

Univerzita Pardubice  
Fakulta ekonomicko-správní

## Optimalizace portfolia cenných papírů

Bc. Jana Vöröšová

Diplomová práce  
2010

Univerzita Pardubice  
Fakulta ekonomicko-správní  
Ústav systémového inženýrství a informatiky  
Akademický rok: 2009/2010

**ZADÁNÍ DIPLOMOVÉ PRÁCE**  
(PROJEKTU, UMĚLECKÉHO DÍLA, UMĚLECKÉHO VÝKONU)

Jméno a příjmení: **Jana VÖRÖŠOVÁ**  
Studijní program: **N6209 Systémové inženýrství a informatika**  
Studijní obor: **Regionální a informační management**  
  
Název tématu: **Optimalizace portfolia cenných papírů**

Zásady pro vypracování:

Cenné papíry  
Optimalizace portfolia  
Metody víceúčelové optimalizace  
Model víceúčelové optimalizace portfolia cenných papírů  
Analýza výsledků  
Uživatelská příručka

Rozsah grafických prací:  
Rozsah pracovní zprávy: **cca 60 stran**  
Forma zpracování diplomové práce: **tištěná/elektronická**

Seznam odborné literatury:

- DĚDIČ, J., PAULY, J., Cenné papíry.** Praha : Prospektrum, 1994. 224 s. ISBN 80-85431-98-X.  
**GRAHAM, B. Inteligentní investor.** Praha : Grada, 2007. 503 s. ISBN 978-80-247-1792-0.  
**MUSÍLEK, P. Trhy cenných papírů.** Praha : Ekopress, 2002. 459 s. ISBN 80-86119-55-6.  
**OPLATKOVÁ, Z., OŠMERA, P. a kol. Evoluční výpočetní techniky - principy a aplikace.** Praha : BEN, 2009. ISBN 9788073002183.

Vedoucí diplomové práce:

*Hájek*  
**Ing. Petr Hájek, Ph.D.**  
Ústav systémového inženýrství a informatiky

Datum zadání diplomové práce:

**5. října 2009**

Termín odevzdání diplomové práce:

**30. dubna 2010**

*Myšková*  
doc. Ing. Renáta Myšková, Ph.D.

děkanka

L.S.

*Křupka*  
doc. Ing. Jiří Křupka, Ph.D.

vedoucí ústavu

V Pardubicích dne 5. října 2009

## **Prohlášení**

Tuto práci jsem vypracovala samostatně. Veškeré literární prameny a informace, které jsem v práci využila, jsou uvedeny v seznamu použité literatury.

Byla jsem seznámena s tím, že se na moji práci vztahují práva a povinnosti vyplývající ze zákona č. 121/2000 Sb., autorský zákon, zejména se skutečností, že Univerzita Pardubice má právo na uzavření licenční smlouvy o užití této práce jako školního díla podle § 60 odst. 1 autorského zákona, a s tím, že pokud dojde k užití této práce mnou nebo bude poskytnuta licence o užití jinému subjektu, je Univerzita Pardubice oprávněna ode mne požadovat přiměřený příspěvek na úhradu nákladů, které na vytvoření díla vynaložila, a to podle okolností až do jejich skutečné výše.

Souhlasím s prezenčním zpřístupněním své práce v Univerzitní knihovně.

V Pardubicích dne 25. 06. 2010

## Poděkování

Děkuji vedoucímu práce Ing. Petru Hájkovi Ph. D. za průběžnou kontrolu, podnětné připomínky a za strávený čas, který mi věnoval po dobu zpracovávání diplomové práce. Poděkování také patří všem institucím, které mi poskytly potřebné informace.

## **Abstrakt**

O teorii portfolia můžeme říct, že se jedná o mikroekonomickou disciplínu, která zkoumá, jaké kombinace aktiv je vhodné držet, aby takto vytvořené portfolio mělo předem určené vlastnosti. Portfolio lze tedy definovat jako soubor různých investic, které investor vytváří se záměrem minimalizovat riziko spojené s investováním a současně maximalizovat výnos z těchto investic.

Tato práce je rozdělena do dvou částí. První část se zabývá problematikou cenných papírů, teorií portfolia a metodami víceúčelové optimalizace. V druhé části je navržen samotný model optimalizace a jeho testování na datech. Nechybí ani uživatelská příručka pro nastavení parametrů genetických algoritmů.

## **Klíčová slova**

Optimalizace, portfolio, cenné papíry, genetické algoritmy, účelová funkce

## **Title**

Optimal portfolio of stocks and bonds

## **Abstract**

Portfolio theory is a part of microeconomics. It recognizes, which combinations of actives is better to keep. This created portfolio must have predetermined properties. Portfolio is definable like the file of various investments, that investor creates to risk minimization and at the same time to return maximization.

This work is halved on two parts. There are stocks and bonds, portfolio theory and methods of multi-objective optimizations in the first part. In the second part there is propounded model of optimization and it is tested on dates. There is an user's guide to settings options of genetic algorithms.

## **Keywords**

Optimalization, portfolio, stocks and bonds, genetic algorithms, objective function

## Obsah

1. Úvod.....	9
2. Cenné papíry .....	11
2.1 Základní pojmy .....	11
2.2 Druhy cenných papírů.....	14
2.2.1 Akcie .....	15
2.2.2 Zatímní listy .....	17
2.2.3 Poukázky na akcie .....	17
2.2.4 Podílové listy .....	18
2.2.5 Dluhopisy.....	18
2.2.6 Kupóny.....	20
2.2.7 Opční listy.....	20
2.2.8 Směnky .....	21
2.2.9 Ostatní cenné papíry .....	22
3. Portfolio cenných papírů.....	23
3.1 Motivy vedoucí k sestavování portfolia.....	23
3.2 Způsoby správy portfolia .....	24
3.3 Volba metody výběru optimálního portfolia .....	24
3.3.1 Parametry hodnocení portfolia.....	24
3.3.2 Důvod konstruování a výběru portfolia .....	25
3.3.3 Zjišťování velikostí parametrů portfolia .....	25
3.3.4 Proporce logických a psychologických aspektů výběru portfolia .....	26
3.4 Optimalizace portfolia .....	26
3.4.1 Markowitzův model.....	26
3.4.2 Efektivní hranice.....	28
3.4.3 Jednoduchý indexní model .....	29
3.4.4 Model oceňování kapitálových aktiv .....	31
4. Metody víceúčelové optimalizace .....	34
4.1 Optimalizační algoritmy .....	34
4.2 Genetické algoritmy.....	36
4.3 Účelová funkce .....	40
4.4 Paretova množina.....	41
5. Model víceúčelové optimalizace portfolia cenných papírů .....	44

5.1 Návrh modelu na víceúčelovou optimalizaci portfolia cenných papírů .....	44
5.1.1 Vstupní data .....	45
5.1.2 Předzpracování dat.....	45
5.1.3 Definování účelové funkce .....	46
5.1.4 Definování omezujících podmínek .....	47
5.1.5 Nastavení parametrů genetického algoritmu .....	47
5.1.6 Výstupní data .....	47
5.1.7 Analýza dat .....	48
6. Optimalizace portfolia - index DJIA .....	49
6.1 Vstupní data .....	49
6.2 Předzpracování dat.....	50
6.3 Postoj investora k riziku .....	51
6.4 Definování účelové funkce .....	52
6.5 Definování omezujících podmínek.....	52
6.6 Nastavení parametrů genetického algoritmu .....	52
6.7 Výstupní data .....	53
6.7.1 Paretova hranice.....	53
6.7.2 Hodnota účelové funkce .....	54
6.7.3 Váhy cenných papírů a bezrizikového aktiva .....	55
6.7.4 Výnos portfolia .....	57
6.7.5 Riziko portfolia.....	58
6.8 Analýza dat .....	58
7. Uživatelská příručka .....	60
7.1 Zadání účelové funkce .....	61
7.2 Definování omezujících podmínek.....	61
7.3 Zobrazení výsledku.....	62
7.4 Nastavení parametrů .....	62
8. Závěr .....	69
9. Seznam použité literatury .....	71
Seznam grafů .....	74
Seznam tabulek.....	75
Seznam obrázků.....	76
Seznam příloh .....	77



# 1. Úvod

S přibývajícímí možnostmi finančních investic došlo v poslední době k rozvoji správy portfolia. Díky úspěchu kolektivní správy, nazývané také institucionální, se správa portfolia stala významnou hospodářskou činností, která již není výsadní doménou několika obchodníků na burze. Po zavedení investičních a podílových fondů dnes správa portfolia prožívá nový rozkvět díky otevření trhů burzovního indexu. Tyto trhy umožňují správu portfolia zjednodušit, rozšířit s ní spojené finanční strategie a diverzifikovat portfoliové investice.

Na rozvíjejících se trzích je situace poněkud odlišná, komplikuje ji například nedostatek dat potřebných pro odhady. Tyto trhy také procházejí prudkými výkyvy v objemech obchodování a často se také stává, že náhlá změna v poptávce či nabídce vyvolává bouřlivý vývoj v ceně. Investoři na rozvíjejících se trzích jsou potom orientováni převážně spekulativně a vystavením se dodatečnému riziku mohou při rostoucím trhu očekávat vyšší výnosy ze svých portfolií. Přesto lze i tady využívat teorie portfolia jako poměrně spolehlivého pomocníka při řízení investiční strategie.

Tato diplomová práce se zabývá již zmíněnou problematikou a je rozdělena do několika částí. V první části je čtenářům objasněn pojem cenné papíry, jejich členění a následně jejich charakteristiky. Další kapitola se zabývá problematikou portfolia cenných papírů, jeho způsobů správy a volbou metody výběru optimálního portfolia. Současně pojednává o způsobech optimalizace portfolia. Mezi vybrané modely patří Markowitzův model, jednoduchý indexní model a model oceňování kapitálových aktiv.

Čtvrtá kapitola pojednává o metodách víceúčelové optimalizace. Jsou zde představeny optimalizační a genetické algoritmy. Dále se zaměřuji na problematiku účelové funkce a Paretovu množinu, která je nezbytná pro tuto diplomovou práci.

V páté kapitole se zabývám samotným modelem víceúčelové optimalizace portfolia cenných papírů, jeho grafickou reprezentací. Následně pak detailně rozebírám jeho jednotlivé části.

Náplní šesté kapitoly je již řešení samotné optimalizace portfolia cenných papírů, které jsou součástí burzovního indexu Dow Jones Industrial Average s tím, že předpokládaná doba držení portfolia bude jeden týden.

Sedmá kapitola pod názvem "uživatelská příručka" obsahuje návod pro uživatele, jak nastavit jednotlivé parametry genetického algoritmu v programovém prostředí Matlab.

Cílem této práce je tedy shrnout současné metody optimalizace portfolia cenných papírů a metody víceúčelové optimalizace, navrhnout model víceúčelové optimalizace portfolia cenných papírů, analyzovat výsledky a vypracovat uživatelskou příručku.

## 2. Cenné papíry

Cenné papíry se již objevují v době alexandrijské, kdy dlužník potvrzoval bankéři svůj závazek vystavením a podepsáním dlužního listu. Na druhé straně bankéř při přijímání vkladů vydával vkladateli potvrzení o přijetí vkladu. Pro historii cenných papírů bylo významné období středověku. Byly již docela podobné těm dnešním a na svůj účet je vystavovala knížata, papežové a jiní vysocí hodnostáři. Rozhodující význam získali cenné papíry s rozvojem kapitalismu a jejich použití se rozšířilo díky rychlému zdokonalování techniky bankovních operací. Dnes jsou cenné papíry klasickým nástrojem investování a obíhají na národních i mezinárodních trzích.

Předmětem teorie portfolia jsou především aktiva, je tedy nezbytné udělat si stručný přehled základních typů aktiv a ukázat, jaké mají použití z hlediska tvorby portfolií.

Aktivum je cokoliv, co je předmětem vlastnictví, tedy například [3]:

- cenné papíry (akcie, obligace, podílové listy),
- nemovitosti (obytné a kancelářské budovy, výrobní objekty, pozemky),
- movitý majetek (automobily, zásoby materiálu a surovin).

Do aktiv také patří investice, které přináší svému majiteli tok důchodů. Tento tok důchodů může být i záporný.

### ***Členění aktiv***

Aktiva se dají členit na [3]:

- hmotná – movitosti (automobil, stroje a zařízení, zboží na skladě, zásoby surovin a polotovarů atd.)
- nehmotná – know-how, software atd.
- finanční – peníze v hotovosti a na účtech, nakoupené cenné papíry, směnky, dluhopisy atd.

Finanční aktiva mají v teorii portfolia nezastupitelné místo a dominantní postavení.

### **2.1 Základní pojmy**

#### **NOMINÁLNÍ (JMENOVITÁ) HODNOTA CENNÉHO PAPÍRU [9]**

Nominální hodnota cenného papíru je cena cenného papíru, která je na cenném papíru vyznačena. Součet těchto nominálních hodnot cenných papírů se musí rovnat hodnotě základního jmění.

## TRŽNÍ HODNOTA CENNÉHO PAPÍRU – KURZOVNÍ CENA [9]

Cena, za kterou lze cenný papír na trhu prodat se nazývá kursová cena.

## EMISNÍ KURZ CENNÉHO PAPÍRU [5]

Emisní kurz cenného papíru lze definovat jako peněžní částku, za kterou emitent cenné papíry vydává. Emisní kurz nemůže být nižší než jmenovitá hodnota cenného papíru.

## EMISNÍ ÁŽIO [5]

Emisní ážio představuje rozdíl mezi emisním kurzem a jmenovitou hodnotou cenných papírů.

## EMITENT A MAJITEL (INVESTOR) CENNÝCH PAPÍRŮ [9]

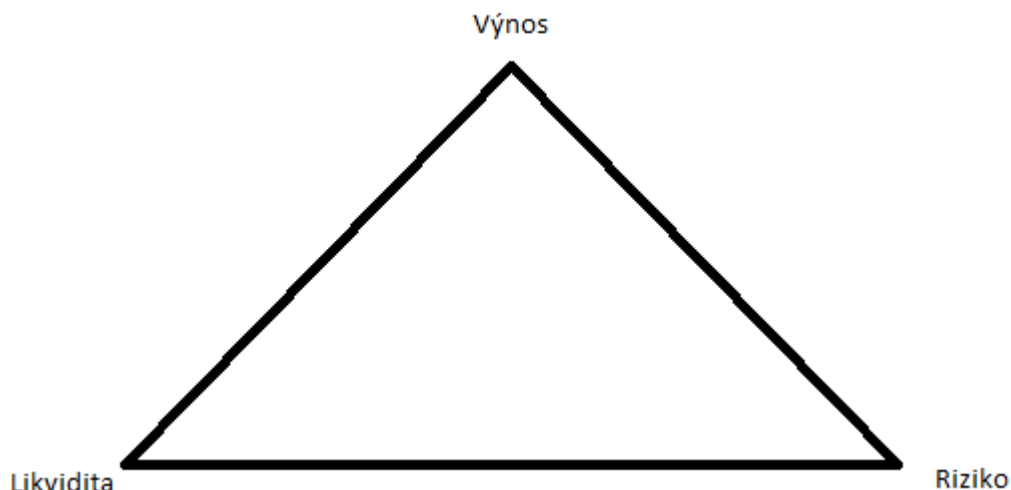
Emitent cenného papíru je ten, který cenné papíry vydává. Prostřednictvím emise má emitent možnost získat majetek (převážně peníze), které může dále investovat do podnikatelské činnosti. V případě, že podniká úspěšně, dojde ke zhodnocení investice. Efekt podnikání se pak dělí mezi emitenta - podnikatele - a investora, který majetek (peníze) do podnikání vložil.

Ten, kdo cenný papír poprvé zakoupí (či jinak obdrží) se stává majitelem cenného papíru. Ke změně cenného papíru může dojít buď [9]:

1. převodem cenného papíru – ke změně majitele dochází na základě smlouvy,
2. přechodem cenného papíru – ke změně majitele dochází na základě jiných právních skutečností (např. dědictví).

Investor se při své analýze a rozhodování neobejde bez magického trojúhelníku, viz Obrázek 1, ve kterém jsou vyobrazena následující kritéria:

- výnos,
- riziko,
- likvidita.



Obrázek 1 - Magický trojúhelník; Zdroj [30]

Výnos, riziko i likviditu je nutno posuzovat v jejich vzájemných vztazích a hodnotit je souhrnně. Maximální výnos, minimální riziko a nejrychlejší přeměny v hotové peníze nelze dosáhnout současně, je možné jen optimalizovat vztah těchto tří aspektů investice. Tento postup bývá označován jako "zlaté pravidlo investování" [15].

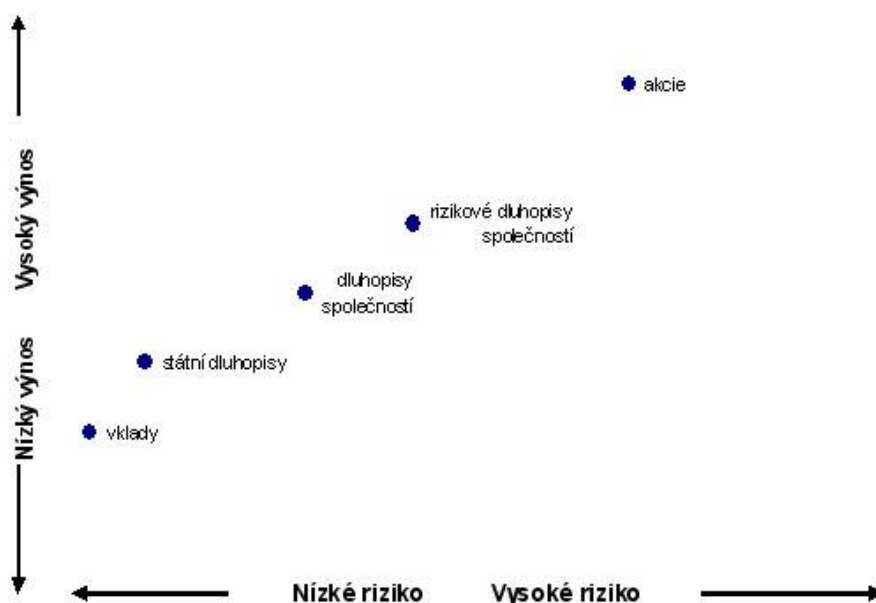
### ***Výnos***

Nejznámějším investičním kritériem je výnos investora, který je chápán jako souhrn veškerých příjmů plynoucí investorovi z dané investice. Výnos je tedy odměnou investora. Při měření výnosu je podstatné si uvědomit, o jaký druh dat se jedná, o jakou informaci se při výpočtu dá opřít. Použijí-li se totiž historická data, tj. skutečná data, pak se pracuje s výnosem ex post. Na druhé straně, využije-li se očekávaných, tj. prognózovaných veličin, určuje se výnos ex ante [17].

### ***Riziko***

S rizikem se lze setkat takřka na každém kroku, a to nejen v souvislosti s investováním. Riziko tedy lze chápat jako určitý stupeň nejistoty spojený s činností investora. Představuje nebezpečí, že se skutečná výnosová míra odchýlí od výnosové míry očekávané. Při investování do cenných papírů platí pravidlo, že větší riziko by mělo přinášet větší odměnu. Existuje několik druhů rizik, která s sebou může vlastnictví cenného papíru nést. Za prvé je to riziko, že se při investování nedosáhne takového zisku, jaký byl předpokládán. Dalším rizikem je, že o investice lze přijít úplně. Rizika se stejně jako výnosy dělí na ex post-historické riziko a ex ante – očekávané riziko [11].

Následující graf 1 ukazuje vztah výnosů a rizika u základních tří investičních aktiv. Vyplývá z něj, že čím větší riziko je investor připraven nést, tím větší může být jeho odměna. Pokud tedy člověk není připraven oželeť žádné peníze, musí se spokojit s nízkým výnosem.



Graf 1 - Vztah výnosů a rizika; Zdroj [25]

### **Likvidita**

Likvidita představuje schopnost přeměnit investici na likvidní aktivum (aktivum blízké hotovosti) velmi rychle a s minimálními transakčními náklady. Za likvidní investici je považována taková investice, kterou lze prodat během několika minut bez toho, že by zaznamenala ztráty ve své hodnotě. Transakční náklady spojené s likvidní investicí jsou velmi nízké, zahrnují pouze nezbytné náklady spjaté s její konverzí na hotovost. S likviditou souvisí také efektivnost, jedná se o dva faktory, které se nevyklučují, neboť vysoká likvidita trhu představuje jeden z nejdůležitějších předpokladů efektivnosti [17].

## **2.2 Druhy cenných papírů**

Cenné papíry lze členit z několika různých hledisek – kritérií [9]:

*Třídění cenných papírů podle formy:*

- a) cenné papíry na doručitele ( na majitele) – lze je převést pouhým předáním cenných papírů,
- b) cenné papíry na jméno – jsou převoditelné pouze dědictvím nebo cesí<sup>1</sup>,
- c) cenné papíry na řad – převod se uskutečňuje písemným prohlášením – rubopisem (indosamentem).

<sup>1</sup> Cese je pojem převzatý z římského práva a označuje postoupení pohledávky.

*Cenné papíry mají podobu:*

- a) listinnou, tzn. že cenné papíry fyzicky existují,
- b) zaknihované cenné papíry, které fyzicky neexistují, tzv. nematerializované cenné papíry.

*Z hlediska emise lze dělit cenné papíry na:*

- a) hromadné (zastupitelné),
- b) individuální (nezastupitelné).

*Podle toho, kdo cenné papíry vydává (podle dlužníka) se rozlišují:*

- a) veřejné cenné papíry – státní dluhopisy či komunální obligace,
- b) soukromé cenné papíry – všechny ostatní cenné papíry.

Mezi cenné papíry dle [23] patří:

- a) akcie,
- b) zatímní listy,
- c) poukázky na akcie,
- d) podílové listy,
- e) dluhopisy,
- f) investiční kupóny,
- g) kupóny,
- h) opční listy,
- i) směnky,
- j) šeky,
- k) náložné listy,
- l) skladištní listy,
- m) zemědělské skladní listy.

### **2.2.1 Akcie**

Akcie je cenným papírem vydaným akciovou společností, s níž jsou spojena práva majitele neboli akcionáře jako společníka stanovená zákonem [22], a to:

- právo podílet se na řízení akciové společnosti,
- právo na podíl na zisku,
- právo na podíl na likvidačním zůstatku při zániku společnosti.

Podíly na zisku společnosti – dividendy – mohou být vypláceny v různých formách, nejčastěji formou peněžní dividendy, které jsou vypláceny jednorázově po skončení obchodního roku. Peněžní dividendy mohou být řádné, dodatečné, speciální a likvidační. Další možností výplaty podílu na zisku jsou majetkové dividendy, při jejichž výplatě získává akcionář zdarma určité množství výrobků, které akciová společnost sama vyrábí, nebo může akcionář bezplatně využívat služeb, které společnost provozuje [25].

Akciové listiny mohou být vydány v souladu se zvláštním zákonem v listinné podobě nebo v zaknihované podobě a mohou znít na jméno nebo na majitele. Mezi náležitosti akcie patří podle [22]:

- a) firma a sídlo společnosti,
- b) jmenovitá hodnota akcie,
- c) označení formy akcie,
- d) výše základního kapitálu a počet akcií k datu emise akcie,
- e) datum emise.

Jmenovitou hodnotu akcie určuje emitent cenného papíru, jedná se o peněžní částku, která je v akcii uvedena, zákon však může stanovit hranice pro tuto hodnotu. Součet jmenovitých hodnot jednotlivých akcií musí odpovídat základnímu kapitálu obchodní společnosti [22].

Jmenovitá hodnota akcie tedy nevyjadřuje její skutečnou tržní cenu ani za kolik majitel akcii nabyt. Cena akcie je množství peněz, za kterou je akcii možné prodat nebo koupit. Kursem akcie je pak cena, za kterou se akcie prodává nebo kupuje na veřejném trhu, pokud je předmětem veřejného obchodování. Emisním kursem akcie se rozumí peněžní částka, za kterou emitent vydává akcii. Potom tedy rozdíl mezi jmenovitou hodnotou a emisním kursem akcie se označuje jako emisní užil, který slouží k vytvoření rezervního fondu při vzniku akciové společnosti [24].

### Druhy akcií

Základním typem akcií jsou akcie kmenové, jedná se tedy o akcie s nimiž nejsou spojena žádná zvláštní práva, vyjma základních práv akcionáře. S prioritními akciemi jsou spojena přednostní práva týkající se dividendy nebo podílu na likvidačním zůstatku. Jejich vydání mohou určit stanovy za předpokladu, že souhrn jejich jmenovitých hodnot nepřekročí polovinu základního kapitálu. Zaměstnaneckými akciemi jsou kmenové akcie, které nabývají zaměstnanci společnosti za zvýhodněných podmínek [24],[22].



### 2.2.2 Zatímní listy

Zatímní list je cenným papírem, se kterým jsou spojena práva vyplývající z akcií, které nahrazuje. Akciová společnost vydá zatímní list, pokud upisovatel nesplatil celý emisní kurs.

Zatímní list obsahuje dle [24]:

- a) označení „zatímní list“,
- b) firmu, sídlo a výši základního kapitálu společnosti,
- c) firmu nebo název a sídlo nebo jméno a bydliště vlastníka zatímního listu,
- d) jmenovitou hodnotu tvořenou součtem jmenovitých hodnot upsaných nesplacených akcií,
- e) počet, podobu a formu akcií, které zatímní list nahrazuje,
- f) splacenou a nesplacenou část emisního kursu akcií a lhůty pro splácení emisního kursu,
- g) datum emise zatímního listu a podpisy členů představenstva, kteří jsou oprávněni jménem společnosti jednat.

Zatímní list je vždy cenným papírem na řad nebo zaknihovaným cenným papírem na jméno, i když reprezentuje akcie na majitele. Pokud majitel převede zatímní list na jinou osobu rubopisem před splacením jmenovité hodnoty akcií, ručí akciové společnosti za splacení zbytku upsané hodnoty akcií, který ještě není splacen.

Zatímní list může znít i na více osob. Právo vyplývající ze zatímního listu může vykonávat kterákoliv z nich osoba zmocněná. Ke splacení jmenovité hodnoty jsou však zavázány všechny uvedené osoby společně a nerozdílně. Po splacení jmenovité hodnoty akcií má akcionář právní nárok na vydání akcie [24].

### 2.2.3 Poukázky na akcie

Poukázka na akcie je cenným papírem, který se vydává v případě, kdy společnost zvyšuje základní kapitál upsáním nových akcií, jejichž převoditelnost není omezena, a to před zápisem zvýšení základního kapitálu do obchodního rejstříku, jestliže:

- upisovatel zcela splatil emisní kurs akcie,
- o vydání poukázek na akcie rozhodla valná hromada.

V poukázce na akcie musí být uvedeno [4]:

- a) označení, že se jedná o poukázku na akcie,
- b) firma a sídlo společnosti,

- c) druh, jmenovitá hodnota, forma, podoba a počet akcií, které lze na jejím základě nabýt,
- d) částka, kterou upisovatel splatil, a datum, kdy bylo splaceno.

Poukázka na akcie je tedy cenný papír na doručitele, se kterým jsou spojena veškerá práva upisovatele. S jednou poukázkou na akcie jsou spojena práva vyplývající z upsání jedné akcie, nerozhodne-li valná hromada u listinných poukázek na akcie, že s jednou poukázkou na akcie mohou být spojena práva vyplývající z upsání více akcií. Poukázky na akcie mají stejnou podobu jako akcie, které za ně mají být vyměněny, nerozhodne-li valná hromada o vydání listinných poukázek na akcie i v případě zaknihované podoby v upisovaných akciích [4].

#### **2.2.4 Podílové listy**

Podílový list je majetkový cenný papír, který představuje podíl majitele na majetku v podílovém fondu. Podílový fond je organizační složka investiční společnosti, v níž je soustředěn cizí majetek, který investiční společnost upravuje.

Podílový list obsahuje [24]:

- a) název podílového fondu,
- b) jmenovitou hodnotu podílového listu, jestliže je stanovena,
- c) údaj o formě podílového listu,
- d) datum vydání nebo emise podílového listu,
- e) u listinné podoby též číselné označení podílového listu, podpisy nebo otisky podpisů osob oprávněných k datu emise jednat jménem investiční společnosti a u podílového listu na jméno též jméno prvního podílníka.

Podílový fond tedy představuje souhrn majetku, který vlastní všichni majitelé podílových listů. Každému vlastníkovu podílového listu náleží tolik peněz z tohoto majetku, kolik vlastní podílových listů. Tyto podílové fondy jsou vytvářeny investičními společnostmi. Samotný podílový fond není právnickou osobou, avšak vzniká na základě povolení České národní banky. Podílový list může být vydán na jméno nebo na doručitele. Podílový list vydaný v listinné podobě ve formě na jméno je převoditelný rubopisem [24], [1].

#### **2.2.5 Dluhopisy**

Dluhopis, označovaný také jako obligace, je cenný papír, s nímž je spojeno právo majitele požadovat splácení dlužné částky ve jmenovité hodnotě uvedené v dluhopisu a na vyplácení výnosů z něj k určitému datu. S dluhopisem může být spojena i právo na jeho výměnu za jiný dluhopis nebo za akcii nebo určitá přednostní práva, tzv. prioritní dluhopisy [4].

Povinné náležitosti dluhopisu v listinné podobě dle [19]:

- a) údaje o emitentovi,
- b) název dluhopisu,
- c) identifikační označení podle mezinárodního systému číslování pro identifikaci cenných papírů,
- d) jmenovitá hodnota,
- e) údaj o schválení emisních podmínek,
- f) výnos dluhopisu nebo způsob stanovení jeho výše,
- g) datum emise,
- h) způsob a místo výplaty jmenovité hodnoty dluhopisu a výnosu z něho,
- i) forma dluhopisu,
- j) prohlášení emitenta, že se zavazuje splatit dlužnou částku způsobem a v místě uvedeném v emisních podmínkách,
- k) data splatnosti dluhopisu a výnosu z něho, není-li výnos určen rozdílem mezi jmenovitou hodnotou dluhopisu a jeho nižším emisním kurzem,
- l) číselné označení dluhopisu,
- m) u dluhopisu znějícího na jméno i příjmení, obchodní firmu nebo název jeho prvního vlastníka,
- n) podpis nebo otisk podpisu osob oprávněných k datu emise jednat jménem emitenta, anebo podpis nebo otisk podpisu emitenta.

Zaknihovaný dluhopis má stejné náležitosti, s výjimkou náležitostí uvedených pod písmeny l), m) a n).

Emitentem dluhopisu může být právnická osoba, fyzická osoba, která je bankou s místem podnikání na území státu Evropské unie nebo jiného státu tvořící Evropský hospodářský prostor. Emitent dluhopisu je povinen splatit jmenovitou hodnotu dluhopisu, a to buď jednorázově k určitému datu, které je v dluhopisu uvedeno, nebo splátkami ve stanovených termínech [4].

Výnos dluhopisu může být stanoven zejména [19]:

- a) pevnou úrokovou sazbou,
- b) rozdílem mezi jmenovitou hodnotou dluhopisu a jeho nižším emisním kurzem,
- c) slosovateľnou prémiei nebo prémiei v závislosti na lhůtě splatnosti dluhopisu,

- d) pohyblivou úrokovou sazbou odvozenou například z jiných úrokových sazeb či výnosů, pohybu devizových kurzů, indexů či cen komodit.

Druhy dluhopisů dle [24]:

- státní dluhopisy a dluhopisy vydávané Českou národní bankou – vydávány na základě zvláštního zákona o státním dluhopisovém programu,
- komunální dluhopisy – vydávány územním samosprávným celkem,
- hypoteční zástavní listy – jmenovitá hodnota a výnos těchto dluhopisů jsou plně kryty pohledávkami z hypotečních úvěrů; může je vydávat pouze banka se sídlem v České republice,
- vyměnitelné dluhopisy – je s nimi spojeno právo na jejich výměnu za jiné dluhopisy,
- prioritní dluhopisy – spojeny s právy na jejich splacení a vyplacení výnosu z dluhopisů, jakož i právo na přednostní upisování akcií,
- podřízené dluhopisy – dluhopisy, kde v případě vstupu emitenta do likvidace, prohlášení konkurzu na majetek emitenta, povolení vyrovnání, nebo je-li emitentem zahraniční osoba, též jiného obdobného opatření, budou uspokojeny pohledávky s nimi spojené až po uspokojení všech ostatních pohledávek,
- sběrné dluhopisy – představují souhrn jednotlivých dluhopisů dané emise, počet upsaných dluhopisů každého vlastníka představuje jeho podíl na sběrném dluhopisu.

### 2.2.6 Kupóny

Pro uplatnění práva na výnos z akcie, zájmového listu, dluhopisu nebo podílového listu lze vydávat kupóny jako cenné papíry na doručitele. Listinné kupóny se vydávají v kupónovém archu. Součástí tohoto kupónového archu může být talón, z něhož plyne právo na vydání nového kupónového archu. Talón není cenným papírem [27].

Kupón musí obsahovat tyto náležitosti [23]:

- a) údaje o druhu, emitentovi a číselném označení cenného papíru, k němuž byl vydán, s výjimkou číselného označení zaknihovaného cenného papíru,
- b) výši výnosu nebo způsobu jeho určení,
- c) datum a místo uplatnění práva na výnos.

### 2.2.7 Opční listy

Opční list je cenný papír na doručitele, může být vydaný jako listinný cenný papír nebo zaknihovaný cenný papír. S tímto cenným papírem je spojena možnost uplatnit přednostní právo na upisování akcií při zvyšování základního kapitálu akciové společnosti nebo

přednostní právo na upisování akcií na základě prioritního dluhopisu nebo přednostní právo na získání prioritního dluhopisu.

V opčním listu musí být uvedeno [32]:

- a) obchodní firma a sídlo společnosti,
- b) počet akcií, které lze na základě opčního listu získat, druh akcií, forma akcií a jmenovitá hodnota,
- c) počet prioritních dluhopisů, které lze na základě opčního listu získat, jejich podoba, forma a jmenovitá hodnota,
- d) doba a místo pro uplatnění přednostního práva,
- e) emisní kurz akcií nebo dluhopisů, k nimž lze uplatnit přednostní právo, nebo způsob určení emisního kurzu,
- f) údaj o tom, že zní na doručitele,
- g) u opčních listů vydaných v podobě listinného cenného papíru dále datum emise, podpisy členů představenstva oprávněných jednat jménem společnosti, číselné označení akcie nebo dluhopisu, k nimž byl opční list vydán.

Pokud byl opční list vydán v podobě zaknihovaného cenného papíru, je pro uplatnění přednostního práva rozhodný den, kdy mohlo toto právo být vykonáno poprvé. Společnost podá osobě, která vede evidenci zaknihovaných cenných papírů, příkaz k vydání cenných papírů, pokud bylo právo uplatněno včas, a současně příkaz ke zrušení opčních listů, z nichž bylo opční právo uplatněno. Po uplynutí lhůty pro vykonání přednostního práva podá společnost příkaz ke zrušení opčních listů, z nichž nebylo přednostní právo uplatněno [32].

### **2.2.8 Směnky**

Směnka je převoditelný dlužně právní cenný papír, ze kterého vyplývá bezpodmínečný dlužnický závazek sepsaný v přesně stanovené formě, který poskytuje majiteli směnky nesporné právo požadovat ve stanovenou dobu zaplacení peněžní částky na směnce uvedené [16].

Směnka nemusí být vyhotovena na papíře, ale může být zachycena na čemkoliv, na němž je trvale zachytitelné písmo, např. na dřevě, na kameni, na skle atd. Text směnky může být napsán na stroji, vytištěn na počítači apod., ale podpis výstavce musí být vždy napsán vlastní rukou. Podpis musí být umístěn pod textem směnky. Jelikož směnka nemusí obsahovat žádný údaj o výstavci, z obsahu směnky nemusí být patrné, kdo ji vystavil, podpis výstavce může být totiž nečitelný [30].

## **2.2.9 Ostatní cenné papíry**

Mezi ostatní cenné papíry dále patří:

### **Šeky**

Šeky jsou krátkodobé cenné papíry, které spadají do peněžního trhu a jsou jedním z nástrojů platebního styku. Šek je výstavcův písemný příkaz pro banku, aby z jeho účtu vyplatila peněžní prostředky osobě, která předloží šek nebo je na šeku uvedena. Majitel šeku potom obdrží od banky určitou částku na svůj účet v bezhotovostní formě nebo na přepážce v hotovosti. Největší výhodou šeků je jejich snadná převoditelnost na jinou osobu [20].

### **Náložné listy**

Náložný list je listina, s níž je spojeno právo požadovat na dopravci vydání zásilky v souladu s obsahem této listiny. Dopravce vydává zásilku po předložení náložného listu osobě, která je k předání oprávněná [22]. Byl-li náložný list vydán ve více stejnopisech, vyznačí se jejich počet na každém z nich. Po vydání zásilky oprávněné osobě na jeden stejnopis pozbývají ostatní stejnopisy platnosti [24].

### **Skladištní listy**

Skladištní list (warrant) je cenný papír - potvrzení o převzetí zboží ke skladování. Skladovatel je podle smlouvy o skladování povinen věc převzít při jejím předání ukladatelem a převzetí zboží písemně potvrdit. Skladištní list může znít na doručitele nebo na jméno. Zní-li na doručitele, je skladovatel povinen vydat zboží osobě, která skladištní list předloží. Zní-li na jméno, je povinen vydat zboží osobě v skladištním listu uvedené. Skladištní list na jméno pak může oprávněná osoba převádět rubopisem na jiné osoby, pokud v něm není převod vyloučen [32].

### **Zemědělské skladní listy**

Zemědělský skladní list je listinný cenný papír na řad, je převoditelný rubopisem a předáním. Tento cenný papír představuje vlastnické a zástavní právo k uskladněnému zboží. Vydává jej provozovatel zemědělského veřejného skladu, a to po převzetí zboží v zemědělském veřejném skladě. Zemědělský skladní list se skládá ze dvou částí, a to z vlastnického listu a zástavního listu. Samostatné vystavení jen jedné části skladního listu je nepřípustné. Na vlastnickém listu pak musí být uvedeno, že je k němu vystaven zástavní list, a naopak, na zástavním listu musí být uvedeno, že je k němu vystaven i vlastnický list. Pokud je zemědělský skladní list složen z obou jeho částí, je s ním spojeno vlastnické právo ke zboží uskladněnému v zemědělském veřejném skladu, na kterém byl vystaven zemědělský skladní list, a právo nakládat bez omezení s tímto zbožím [21].

### **3. Portfolio cenných papírů**

Racionálně jednající investor se při investování řídí zásadou diferenciací svého rizika. Z tohoto důvodu zpravidla neinvestuje pouze do jednoho instrumentu, ale usiluje o vytvoření takového souboru investičních nástrojů, tzv. portfolia, které mu umožní rozložit riziko. Část svého finančního přebytku např. může investovat do nákupu pozemků a budov, část do cenných papírů a část si může ponechat v bance na účtech [15].

Portfolio je soubor všech finančních a reálných aktiv (instrumentů), které investor nakoupí a nějakou dobu drží. Tento název je odvozen od starobylého slova "portfej", které v minulosti představovalo pouzdro či peněženku na listiny a cenné papíry [17].

Pokud investor v drtivé většině případů investuje zároveň do několika aktiv a vytváří z nich větší či menší portfolio, je nezbytné, aby ovládal principy a postupy zohledňování výnosu, rizika a likvidity [15].

#### **3.1 Motivy vedoucí k sestavování portfolia**

Důvodů, proč investor sestavuje své portfolio, je několik a patří mezi ně následující dle [3]:

##### ***Motiv získání kapitálu***

Každý ekonomický subjekt, který potřebuje získat určitý kapitál se jej snaží především získat sám, nebo prostřednictvím finančních institucí. Velké ekonomické subjekty si mohou obstarávat volné peněžní prostředky buď emisí akcií nebo dluhopisů.

##### ***Motiv spekulace***

Spekulanti - ekonomické subjekty, kteří očekávají, že v budoucnu dojde například k růstu tržních cen akcií, k poklesu krátkodobých úrokových měr v ekonomice, k devalvaci určité měny mohou tyto získané informace využít k nadměrným ziskovým obchodům, tzv. spekulaci, na peněžních a kapitálových trzích. Charakteristikou spekulace je to, že jde o obchod, který může skončit buď velkým ziskem, nebo velkou ztrátou.

##### ***Motiv arbitráže***

Investoři zvaní arbitrážeři dosahují nadměrných zisků pomocí obchodů, v kterých využívají místních a časových rozdílů mezi jednotlivými finančními trhy (burzami) s cennými papíry. Jedná se o nákup aktiva na jednom trhu a prodej na trhu druhém za výhodných podmínek. Využívá se přitom cenových nebo výnosových rozdílů na různých trzích v daném časovém okamžiku.

### ***Motiv zajišťovací***

Investoři se snaží pojistit výnos z portfolia aktiv vyvažováním aktuálního i budoucího očekávaného rizika a udržují tzv. uzavřené pozice<sup>2</sup> sladováním aktiv a pasiv.

## **3.2 Způsoby správy portfolia**

### ***Aktivní správa portfolia***

Po celou dobu, kdy portfolio existuje investor vyhledává na trhu nové investiční příležitosti a složení portfolia podle potřeby a určitých zásad obměňuje. Při očekávání snížení výnosnosti některého z aktiv se snaží tohoto aktiva zbavit, nejlépe prodat jej a při předpokládaném růstu výnosnosti některého z aktiv jej koupit. Tento prodej a nákup provádí investor většinou na základě metod technické a fundamentální analýzy [3].

### ***Pasivní správa portfolia***

Investor podle určitých zásad portfolio sestaví a potom po celou dobu trvání tohoto portfolia jej neobměňuje. U pasivního držení portfolií jde o mimořádně levnou záležitost, neboť v průběhu trvání portfolia není třeba plnit makléřské poplatky za obchodování s cennými papíry. Nevýhodou může být to, že nedosáhneme mimořádně vysokých výnosů [3].

## **3.3 Volba metody výběru optimálního portfolia**

Volba metody výběru optimálního portfolia je odrazem toho, že obchodníci s cennými papíry nejen provádějí činnosti v jednotlivých fázích investičního procesu, ale že také znají podstatu těchto činností.

Nezbytný soubor základních poznatků pro pochopení problematiky výběru portfolia je dle [15] tento:

- parametry hodnocení portfolia,
- důvod konstruování a výběru portfolia,
- zjišťování velikostí parametrů portfolia,
- proporce logických a psychologických aspektů výběru portfolia.

### **3.3.1 Parametry hodnocení portfolia**

Hodnocení portfolia, kde pro kapitálové váhy  $a_i$  příslušné kombinace platí [3]

$$a_i \geq 0, \sum_{i=1}^n a_i = 1, \quad (1)$$

---

<sup>2</sup> Pod tímto pojmem se rozumí rovnost aktiv a pasiv.



vychází ze základních aspektů každé investice – především z výnosu a investičního rizika. Výnos je charakterizován očekávaným výnosovým procentem  $p_E$  portfolia (tj. průměrnou mírou zisku), riziko pak směrodatnou odchylkou  $\sigma$  portfolia (tj. směrodatnou odchylkou kombinace výnosových procent jednotlivých cenných papírů CP-i, tvořících výchozí alokace) [3].

### 3.3.2 Důvod konstruování a výběru portfolia

Konstruování portfolií je investiční strategií, která umožňuje optimalizovat míru výnosu celkové investice ve vztahu k uvažovanému riziku. Při jedné alokaci kapitálu bylo vždy zkoumáno především hledisko výnosové, ke zkoumání působícího rizika chyběla řada podstatných souvislostí daných podmínkami trhu jako celku – proces optimalizace vztahu výnosu a rizika postrádal komparativní dimenzi.

Vybírání portfolia je spojeno s řešením problému diverzifikace portfolia – vytváření vhodných kombinací výchozích alokací, např. v podobě výchozích cenných papírů, znamená cílevědomé snižování rizika investice. Výběr portfolia se zaměřuje především na portfolia, u nichž je maximálně eliminováno takové riziko, které při zvyšování nepřináší větší zisk [13].

### 3.3.3 Zjišťování velikostí parametrů portfolia

Velikosti parametrů portfolia budou zjišťovány obvyklými pravděpodobnostními a statistickými vztahy:

- a) Vztah pro očekávané výnosové procento  $p_E$  portfolia [15]

$$p_E = \sum_{i=1}^n a_i \cdot p_{Ei}, \quad (2)$$

kde  $p_{Ei}$  jsou očekávaná výnosová procenta jednotlivých cenných papírů CP-i.

- b) Vztah pro druhou mocninu směrodatné odchylky  $\sigma$  výnosového procenta portfolia [15]

$$\sigma^2 = \sum P_I (p_E - p_{EI})^2, \quad (3)$$

kde  $I=1, 2, \dots, k$  jsou výnosové varianty portfolia jako celku,  $P_I$  jsou pravděpodobnosti jednotlivých výnosových variant portfolia,  $p_{EI}$  jsou výnosová procenta příslušných výnosových variant,  $p_E$  je výnosové procento dané předchozím vztahem.

### 3.3.4 Proporce logických a psychologických aspektů výběru portfolia

Logické aspekty výběru portfolia nejsou vzhledem k investorovi a jeho specifickým potřebám jedinými výběrovými aspekty. Má-li jedno portfolio vyšší očekávané výnosové procento  $p_E$  a druhé portfolio nižší směrodatnou odchylku  $\sigma$ , základní logické výběrové aspekty budou muset spolupracovat s psychologií investora.

Psychologické aspekty lze vystihnout vztahem investora k riziku – zda riziko vyhledává, zda je vůči riziku neutrální či zda se riziku vyhýbá. Vztah k riziku lze v souřadnicovém systému popsat soustavou tzv. křivek indiference, které budou probrány v následujících kapitolách [3].

### 3.4 Optimalizace portfolia

Při sestavování portfolia finančních aktiv má investor možnost vybírat z velkého počtu aktiv, která jsou v dané době v ekonomice k dispozici. Hypoteticky z nich může různými kombinacemi sestavit neomezený počet portfolií, z nichž každé má jiné kvalitativní znaky.

Portfolia mohou dle [10] obsahovat:

- jen jediné aktivum,
- různá množství aktiv od jedné až po  $N$ ,
- táž aktiva v různé struktuře .

#### 3.4.1 Markowitzův model

Teorii portfolia vytvořil v 50. letech minulého století Harry Markowitz. Markowitzův přístup k investování začíná předpokladem, že investor má v současné době k dispozici určité množství peněz. Tyto peníze budou investovány na určité časové období, které je známé jako investorova doba držení portfolia. Na konci doby držení investor prodá cenné papíry, které zakoupil na začátku tohoto období, a buď utratí výnos z tohoto portfolia pro svoji potřebu nebo je reinvestuje do různých cenných papírů. Na Markowitzův přístup lze pohlížet jako na přístup na jedno období, kde začátek období je označen  $t=0$  a konec období je označen  $t=1$ . Protože portfolio je kolekce cenných papírů, je toto rozhodnutí ekvivalentní výběru optimálního portfolia z množiny možných portfolií a tento postup se často označuje za problém výběru portfolia [3].

Markowitz poprvé formálně stanovil koncepci diverzifikace portfolia. Jeho model je založen na následujících předpokladech dle [13]:

- investoři jsou rizikově averzní,
- všichni investoři investují na stejně dlouhé období,

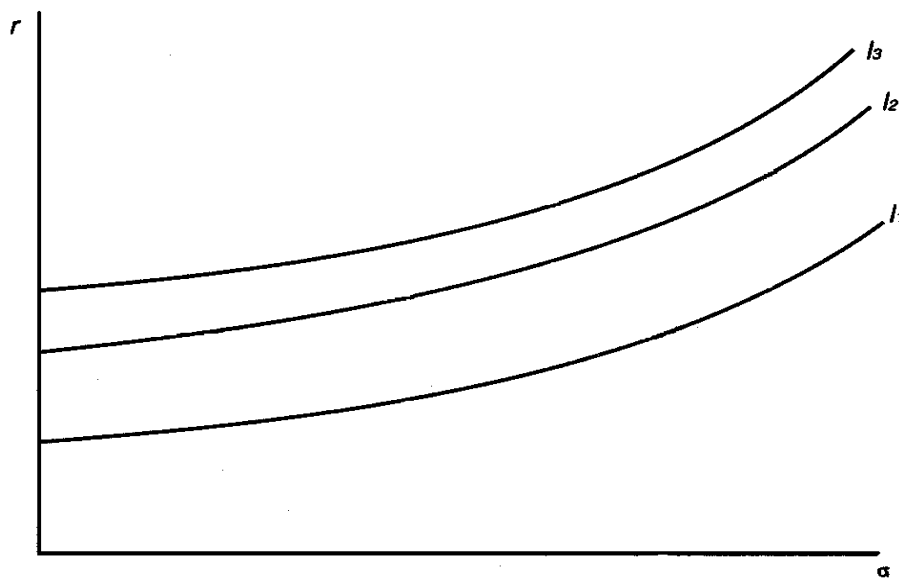
- investiční rozhodování je realizováno na základě očekávaných užiteků,
- investoři si vytvářejí svá investiční rozhodování na základě očekávaného výnosu a rizika, které stanovují prostřednictvím směrodatných odchylek,
- existují perfektní kapitálové trhy.

Markowitz ve svém modelu ukázal, že riziko investování do jakéhokoliv aktiva není nezávislé na jiných aktivech, ale že musí být na novou investici pohlíženo ve světle toho, jak přispívá ke změně výnosu a rizikovosti celkového portfolia [3].

### Křivky indiference

Metoda pro výběr nejžádanějšího portfolia využívá křivek indiference. Tyto křivky reprezentují investorovy preference rizika a výnosnosti, kde na vodorovné ose je riziko měřené směrodatnou odchylkou  $\sigma$  a na svislé ose odměna měřená očekávanou výnosností značenou  $r$  [3].

Obrázek 2 představuje „mapu“ křivek indiference, které jsou vlastní hypotetickému investorovi. Každá zakřivená čára představuje jednu křivku indiference daného investora a reprezentuje všechny kombinace portfolií, které by investor považoval za žádoucí.



Obrázek 2 – Indiferenční křivky; Zdroj [3]

Indiferenční křivky mají důležité vlastnosti [3] :

- 1) všechna portfolia, která leží na dané křivce indiference, jsou pro investora stejně žádoucí. Důsledkem této vlastnosti je, že křivky indiference se nemohou protínat,
- 2) investor bude považovat za více žádoucí libovolné portfolio, které leží na křivce

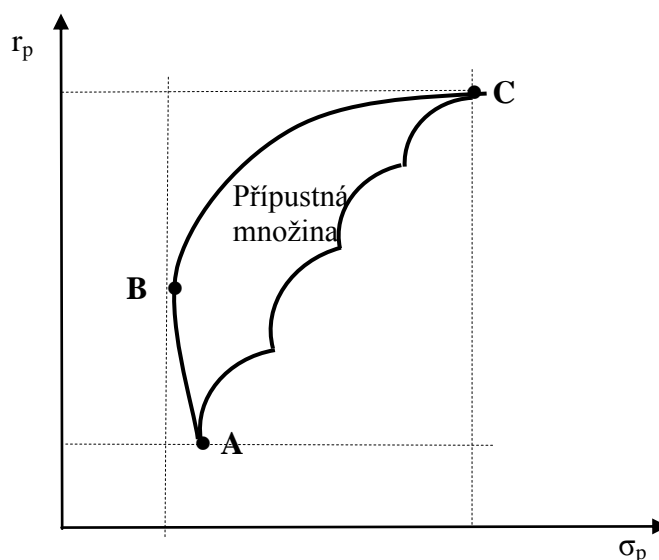
indiference, jež je umístěna výše než jiné křivky indiference, na nichž leží další portfolia.

### 3.4.2 Efektivní hranice

Množina portfolií, která mohou být sestavena z  $N$  počtu aktiv, je označována jako přípustná množina. Z ní je odvozena podmnožina portfolií označovaná jako efektivní množina nebo také efektivní hranice, splňující tyto podmínky [10]:

- nabízí nejvyšší očekávanou výnosnost při různých úrovních rizika,
- nabízí nejnižší riziko při různých úrovních očekávané výnosnosti.

Na Obrázku 3 body A, B, C vyznačují jednotlivá portfolia,  $r_p$  očekávaný výnos a  $\sigma_p$  směrodatnou odchylku.

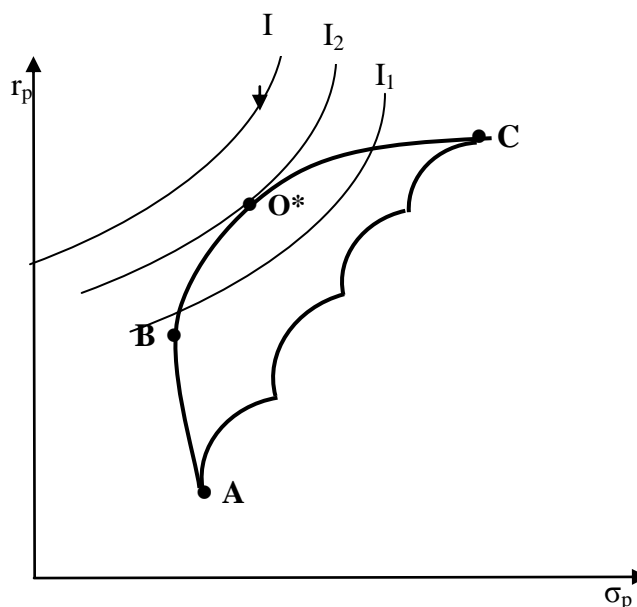


Obrázek 3 - Přípustná množina portfolií; Zdroj [10]

Přípustná množina je znázorněna na Obrázku 3 ve tvaru rozvřeného deštníku. Je zřejmé, že podmínky efektivní množiny splňují pouze portfolia ležící na levé horní hranici přípustné množiny, mezi body B a C, čili na horní části deštníku této množiny. Z této efektivní množiny portfolií sestavuje investor své optimální portfolio.

Portfolio v bodě B má nejmenší riziko, je proto vhodné pro investora, který má velký odpor k riziku. Proti tomu portfolio C vyhovuje investorovi s nepatrným odporem k riziku, neboť nabízí nejvyšší očekávanou výnosnost portfolia. Třetí typ investora s rozumným stupněm odporu k riziku zvolí portfolio jako jeden z bodů křivky BC přiměřeně své křivce indiference, čili na základě určitého preferování očekávané míry výnosnosti a stupně rizika.

Při výběru optimálního portfolia investor nejdříve vyznačí své křivky indiference do zobrazení efektivní množiny a poté stanoví portfolio, které spočívá na křivce indiference umístěné nejvýše vlevo. Na Obrázku 4 je to portfolio  $O^*$  v bodě na křivce indiference  $I_2$ , kde se tato křivka dotýká efektivní množiny.



Obrázek 4 - Výběr optimálního portfolia; Zdroj [10]

### 3.4.3 Jednoduchý indexní model

Jednoduchý indexní model vytvořil W. Sharpe v roce 1963. Tento model vyřešil technické problémy spojené s velkým množstvím výpočtů korelačních koeficientů v modelu Markowitz tím, že chování výnosové míry z jedné investice není posuzováno ve vztahu k ostatním investicím, ale ve vztahu k tržnímu indexu. Jednoduchý indexní model pak lze matematicky vyjádřit následujícím způsobem dle [13]:

$$R_i = A_i + \beta_i R_M + e_i \quad (4)$$

kde  $R_i$  je výnosová míra z  $i$ -té investice,

$A_i$  je konstantní výnosová míra z  $i$ -té investice, která není ovlivňována tržním výnosem,

$\beta_i$  je citlivost výnosové míry  $i$ -té investice na výnosovou míru z tržního indexu,

$R_M$  je výnosová míra z tržního indexu,

$e_i$  je reziduální chyba.

Uvedené popsané rozčlenění výnosové míry z jednotlivých investic pak umožňuje nesrovnatelně jednoduší způsob stanovení korelačních koeficientů ( $r_{ij}$ ). Korelační koeficient výnosových měr akcií  $i$  a  $j$  lze na základě jednoduchého indexního modelu vyjádřit takto [13]:

$$r_{ij} = \frac{\beta_i \beta_j \sigma_m^2}{\sigma_i \sigma_j} \quad (5)$$

- kde  $r_{ij}$  je korelační koeficient výnosových měr akcií  $i$  a  $j$ ,
- $\beta_i$  je citlivost výnosové míry  $i$ -té investice na výnosovou míru z tržního indexu,
- $\beta_j$  je citlivost výnosové míry  $j$ -té investice na výnosovou míru z tržního indexu,
- $\sigma_m^2$  je rozptyl výnosové míry tržního indexu,
- $\sigma_i$  je směrodatná odchylka výnosové míry  $i$ -té investice,
- $\sigma_j$  je směrodatná odchylka výnosové míry  $j$ -té investice.

Jednoduchý indexní model je zjednodušenou aproximační verzí selektivního modelu Markowitze. Je považován za velmi cenný model, poněvadž umožňuje podstatně zkrátit proceduru výpočtu. Používá se pro:

- rychlejší výpočet korelačních koeficientů při používání modelu Markowitze,
- jako alternativní model pro určování očekávaného výnosu a rizika portfolia.

Jednoduchý indexní model je založen na předpokladu, že tržní index není v žádném vztahu k reziduální chybě. Vztah vzájemných výnosových měr je ovlivňován pouze tržním indexem. Tento předpoklad byl však některými ekonomy zpochybněn. Proto byl zkonstruován multi-indexní model, který bere v úvahu i netržní faktory. Matematicky lze multi-indexní model zapsat takto [13]:

$$R_i = A_i + \beta_i R_M + c_i NF + e_i \quad (6)$$

- kde  $R_i$  je výnosová míra z  $i$ -té investice,
- $A_i$  je konstantní výnosová míra z  $i$ -té investice, která není ovlivňována tržním výnosem,
- $\beta_i$  je citlivost výnosové míry  $i$ -té investice na výnosovou míru z tržního indexu,
- $R_M$  je výnosová míra z tržního indexu,
- $c_i$  je citlivost výnosové míry  $i$ -té investice na výnosovou míru, která je

vytvářena netržními faktory,  
 $NF$  je výnosová míra, způsobená netržními faktory,  
 $e_i$  je reziduální chyba.

Za netržní faktory jsou zpravidla dle [13] používány:

- míra inflace,
- změna míry nezaměstnanosti,
- růst průmyslové produkce,
- vývoj obchodní bilance,
- změna úrovně úrokových sazeb,
- změna odvětvových charakteristik.

### 3.4.4 Model oceňování kapitálových aktiv

Model oceňování kapitálových aktiv označovaný zkratkou CAPM<sup>3</sup> dnes patří k základním nástrojům finanční analýzy, zvláště v souvislosti s akcemi. Tento model v podstatě oceňuje jednotlivá kapitálová aktiva na kapitálových trzích. Na rozdíl od jednoduchého indexního modelu z odstavce 3.4.3 ovšem vychází z předpokladu, že existují bezriziková aktiva, a umožňuje vyšetřovat příspěvky jednotlivých aktiv k střednímu výnosu a riziku celého portfolia. V jeho rámci figurují dva typy přímek: přímka kapitálového trhu a přímka trhu cenných papírů [2].

Výchozím bodem modelu CAPM je rozdělení celkového rizika dle [13] na:

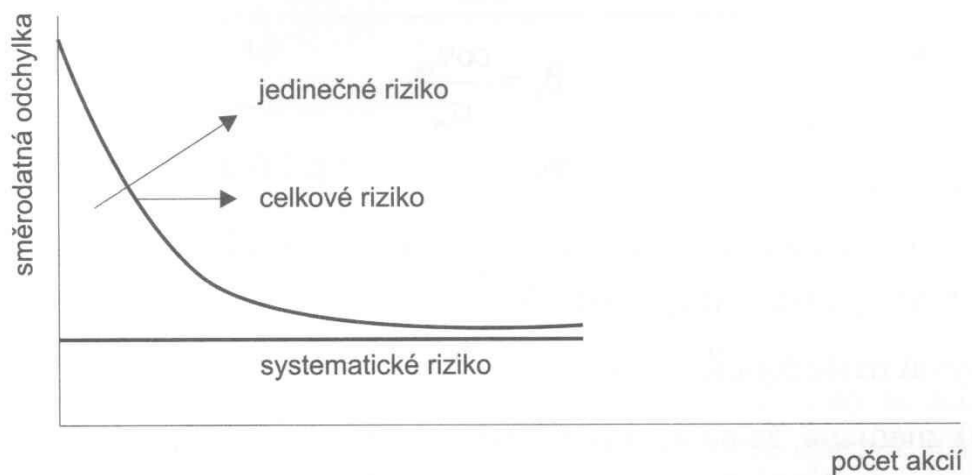
- jedinečné riziko,
- systematické riziko.

Jedinečné riziko vyplývá z aktivit emitenta určitého investičního instrumentu. Toto riziko může být při vhodné alokaci aktiv velmi efektivně diverzifikováno. Proto se také někdy označuje jako diverzifikovatelné riziko.

Systematické riziko je mimo kontrolu jednotlivých emitentů investičních instrumentů, protože vyplývá z celkového vývoje ekonomiky a jednotlivých makroekonomických veličin. Systematické riziko je nediverzifikovatelné, pokud investujeme pouze do domácích investičních instrumentů. Následující Obrázek 5 znázorňuje vliv diverzifikace portfolia na jedinečné a systematické riziko.

---

<sup>3</sup> Z anglického Capital Asset Pricing Model.



Obrázek 5 - Jedinečné a systematické riziko; Zdroj [13]

Relevantním rizikem pro individuální akcie je pouze systematické riziko, protože jedinečné riziko může být eliminováno diverzifikací. Vztah mezi očekávanou výnosovou mírou a systematickým rizikem vyjadřuje přímka trhu cenných papírů - SML<sup>4</sup>, kterou matematicky lze zapsat následujícím způsobem [13]:

$$E(r_i) = r_f + \beta_i [E(r_m) - r_f] \quad (7)$$

kde  $E(r_i)$  je očekávaná výnosová míra aktiva  $i$ ,  
 $r_f$  je bezriziková výnosová míra ze státních pokladničních poukázek,  
 $E(r_m)$  je očekávaná výnosová míra z tržního portfolia,  
 $\beta_i$  beta faktor, který vyjadřuje citlivost  $i$ -té investice na změnu výnosové míry z tržního portfolia.

Beta faktor pak lze zapsat jako [13]:

$$\beta_i = \frac{\text{COV}_{im}}{\sigma_m^2} \quad (8)$$

kde  $\beta_i$  je beta faktor,  
 $\text{cov}_{im}$  je kovariance mezi výnosovou mírou  $i$ -té akcie a výnosovou mírou z tržního portfolia,  
 $\sigma_m^2$  je rozptyl výnosové míry z tržního portfolia.

<sup>4</sup> Z anglického názvu Security Market Line.



Beta faktor může nabývat následujících hodnot dle [13]:

- $\beta_i < 0$ , což znamená, že na pozitivní změnu výnosové míry z tržního portfolia reaguje výnosová míra z i-té akcie negativně a vice versa,
- $\beta_i = 1$  vyjadřuje situaci, ve které výnosová míra z i-té akcie se chová zcela identicky jako výnosová míra z tržního portfolia,
- $\beta_i > 1$  vyjadřuje ten fakt, že výnosová míra z i-té akcie stoupá nebo klesá rychleji než výnosová míra z tržního portfolia,
- $0 < \beta_i < 1$ , což znamená, že výnosové míry z i-té akcie a z tržního portfolia se pohybují stejným směrem, ale výnosová míra z i-té akcie stoupá nebo klesá pomaleji než výnosová míra z tržního portfolia.

## 4. Metody víceúčelové optimalizace

Optimalizační algoritmy jsou mocným nástrojem pro řešení mnoha problémů inženýrské praxe. Obvykle se používají tam, kde je řešení daného problému analytickou cestou nevhodné či nereálné. Při vhodné implementaci mohou být aplikovány tak, že není potřeba častého uživatelského zásahu do činnosti zařízení, v nichž jsou použity [18].

Většina problémů inženýrské praxe může být definována jako optimalizační úlohy, např. nalezení optimální tloušťky stěny tlakové nádoby, optimální nastavení parametrů regulátoru atd. Jinými slovy, řešený problém lze převést na matematickou úlohu danou vhodným funkčním předpisem, jejíž optimalizace vede k nalezení argumentů účelové funkce, což je jejím cílem [14].

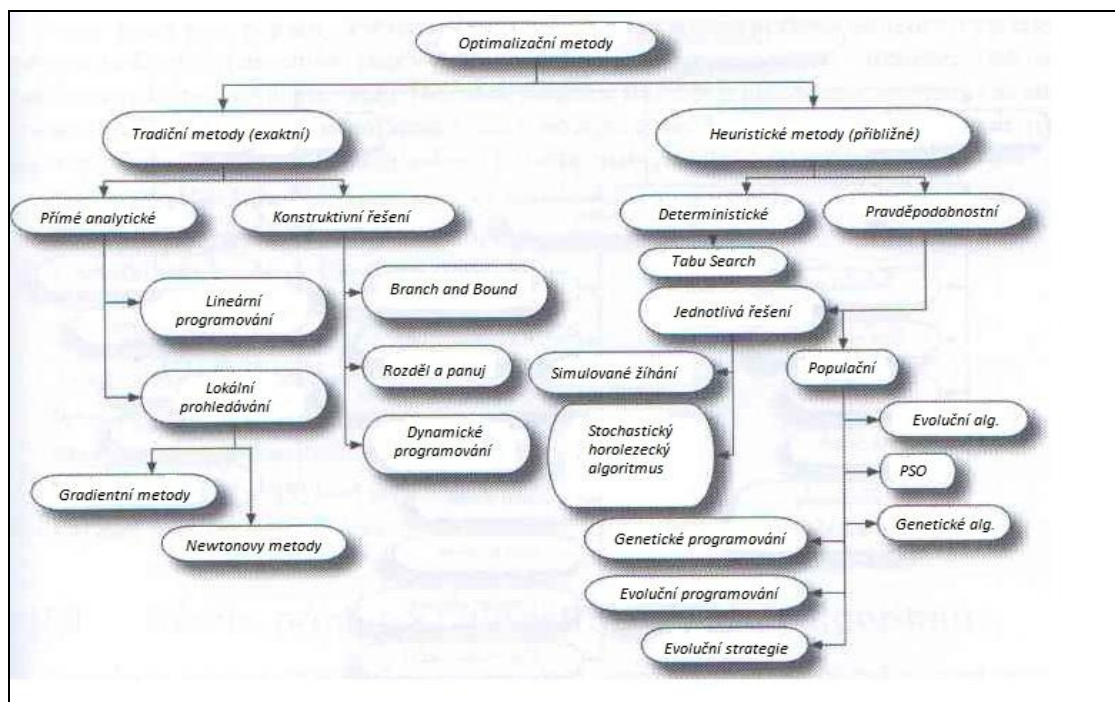
Řešení takových problémů obvykle vyžaduje práci s argumenty optimalizovaných funkcí, přičemž definiční obory těchto argumentů mohou být různorodého charakteru, jako například obor celočíselný, obor reálných či komplexních čísel apod. Navíc se může stát, že pro určité subintervaly z povoleného intervalu hodnot může příslušný argument optimalizované funkce nabývat různých typů hodnot (celočíselné, reálné, komplexní,...). Navíc v rámci optimalizace mohou být uplatněny různé penalizace a omezení nejen na dané argumenty, ale také na funkční hodnotu optimalizované funkce. Řešení takového optimalizačního problému analytickou cestou je mnohdy možné, nicméně značně komplikované a zdlouhavé [18].

Pro řešení takových problémů byla v poslední době vyvinuta třída velice výkonných algoritmů, které umožňují řešit velmi složité problémy efektivním způsobem. Algoritmy této třídy mají svůj specifický název, a to "evoluční algoritmy". Tyto algoritmy se používají v mnoha inženýrských oborech [18].

### 4.1 Optimalizační algoritmy

Optimalizační algoritmy slouží k nalezení minima dané účelové funkce tak, že hledají optimální numerickou kombinaci jejich argumentů. Tyto algoritmy lze rozdělit podle principů jejich činnosti, podle složitosti algoritmu atp. Tato rozdělení nejsou samozřejmě jediná možná, nicméně vzhledem k tomu, že vcelku dobře vystihují současný stav, lze je brát jako jeden z možných pohledů klasické, ale i moderní optimalizační metody. Názory na jejich klasifikaci se mírně liší. I přes tyto různé pohledy byl vybrán jeden, který je vyobrazen na Obrázku 6. Jednotlivé třídy algoritmů představují obecně způsoby řešení daného problému metodami s různým stupněm efektivnosti a složitosti. Podle jejich vlastností dělíme algoritmy do těchto kategorií dle [14]:

- **Enumerativní.** Algoritmus provede výpočet všech možných kombinací daného problému. Tento přístup je vhodný pro problémy, u nichž jsou argumenty účelové funkce diskrétního charakteru a nabývají malého množství hodnot. Pokud by byl použit obecně, zcela reálně by mohl potřebovat na úspěšné ukončení čas, který je delší než existence našeho vesmíru.
- **Deterministické.** Tyto algoritmy jsou postaveny pouze na rigorózních metodách klasické matematiky. Algoritmy tohoto charakteru obvykle vyžadují omezující předpoklady, které těmto metodám umožňují podávat efektivní výsledky.
- **Stochastické.** Algoritmy tohoto typu jsou založeny na využití náhody. Jde v podstatě o náhodné hledání hodnot argumentů účelové funkce s tím, že výsledkem je vždy to nejlepší řešení, jenž bylo nalezeno během celého náhodného hledání.
- **Smíšené.** Algoritmy této třídy představují rafinovanou směs metod deterministických a stochastických, které ve vzájemné spolupráci dosahují překvapivě dobrých výsledků. Poměrně silnou podmnožinou těchto algoritmů jsou evoluční algoritmy.



Obrázek 6 - Dělení optimalizačních metod; Zdroj [18]

## 4.2 Genetické algoritmy

V předchozí kapitole byl uveden přehled optimalizačních algoritmů, mezi něž patří i genetické algoritmy, které budou aplikovány v mé diplomové práci.

Genetické algoritmy jsou založeny na myšlence darwinovského principu evoluce. Hledání optimálního řešení probíhá formou soutěže v rámci populace postupně se vyvíjejících řešení. K tomu, aby bylo možné posoudit, kteří členové populace mají větší šanci podílet se na dalším vývoji hledaného řešení, musí být tato schopnost individuů kvantifikovatelná nebo-li ohodnocená. Jedinci s lepším ohodnocením mají pak přirozeně větší šanci přežít déle a podílet se na vytváření následující generace. Použitím rozmanitých technik, kterými se budu zabývat v následujících podkapitolách, potom vznikne nová generace individuů, ve které jsou vlastnosti jedinců částečně zděděny po rodičích a částečně ovlivněny náhodnými mutacemi v procesu reprodukce. Opakuje-li se tento evoluční cyklus mnohokrát, obvykle až po desítkách opakování vznikne populace s jedinci, kteří mají vysoké ohodnocení a mohou představovat dostatečné či dokonce optimální řešení daného problému [18].

Genetické algoritmy jsou metody pro prohledávání stavového prostoru aplikovatelné na velice širokou škálu typů úloh. Nastavením jejich parametrů lze upravit rovnováhu mezi zaměřením na slibné oblasti a prohledáním co největší části stavového prostoru. Obě tyto vlastnosti využívají genetické algoritmy ke svému prospěchu. Dalšími vlastnostmi genetických algoritmů jsou dle [12]:

- robustnost, aplikovatelnost na velice rozmanité úlohy, přičemž je potřeba provést minimálních úprav na genetických algoritmech,
- genetické algoritmy umí pracovat se všemi druhy stavových prostorů, včetně nehladkých a nespojitých,
- možnost hledat řešení z hlediska více kritérií a není přitom nutné explicitně definovat společnou účelovou funkci,
- genetické algoritmy umí nalézt větší počet různých řešení blízkých optimálnímu,
- možnost použití i pro dynamické optimalizace.

Genetické algoritmy patří do třídy stochastických algoritmů a přesto se velice liší od náhodných prohledávacích metod. Kombinují totiž elementy řízeného i stochastického prohledávání. Další důležitou vlastností genetických algoritmů je to, že pracují s celou populací potenciálních řešení oproti ostatních metod, které pracují vždy pouze s jedním bodem stavového prostoru, s jediným řešením [12].

Mezi základní pojmy genetických algoritmů dle [18] patří:

- *Chromozóm* - část DNA, která je stočena do záhybů. Představuje řetězec genů určující znaky jedince,
- *Gen* - základní nositel informace, představuje jednotlivé části chromozómu,
- *Genotyp* - kompletní genetický popis organismu, nebo-li množina všech genů,
- *Fenotyp* - fyzický popis genotypu,
- *Alela* - obecné označení pro hodnoty genu.
- *Abeceda* - množina hodnot, kterých gen může nabývat,
- *Generace* - jednoduchý přechod od aktuální generace k následující,
- *Populace* - množina chromozómů, které se vyvíjejí z generace na generaci,
- *Rodič* - jedinec vstupující do rekombinace,
- *Potomek* - jedinec, který je výsledkem rekombinace,
- *Selekce* - výběr jedinců (rodičů po reprodukci),
- *Křížení* - výměna genetického materiálu mezi dvěma rodiči,
- *Mutace* - změna hodnoty v chromozómu.

Na následujícím Obrázku 7 je pro představu vyobrazen samotný kód jednoduchého genetického algoritmu,

```

// nastav čas na nulu
t : = 0;
// inicializuj, většinou náhodně, populaci jedinců
initpopulation P (t);
// spočítej zdatnost všech jedinců v populaci
evaluate P (t);
// test podmínky pro ukončení (čas, zdatnost,..)
while not done do
// zvětši čítač času
t : = t + 1;
// vyber jedince, kteří budou mít potomky
P' : = selectparents P (t);
// rekombinuj "geny" vybraných rodičů
recombine P' (t);
// proved' náhodně mutace
mutate P' (t);
// spočítej zdatnost jedinců v nove populaci
evaluate P' (t);
// vyber ty, kteří přežij - podle zdatnosti
P : = survive P, P' (t);
end

```

Obrázek 7 - Kód jednoduchého genetického algoritmu; Zdroj [6]

kde **P** je populace, nebo-li množina možných řešení, **t** je čítač iterací, nazvaných generace. Samotný popis kódu genetického algoritmu lze pak dle [7] vyjádřit pomocí následujících kroků.

### Inicializace

Každý genetický algoritmus potřebuje znát způsob, jak může vygenerovat první sadu jedinců, od nichž se bude celý vývoj odvozovat. Ve většině případů se používá náhodná inicializace nebo vlastní způsob inicializace populace pro konkrétní řešený problém.

### Ohodnocení

Následuje ohodnocení každého jedince v populaci.

### Selekce

Jak již samotný název napovídá, jedná se o ekvivalent Darwinova přirozeného výběru. Modeluje princip přežití silnějších jedinců. Vybírá z populace lepší jedince, kteří se pak

účastní tvorby nové populace. Nejedná se ale o jednoduché vybrání  $N$  nejlepších jedinců z populace, protože pokud má selekce napodobovat skutečné biologické procesy, pak musí zaručit, že se rekombinace může zúčastnit i nejhorší z jedinců v populaci. Toho se většinou dociluje pravděpodobnostními mechanismy výběru jedinců, kdy ke každému chromozomu je na základě jeho účelové funkce určitým způsobem přiřazena pravděpodobnost jeho přežití.

Nejpoužívanějšími selekčními schémata jsou dle [7]:

### ***Ruletová selekce***

Pravděpodobnost přežití jedince je přímo úměrná jeho účelové funkci. Rozhodnutí, zda jedinec přežije a objeví se i v další generaci, se dá představit jako náhodný pokus, ve kterém točíme ruletovým kolem a vybíráme vždy toho jedince, na něhož padne kulička. Přitom platí, že čím více má jedinec vyšší účelovou funkci, tím více ruletových políček zabírá.

### ***Pořadová selekce***

Pravděpodobnost přežití jedince nesouvisí přímo s jeho kvalitou, ale s jeho umístěním v posloupnosti, kde jsou chromozomy seřazeny podle účelové funkce.

### **Párování**

Z jedinců, kteří v populaci zůstali, vytvoříme dvojice. Každý pár zapříčiní vznik dvěma dalším potomkům pro příští generaci. Jedince do párů lze vybírat různě. Nejčastěji se však jedinci vybírají do párů náhodně a proces párování může probíhat současně se selekcí.

### **Křížení**

Tento krok simuluje náhodnou výměnu informací obsažených v rodičích při vytváření nového potomka. Samotný mechanismus křížení začíná tím, že se z nově vybrané populace vyberou dva náhodné řetězce reprezentující dva rodiče. Jejich vzniklí potomci pak budou obsahovat genetické informace svých rodičů. Tímto působením by se měly vytvářet lepší chromozomy.

Nejjednodušší metoda je jednobodové křížení, kdy se náhodně zvolí bod v chromozomu. Tato hranice rozdělí chromozom na dvě části a ty se mezi potomky vymění. Křížením vzniknou dva nové chromozomy a pak se musí vybrat, zda se nechají do další generace postoupit oba noví jedinci, nebo se náhodně vybere jen jeden z nich. Další metodou je vícebodové křížení, kdy kód potomka může vznikat různými kombinacemi z více než dvou rodičů.

## Mutace

Jedná se o poslední nezbytnou operaci genetického algoritmu. Mutace je proces, při kterém dochází k náhodné změně některých vlastností - parametrů daného jedince. Jednobodová mutace využívá výběru jednoho genu v chromozomu, který se následně zamění za jiný. Ve vícebodové mutaci se projede každý gen v chromozomu a s určitou pravděpodobností se náhodně zamění za jiný.

Shrnutím této kapitoly o genetických algoritmech je společná kostra genetických algoritmů dle [7]:

1. náhodně vygeneruj populaci řešení,
2. pro každé řešení vypočítej fitness, tj. hodnotu nějaké ohodnocovací funkce,
3. na základě fitness hodnoty vyber dvojice ke zkřížení a vygeneruj jejich potomstvo,
4. vytvoř novou populaci z generací rodičů a potomků,
5. opět vypočítej fitness hodnoty všech jedinců,
6. pokud bylo nalezeno uspokojivé řešení, tj. s dostatečně vysokou fitness hodnotou, vrať výslednou populaci, jinak opakuj od bodu 3.

### 4.3 Účelová funkce

Výrazem "účelová funkce" lze rozumět funkci, jejíž optimalizace (nalezení minima či maxima) povede k nalezení optimálních hodnot jejích argumentů. Její označení bude dále  $f(x)$ . Dále je vhodné si připomenout základní pojmy z oblasti optimalizace. Funkce má v bodě  $x_0$  lokální maximum, jestliže existuje okolí bodu  $x_0$  takové, že platí [14]

$$f(x) \leq f(x_0) \quad (9)$$

pro všechna  $x$  z tohoto okolí. Funkce má v bodě  $x_0$  ostré lokální maximum, jestliže existuje okolí bodu  $x_0$  takové, že [14]

$$f(x) < f(x_0) \quad (10)$$

pro všechna  $x$  z tohoto okolí, vyjma bodu  $x = x_0$ . Je-li  $X$  nějaká neprázdná množina z euklidovského  $N$ -rozměrného prostoru  $E_N$ , pak funkce  $f$  má v bodě  $x_0 \in X$  lokální maximum vzhledem k  $X$ , je-li funkce  $f$  na množině  $X$  definována a jestliže existuje okolí bodu  $x_0$  takové, že (9) platí pro všechna  $x$  z tohoto okolí, která jsou současně body  $X$ . Ostré lokální maximum vzhledem k  $X$  se zavádí zcela obdobně, pouze místo (9) se požaduje platnost (10) při  $x \neq x_0$  [14].



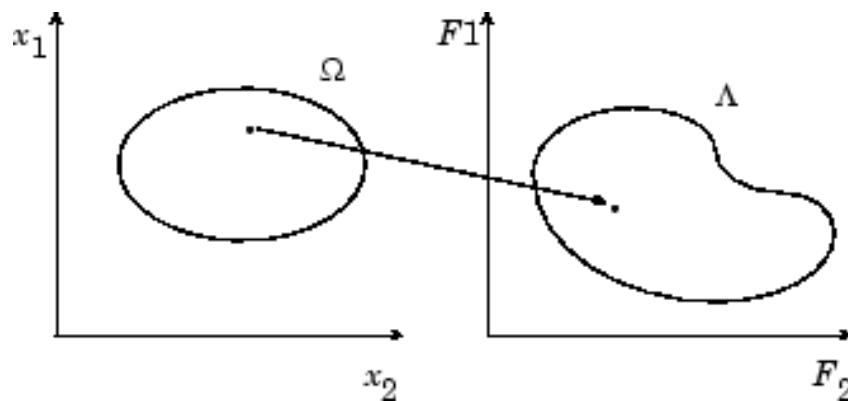
#### 4.4 Paretova množina

Víceúčelová optimalizace (Multi-Objective Optimization Problem, MOOP) je založena na optimalizace dvou a více funkcí, které mají být minimalizovány, případně maximalizovány [28]. V obecné formě je MOOP definován podle [28] soustavou vztahů:

- $f_m(x) \quad m=1,2,\dots,M$
  - $g_j(x) \geq 0 \quad j=1,2,\dots,J$
  - $h_k(x) = 0 \quad m=1,2,\dots,K$
  - $x_i^L \leq x_i \leq x_i^U \quad i=1,2,\dots,n$
- (11)

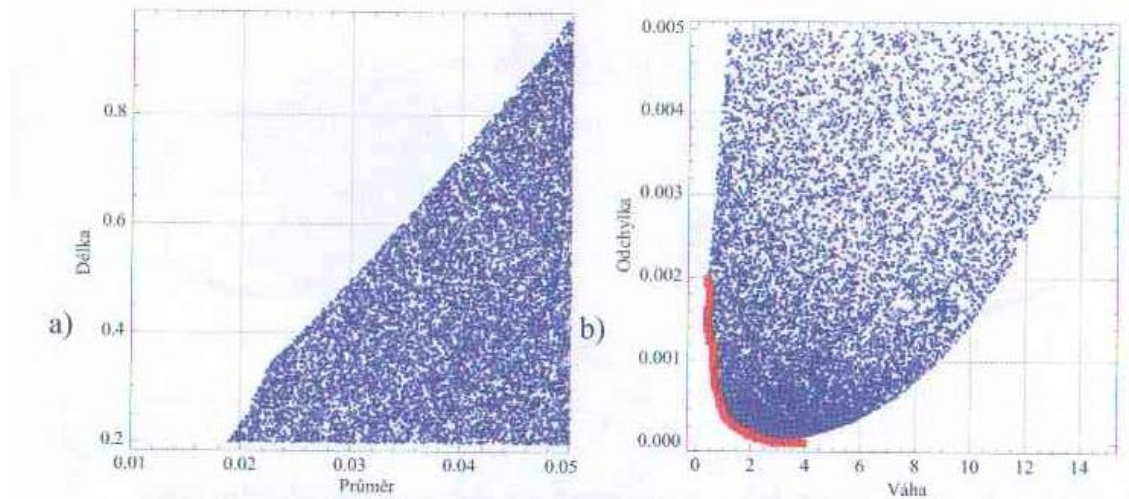
Proměnná  $x$  je vektor  $x = (x_1, x_2, \dots, x_i, \dots, x_n)$ . Funkce  $g_j$  a  $h_k$  jsou omezující funkce a poslední podmínku reprezentuje omezení kladená na argumenty účelové funkce. Řešení, které nesplňuje podmínky (11), je nepřipustné řešení. Množina řešení, které tyto podmínky splňují se nazývají přípustná řešení. Z toho plyne, že díky restrikcím omezujících podmínek, je prostor možných řešení obecně nespojitý a je tvořen izolovanými množinami přípustných řešení [28].

V případě jednoúčelové optimalizace je řešení reprezentováno jako bod v prostoru přípustných řešení, kde  $x$  a  $y$  reprezentují možné hodnoty argumentů účelové funkce a  $z$  hodnotu účelové funkce. U MOOP je taková grafická reprezentace nemožná, a mimo jiné i proto se zavádí dva typy grafů, které umožňují přehledně vizualizovat přípustná řešení, ale i hodnoty více funkcí najednou. První graf je označován jako "decision space", který budu pro potřeby v této diplomové práci označovat jako prostor přípustných kombinací (PPK) a druhý "objective space" jako prostor hodnot funkcí (PHF). Každému bodu v PPK je přiřazen bod v PHF. Jde tedy o zobrazení z  $n$  rozměrného prostoru PHF. Oba typy grafů jsou na Obrázku 8 a Obrázku 9.



Obrázek 8 - Prostor optimalizovaných parametrů a transformace do prostoru řešení; Zdroj [28]

Množina bodů, která tvoří hranici vlevo dole (Obrázek 9), je (v případě minimalizace funkcí) tzv. Paretova hranice. Paretovu hranici lze definovat jako množinu bodů, které reprezentují takové kombinace  $f_1, \dots, f_n$ , že nelze snížit hodnotu žádné účelové funkce  $f_i$ , aniž by se nezvýšila hodnota některých jiných funkcí  $f_j$ . Jinými slovy, toto je to nejlepší, co lze v rámci optimalizovaného problému získat [14].



**Obrázek 9 - Vizualizace, v prostoru optimalizovaných parametrů (a) bylo vygenerováno 5000 náhodných bodů, vpravo (b) je odpovídající množina možných řešení. Paretova optimální hranice (b) je znázorněna červenou tlustou čarou (vlevo dole); Zdroj [14]**

Úlohy MOOP se často převádějí na optimalizační s jednou účelovou funkcí. Výsledkem je pak PHF. Nejčastěji používané a rozšířené úpravy jsou: vážení a následná sumace více účelových funkcí, nebo zahrnutí funkcí do omezujících podmínek. První metoda spočívá v tom, že se jednotlivé účelové funkce vynásobí zvolenými váhami a sečtou se. Tak můžeme dosáhnout toho, že je víceúčelový problém převeden na optimalizaci jediné funkce  $F = w_1f_1 + \dots + w_n f_n$ . Nevýhoda těchto úprav je zřejmá. Váhy jsou nastavovány obvykle na základě úsudku, což samozřejmě může poškodit kvalitu řešení, stejně jako násilné sečtení jednotlivých funkcí. Druhá úprava je založena na výběru jedné účelové funkce a přesunutí ostatních do omezujících podmínek. I zde obvykle dochází ke zkreslení optimálního řešení. Paretova hranice nemusí být vždy na levé dolní pozici, jak to ukazuje Obrázek 9. Její poloha záleží na tom, jaký typ problému je řešen. Pokud se jedná o případ, kdy se hledají u všech funkcí minima, pak je Paretova hranice vlevo dole [14].

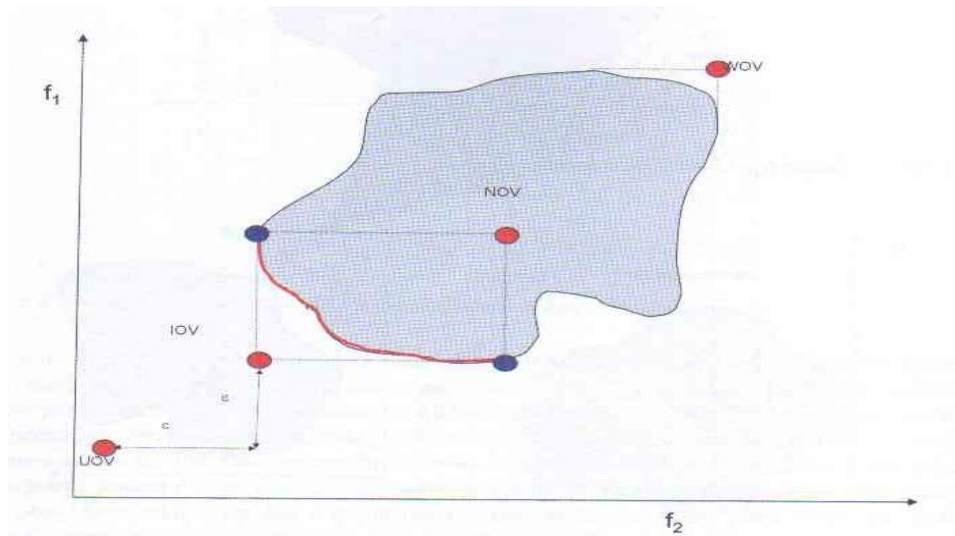
Pro potřeby víceúčelových optimalizací bývají nadefinovány čtyři typy vektorů [8]:

- "ideal objective vector" - ideální vektor, IOV,
- "utopian objective vector" - utopický vektor, UOV,

- "nadir objective vector" - nadir vektor, NOV,
- "worst objective vector" - nejhorší vektor, WOV.

Při optimalizaci je IOV poměrně důležitý objekt, protože reprezentuje tzv. ideální řešení, kterého nelze dosáhnout. Je to bod v PHF jehož složky jsou nejlepší řešení jednotlivých účelových funkcí. Vezme-li se nejlepší hodnota každé účelové funkce, pokud je optimalizována samostatně, pak lze získat složky IOV. Na Obr. 10 je znázorněno umístění všech výše zmíněných čtyř vektorů. Znalost IOV je pro některé vyhledávací algoritmy důležitá, protože nese informaci o nejmenší teoreticky dosažitelné hodnotě, pod (nebo nad) kterou by víceúčelová optimalizace neměla řešení hledat.

Neméně důležitý je UOV, který je používán některými algoritmy jako nositel informace o striktně lepších hodnotách funkce. Posledními dvěma vektory jsou NOV a WOV. NOV je v podstatě geometrická inverze IOV. Zatímco IOV ohraničuje Paretovu množinu zdola, NOV ji ohraničuje shora [8].



Obrázek 10 - Pozice vektorů UOV, IOV, NOV a WOV; Zdroj [14]

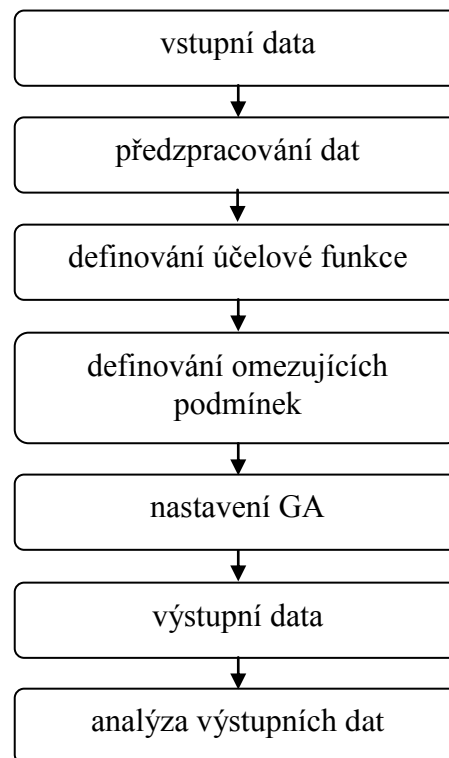
## 5. Model víceúčelové optimalizace portfolia cenných papírů

Tato kapitola se zabývá samotným návrhem modelu víceúčelové optimalizace portfolia cenných papírů, který je realizován v programovém prostředí Matlab 7.6.0.324 (R2008a) a pro analýzu výsledků je použit tabulkový procesor Microsoft Excel. Nejprve je navržen model víceúčelové optimalizace a následně je podrobně popsán rozbor jeho jednotlivých částí.

### 5.1 Návrh modelu na víceúčelovou optimalizaci portfolia cenných papírů

Na následujícím obrázku je znázorněn navržený model, který se skládá z těchto bloků, které budou dále popsány v nadcházejících kapitolách:

- vstupní data,
- předzpracování dat,
- definování účelové funkce,
- definování omezujících podmínek,
- nastavení parametrů genetického algoritmu,
- výstupní data,
- analýza výstupních dat.



Obrázek 11 - Struktura modelu

### 5.1.1 Vstupní data

Mezi vstupní data pro optimalizaci portfolia cenných papírů patří historické kurzy cenných papírů, které tvoří jednotlivé indexy.

Závěrečná cena jednotlivých akcí představuje historický kurz cenných papírů. Tyto akcie jsou součástí zvoleného burzovního indexu - DJIA v průběhu časového období, za které bude portfolio optimalizováno. Na základě nalezení průběhu historických závěrečných kurzů během zvoleného časového období je potom šance vypočítat očekávanou výnosnost a očekávané riziko pro jednotlivé cenné papíry. Tyto ukazatelé, mezi které patří i kovariance výnosnosti jednotlivých cenných papírů, potom hrají důležitou roli v parametrech navrženého modelu.

### 5.1.2 Předzpracování dat

Pro potřeby výsledného modelu je potřeba data dále předzpracovat. Nejprve je nutné vypočítat historický týdenní výnos u každého cenného papíru, na základě kterého lze potom vypočítat další pro tuto práci důležité parametry modelu.

#### *Očekávaný výnos cenného papíru*

Aby byl získán očekávaný výnos cenného papíru, musí se nejdříve vypočítat historický týdenní výnos jednotlivých cenných papírů, který pak také slouží k získání kovariance výnosností cenných papírů.

Pro výpočet historického týdenního výnosu se dá dle [3] použít následující vzorec, za podmínky, že  $k = 7$ :

$$r_{itk} = \frac{P_{it} - P_{it-k}}{P_{it-k}} \quad (12)$$

kde  $r_{itk}$  představuje historický týdenní výnos cenného papíru,

$P_{it}$  představuje tržní cenu  $i$ -té akcie na začátku následujícího období,

$P_{it-k}$  představuje tržní cenu  $i$ -té akcie na počátku období.

Podle [3] lze očekávaný výnos jednotlivých cenných papírů vypočítat podle následujícího vzorce za podmínky, že  $k = 7$ :

$$r_i = \frac{1}{T-k} \sum_{t=1}^{T-k} r_{itk} \quad (13)$$

### ***Kovariance mezi výnosnostmi cenných papírů***

Dalším pro tuto práci důležitým parametrem modelu je kovariance mezi výnosnostmi jednotlivých cenných papírů. Aby se dalo vypočítat riziko změny výnosu nejen cenného papíru, ale i riziko změny výnosu celého portfolia, je potřeba znát kovariance mezi dvojicemi jednotlivých cenných papírů, které budou popisovat výnos z jednotlivých aktiv v portfoliu. Pro dva cenné papíry dle [3] potom kovariance bude:

$$\sigma_{ij} = \frac{1}{T-1} \sum_{t=1}^T (r_{it} - \bar{r}_i) \cdot (r_{jt} - \bar{r}_j) \quad (14)$$

kde  $\sigma_{ij}$  představuje kovarianci výnosností mezi cennými papíry i,j,  
 $T$  představuje dobu trvání portfolia,  
 $r_{it}$  představuje výnosnost cenného papíru i,j za období t,  
 $\bar{r}_i$  představuje aritmetický průměr výnosnosti cenného papíru i,  
 $\bar{r}_j$  představuje aritmetický průměr výnosnosti cenného papíru j.

### **5.1.3 Definování účelové funkce**

Při tvorbě účelové funkce je nutné vědět, čeho se má dosáhnout a z čeho lze vycházet. V rámci optimalizačního procesu je nejvíce rozhodující přesná formulace účelové funkce. Správné provedení této funkce může totiž zásadně ovlivnit kvalitu výsledků.

Cílem optimalizace portfolia cenných papírů je najít portfolio s maximálním výnosem a zároveň vyšší úrovní rizika. Jsou tedy dány 2 cíle, ze kterých se musí vycházet. Pro většinu úkolů se většinou volí nalezení minima účelové funkce. V našem případě hledání maxima lze bez potíží převést na hledání minima tím, že účelovou funkci vynásobíme hodnotou -1.

Pokud se tedy mají zachovat obě podmínky, tedy maximalizace výnosu s vyšší úrovní rizika, převede se tento problém maximalizace výnosu na minimalizaci ztráty s tím, že se bude jednat o dvě shodně nadefinované účelové funkce pro potřeby víceúčelové optimalizace.

Podle [3] lze definovat účelovou funkci následovně:

$$\min_{x \in X} (-\hat{\mathbf{r}}^T \times \mathbf{x} + \lambda \times \mathbf{x}^T \times \mathbf{V} \times \mathbf{x}) \quad (15)$$

kde	$-\hat{\mathbf{r}}^T \times \mathbf{x}$	představuje ztrátu portfolia,
	$\lambda$	představuje stupeň averze rizika investora vůči riziku,
	$\mathbf{x}^T \times \mathbf{V} \times \mathbf{x}$	představuje riziko portfolia,
	$\mathbf{V}$	představuje kovarianční matici.

V Matlabu je účelová funkce nadefinována ve speciálním souboru, tzv. M-file souboru. Na tuto funkci je vždy odkazováno při používání genetického algoritmu.

#### 5.1.4 Definování omezujících podmínek

Stanovení omezujících podmínek je další nepostradatelnou součástí modelu. Výsledkem tohoto optimalizace portfolia cenných papírů budou váhy jednotlivých aktiv. První omezující podmínkou, jak bylo uvedeno v kapitole 3.3.1 v parametrech hodnocení portfolia, bude podmínka, že součet vah jednotlivých cenných papírů bude roven 1. Další omezující podmínkou bude, že váhy jednotlivých cenných papírů nesmí být záporné. Tedy:

$$x_1 + x_2 + \dots + x_i + \dots + x_n = 1 \quad (16)$$

$$x_i \geq 0, i = 1, 2, \dots, n \quad (17)$$

#### 5.1.5 Nastavení parametrů genetického algoritmu

Pokud jsou zvoleny vhodné parametry genetického algoritmu, dochází k přesnějším výsledkům. Samotné nastavení parametrů genetického algoritmu lze provést v toolboxu genetického algoritmu, který nabízí vhodné grafické uživatelské prostředí. Tento toolbox je v použité verzi Matlabu součástí optimalizačního nástroje, který se spouští příkazem "gatool" z příkazového řádku. V tomto nástroji v poli "solver" stačí vybrat volbu genetického algoritmu a vhodně jeho parametry nastavit. Další možností, jak nastavit parametry genetického algoritmu, mezi které patří velikost populace, počet cyklů, selekce, reprodukce, mutace a křížení, je zadat tyto parametry jako argumenty funkce "gamultiobj", která slouží pro spouštění genetického algoritmu z příkazové řádky.

#### 5.1.6 Výstupní data

Výsledkem optimalizace cenných papírů, které jsou součástí vybraného burzovního indexu, jsou potom následující data.

##### *Hodnota účelové funkce*

Představuje hodnotu účelové funkce po skončení genetického algoritmu. Cílem této optimalizace je, aby hodnota účelové funkce byla co nejnižší a bylo tak získáno co nejvíce

striktních výsledků. Vhodné nastavení parametrů genetického algoritmu může ovlivnit konečnou hodnotu účelové funkce.

### ***Váhy cenných papírů***

Pro investora jsou nejdůležitější informací váhy jednotlivých cenných papírů, protože tyto váhy v podstatě reprezentují množství finančních prostředků v procentech, které má investor investovat do konkrétní akcie z peněz vyhrazených na realizaci portfolia.

### ***Výnos portfolia***

Výsledkem optimalizace je hodnota, která představuje výnos portfolia. Tuto hodnotu je potřeba dopočítat na základě znalosti výsledných vah jednotlivých aktiv portfolia cenných papírů a jejich očekávané výnosnosti.

### ***Riziko portfolia***

Tato hodnota je dalším výsledkem optimalizace a reprezentuje riziko portfolia. Je třeba tuto hodnotu dopočítat na základě znalosti výsledných vah jednotlivých aktiv portfolia a kovariance mezi výnosností jednotlivých aktiv portfolia.

## **5.1.7 Analýza dat**

Nepostradatelnou součástí modelu pro optimalizaci portfolia cenných papírů je i analýza výstupních dat. Analýza dat plní i roli zpětné vazby, protože podle této analýzy se dají vykonávat určité změny v modelu s cílem zvýšit kvalitu výstupu. K prezentaci výsledků lze využít grafů, které se získají buď přímo v Matlabu nebo použitím tabulkového procesoru Microsoft Excel.

Tato část se zabývá samotnými výsledky optimalizace. Jelikož z celé Paretovy množiny budou vybráni 3 typy investorů podle jejich stupně averze k riziku, týká se tato kapitola převážně jich. Součástí této kapitoly je také vyhodnocení portfolií pro jednotlivé investory, porovnání jejich očekávaných výnosů se skutečnými (tržními) výnosy a následné vyhodnocení rizika.



## 6. Optimalizace portfolia - index DJIA

V této kapitole budou popsány všechny kroky k dosažení optimalizace portfolia cenných papírů, které jsou součástí burzovního indexu Dow Jones Industrial Average (DJIA) na základě využití genetických algoritmů. Index DJIA je nejznámější akciový index měřící vývoj cen na New Yorkské burze v USA. Tento index je tvořen akciemi 30 nejdůležitějších průmyslových amerických firem. Pro tuto práci bylo vybráno jen 16 druhů cenných papírů.

### 6.1 Vstupní data

Mezi vstupní data do modelu pro optimalizaci portfolia cenných papírů patří historické kurzy cenných papírů, které jsou součástí indexu DJIA. Dále mezi vstupní data patří velikost úroku, který investor získá pokud část svých finančních prostředků vloží do rizikovějšího aktiva a velikost úroku, který naopak investor musí zaplatit, pokud čerpá úvěr na nákup cenných papírů.

Historické kurzy cenných papírů jsou reprezentovány závěrečnými cenami akcií z období od 4. července 2005 do 29. června 2007. Jedná se o období těsně před finanční krizí. Zvolit by šlo také období při finanční krizi, kdy akcie oslabují. Kombinace těchto období by však vedla ke zkresleným výsledkům.

Vstupní data do modelu pro optimalizaci portfolia cenných papírů, které jsou součástí indexu DJIA, jsou tedy následující:

- *Historický kurz cenných papírů* tvoří závěrečné ceny akcií v období od 4. července 2005 do 29. června 2007 [33]. Hodnoty vybraných historických kurzů cenných papírů jsou součástí přílohy této práce.
- *Velikost úroku při zapůjčení rizikového aktiva* představuje vklad volných finančních prostředků na spořicí účet a ročně činí 2,7%. Tato výše úroku byla zvolena ze spořicího účtu u mBank [26]. Důvodů bylo několik, tento spořicí účet nezahrnuje tolik omezení, jako některé jiné spořicí účty, kterými jsou například poplatky spojené s vedením spořicího účtu nebo výpovědní lhůta pro výběr peněžních prostředků.
- *Velikost úroku při vypůjčení rizikového aktiva* představuje čerpání úvěru od obchodníka s cennými papíry a ročně činí 8,7 %. Na základě zkušeností byl z celé řady obchodníků s cennými papíry zvolen tento úrok od společnosti Patria Finance, a. s. [29].

## 6.2 Předzpracování dat

Aby se mohli použít vstupní data do modelu pro optimalizaci portfolia cenných papírů, musí se dále předzpracovat do podoby vyhovující požadavkům modelu pro optimalizaci. Nejprve je nutné vykompenzovat chybějící data závěrečnou cenou cenného papíru z posledního předešlého dne, ve kterém se na burze cenných papírů obchodovalo. Následně se pak vypočítá historický týdenní výnos u každého cenného papíru, pomocí něhož lze potom spočítat další důležité parametry modelu.

Výstupy z této části modelu - předzpracování dat jsou následující:

- *Historický týdenní výnos cenného papíru* je velmi důležitý, protože pomocí něho vypočítáme očekávaný výnos jednotlivých akcií a kovariance mezi výnosností cenných papírů.
- *Očekávaný výnos cenného papíru* tvoří míru výnosnosti jednotlivých aktiv investorova portfolia. Očekávané výnosy jednotlivých akcií z indexu DJIA ve zvoleném časovém období jsou uvedeny v následující tabulce.

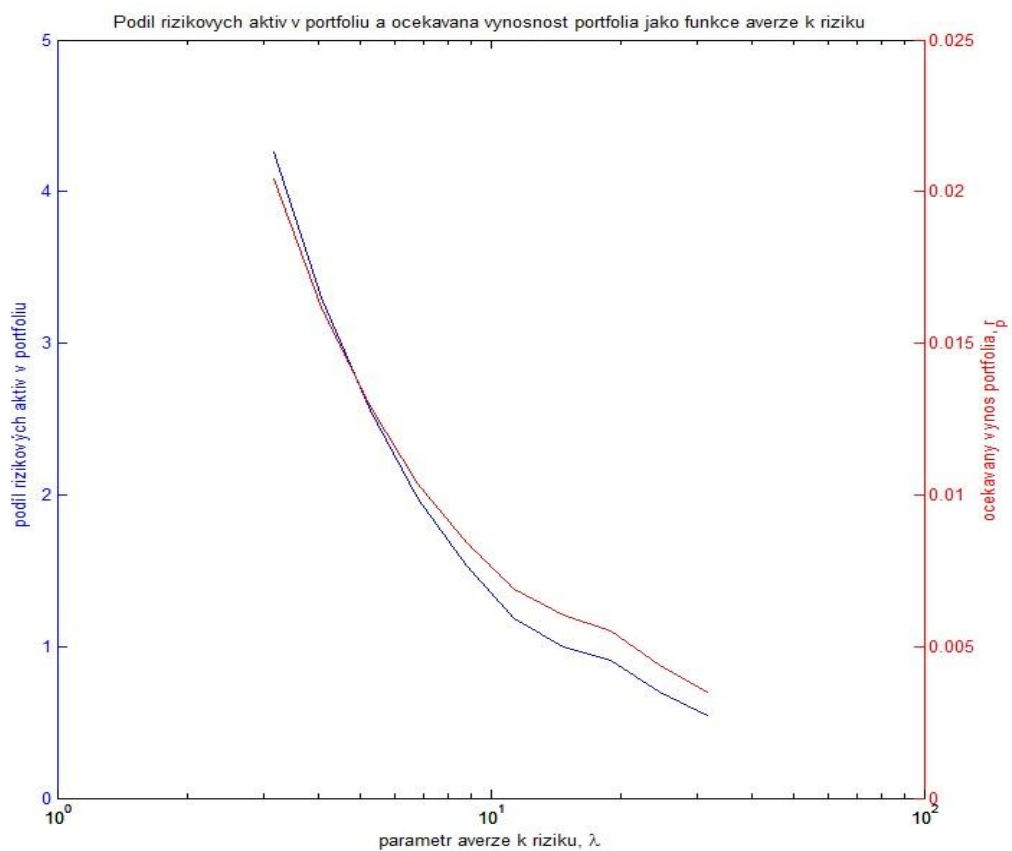
<b>Název akcie</b>	<b>Očekávaný výnos [%]</b>
AT&T	0,5426
Bank of America	0,0999
Citigroup	0,1236
Coca-Cola	0,2194
General Electric	0,1123
Hewlett-Packard	0,6575
Intel	-0,0481
IBM	0,3373
Johnson & Johnson	-0,0301
Kraft Foods	0,1357
McDonald's	0,6161
Microsoft	0,2090
Pfizer	-0,0060
United Technologies	0,3468
Verizon Communications	0,1981
Wal-Mart	0,0063

**Tabulka 1 - Očekávaný výnos cenných papírů - DJIA**

- *Kovariance mezi výnosností cenných papírů* je podstatná pro výpočet rizika změny výnosu portfolia. Hodnoty kovariance mezi výnosností cenných papírů jsou součástí přílohy této práce.
- *Velikost úroku při zapůjčení rizikovějšího aktiva* představuje vklad volných finančních prostředků na spořicí účet a po přepočtu činí 0,052% týdně.
- *Velikost úroku při vypůjčení rizikovějšího aktiva* představuje čerpání úvěru od obchodníka s cennými papíry a po přepočtu činí 0,167% týdně.

### 6.3 Postoj investora k riziku

Na následujícím Grafu 2 je zobrazena závislost očekávaného výnosu na stupni averze k riziku pro jednotlivé investory podle Markowitzova modelu. Jak je vidět z grafu, očekávaný výnos, který je znázorněn červenou čarou, klesá se zvyšující se averzí k riziku. Modrá čára vykresluje podíl rizikových aktiv v portfoliu investora. Vyšší averze k riziku znamená nízký podíl rizikových aktiv a vede ke nižšímu očekávanému výnosu. Nízká averze k riziku je spojena s vysokým podílem rizikových aktiv a vyšším očekávaným výnosem.



Graf 2 - Podíl rizikových aktiv v portfoliu a očekávaná výnosnost portfolia jako funkce averze k riziku - DJIA

## 6.4 Definování účelové funkce

Účelovou funkci jsem již podrobně definovala v kapitole 5.1.3. Účelová funkce je uložena samostatně ve zvláštním souboru - ucel\_funkce.m a její kód je vyobrazen na následujícím Obrázku 12.

```
function[f] = ucel_funkce(Wts)
global ExpReturn2 ExpCovariance2 A
f (1) = - (ExpReturn2*(Wts') - A*Wts*ExpCovariance2*(Wts'));
f (2) = - (ExpReturn2*(Wts') - A*Wts*ExpCovariance2*(Wts'));
```

Obrázek 12 - Účelová funkce

## 6.5 Definování omezujících podmínek

Definování omezujících podmínek bylo podrobně popsáno v kapitole zabývající se návrhem modelu pro optimalizaci portfolia cenných papírů. Za připomenutí stojí, že mezi omezující podmínky pro danou úlohu optimalizace portfolia patří součet vah jednotlivých cenných papírů, který bude roven jedné a dále pak, že váhy jednotlivých cenných papírů nesmí být záporné, kromě tedy bezrizikového aktiva.

## 6.6 Nastavení parametrů genetického algoritmu

Pokud jsou splněné všechny předešlé kroky k zhotovení modelu, je možné přistoupit k provedení samotného genetického algoritmu. Jak jsem se již zmínila, nastavit parametry genetického algoritmu lze v toolboxu genetického algoritmu v grafickém uživatelském prostředí nebo je možné zadat parametry jako argumenty funkce "gamultiobj", která spouští genetický algoritmus z příkazového řádku.

Po provedení několika experimentů v nastavení parametrů byla zvolena následná nejlepší nastavení, která vycházela s nejnižší hodnotou účelové funkce. Počáteční populace byla zadána v podobě vektoru. Velikost populace se většinou doporučuje volit mezi 40 až 200 jedinci. Čím větší populace, tím vyšší výpočetní náročnost. Proto jsem zvolila populace o velikosti 80 jedinců. Selektce byla zvolena turnajová. Paretův podíl byl zvolen na 0.5. Počet generací byl dán na 200. Hodnota tolerance byla stanovena na  $1e-16$ . Takže algoritmus se ukončí, pokud průměrná změna účelové funkce za stanovený počet generací bude menší než stanovená hodnota tolerance. Parametr mutace byl zvolen tak, aby se přizpůsobil předchozím nastaveným podmínkám. Funkce křížení byla nastavena na náhodný výběr a funkce migrace byla navolena na směr vpřed, aby migrace probíhala směrem k poslední subpopulaci.

## 6.7 Výstupní data

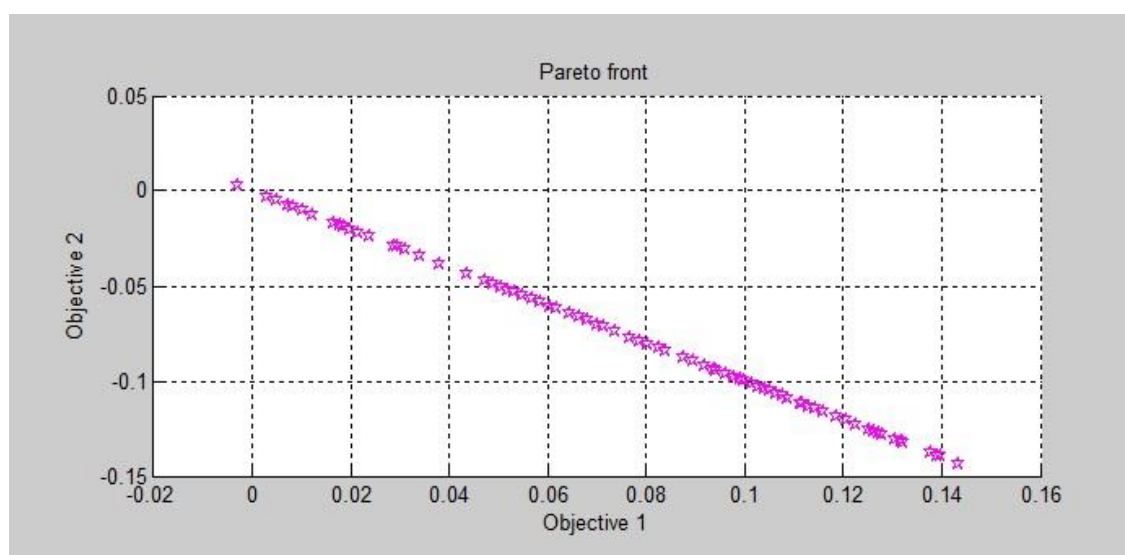
V této pasáži diplomové práce budou prezentovány výsledky optimalizace portfolia cenných papírů, které budou získány na základě provedení genetického algoritmu nad vstupními daty.

V následujících podkapitolách budou prezentovány výsledky optimalizace pro tři různé investory - investora s nízkou averzí k riziku, investora se střední averzí k riziku a investora s vysokou averzí k riziku. Výstupní data pro každého investora se získají tak, že bude zadána hodnota stupně averze k riziku jako řádkový vektor obsahující tři různé hodnoty odpovídající různým investorům.

### 6.7.1 Paretova hranice

Na následujícím Grafu 3 je patrný vývoj Paretovy hranice v rámci procesu optimalizace, tedy při vykonávání genetického algoritmu. Jak jsem se již zmínila v kapitole 4.4 Paretova hranice je množina bodů, které reprezentují takové kombinace účelových funkcí, že nelze snížit hodnotu žádné účelové funkce, aniž by se nevyšla hodnota jiné funkce. Následující graf tedy představuje optimální množinu řešení, kde jsou všechny body rovnoměrně rozděleny. Na ose x je vyobrazena ztráta (Objective 1) a osa y představuje hodnoty rizika (Objective 2).

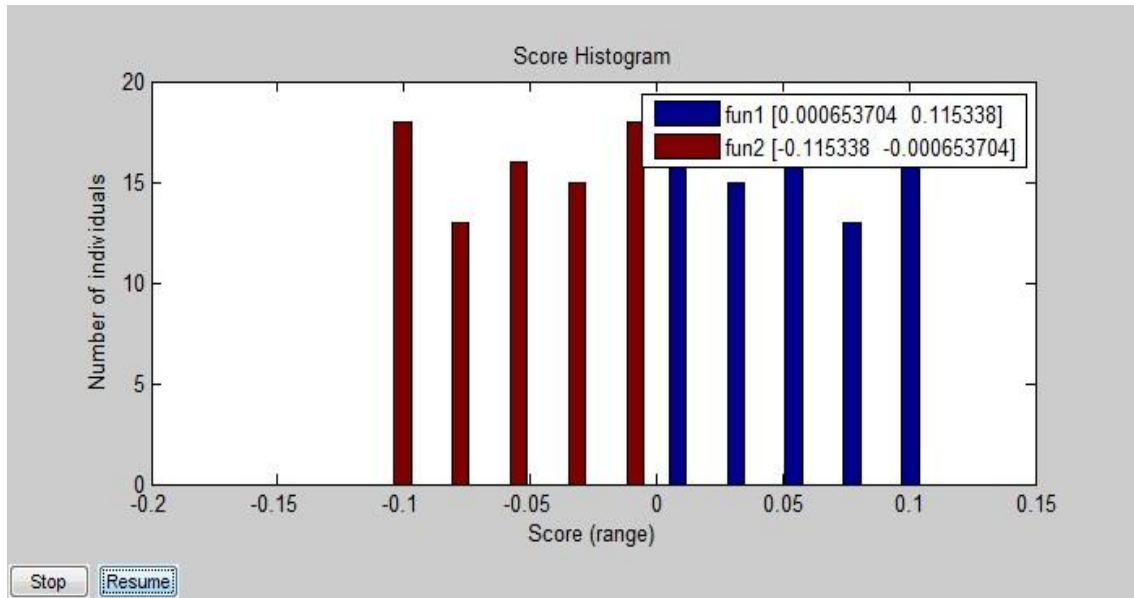
Podmínka pro ukončení genetického algoritmu byla nastavena tak, že pokud bude průměrná změna Paretovy hranice za posledních 60 generací menší než tolerance nastavená na hodnotu  $10^{-16}$ , dojde k ukončení algoritmu.



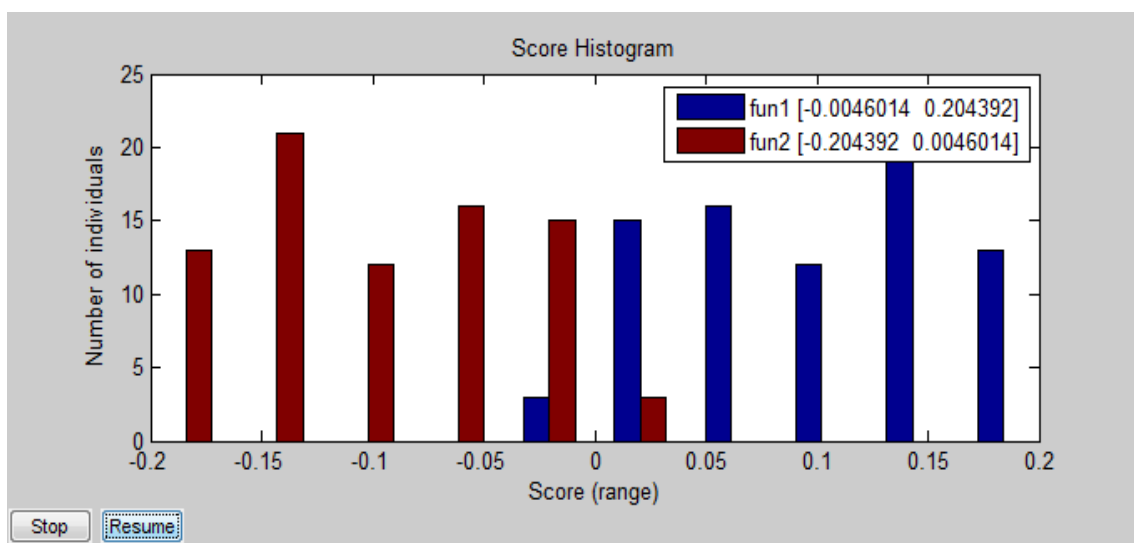
Graf 3 - Paretova hranice (DJIA)

## 6.7.2 Hodnota účelové funkce

V následujících Grafech 4 a 5 je vidět, jak se vyvíjely hodnoty účelových funkcí v rámci procesu optimalizace.



Graf 4 - Histogramy účelových funkcí na začátku probíhajícího algoritmu (DJIA)



Graf 5 - Histogramy účelových funkcí na konci probíhajícího algoritmu (DJIA)

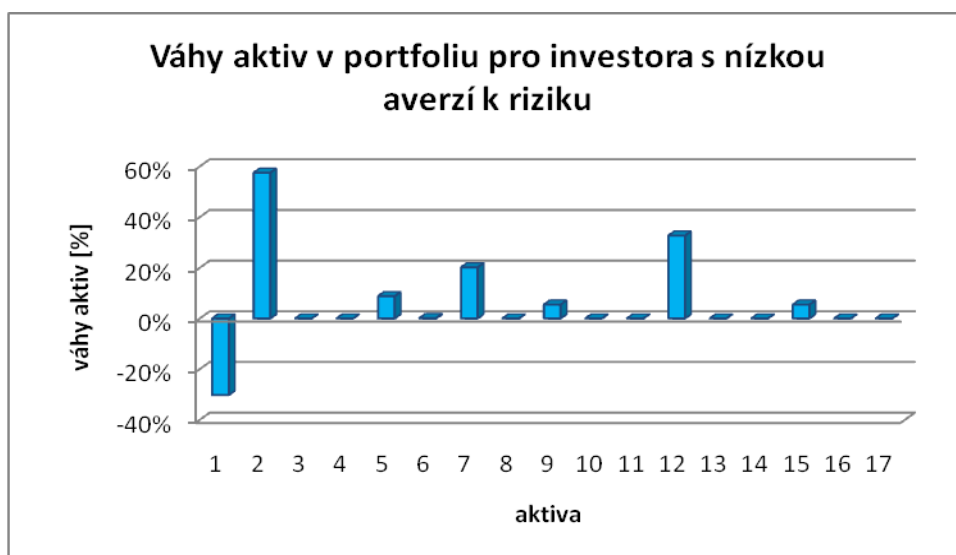
Po porovnání těchto dvou předešlých grafů na nichž jsou zobrazeny histogramy hodnot účelových funkcí, by se dalo konstatovat, že na začátku probíhajícího algoritmu dosahují účelové funkce menších hodnot. V závěru probíhajícího algoritmu jsou hodnoty účelových funkcí daleko větší a hlavně dochází k posunu těchto hodnot, což podle [12] znamená zlepšení účelové funkce, (minimalizace).

### 6.7.3 Váhy cenných papírů a bezrizikového aktiva

Na Paretově množině se vyskytují všichni účastníci burzy. Pro řešení mého příkladu jsem si vybrala z této velké množiny tři účastníky a to investora s nízkou averzí k riziku, investora se střední averzí k riziku a investora s vysokou averzí k riziku, na nichž ukážu jejich vzájemné vztahy při optimalizaci portfolia cenných papírů.

Pro investora představují váhy jednotlivých aktiv v portfoliu nejdůležitější informace. Tyto váhy jednak nesou informace, kolik finančních prostředků a do kterého aktiva investovat, ale i slouží pro výpočet očekávaného výnosu a rizika pro celé portfolio.

V následujících Grafech 6 až 8 jsou vidět skladby portfolia pro jednotlivé investory podle jejich stupně averze k riziku.



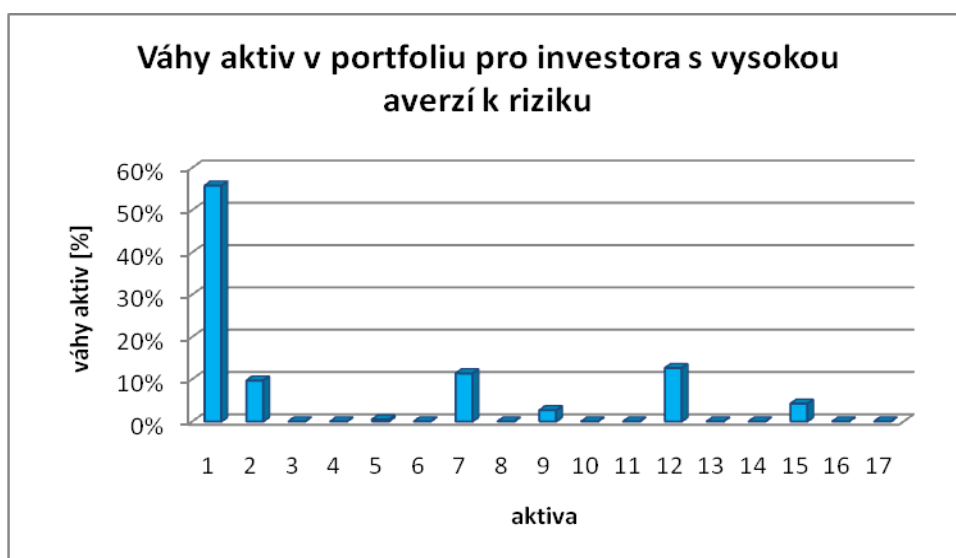
Graf 6 - Váhy aktiv v portfoliu pro investora s nízkou averzí k riziku (DJIA),  $\alpha = 5.275$

Pro investora s nízkou averzí k riziku z Grafu 6 mají větší váhu cenné papíry společností AT&T, Coca-Cola, Hewlett-Packard, IBM, McDonalds a United Technologies. Naopak cenné papíry společností Bank of America, Citigroup, General Electric, Intel, Johnson & Johnson, Kraft foods, Microsoft, Pfizer, Verizon Communications a Wal-Mart dosahují velmi nízkých hodnot. U prvního aktiva – bezrizikového aktiva je hodnota váhy jako jediná v mínusu, jedná se tedy o dluh investora.



Graf 7 - Váhy aktiv v portfoliu pro investora se střední averzí k riziku (DJIA),  $\alpha = 8.799$

V podobné situaci se nachází investor se střední averzí k riziku, jeho váhy aktiv dosahují poměrně podobných hodnot, jak je vidět z grafu 7, v porovnání s investorem s nízkou averzí k riziku. Vyšších vah u tohoto investora dosahují stejné cenné papíry jako u vah investora s nízkou averzí k riziku. Jediný rozdíl je v bezrizikovém aktivu, kde jeho váha stoupla na 22,6%.



Graf 8 - Váhy aktiv v portfoliu pro investora s vysokou averzí k riziku (DJIA),  $\alpha = 14.678$

Investor s vysokou averzí k riziku má sice nejvyšší hodnotu bezrizikového aktiva, až 55,8%, ale ostatní váhy jednotlivých aktiv se pohybují na nižších hodnotách oproti dalším dvou investorům. Vyšších hodnot u tohoto investora dosahují aktiva AT&T, Hewlett-Packard, IBM, McDonalds a United Technologies. Váha bezrizikového aktiva je u tohoto investora dvakrát větší než v předchozím případě. Za bezrizikové aktivum zde může být považován

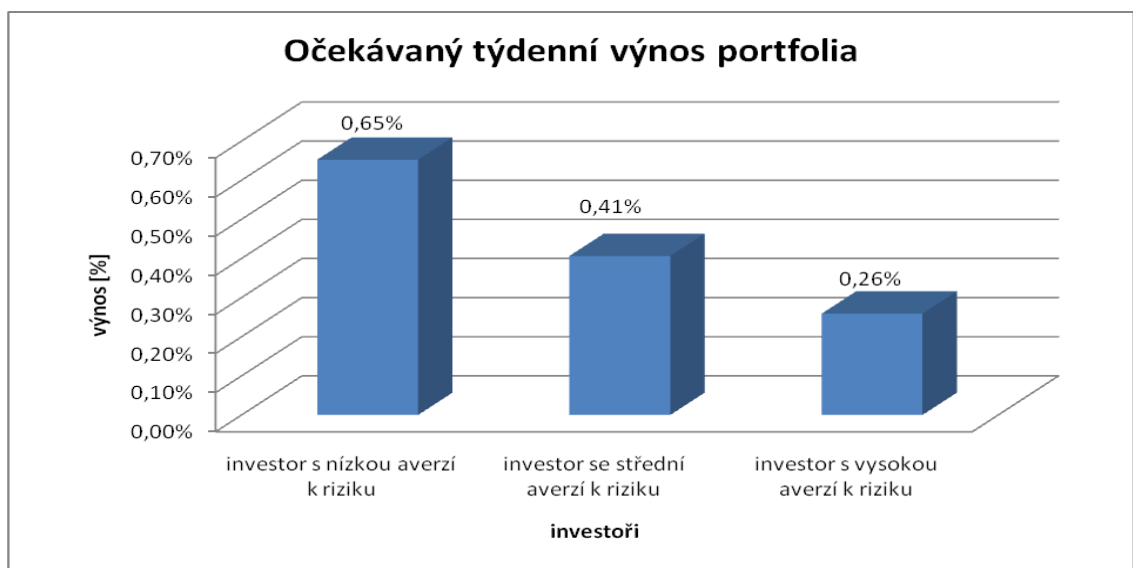


například státní pokladniční cenný papír s dobou splatnosti, která přesně odpovídá době držení portfolia investorem.

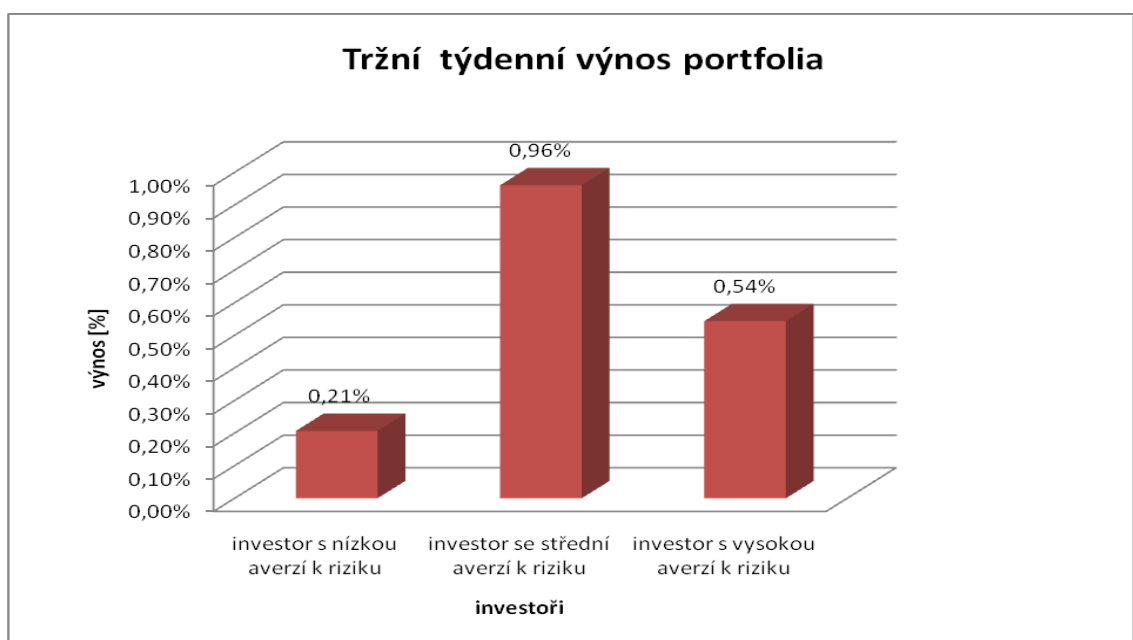
#### 6.7.4 Výnos portfolia

Jak bylo uvedeno, očekávaný výnos portfolia po jednom týdnu lze spočítat vynásobením vah jednotlivých aktiv portfolia s jejich očekávanou týdenní výnosností. Tento výnos lze tedy stanovit již v době realizace portfolia.

V následujících Grafech 9 a 10 jsou reprezentovány očekávané týdenní výnosy portfolia pro jednotlivé investory a pro porovnání skutečné (tržní) výnosy po jednom týdnu v období 6.7. 2007.



Graf 9 - Očekávaný týdenní výnos portfolia pro jednotlivé investory (DJIA)



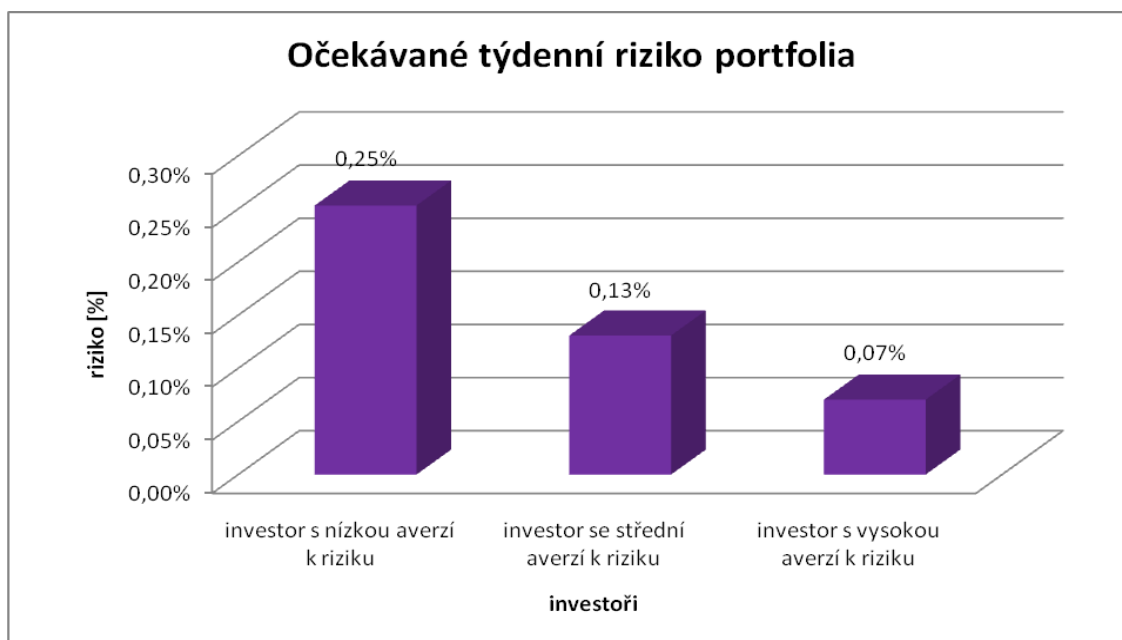
Graf 10 - Skutečný (tržní) výnos po jednom týdnu (DJIA)

Nejvyššího skutečného výnosu dosáhl pomocí navrženého modelu investor se střední averzí k riziku. Naopak, nejnižšího skutečného výnosu dosáhl investor s nízkou averzí k riziku, což je dáno krátkým časovým horizontem.

### 6.7.5 Riziko portfolia

Pro výpočet hodnoty rizika portfolia pro jednotlivé investory se použijí získané váhy jednotlivých aktiv v portfoliu. Dále se pro výpočet hodnoty rizika portfolia využijí kovariance mezi výnosností jednotlivých aktiv a hodnoty, které reprezentují stupně averze investora k riziku.

Očekávané riziko portfolia potom představuje nebezpečí, že nebude dosaženo očekávaného výnosu portfolia. V následujícím Grafu 11 je představeno očekávané riziko pro jednotlivé druhy investorů. Toto riziko odpovídá averzi jednotlivých investorů k riziku



Graf 11 - Očekávané týdenní riziko portfolia pro jednotlivé investory (DJIA)

### 6.8 Analýza výstupních dat

Na základě této analýzy je možné popsat další výstupy optimalizace portfolia cenných papírů z pohledu jednotlivých investorů, kteří byli vybráni z celé množiny účastníků na trhu s cennými papíry.

Investor s nejnižší averzí k riziku obchoduje na burze dost dlouho, často se mu říká dynamický investor. V jeho portfoliu převládá akciová složka nad dluhopisovými fondy a fondy peněžního trhu. Menšinová dluhopisová část portfolia zajišťuje částečné zmírnění rizika v případě nepříznivého vývoje cen na akciových trzích. Struktura jeho portfolia sebou

přináší vyšší kolísavost hodnoty investice. Pro takového investora jsou vhodnou variantou zajištěné fondy, které investorům garantují, že neprodělají a dostanou zpět minimálně přibližně to, co do fondu vložili.

Investoři se střední averzí k riziku dosahují celkem vyvážených portfolií. Chtějí dosáhnout vyššího výnosu a jsou ochotni podstoupit riziko kolísání investice v průběhu investičního období. Oproti tomu konzervativní investor, který má velmi malou nebo žádnou zkušenost v investování, preferuje stabilitu své investice a má vysokou averzi k investičnímu riziku. Současně má tento investor zájem začít s investováním na kapitálovém trhu a dosáhnout tak vyšších výnosů než dosahuje nyní.

Pohled na změny vah jednotlivých aktiv v portfoliu, které jsou uvedeny v příloze této práce, zaznamenává, že změna stupně averze k riziku sebou přináší také změnu vah jednotlivých aktiv v portfoliu. Přímá závislost ale mezi skladbou aktiv a určitým stupněm averze k riziku neexistuje. Všichni tři investoři by se tedy měli zaměřit zejména na akcie společností AT&T, Hewlett Packard, IBM, McDonald's a United Technologies, které nejvíce dominují v jednotlivých grafech. Je to způsobeno tím, že tyto tituly dosahovaly nejvyšších výnosů v období, které bylo použito jako vstup do navrženého modelu. Naopak by se investoři měli vyhnout společnostem Bank of America, Citigroup, General Electric, Intel, Johnson & Johnson, Kraft Foods, Microsoft, Pfizer, Verizon Communications a Wal-Mart.

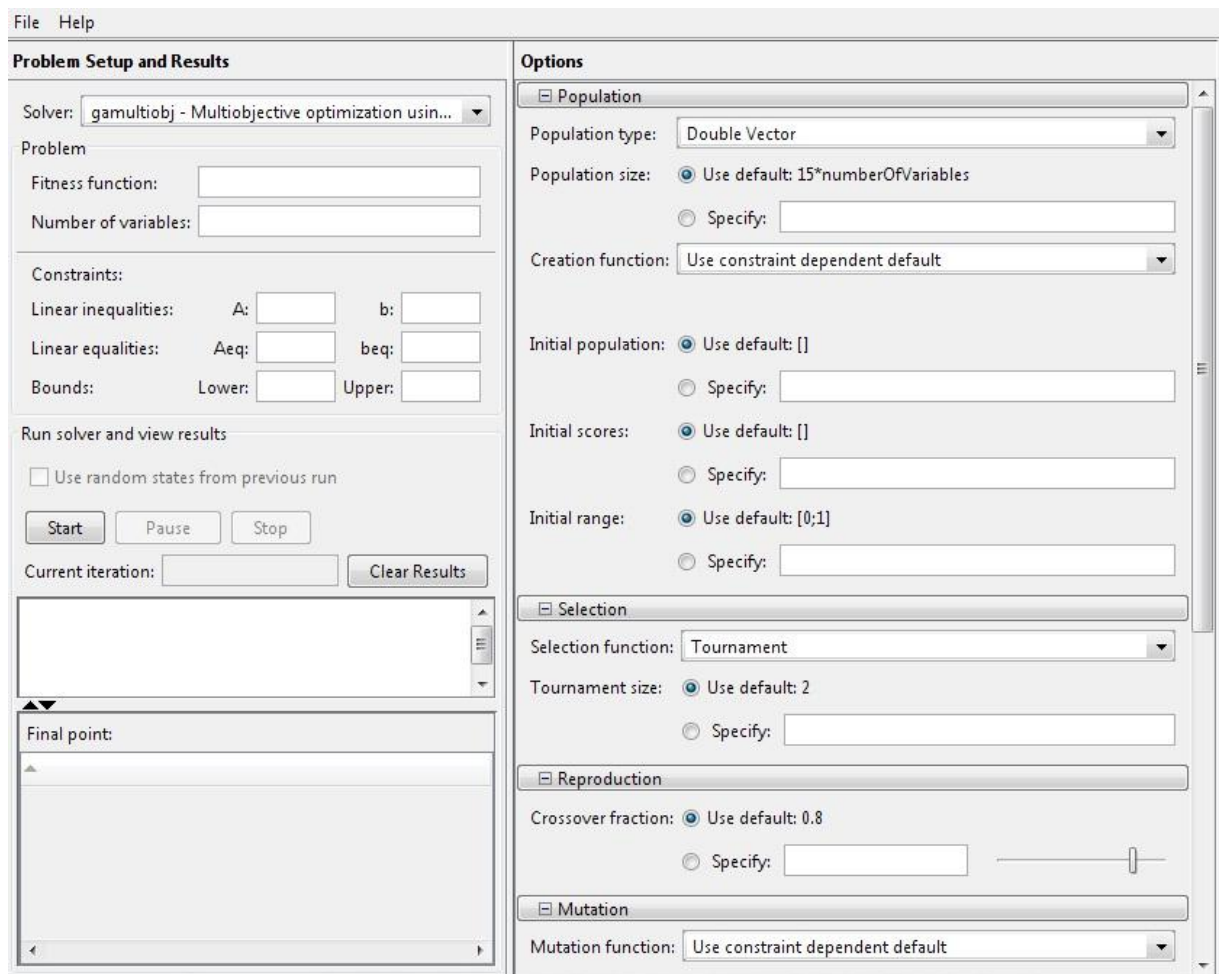
V případě očekávaného výnosu portfolia dosahuje největšího výnosu investor s nízkým stupněm averze k riziku. Patrně je to způsobeno tím, že tento investor investuje větší sumu než ostatní investoři. S investováním větší sumy peněz je spojeno s vyšší hodnotou rizika, které představuje nebezpečí, že nebude dosaženo očekávaného výnosu. Takže pokud dojde k poklesu kurzu jeho cenných papírů, bude mít tento investor nejvyšší ztrátu.

Efektivně snížit tržní rizika spojená s investicí můžeme prostřednictvím diverzifikace, tedy rozložením tržních rizik mezi jednotlivé třídy aktiv. Tato možnost by se dala aplikovat na investora se středním a vysokým stupněm averze k riziku.

Po porovnání hodnoty očekávaného výnosu portfolia u jednotlivých investorů se skutečnou (tržní) hodnotou výnosu portfolia, je zjištěno, že se tyto dva výnosy liší. U investora s nízkou averzí k riziku dosahuje očekávaný výnos vyšších hodnot oproti skutečné hodnotě výnosu portfolia. U zbylých dvou investorů dosáhl očekávaný výnos nižších výsledků v porovnání se skutečným výnosem, to mohlo být způsobeno lepším vývojem trhu.

## 7. Uživatelská příručka - toolbox genetického algoritmu

Tato kapitola se bude zabývat nastavením parametrů genetického algoritmu v rámci jeho toolboxu v programovém prostředí Matlab 7.6.0.324 (R2008a). Toolbox genetického algoritmu lze spustit dvěma způsoby, buď přes nabídku start v Matlabu, nebo po spuštění Matlabu zapsáním příkazu „gatool“ do příkazového řádku. Na následujícím Obrázku 13 je vidět, jak vypadá toolbox pro práci s genetickým algoritmem.



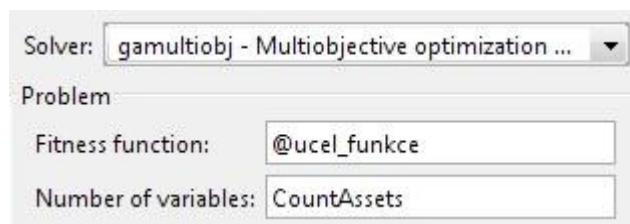
Obrázek 13 - Toolbox genetického algoritmu [28]

Samotné okno toolboxu lze pro lepší popis rozdělit na 4 části, mezi něž patří:

- zadání účelové funkce,
- definování omezujících podmínek,
- zobrazení výsledku,
- nastavení parametrů.

## 7.1 Zadání účelové funkce

Prvním krokem je nastavení příslušného genetického algoritmu (Obrázek 14), tato možnost se vybere z příslušné nabídky optimalizačních nástrojů. Následně se zadá odkaz na účelovou funkci, která má být minimalizována. Do dalšího pole se zadá název souboru, ve kterém je už předem nadefinována a uložena účelová funkce (před názvem souboru musí být uveden znak @). Cesta k tomuto souboru se musí nastavit dopředu. Posledním krokem při zadávání účelové funkce je zapsání počtu nezávislých proměnných. Tyto proměnné jsou v průběhu genetického algoritmu vyhodnocovány.



Solver: gamultiobj - Multiobjective optimization ...

Problem

Fitness function: @ucel\_funkce

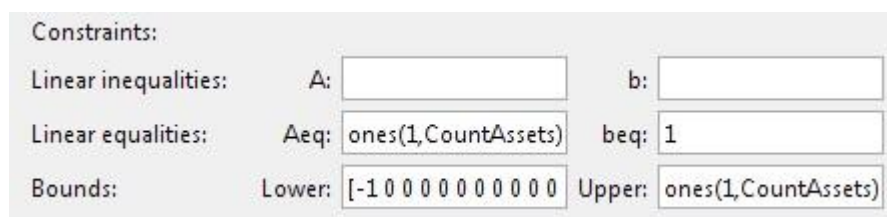
Number of variables: CountAssets

Obrázek 14 - Zadání účelové funkce

## 7.2 Definování omezujících podmínek

V této části lze formulovat omezující podmínky řešené úlohy. Týká se to těch podmínek, které jsou založeny na rovnosti nebo nerovnosti výsledku při násobení zadané matice s vektorem vah nezávislé proměnné s definovanou hodnotou. Lze zde i nastavit podmínku pro dolní a horní omezení výsledku optimalizace.

Na Obrázku 15 jsou nastaveny omezující podmínky pro úlohy, kterými jsem se zabývala v předchozích kapitolách. Jedná se tedy o součet vah jednotlivých aktiv v portfoliu, který musí být roven jedné. A další omezující podmínkou je, že jednotlivá aktiva kromě bezrizikového nesmějí mít záporné váhy.



Constraints:

Linear inequalities: A: b:

Linear equalities: Aeq: ones(1, CountAssets) beq: 1

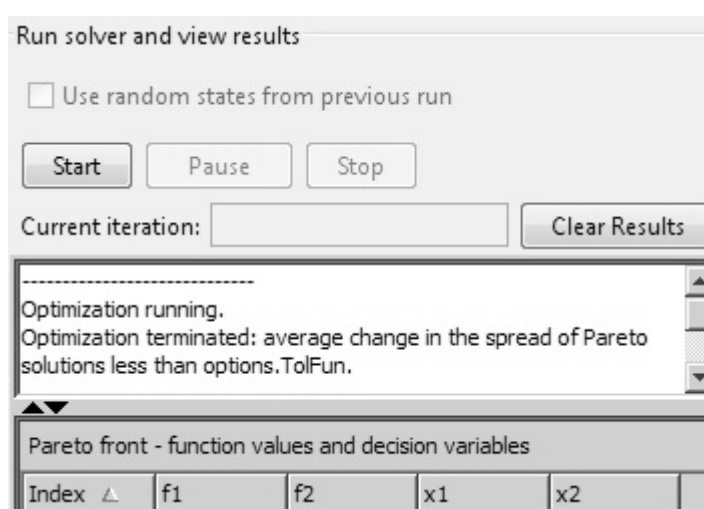
Bounds: Lower: [-1 0 0 0 0 0 0 0 0] Upper: ones(1, CountAssets)

Obrázek 15 - Definování omezujících podmínek

### 7.3 Zobrazení výsledku

V této části se spouští genetický algoritmus a následně se dozvídáme o výsledku optimalizace. Pokud je algoritmus spuštěn – tlačítkem Start, lze jej náhle pozastavit nebo zastavit úplně (Obrázek 16). Když se algoritmus ukončí, dostaneme informace o výsledných hodnotách účelových funkcí, informace o výsledné váze jednotlivých aktiv portfolia a o důvodu, proč byl algoritmus ukončen.

Pokud je spuštěn genetický algoritmus několikrát za sebou se stejnými parametry, mohou se výsledky optimalizace lišit. Pokud tomu chceme zabránit, musíme v tomto okně zatrhnout možnost „Use random states from previous run“.



Obrázek 16 - Zobrazení výsledku

### 7.4 Nastavení parametrů

Poslední součástí genetického toolboxu je část, ve které se nastavují parametry genetického algoritmu. Možností nastavení je několik, které budou následně vyobrazeny a stručně popsány.

#### Population

V této části se nastavují parametry týkající se populace genetického algoritmu (Obrázek 17). Lze zde nastavit typ dat vstupujících do účelové funkce – Double vector, Bit string, Custom. Pokud je ale vybrána možnost nastavení typu dat uživatelem (Custom), musí si pak uživatel sám nadefinovat funkce creation, mutation a crossover. V našem případě jsem zvolila první vyobrazenou možnost a to Double vector. Dále je zde možnost nastavení velikosti populace, tedy počtu jedinců v populaci. Je-li nastavena velikost populace větší než 1, prodlouží to dobu výpočtu.

Důležité je také nastavení počáteční populace. Pro její volbu je rozhodující, zda jsou nastaveny omezující podmínky účelové funkce. Počáteční populaci si může uživatel také zadat sám v podobě vektoru, jehož velikost nesmí překročit počet jedinců v populaci a počet nezávislých proměnných účelové funkce. Na spodní části obrázku je vidět, že je zde ještě možné zadat skóre počáteční populace a definovat rozsah hodnot, které jsou součástí vektoru počáteční populace.

The image shows a software dialog box titled "Population". It contains several configuration options:

- Population type:** A dropdown menu set to "Double Vector".
- Population size:** Two radio buttons. The first is "Use default: 15\*numberOfVariables". The second is "Specify:" followed by a text input field containing the number "40".
- Creation function:** A dropdown menu set to "Use constraint dependent default".
- Initial population:** Two radio buttons. The first is "Use default: []". The second is "Specify:" followed by an empty text input field.
- Initial scores:** Two radio buttons. The first is "Use default: []". The second is "Specify:" followed by an empty text input field.
- Initial range:** Two radio buttons. The first is "Use default: [0;1]". The second is "Specify:" followed by an empty text input field.

Obrázek 17 - Population

## Selection

V této části je možnost upřesnění funkce, která potom provede selekci. Tato funkce vybírá rodiče pro další generaci založenou na jejich naměřených hodnotách z účelové funkce. Je tu možnost výběru ze dvou možností. Buď lze vybrat turnajovou selekci nebo vlastní výběr (Obrázek 18).

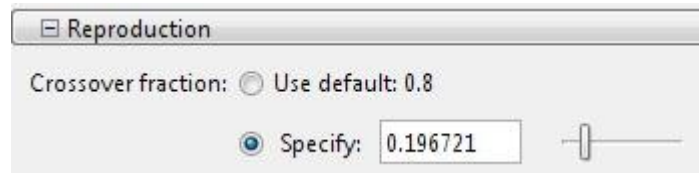
The image shows a software dialog box titled "Selection". It contains one configuration option:

- Selection function:** A dropdown menu set to "Tournament".

Obrázek 18 - Selection

## Reproduction

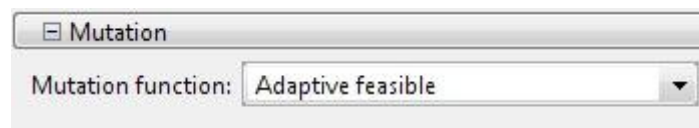
V tomto okně lze nastavit možnosti reprodukce, jak bude genetický algoritmus vytvářet nové potomky. Je zde dále možné nastavit kolik procent z následující generace bude vytvořeno pomocí operace křížení (Obrázek 19).



Obrázek 19 - Reproduction

## Mutation

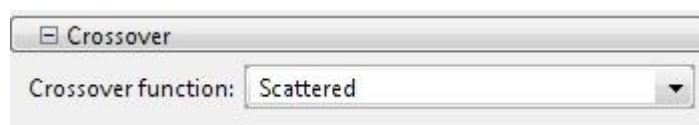
V této části je možné udělat menší náhodné změny jedinců v populaci, které potom provede genetický algoritmus (Obrázek 20). Těmito změnami dojde k vytvoření mutovaných potomků. Na výběr je zde hned několik možností. Podle toho, jak byly v předchozích krocích nadefinovány parametry a omezující podmínky účelové funkce, lze vybrat konkrétní možnosti.



Obrázek 20 - Mutation

## Crossover

V tomto okně lze nastavit funkce křížení, která kombinací dvou rodičů vytvoří nového potomka. Tato nová generace (vytvořený potomek) potom nese vlastnosti obou rodičů. Funkcí provádějící křížení je několik. První funkce vytváří křížením náhodný binární vektor. Druhá funkce vygeneruje náhodné číslo mezi hodnotou 1 a počtem nezávislých proměnných účelové funkce. Další funkce používá pro křížení dvou náhodně generovaných celých čísel, opět ze stanoveného intervalu jako funkce předešlá. Následující funkce určují potomka dle váženého průměru rodičů nebo podle vzdálenosti potomka od nejlepšího z rodičů. Nechybí zde ani vlastní nastavení funkce křížení (Obrázek 21).

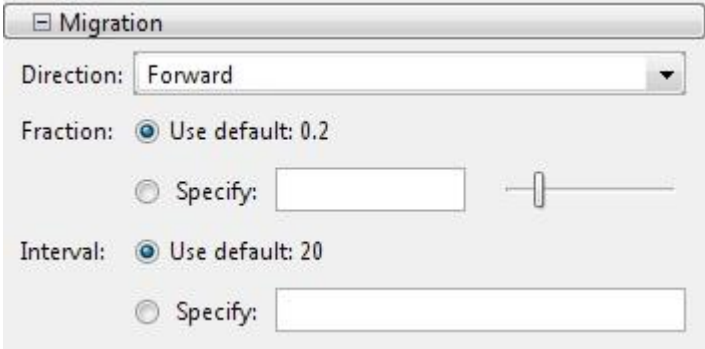


Obrázek 21 - Crossover



## Migration

V této části dochází k pohybu či přesunu jedinců mezi subpopulacemi, které algoritmus vytvoří, pokud je nastavena velikost populace jako vektor délky větší než 1. Většinou dochází k tomu, že nejlepší jedinec z jedné subpopulace nahradí nejhoršího jedince v jiné subpopulaci. Ve volbách lze nastavit směr, ve kterém může migrace probíhat. Pokud je nastaven směr vpřed, migrace probíhá směrem k poslední subpopulaci, nebo mohou migrovat jedinci současně do obou stran. Poslední směr lze nastavit tak, aby poslední subpopulace migrovaly do první, a první migrovaly do poslední. Dále zde lze nastavit, kolik jedinců se může pohybovat mezi subpopulacemi. A poslední volbou je nastavení intervalu, jak často bude v rámci genetického algoritmu k migraci docházet (Obrázek 22).



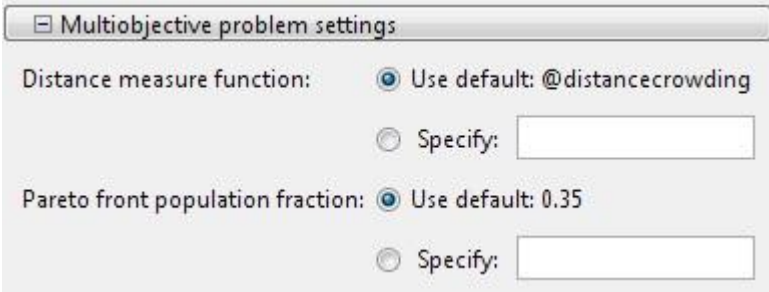
The screenshot shows a dialog box titled "Migration". It contains the following settings:

- Direction:** A dropdown menu set to "Forward".
- Fraction:** A radio button selected for "Use default: 0.2". There is also an option for "Specify:" with an empty text box and a slider.
- Interval:** A radio button selected for "Use default: 20". There is also an option for "Specify:" with an empty text box.

Obrázek 22 - Migration

## Multiobjective problem settings

V tomto okně se nastavují v algoritmu specifické parametry (Obrázek 23). Prvním parametrem je vzdálenost rozsahu účelové funkce, kde se nastavuje míra koncentrace populace. Druhým parametrem je Paretova přední část populace, která slouží k zachování nejvíce vhodné populace.



The screenshot shows a dialog box titled "Multiobjective problem settings". It contains the following settings:

- Distance measure function:** A radio button selected for "Use default: @distancecrowding". There is also an option for "Specify:" with an empty text box.
- Pareto front population fraction:** A radio button selected for "Use default: 0.35". There is also an option for "Specify:" with an empty text box.

Obrázek 23 - Multiobjective problem settings

## Hybrid function

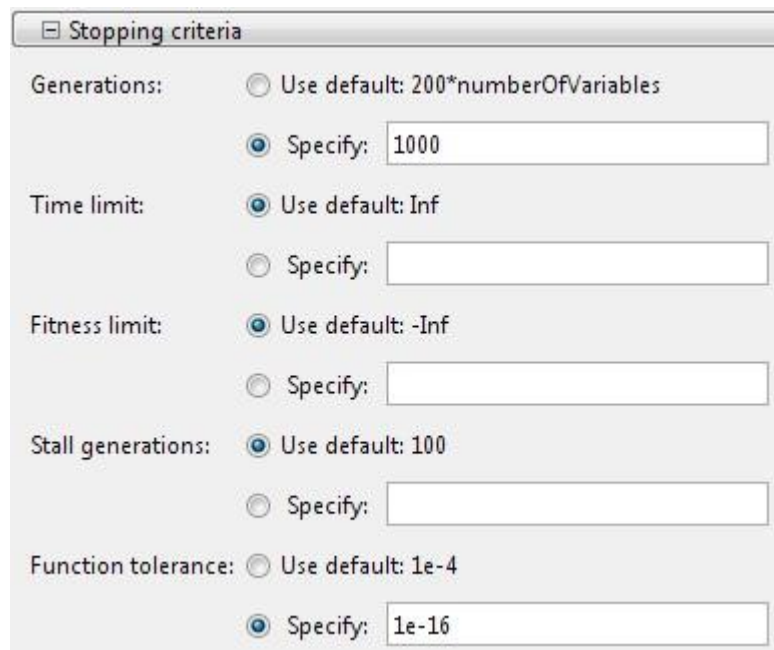
Tato funkce umožňuje určit další minimalizační funkce, které poběží po dokončení genetického algoritmu (Obrázek 24). Na výběr je tu ze dvou možností, buď lze zadat možnost, která neurčí žádnou další minimalizační funkci nebo několik funkcí, jejichž hodnoty budou ležet mezi 0 a 1.



Obrázek 24 - Hybrid function

## Stopping criteria

V tomto okně se nastavují podmínky pro ukončení genetického algoritmu (Obrázek 25). Mezi tyto podmínky patří maximální počet opakování genetického algoritmu, stanovení maximální doby, po kterou může být algoritmus vykonáván, nebo lze zadat ukončení algoritmu v případě, pokud hodnota účelové funkce poklesne pod hodnotu, kterou jsme zadali.



Obrázek 25 - Stopping criteria

## Plot functions

V této části je možnost zobrazení grafu různých aspektů genetického algoritmu (Obrázek 26). Nejprve se musí zadat hodnota, která představuje počet generací po kterých dojde k aktualizaci grafu. První možnost grafu reprezentuje průměrnou vzdálenost mezi jedinci v

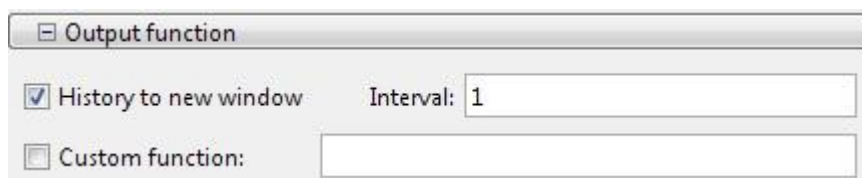
každé generaci. Další graf zobrazuje genealogii jedinců při přechodu z jedné generace do druhé pomocí barevně odlišných čar. Na výběr je i graf, který zobrazuje histogram skóre každé generace, histogram jednotlivých rodičů. Další graf slouží k vykreslení všech možných řešení.



Obrázek 26 - Plot functions

## Output function

V tomto okně lze zadat, aby se výsledky účelové funkce každého kroku výpočtu genetického algoritmu zobrazily v samostatném okně, případně si uživatel může nadefinovat svoji vlastní výstupní funkci (Obrázek 27).



Obrázek 27 - Output function

## Display to command Windows

V této části jsou různé možnosti úrovní zobrazení informací v příkazovém okně Matlabu (Obrázek 28). První možností je výsledky genetického algoritmu nezobrazovat vůbec. Dalšími možnostmi potom jsou zobrazení výsledků každého kroku algoritmu, zobrazení výsledků každého kroku s informacemi, které parametry byly nastaveny samostatně nebo zobrazení informace o důvodu ukončení výpočtu.



Obrázek 28 - Display to command window

## Vectorize

Zde se vyskytuje možnost vektorizovat výpočet účelové funkce (Obrázek 29). Buď je vektorizace zapnutá nebo je vypnutá a algoritmus vyvolá účelovou funkci v čase.



Obrázek 29 - Vectorize

## 8. Závěr

Problematika optimalizace portfolia v zásadě představuje problém, ve kterém je potřeba optimálně alokovat určité předem dané množství peněžních prostředků do určité množiny cenných papírů. Tímto problémem se zabývá dostatečné množství odvětví a samozřejmě dochází k vývoji řešení těchto problémů.

Pro úspěšné řešení takovýchto problémů byla v posledních dvou desetiletích vyvinuta množina velmi výkonných algoritmů, které umožňují řešit velmi složité problémy efektivním způsobem. Tato třída algoritmů má svůj specifický název a to "evoluční algoritmy". Tyto algoritmy vycházejí z biologických principů a jsou schopny řešit velmi složité problémy tak elegantně, že se stávají velmi oblíbenými a používanými v mnoha inženýrských oborech. Jejich výhodou například je, že řešitel daného problému nemusí znát klasické optimalizační metody, ale je po něm pouze požadována velmi dobrá znalost optimalizované problematiky a schopnost nadefinovat správně účelovou funkci, jejíž optimalizace by měla vést k řešení problému. Další výhodou je to, že evoluční algoritmy při ukončení poskytují řešení několik. Nevýhodou těchto algoritmů je například to, že pracují s náhodou a tudíž jejich výsledek nelze dopředu přesně předvídat [18].

Typickým rysem pro evoluční algoritmy je, že pracují s tzv. populacemi možných řešení, jimž se říká jedinci. Tito jedinci navzájem ovlivňují svou kvalitu na základě určitých evolučních principů v cyklech, které obvykle nesou jméno generace. Cílem celého evolučního procesu je potom nalézt nejlepší řešení.

Cílem této diplomové práce bylo vysvětlit problematiku portfolia cenných papírů a následná aplikace na genetických algoritmech při víceúčelové optimalizaci. Výsledkem je navržený model na optimalizaci portfolia cenných papírů, který je postavený na již zmíněných genetických algoritmech. Tento model je následně ověřován na reálných finančních datech, které představují cenné papíry obchodovatelné na Newyorské burze cenných papírů. Z celé množiny účastníků této burzy byly následně vybráni investoři, na kterých jsem určila optimální portfolio podle jejich postoje k riziku. Při analýze dat jsem dospěla k názoru, že nelze vyčíst žádnou závislost mezi skladbou aktiv nebo-li cenných papírů a stupněm averze k riziku u jednotlivých investorů. Nelze tedy tvrdit, že investor s určitým stupněm averze k riziku preferuje například akcie z určitého odvětví. Všichni tři investoři by se tedy měli zaměřit zejména na akcie společností AT&T, Hewlett Packard, IBM, McDonald's a United Technologies, které nejvíce dominují v jednotlivých grafech. Je to způsobeno tím, že tyto tituly dosahovaly nejvyšších výnosů v období, které bylo použito jako vstup do navrženého

modelu. Naopak by se investoři měli vyhnout společnostem Bank of America, Citigroup, General Electric, Intel, Johnson & Johnson, Kraft Foods, Microsoft, Pfizer, Verizon Communications a Wal-Mart. Nakonec došlo i k porovnání výnosů jednotlivých investorů se skutečným vývojem trhu. Největšího výnosu portfolia dosáhl investor s nízkým stupněm averze k riziku. To je spojeno s vyšší hodnotou rizika, která představuje nebezpečí, že nebude dosaženo očekávaného výnosu. Naopak pokud dojde k poklesu kurzu cenných papírů, lze očekávat, že bude mít tento investor nejvyšší ztrátu.

Součástí této práce je také kapitola věnovaná problematice nastavení jednotlivých parametrů genetického algoritmu v prostředí Matlab - toolbox genetického algoritmu, tedy uživatelská příručka.

Cílem práce bylo shrnutí současného stavu v oblasti optimalizace portfolia cenných papírů. Tento cíl byl splněn v kapitole 2 a 3. Dále byly uvedeny základní informace o metodách optimalizace, se zaměřením na metody víceúčelové optimalizace a genetické algoritmy. Návrh modelu byl realizován v kapitole 6, stejně jako analýza výsledků. Posledním cílem bylo sepsání uživatelské příručky k použitému nástroji v kapitole 7. Cíle práce byly splněny.

## 9. Seznam použité literatury

### Klasické zdroje informací

- [1.] BŘEZINOVÁ, H., DOKTOR, J., MRKVIČKOVÁ, A.,: *Cenné papíry, deriváty a kursové rozdíly*, Praha : Svaz účetních, 2002. -- 96 s. ISBN.
- [2.] CIPRA, T.,: *Matematika cenných papírů*, Vyd. 1., Praha : HZ, 2000. -- 241 s. ISBN 80-86009-35-1.
- [3.] ČÁMSKÝ, F.,: *Teorie portfolia*, 1. vyd., Brno : Masarykova univerzita, 2001. -- 136 s. ISBN 80-210-2509-3.
- [4.] DĚDIČ, J., PAULY, J.,: *Cenné papíry*, Praha : Prospektrum, 1994. -- 224 s. ISBN 80-85431-98-X.
- [5.] *Finanční trh : průvodce finančním a kapitálovým trhem*, 3. vyd.. -- Brno : Inform katalog ; Praha : Grada, 1997. -- 319 s. ISBN 80-86007-08-1.
- [6.] GOLDBERG, D., E.,: *Genetic Algorithms in Search, Optimization, and Machine Learning*, 1.edn. -- Addison-Wesley Professional, 1989. ISBN: 0201157675
- [7.] HYNEK, J.: *Genetické algoritmy a genetické programování*, 1. vyd., Praha : Grada, 2008. -- 182 s., ISBN 978-80-247-2695-3.
- [8.] KALYANMOY, D.,: *Multi-objective optimization using evolutionary algorithm*, Chichester, Wiley, 2004. -- 515 s. ISBN 047187339X.
- [9.] KUNZ, V.,: *Cenné papíry : základy financí*, 1. vyd.. -- Ústí nad Labem : Reneco, 1998. -- 60 s. ISBN 80-238-2706-5.
- [10.] LANDOROVÁ, A.,: *Cenné papíry a finanční trhy*, Vyd. 1.. -- Liberec : Technická univerzita, 2005. -- 291 s. ISBN 80-7083-920-1.
- [11.] LEE, A.,J.,: *Klíče k pochopení cenných papírů*, [z amerického originálu ... přeložila Hana Kučerová], Praha : Victoria, 1993. -- 124 s. ISBN 80-85605-59-7.
- [12.] MICHALEWICZ, Z.: *Genetic Algorithms + Data Structures = Evolution Programs*, 3.vyd., Springer-Verlag Berlin Heidelberg 1996.-- 543 s., ISBN 3-540-60676-9
- [13.] MUSÍLEK, P.,: *Trhy cenných papírů*, Vyd. 1.. -- Praha : Ekopress, 2002. -- 459 s. ISBN 80-86119-55-6.
- [14.] OPLATKOVÁ, Z., OŠMERA, P., ŠEDA, M., VČELAŘ, F., ZELINKA, I.,: *Evoluční a výpočetní techniky - principy a aplikace*, Praha: Ben, 1. české vydání, 2008.-- 536 s. ISBN 80-7300-218-3.

- [15.] PAVLÁT, V. A KOL.,: *Kapitálové trhy*, 2. dopl. vyd., Praha : Professional, 2005. -- 318 s. ISBN 80-86419-87-8.
- [16.] SEKERKA, B.,: *Cenné papíry a kapitálový trh*, Praha : Profess, 1996. -- 179 s. ISBN 80-85235-41-2.
- [17.] VESELÁ, J.,: *Analýzy trhu cenných papírů. II. díl, Fundamentální analýza*, Vyd. 1., Praha : Oeconomica, 2003. -- 361 s. ISBN 80-245-0506-1.
- [18.] ZELINKA, I.,: *Umělá inteligence v problémech globální optimalizace*, 1. vyd., Praha : Ben, 2002. -- 189 s. ISBN 80-7300-069-5.

### **Právní předpisy**

- [19.] Zákon č. 190/2004 Sb., o dluhopisech.
- [20.] Zákon č. 191/1950 Sb., zákon směnečný a šekový.
- [21.] Zákon č. 307/2000 Sb., o zemědělských skladních listech a zemědělských veřejných skladech.
- [22.] Zákon č. 513/1991 Sb., obchodní zákoník.
- [23.] Zákon č. 591/1992 Sb., o cenných papírech.

### **Internetové zdroje**

- [24.] Cenné papíry [online]. 1997-2010. [cit. 2010-02-19]. Dostupný z [www: <http://www.businessinfo.cz/cz/clanek/orientace-v-pravnich-ukonech/cenne-papiry-charakteristika-druhu-opu/1000818/53927/>](http://www.businessinfo.cz/cz/clanek/orientace-v-pravnich-ukonech/cenne-papiry-charakteristika-druhu-opu/1000818/53927/).
- [25.] Cenné papíry [online]. 2009. [cit. 2010-02-23]. Dostupný z [www: <http://www.cennypapir.cz/ >](http://www.cennypapir.cz/).
- [26.] INTERCON. MBank [online]. 2008, [cit. 2010-03-27]. Dostupný z [www: <http://www.mbank.cz/>](http://www.mbank.cz/).
- [27.] Kupón [online]. 1996 - 2010. [cit. 2010-02-23]. Dostupný z [www: <http://www.sagit.cz/pages/lexikonheslatxt.asp?cd=152&typ=r&levelid=ob\\_082a.htm >](http://www.sagit.cz/pages/lexikonheslatxt.asp?cd=152&typ=r&levelid=ob_082a.htm).
- [28.] Multiobjective optimization [online]. 1994 - 2010. [cit. 2010-04-02]. Dostupný z [www: < http://www.mathworks.com/products/optimization/description7.html>](http://www.mathworks.com/products/optimization/description7.html).
- [29.] Patria Direct, a. s.. Patria Direct [online]. 2006, [cit. 2010-02-28]. Dostupný z [www: <https://www.patria-direct.cz/HomeAkademie.aspx>](https://www.patria-direct.cz/HomeAkademie.aspx).



- [30.] Směnka [online]. 2003 - 2010. [cit. 2010-03-09]. Dostupný z www: <[http://www.zbynekmlcoch.cz/info/vzory\\_pravnich\\_smluv/smenka\\_vzor\\_zdarma\\_ke\\_stazeni\\_nalezitosti\\_smenky\\_co\\_musi\\_smenka\\_obsahovat.html](http://www.zbynekmlcoch.cz/info/vzory_pravnich_smluv/smenka_vzor_zdarma_ke_stazeni_nalezitosti_smenky_co_musi_smenka_obsahovat.html)>.
- [31.] Výnos, riziko a likvidita investic [online]. 2007. [cit. 2010-03-10]. Dostupný z www: <<http://www.financnivzdelavani.cz/webmagazine/page.asp?idk=385>>.
- [32.] Warrant, skladištní listy [online]. 2005-2009. [cit. 2010-03-09]. Dostupný z www: <<http://www.finance-management.cz/080vypisPojmu.php?X=Skladistni+list&IdPojPass=107>>.
- [33.] Yahoo! Inc.. Historical Prices [online]. 2009. [cit. 2010-04-03]. Dostupný z WWW: <<http://finance.yahoo.com/q/hp?s=DJI>>.

## Seznam grafů

Graf 1 - Vztah výnosů a rizika.....	14
Graf 2 - Podíl rizikových aktiv v portfoliu a očekávaná výnosnost portfolia jako funkce averze k riziku - DJIA .....	51
Graf 3 - Paretova hranice (DJIA).....	53
Graf 4 - Histogramy účelových funkcí na začátku probíhajícího algoritmu (DJIA) .....	54
Graf 5 - Histogramy účelových funkcí na konci probíhajícího algoritmu (DJIA) .....	54
Graf 6 - Váhy aktiv v portfoliu pro investora s nízkou averzí k riziku (DJIA), $\alpha = 5.275$ .....	55
Graf 7 - Váhy aktiv v portfoliu pro investora se střední averzí k riziku (DJIA), $\alpha = 8.799$ .....	56
Graf 8 - Váhy aktiv v portfoliu pro investora s vysokou averzí k riziku (DJIA), $\alpha = 14.678$ ..	56
Graf 9 - Očekávaný týdenní výnos portfolia pro jednotlivé investory (DJIA).....	57
Graf 10 - Porovnání očekávaného a skutečného výnosu po jednom týdnu (DJIA).....	57
Graf 11 - Očekávané týdenní riziko portfolia pro jednotlivé investory (DJIA) .....	58

## **Seznam tabulek**

Tabulka 1 - Očekávaný výnos cenných papírů - DJIA.....	50
--	----

## Seznam obrázků

Obrázek 1 - Magický trojúhelník.....	13
Obrázek 2 – Indiferenční křivky .....	27
Obrázek 3 - Přípustná množina portfolií.....	28
Obrázek 4 - Výběr optimálního portfolia .....	29
Obrázek 5 - Jedinečné a systematické riziko .....	32
Obrázek 6 - Dělení optimalizačních metod .....	35
Obrázek 7 - Kód jednoduchého genetického algoritmu .....	38
Obrázek 8 - Prostor optimalizovaných parametrů a transformace do prostoru řešení.....	41
Obrázek 9 - Vizualizace, v prostoru optimalizovaných parametrů .....	42
Obrázek 10 - Pozice vektorů UOV, IOV, NOV a WOV .....	43
Obrázek 11 - Struktura modelu.....	44
Obrázek 12 - Účelová funkce .....	52
Obrázek 13 - Toolbox genetického algoritmu .....	60
Obrázek 14 - Zadání účelové funkce .....	61
Obrázek 15 - Defínování omezujících podmínek.....	61
Obrázek 16 - Zobrazení výsledku .....	62
Obrázek 17 - Population .....	63
Obrázek 18 - Selection.....	63
Obrázek 19 - Reproduction.....	64
Obrázek 20 - Mutation .....	64
Obrázek 21 - Crossover .....	64
Obrázek 22 - Migration.....	65
Obrázek 23 - Multiobjective problem settings .....	65
Obrázek 24 - Hybrid function .....	66
Obrázek 25 - Stopping criteria.....	66
Obrázek 26 - Plot functions .....	67
Obrázek 27 - Output function .....	67
Obrázek 28 - Display to command window .....	67
Obrázek 29 - Vectorize .....	68

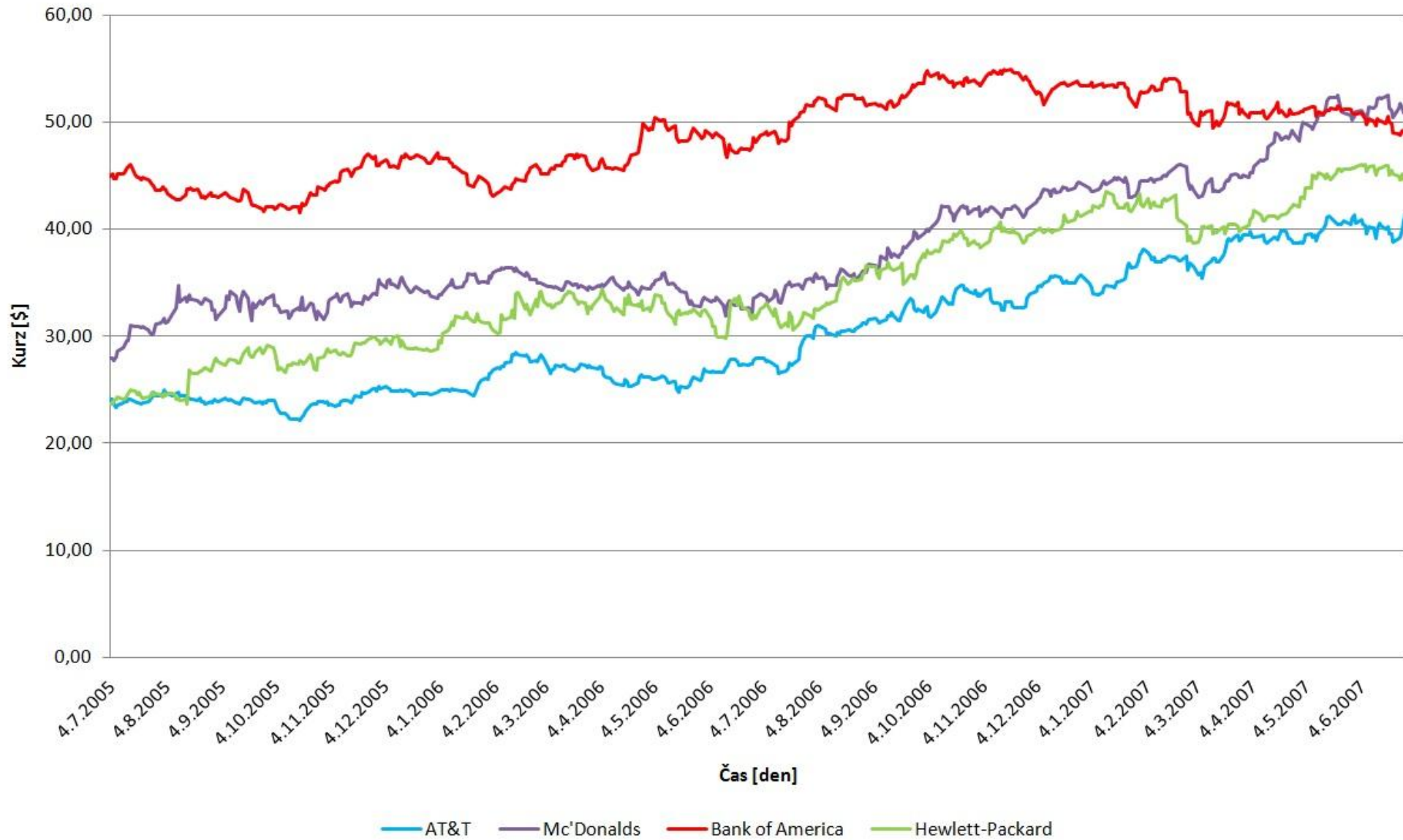
## **Seznam příloh**

Příloha 1 - Historické kurzy cenných papírů

Příloha 2 - Kovariance výnosností cenných papírů

Příloha 3 - Váhy aktiv v portfoliu

## Historické kurzy cenných papírů



Příloha 1 - Historické kurzy cenných papírů

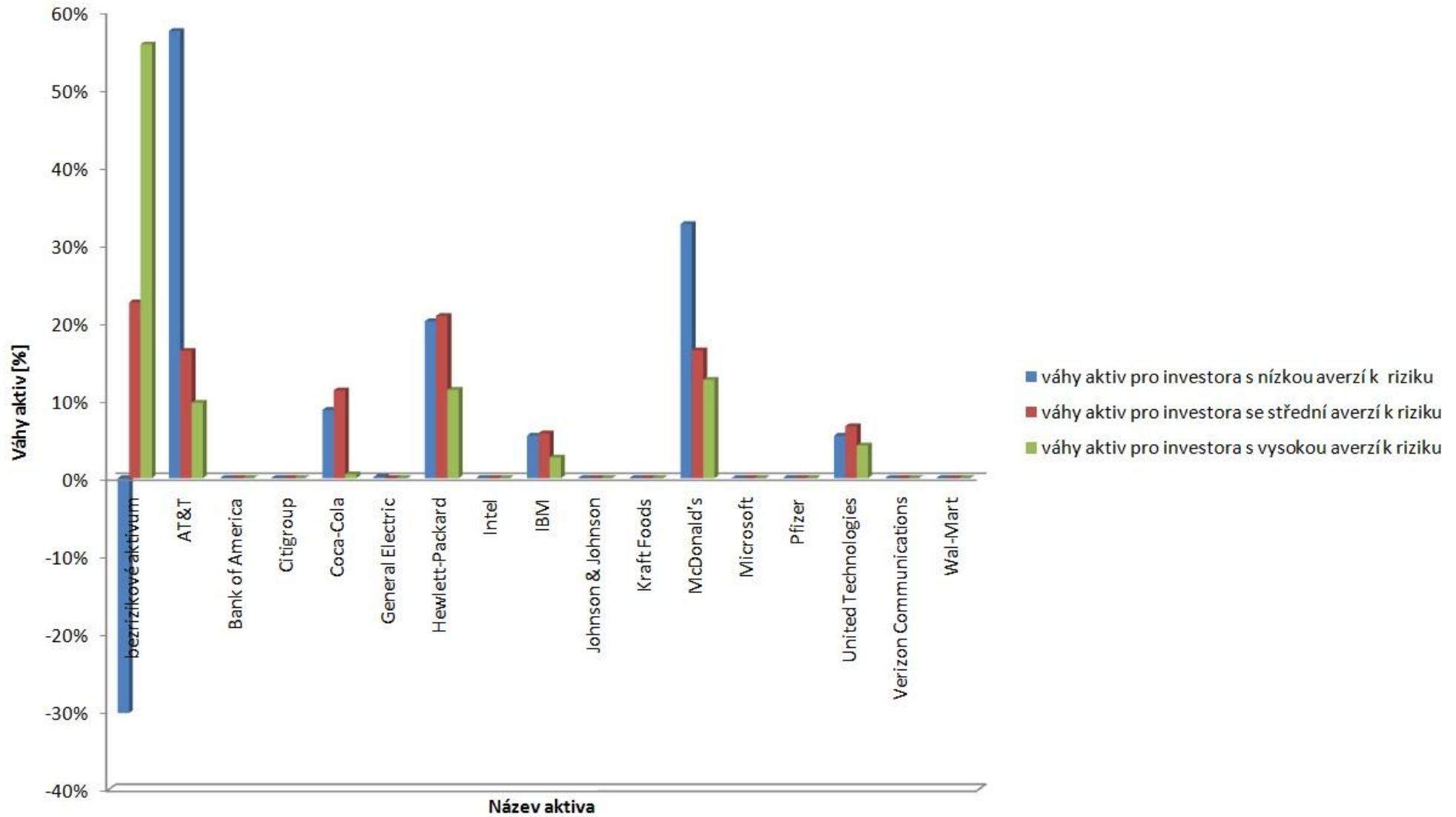
	AT&T	Bank of America	Citigroup	Coca-Cola	General Electric	Hewlett-Packard	Intel	IBM
AT&T	0,000627	0,000113	0,000144	0,000132	0,000030	0,000134	0,000204	0,000117
Bank of America	0,000113	0,000324	0,000235	0,000092	0,000158	0,000122	0,000210	0,000114
Citigroup	0,000144	0,000235	0,000400	0,000108	0,000202	0,000137	0,000264	0,000151
Coca-Cola	0,000132	0,000092	0,000108	0,000253	0,000058	0,000111	0,000172	0,000161
General Electric	0,000030	0,000158	0,000202	0,000058	0,000352	0,000155	0,000258	0,000203
Hewlett-Packard	0,000134	0,000122	0,000137	0,000111	0,000155	0,000935	0,000363	0,000260
Intel	0,000204	0,000210	0,000264	0,000172	0,000258	0,000363	0,001327	0,000353
IBM	0,000117	0,000114	0,000151	0,000161	0,000203	0,000260	0,000353	0,000480
Johnson & Johnson	0,000072	0,000087	0,000104	0,000105	0,000101	0,000122	0,000155	0,000124
Kraft Foods	0,000106	0,000137	0,000146	0,000086	0,000126	0,000156	0,000210	0,000097
McDonald's	0,000138	0,000086	0,000092	0,000080	0,000102	0,000127	0,000281	0,000184
Microsoft	0,000158	0,000110	0,000105	0,000125	0,000141	0,000285	0,000297	0,000255
Pfizer	0,000131	0,000227	0,000185	0,000113	0,000155	0,000130	0,000277	0,000094
United Technologies	0,000144	0,000161	0,000160	0,000099	0,000109	0,000204	0,000288	0,000139
Verizon Communications	0,000379	0,000163	0,000216	0,000157	0,000129	0,000284	0,000276	0,000171
Wal-Mart	0,000122	0,000119	0,000129	0,000132	0,000111	0,000100	0,000258	0,000160

**Příloha 2 - Kovariance výnosností cenných papírů**

	Johnson & Johnson	Kraft Foods	McDonald's	Microsoft	Pfizer	United Technologies	Verizon Communications	Wal-Mart
AT&T	0,000072	0,000106	0,000138	0,000158	0,000131	0,000144	0,000379	0,000122
Bank of America	0,000087	0,000137	0,000086	0,000110	0,000227	0,000161	0,000163	0,000119
Citigroup	0,000104	0,000146	0,000092	0,000105	0,000185	0,000160	0,000216	0,000129
Coca-Cola	0,000105	0,000086	0,000080	0,000125	0,000113	0,000099	0,000157	0,000132
General Electric	0,000101	0,000126	0,000102	0,000141	0,000155	0,000109	0,000129	0,000111
Hewlett-Packard	0,000122	0,000156	0,000127	0,000285	0,000130	0,000204	0,000284	0,000100
Intel	0,000155	0,000210	0,000281	0,000297	0,000277	0,000288	0,000276	0,000258
IBM	0,000124	0,000097	0,000184	0,000255	0,000094	0,000139	0,000171	0,000160
Johnson & Johnson	0,000312	0,000058	0,000073	0,000064	0,000155	0,000062	0,000101	0,000105
Kraft Foods	0,000058	0,000554	0,000063	0,000170	0,000174	0,000164	0,000137	0,000138
McDonald's	0,000073	0,000063	0,000610	0,000141	0,000131	0,000154	0,000088	0,000095
Microsoft	0,000064	0,000170	0,000141	0,000729	0,000201	0,000180	0,000211	0,000147
Pfizer	0,000155	0,000174	0,000131	0,000201	0,000913	0,000225	0,000201	0,000188
United Technologies	0,000062	0,000164	0,000154	0,000180	0,000225	0,000553	0,000135	0,000204
Verizon Communications	0,000101	0,000137	0,000088	0,000211	0,000201	0,000135	0,000554	0,000164
Wal-Mart	0,000105	0,000138	0,000095	0,000147	0,000188	0,000204	0,000164	0,000629



## Váhy aktiv v portfoliu pro různé investory



Příloha 3 - Váhy aktiv v portfoliu