty některých funkcí na jistém diskrétním definičním oboru a podobně. Předpokladem je, že počet čísel v souboru je alespoň v řádu tisíců. Určuje se četnost výskytu jednotlivých číslic na prvním platném místě. V našem případě tedy první číslice různé od nuly v zápisu číselného údaje v desítkové soustavě. Pro jednoduchost budeme v dalším textu používat pouze pojmenování „první číslice“. Na první pohled se zdá, že by pravděpodobnost výskytu číslice $d = 1,2,...9$ jako první číslice měla podléhat rovnoměrnému rozložení s pravděpodobností

$$P(d) = \frac{1}{9} = 0{,}11\ldots.$$

Ve skutečnosti v takových datových souborech se nejčastěji objevuje jako první číslice jednička a četnost výskytu dalších číslic postupně klesá v pořadí od 2 až k 9.

1 Historie a zdůvodnění zákona

1.1 Charakteristika zákona první číslice

Uvažujme nejdříve pro jednoduchost číselnou posloupnost $\{a_n\}$ danou funkčním předpisem $a_n = A\alpha^n$, kde A, α jsou nenulové kladné konstanty. Pomocí programu MATLAB určíme hodnoty prvních 10 000 členů posloupností tohoto typu při $A = 1$ a postupně pro hodnoty $\alpha = 1{,}5$, $\alpha = 1{,}1$, $\alpha = 1{,}05$. V Tab. 1. jsou uvedeny četnosti výskytu jednotlivých číslic jako prvních číslic členů těchto posloupností.

Tab. 1: Četnost prvních číslic u 10 000 členů posloupností $\left\{ 1 \cdot \alpha^n \right\}$

První číslice	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$\alpha = 1{,}5$	3008	1761	1248	972	789	668	581	512	461
$\alpha = 1{,}1$	3009	1762	1249	970	792	670	579	513	456
$\alpha = 1{,}05$	3009	1765	1248	969	792	670	581	511	455

Zdroj: vlastní zpracování

Z uvedených hodnot je skutečně zřejmé, že v těchto souborech zhruba 30% čísel začíná jedničkou a čím vyšší je první číslice, tím méně pravděpodobněji se na začátku čísel objevuje.

1.2 Historické poznámky

Tuto zákonitost poprvé zveřejnil v roce 1881 americký matematik a astronom S. Newcombe [11] v časopise The American Journal of Mathematics. Jeho tvrzení vycházelo z pozorování, že v logaritmických tabulkách v technické knihovně jsou evidentně nejvíce ohmatané stránky s čísly začínajícími jedničkou. Dlouhá desetiletí však jeho tvrzení nebyla věnována pozornost. Až v roce 1938 tento z určitého hlediska přírodní jev znovu objevil fyzik F. Benford [1]. Ten se však celým problémem zajímal mnohem systematičtěji. Prozkoumal přes 20 000 číselných údajů ve 20 různých souborech dat, jako byly například délky 335 řek, měrná tepla 1389 chemických sloučenin, statistiky v americké baseballové lize, čísla uvedená v článcích na titulních stránkách novin apod. Řada autorů kriticky nahlížela na Benfordův výběr zkoumaných souborů dat s poukazem na účelovost tohoto výběru s ohledem na očekávaný výsledek. Přes veškeré výhrady se však ukázalo, že platnost zákona první číslice je velmi častý jev, a i proto se v současnosti používá pro tuto zákonitost pojmenování Benfordův zákon.

Je zajímavé, že zřejmě první významnější zmínkou o tomto zákoně v češtině je krátký článek P. Kantorka z roku 1998 v časopise Vesmír [10]. P. Kantorek je známý český karikaturista, který vystudoval fyziku na Masarykově univerzitě, v roce 1968 odešel do Kanady a v současné době je profesorem fyziky na Univerzitě v Torontu. Ve svém článku konstatuje. „Nejde o žádný matematický trik, ale o skutečný přírodní zákon, jímž se řídí soubory jakýchkoliv přirozených dat, bez ohledu na jejich podstatu nebo fyzikální jednotky. Jedinou podmínkou je, že data musí být v minimálním rozsahu tří logaritmických intervalů.“

Především v posledních dvaceti letech se v zahraničních časopisech objevilo mnoho příspěvků různé odborné kvality, které se věnují tomuto „first digit phenomenon“. V současnosti webové stránky Benford Online Bibliography [3] obsahují více než 600 odkazů na tyto příspěvky. I když autoři tohoto článku nemohli projít všechny tyto odkazy, přesto je zřejmé, že okolo Bernfordova zákona je stále mnoho nedořešených otázek, jak z hlediska čistě matematického, tak především z hlediska možností jeho praktického využití například v ekonomických analýzách.

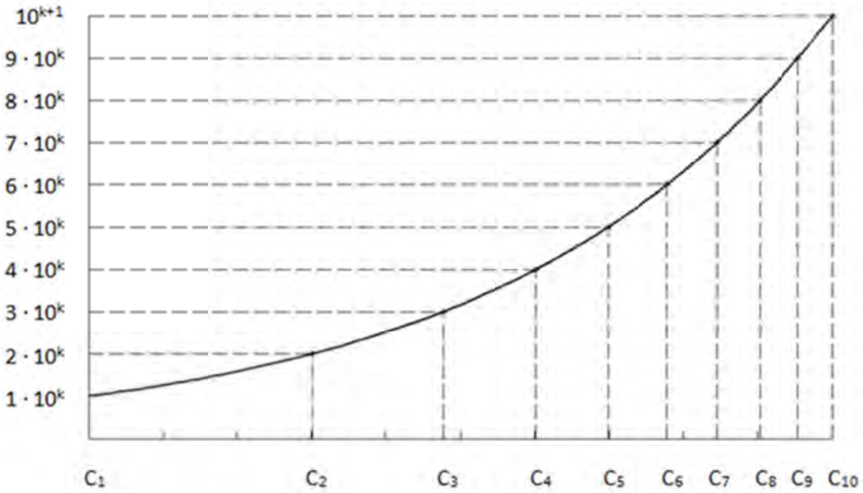
1.3 Matematické zdůvodnění a konkretizace zákona

Obraťme nyní pozornost k matematické stránce zákona. Je naprosto zřejmé, že zákon platit nebude v případě souborů dat, kde jednotlivá čísla jsou vytvářena náhodným výběrem číslic na jednotlivých pozicích, přičemž tyto číslice jsou vybírány se stejnou pravděpodobností, což představuje rovnoměrné rozložení pravděpodobností. V literatuře lze najít celou řadu různých důkazů, zdůvodnění či odvození zákona první číslice.

Z pochopitelných důvodů většina z nich je založena na metodách statistických a z teorie pravděpodobnosti. Pro zájemce můžeme doporučit například články T. P. Hilla [9], R. A. Raimiho [15], D. Cohena [4] nebo R. S. Pinkhama [13]. Pro naše potřeby však postačí následující odvození, jehož základní ideu převezmeme z článku K. A. Rosse [17], otištěného v časopise The American Mathematical Monthly.

Uvažujme posloupnost danou funkčním předpisem $a_n = A\alpha^n$. Jako jednoduchý model pro tuto posloupnost můžeme použít počet obyvatel jistého města, kde celočíselná proměnná n vyjadřuje čas v určitých jednotkách, například v letech. Číslo A udává počet obyvatel ve výchozím roce, kdy $n = 0$. Daný předpis předpokládá, že počet obyvatel se mění exponenciálně, přičemž pro $\alpha > 1$ roste v čase a naopak při $0 < \alpha < 1$ klesá. Dále budeme předpokládat, že počet obyvatel roste. Protože vynásobením hodnot a_n mocninou čísla 10 se první číslice nemění, můžeme také předpokládat, že počáteční populace $1 \leq A < 10$ a základ exponenciální funkce vyhovuje podmínce. $1 < \alpha < 10$. Na Obr. 1 je zobrazený průběh rostoucí exponenciální funkce $f(t) = A\alpha^t$ mezi funkčními hodnotami 10^k a 10^{k+1}. Z něho je jasně vidět, že čas, který odpovídá tomu, kdy první číslicí funkční hodnoty je 1 určuje interval $\langle C_1, C_2)$, první číslicí je 2 určuje interval $\langle C_2, C_3)$, atd. Proto 1 je tedy první číslicí mnohem déle, než když první číslicí je 9.

Obr. 1: Graf růstu populace



Zdroj:[17]

Nyní můžeme dokončit odvození funkčního vyjádření zákona první číslice. Uvažujme libovolnou nenulovou číslici d, pak její umístění jako první číslice odpovídá intervalu $\langle c_d, c_{d+1})$. Chceme určit délku tohoto intervalu v závislosti na hodnotě d.

Podle Obr. 1 platí zřejmě

$$f(c_d) = A\alpha^{c_d} = d \cdot 10^k$$
$$f(c_{d+1}) = A\alpha^{c_{d+1}} = (d+1) \cdot 10^k.$$

a po zlogaritmování (při základu 10)

$$\log A + c_d \log \alpha = \log d + k$$
$$\log A + c_{d+1} \log \alpha = \log(d+1) + k.$$

Odečtením posledních rovností a jejich jednoduchou úpravou dostáváme

$$\log(d+1) - \log d = (c_{d+1} - c_d) \cdot \log \alpha.$$

Uvážíme-li dále, že vzhledem k použití pravděpodobnosti, lze interval $\langle c_1, c_{10} \rangle$ považovat za jednotkový, můžeme psát $\log 10 - \log 1 = 1 \cdot \log \alpha$, odkud plyne $\log \alpha = 1$.

Získali jsme tedy funkční vyjádření zákona první číslice, neboli Benfordova zákona, v běžně používaném vyjádření vztahu pro pravděpodobnost, že číslice d bude první číslicí v zápisu čísla z daného souboru $P(d) = \log\left(1 + \frac{1}{d}\right)$. Příslušné pravděpodobnosti pro jednotlivé číslice jsou v následující tabulce. Náhodné veličiny, jejichž rozdělení odpovídá uvedeným hodnotám, se někdy označují jako veličiny podléhající Benfordovu rozdělení.

Tab. 2: Pravděpodobnosti ze zákona první číslice

d	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$\log \frac{d+1}{d}$	0.30103	0.17609	0.12494	0.09691	0.07918	0.06695	0.05799	0.05115	0.04576

Zdroj: [17]

2 Ověření platnosti zákona na vybraných souborech

V zahraniční literatuře lze najít ověřování zákona první číslice na mnoha datových souborech přírodního (přirozeného) charakteru. Předchozí odvození ukazuje, že zákon jistě platí, jestliže se jedná o hodnoty náhodné veličiny, které se mění podle jistého exponenciálního růstu nebo klesání. Často se ukazuje, že zákon platí většinou i pro veličiny s lognormálním rozdělením. Řada autorů se pokoušela stanovit přesnější charakteristiku číselných souborů, pro které zákon bude platit.

Jestliže bychom shrnuli alespoň nejdůležitější požadavky na dané soubory, můžeme je formulovat v těchto čtyřech bodech:

1. Číselná data musí být dána ve stejných měrných jednotkách (počet obyvatel, délková či plošná míra, peněžní měna apod.).
2. Dat musí být dostatečné množství, většinou se požaduje řádově tisíce dat, jako minimální se uvádí 500 hodnot.
3. Číselné hodnoty by měly být v rozpětí alespoň tří (logaritmických) řádů.
4. Číselné hodnoty by neměly být v příslušném rozpětí zdola ani shora nijak omezeny.

Na druhou stranu se podařilo například dokázat, že nezáleží na základu číselné soustavy, v níž jsou údaje vyjádřeny, což právě při použití v ekonomických modelech se zřejmě jen stěží využije.

V české literatuře se objevilo jen několik seriózních pokusů ověřovat nebo přímo aplikovat zákon první číslice [7], [8], [14]. Více k těmto článkům v následující kapitole. Rozhodli jsme se proto ověřovat platnost zákona na dvou datově odlišných souborech, které jsou veřejně přístupné na Internetu. V mnoha zahraničních odkazech je citováno ověřování zákona na určitých demografických souborech, konkrétně se většinou týkající počtu obyvatel. Využili jsme proto toho, že v roce 2011 proběhlo v České republice sčítání lidu a analyzovali jsme soubor tvořený počty obyvatel všech 602 měst v naší republice. Kromě Statistické ročenky a dalších dokumentů, ve kterých se výsledky sčítání lidu objevují, lze tento údaj najít i v internetové encyklopedii – Wikipedie [19]. Tento soubor splňuje všechny čtyři výše připomenuté podmínky na posuzovaný soubor dat. Největší počet obyvatel má samozřejmě hlavní město Praha, konkrétně 1 272 690, nejméně 74 obyvatel má Přebuz. I kdybychom vynechali Prahu, kde by počet obyvatel mohl být chápán jako mezní hodnota, nebudou relativní četnosti zastoupení prvních číslic v Tab. 3 nijak ovlivněny. I když je vidět, že četnosti prvních číslic v číslech tohoto souboru postupně klesají od 1 do 9 přibližně podle posuzo-vaného zákona, určité odchylky lze pozorovat. Domníváme se, že tyto odchylky jsou ovlivněny nižším počtem čísel v souboru.

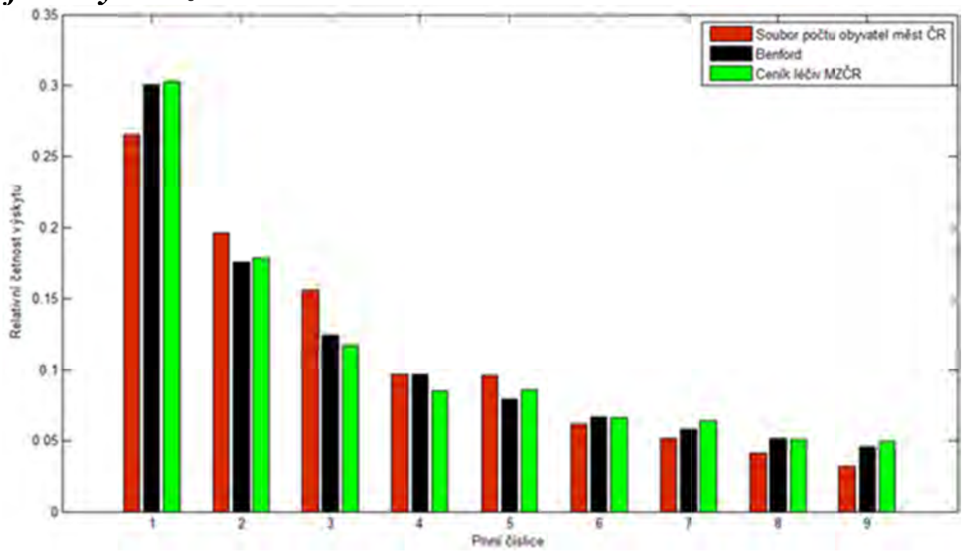
I z těchto důvodů jsme jako druhý použili soubor s 9593 položkami. "Státní ústav pro kontrolu léčiv" v souladu se zákonem zveřejňuje „Seznam léčivých přípravků a potravin pro zvláštní lékařské účely" hrazených ze zdravotního pojištění Seznam je vydáván vždy k 1. dni kalendářního měsíce a uvádí úplný výčet z veřejného zdravotního pojištění hrazených léčivých přípravků (LP) a potravin pro zvláštní lékařské účely (PZLÚ), o jejichž úhradě Ústav rozhoduje, včetně jejich maximálních či ohlášených cen výrobce, výše a podmínek úhrady včetně jejich nejvyšší možné úhrady pro konečného spotřebitele spolu s výší doplatku do započitatelného limitu" [18]. Ceny v tomto Seznamu se pohybovaly přibližně v rozpětí od 10 do 100 000 Kč. Příslušné relativní četnosti jsou uvedeny v posledním řádku Tab. 3. Z těchto údajů je zřejmé, že soubor cen ze Seznamu velice dobře odpovídá Benfordovu rozdělení.

Tab. 3: Pravděpodobnosti výskytu první číslice d v souborech: A – počet obyvatel měst ČR; B - ceník léčiv MZČR

d	*1*	*2*	*3*	*4*	*5*	*6*	*7*	*8*	*9*
A	*0.26578*	*0.19601*	*0.15615*	*0.0967*	*0.09635*	*0.06146*	*0.05150*	*0.04153*	*0.03156*
B	*0.30304*	*0.17864*	*0.11735*	*0.08478*	*0.08607*	*0.06610*	*0.06418*	*0.05061*	*0.04923*

Zdroj: vlastní zpracování

Obr. 2: Srovnání relativních četností výskytu prvních číslic v souborech A a B s Benfordovým rozdělením



Zdroj: vlastní zpracování

3 Aplikace zákona v ekonomii

V posledních letech se objevila řada studií, které se pokoušely aplikovat zákon první číslice při analýze datových souborů v ekonomické a finanční oblasti. Cílem těchto analýz bylo posoudit, zda číselné údaje v jednotlivých finančních výkazech a jiných ekonomických statistikách odpovídají Benfordovu rozdělení. Pokud ano, je takový soubor věrohodný, pokud ne, vzniká podezření, že číselné údaje byly upravovány. Psychologický základ pro takovýto závěr lze vyjádřit takto. Jestliže člověk vědomě upravuje či falšuje větší počet údajů, zdá se mu věrohodnější, používat na začátku čísel jednotlivé číslice stejně často. Ve srovnání se zákonem první číslice pak výskyt číslic na první pozici je častější nebo naopak méně častý. Tímto porovnáním se dá s velkou pravděpodobností vytipovat podezřelý soubor číselných dat. Vrátíme-li se ke konkrétním publikovaným analýzám, je třeba konstatovat, že naprostá většina z nich ukázala shodu s Benfordovým rozdělením. Je to celkem pochopitelné, protože se pracuje často s citlivými údaji a zveřejnění podezření z falšování údajů by pro autory mohlo mít i nepříjemné důsledky. Avšak i nalezení shody s Benfordovým rozdělením má význam v tom, že je stále znovu potvrzována platnost zákona první číslice. Z tohoto pohledu můžeme nahlížet i na naše výsledky uvedené v předchozí kapitole.

Nyní tedy připomeneme některé z publikovaných analýz. T. A. Mir [12] analyzoval data získaná ze zpráv neziskové organizace Global Financial Integrity, která se zabývá pomocí při snižování nezákonných finančních toků (Illicit Financial Flows) z rozvojových zemí. Data v těchto zprávách byla založená na makro-ekonomických údajích dostupných z mezinárodních finančních institucí a týkala se celkem 160 rozvojových zemí. Analýza čtyř zpráv týkajících se různých časových období ukázala v případě první číslice shodu s Benfordovým rozdělením. Tím byla prakticky potvrzena relevantnost získaných dat.

Cílem výzkumu autorů M. Žgela a J. Dobša [20] byla analýza finančních výsledků 500 významných společností ze střední a východní Evropy v letech 2007, 2008 a 2009. Výzkum byl založen na výročních zprávách Delloite, což je označení, pod nímž v nezávislých společnostech spolupracují desetitisíce odborníků, a poskytují tak vybraným klientům služby v oblasti auditu, poradenství, finančního poradenství, řízení rizik a daní. I zde výsledky ukázaly shodu s rozložením pravděpodobností ze zákona první číslice.

V této souvislosti je možné připomenout i práce publikované u nás. Zdá se, že jedinou skutečně rozsáhlou a fundovanou analýzu konkrétních účetních dat provedl P. Hanzal s kolegy [7] a [8]. V těchto analýzách byla na rozsáhlém souboru více než 4 milionů účetních případů opět potvrzena shoda se zákonem první číslice. Závěry lze také najít v [7] a [8], včetně charakteristiky cílů, které podnikatelský subjekt sleduje při případném „upravování" dat v jednotlivých oblastech finančního účetnictví. V oblasti výnosů i nákladů jde o snahu ovlivnit platbu daně z příjmů, v oblasti vydaných a došlých faktur o účtování fiktivních faktur a podobně.

Při statickém zpracování analýz datových souborů se zpravidla postupuje tak, že se stanoví jako nulová hypotéza shoda s Benfordovým rozložením a vhodným kritériem se hypotéza testuje. Nejčastěji se používá test dobré shody χ-kvadrát. Kromě dříve uvedených podmínek je nutné se ujistit, zda číselné hodnoty nejsou výsledkem náhodného výběru (ve smyslu užití metod umělé inteligence) nebo zda nejsou ovlivněny psychickými aspekty (ceny v marketech začínající např. 999), Přitom je samozřejmé, že i v případě, kdy jsou splněny všechny požadované parametry souboru, a přesto jsou zjištěny statisticky významné odchylky od Benfordova rozdělení, nelze to považovat za potvrzení hypotézy, že data byla nějakým způsobem zmanipulovaná. Jedná se ale o věrohodné upozornění na „podezřelý" soubor, který je pak nutné jinými auditorskými prostředky prozkoumat. I to však je jistě velmi účinným pomocníkem auditorů v prvotní orientaci při forenzním auditu.

Nejpozoruhodnější závěry své analýzy ekonomických dat představili němečtí autoři B. Rauch a kol. [16], kteří zkontrolovali ekonomické statistiky všech členských zemí Evropské unie za posledních 10 let. Jejich závěry se těšily velké pozornosti i v českých médiích. Ze států eurozóny vykazují nejnižší shodu s Benfordovým rozdělením Řecko a Belgie, u kterých je tedy nejsilnější podezření na upravování svých makroekonomických údajů. Naopak nejlepší výsledky z tohoto hlediska vykazuje Nizozemsko a Portugalsko. Pro nás je zajímavé, že z 11 evropských zemí, které nepřijaly Euro, se Česká republika umístila na třetím místě. Nejlepší výsledky prokázalo Polsko, naopak nejhorší zase Rumunsko.

4 Diskuze

Jak už bylo dříve uvedeno on-line databáze obsahuje více než 600 titulů pojednávajících o Benfordovu zákonu a jeho možném využití v různých oborech. Je zřejmé, že se tato databáze bude dále rozrůstat. Pro matematiky je zde však celá řada nedořešených otázek. Některé z nich zformuloval K. A. Ross ve svém článku [17], který považujeme za stěžejní pro matematické chápání zákona. Uvádět zde některé z nastolených problémů není pro účely tohoto příspěvku užitečné, protože většinou jde o problémy speciální, které rozvádějí již dílčí vyřešené situace.

Z hlediska možného použití zákona první číslice můžeme ještě připomenout jednu situaci z politologie. Objevují se poměrně často pokusy detekovat s pomocí tohoto zákona falšování výsledku voleb v některých zemích. Nebudeme zde uvádět žádné odkazy, které si v případě zájmu může čtenář najít na Internetu. Nepodařilo se nám ale v této souvislosti objevit skutečně detailní a fundovanou analýzu volebních výsledků. Zhodnocení však je nutné nechat na odborníky v této oblasti.

Závěr

Jako stručný závěr, který v jistém zjednodušení vyjadřuje cíl tohoto příspěvku, můžeme použít jemně upravenou citaci z článku P. Kantorka. „Aplikace zákona první číslice je dalekosáhlá. Máme-li větší soubor jakýchkoliv dat, můžeme poměrně jednoduchým statistickým rozborem lehce zjistit, jsou-li data skutečná (přírodní), nebo podezřelá. Pochopitelně ale platí základní pravidlo statistiky: Čím více dat, tím lepší souhlas s teoretickou křivkou. Zákon se bohužel nedá použít k zlepšení šance výhry v Sazce, protože nahodile tažená čísla 1 až 9 mohou být seřazena v libovolném pořadí. V každém případě je to však zákon fascinující a je zajímavé, jak málo i renomovaných akademiků o něm ví.“

Reference

[1] BENFORD, F. The law of anomalous numbers. Proc. Amer. Philos. Soc., 1938, Vol. 78, pp. 551-572.

[2] BERGER, A., HILL, T. P. Benford’s law strikes back: No simple explanation in sight for mathematical gem. The Mathematical Intelligencer, 2011, Vol. 33, No. 1, pp. 85-91. ISSN: 0343-6993.

[3] BERGER, A., HILL, T. P. *Benford Online Bibliography.* 2013. [cit. 2013-08-30]. Dostupné na WWW: <http:// www.benfordonline.net>.

[4] COHEN, D., I., A. An explanation of the first digit phenomenon. Journal of Combinatorial Theory, 1976. Vol. 20, pp. 367-370.

[5] ENGEL, H. A., LEUENBERGER, CH. Benford’s law for exponential random variables. Statistics and Probability Letters, 2003, Vol. 63, pp. 361-365.

[6] GILES, D. E. Benford’s law and naturally occuring prices in certain ebaY auctions. Econometrics Working Paper EWP0505, 2005, pp. 2-10. ISSN 1485-6441.

[7] HANZAL, P., FALTOVÁ LEITMANOVÁ, I. Ověření platnosti Benfordova modelu v oboru účetních dat podnikatelských subjektů v České republice. Acta Universitatis Bohemiae Mendionales, 2010, č. 4, s. 39-45. ISSN 1212-3285.

[8] HANZAL, P., CHLÁDEK, P., BISKUP, R. ARS-Auditing Revision Systém v nadnárodních ERP systémech. Systémová integrace, 2012, č. 4, s. 70-79.

[9] HILL, T. P. A statistical derivation of the significant.digit law. Statistical Science, 1996, Vol. 10, No. 4. pp. 354-365.

[10] KANTOREK, P. Benfordův zákon. Vesmír, 1998, roč. 77, s. 583.

[11] NEWCOMBE,S. Note on the frequency of use of the different digits in natural numbers. Americal Journal of Mathematics, 1881, Vol. 4, pp. 39-40.

[12] MIR, T. A. *The leading digit distribution of the worldwide Illicit Financial Flows.* 2013. [cit. 2013-08-1]. Dostupné na WWW: <http://arxiv.org/pdf/1201.3432.pdf >.

[13] PINKHAM, R., S. On the distribution of first significant digits. Annals of Mathematical Statistics, 1961. Vol. 32, pp. 1223-1230.

[14] PLAČEK, M. Benfordův zákon: fakta a mýty. Bulletin komory certifikovaných účetních. 1/2013. Komora certifikovaných účetních. Praha 2013. s 43-46.

[15] RAIMI, R., A. The first digit problem. The American Mathematical Monthly, 1976. Vol. 83, pp. 521-538.

[16] RAUCH, B. at al. Fact and fiction in EU-Governmental Economic Data. German Economic Review, 2011, Vol. 12, No. 3, pp. 243-255. ISSN 0002-9890

[17] ROSS, K., A. Benford’s law, a growth industry. The American Mathematical Monthly, 2011. Vol. 118, No. 8, pp. 571-583. ISSN 0002-9890.

[18] *Seznam cen a úhrad LP/PZLÚ k 1. 8. 2013*. 2013. [cit. 2013-08-30]. Dostupné na WWW: <http://www.sukl.cz/sukl/seznam-cen-a-uhrad-lp-pzlu-k-1-8-2013>.

[19] *Seznam měst v Česku.* 2013. [cit. 2013-08-30]. Dostupné na WWW: <http://cs.wikipedia.org/wiki/Seznam_m%C4%9Bst_v_%C4%8Cesku#G>.

[20] ŽGELA, M., DOBŠA, J. Analysis of top 500 Central and East European companies net income using Benford’s law. JIOS, 2011, Vol. 35, No. 2, pp. 215-228. ISSN 1846-3312.

Kontaktní adresa

Doc. RNDr. Jaroslav Seibert, CSc.
Univerzita Pardubice, Fakulta ekonomicko-správní
Ústav matematiky a kvantitativních metod
Studentská 95, 532 10 Pardubice, Česká republika
E-mail: jaroslav.seibert@upce.cz
Tel. číslo: +420 466 036 016

RNDr. Jaromír Zahrádka, Ph.D.
Univerzita Pardubice, Fakulta ekonomicko-správní
Ústav matematiky a kvantitativních metod
Studentská 95, 532 10 Pardubice, Česká republika
E-mail: jaromir.zahradka@upce.cz
Tel. číslo: +420 466 036 047

Received: 01. 09. 2013
Reviewed: 24. 10. 2013, 10. 11. 2013
Approved for publication: 31. 03. 2014