UNIVERZITA PARDUBICE
FAKULTA EKONOMICKO - SPRÁVNÍ

DIPLOMOVÁ PRÁCE

2010 Bc. Kateřina KOUBOVÁ

Univerzita Pardubice

Fakulta ekonomicko – správní

Metody na podporu rozhodování manažera v konfliktních rozhodovacích situacích

Kateřina Koubová

Diplomová práce
2010

Univerzita Pardubice
Fakulta ekonomicko-správní
Ústav matematiky
Akademický rok: 2009/2010

ZADÁNÍ DIPLOMOVÉ PRÁCE

(PROJEKTU, UMĚLECKÉHO DÍLA, UMĚLECKÉHO VÝKONU)

Jméno a příjmení:	**Kateřina KOUBOVÁ**
Studijní program:	**N6208 Ekonomika a management**
Studijní obor:	**Ekonomika a management podniku**
Název tématu:	**Metody na podporu rozhodování manažera v konfliktních rozhodovacích situacích**

Zásady pro vypracování:

1. Úvod
2. Seznámení s problematikou
3. Popis a vysvětlení metod
4. Aplikace metod na konkrétní rozhodovací situaci
5. Závěr

Rozsah grafických prací: –
Rozsah pracovní zprávy: **cca 50 stran**
Forma zpracování diplomové práce: **tištěná/elektronická**

Seznam odborné literatury:

BUCHTA, M., SIEGL, M.: Základy managementu, Univerzita Pardubice, Pardubice, 2000, ISBN: 80-7194-304-5
FIALA, P.: Modely a metody rozhodování, Oeconomica, Praha, 2008, ISBN: 978-80-245-1345-4
FOTR, J., PÍŠEK, M.: Exaktní metody ekonomického rozhodování, Academia, Praha, 1986
HEIZER, J., RENDER, B.: Principles of operations management, Prentice Hall, Upper Saddle River, 1999, ISBN: 0-13-989815-8
CHOBOT, M., TURNOVOCOVÁ, A.: Modely rozhodovania v konfliktných situaciích a za neurčitosti, Alfa, Bratislava, 1980
LINHART, P., ROUDNÝ, R.: Krizový management III - teorie a praxe rizika, Univerzita Pardubice, Pardubice, 2007, ISBN: 80-7194-924-8
TAHA, H. A.: Operations research: An introduction, Prentice Hall, Upper Saddle River, 1997, ISBN: 0-13-272915-6
THOMAS, L. C.: Games, theory and applications, Dover Publications, Mineola, 2003, ISBN: 0-486-43237-8

Vedoucí diplomové práce: **doc. RNDr. Bohdan Linda, CSc.**
Ústav matematiky

Datum zadání diplomové práce: **20. května 2009**
Termín odevzdání diplomové práce: **30. dubna 2010**

doc. Ing. Renáta Myšková, Ph.D.
děkanka

L.S.

doc. RNDr. Bohdan Linda, CSc.
vedoucí ústavu

V Pardubicích dne 14. července 2009

Prohlašuji:

Tuto práci jsem vypracovala samostatně. Veškeré literární prameny a informace, které jsem v práci využila, jsou uvedeny v seznamu použité literatury.
Byla jsem seznámena s tím, že se na moji práci vztahují práva a povinnosti vyplývající ze zákona č. 121/2000 Sb., autorský zákon, zejména se skutečností, že Univerzita Pardubice má právo na uzavření licenční smlouvy o užití této práce jako školního díla podle § 60 odst. 1 autorského zákona, a s tím, že pokud dojde k užití této práce mnou nebo bude poskytnuta licence o užití jinému subjektu, je Univerzita Pardubice oprávněna ode mne požadovat přiměřený příspěvek na úhradu nákladů, které na vytvoření díla vynaložila, a to podle okolností až do jejich skutečné výše.

Souhlasím s prezenčním zpřístupněním své práce v Univerzitní knihovně.

V Hradci Králové dne 27. 4. 2010

Kateřina Koubová

PODĚKOVÁNÍ

Na tomto místě bych ráda poděkovala vedoucímu diplomové práce panu doc. RNDr. Bohdanu Lindovi, CSc**,** za čas, který věnoval konzultacím a za cenné připomínky a rady. Zároveň bych chtěla poděkovat panu doc. Ing. Pavlovi Duspivovi, CSc. za odbornou spolupráci při tvorbě rozhodovacího problému.

SOUHRN

Tato diplomová práce je věnována manažerskému rozhodování v konfliktních rozhodovacích situacích a snaží se podat ucelený přehled exaktních metod, kterými je možné v takových situacích rozhodování zjednodušit a podložit volbu určité varianty. Práce podává návod, jak je možné pomocí teorie her a rozhodování za neurčitosti a rizika řešit některá složitá ekonomická rozhodnutí. Součástí práce je řešení konkrétního rozhodovacího případu, kterým je výběr nejvhodnějšího investičního instrumentu peněžního trhu.

KLÍČOVÁ SLOVA

teorie rozhodování, konfliktní situace, teorie her, neurčitost, riziko, užitek, optimální strategie, instrumenty peněžního trhu

TITLE

Decision making supporting methods for manager in conflict resolution

ABSTRACT

This thesis is dedicated to managerial decision-making in conflict resolutions and seeks to give a comprehensive overview of exact methods, which enables in such situations to simplify decision making and motivate the choice of certain options. Thesis gives instructions on how you can use game theory and decision making under uncertainty and risk to solve difficult economic decisions. Part of this thesis is the solving of specific decision situation, which is to select the most appropriate money market instruments for investment.

KEYWORDS

decision making theory, conflict resolution, game theory, uncertainty, risk, utility, optimal strategy, money-market instrument

Obsah

Úvod

„Co můžeš rozhodnout jen jednou, dlouho rozvažuj.“

Publilius Syrus

Rozhodování tvoří nedílnou součást našich životů. Ať už těch osobních nebo profesních. Některá rozhodnutí jsou banální a k jejich řešení nám stačí intuice nebo naše znalosti. Jiná vyžadují tvůrčí přístup, kreativitu a znalosti odborníků. Člověk v životě udělá mnoho špatných rozhodnutí, ze kterých se poučí. Aby se tato špatná rozhodnutí minimalizovala u problémů, jež mohou silně ovlivnit budoucí vývoj ať už jedince, domácnosti nebo organizace, začaly se vyvíjet přístupy a metody na podporu rozhodování.

Zejména v manažerských pozicích hraje rozhodování významnou roli. Špatná rozhodnutí mohou negativně ovlivnit vývoj společnosti či dokonce zapříčinit její bankrot. Ale i rozhodnutí, která sice nevedou ke ztrátám, avšak nevedou ani k rozvoji společnosti, zvýšení její prosperity a konkurenceschopnosti mohou mít dopad na ztrátu prestiže manažera a následně jeho pozice ve firmě. Proto by se vedoucí pracovníci neměli nikdy smířit s nejjednodušším možným řešením situace, ale snažit se najít východisko nejefektivnější. Jako podklad pro taková rozhodnutí slouží exaktní metody na podporu rozhodování.

Rozhodnutí, která nejsou ovlivněna jinými osobami ani okolními stavy, můžeme označit za poměrně jednoduchá. V takových případech nám k výběru nejvhodnější varianty většinou stačí vlastní intuice a zkušenosti, či některé z jednodušších metod. Komplikovanější situace nastává ve chvíli, kdy výběr nejlepší varianty závisí na několika různých kritériích, na okolních vlivech, které nemůžeme ovlivnit, nebo na rozhodnutí dalších subjektů. Takové situace označujeme jako konfliktní rozhodovací situace.

Cílem této práce je vysvětlení základních principů, jejichž pomocí je možné konfliktní rozhodovací situace řešit a nastínění jejich využití v podnikové praxi. Konkrétně pak řešení rozhodovacích problémů pomocí teorie her a rozhodování za neurčitosti a rizika. (Do této skupiny by spadalo i vícekriteriální hodnocení variant, ale to bylo popsáno již v bakalářské práci, proto se jím zabývat nebudeme).

Z uvedeného cíle vychází i struktura diplomové práce, kde je první kapitola věnována rozhodování jako jedné z manažerských funkcí a nastínění problematiky rozhodování.

V druhé kapitole jsou uvedeny některé základní pojmy a klasifikace rozhodovacích situací dle účastníků a znalosti budoucích stavů. V třetí kapitole jsou popsány a vysvětleny vybrané modely z teorie her včetně teorie oligopolu a příklady jejich využití v ekonomické praxi. Kapitola čtvrtá je zaměřena na rozhodování v podmínkách neurčitosti a rizika, jsou zde popsány principy, na jejich základě můžeme tyto situace řešit, včetně způsobů výpočtu. V páté kapitole je řešen konkrétní rozhodovací problém, kterým je výběr nejvhodnějšího investičního instrumentu finančního trhu, pomocí některých dříve popsaných metod. Závěrečná kapitola je věnována celkovému shrnutí a zhodnocení přínosů.

Použité značení

V otázce matematické symboliky se řídíme následujícími zásadami:

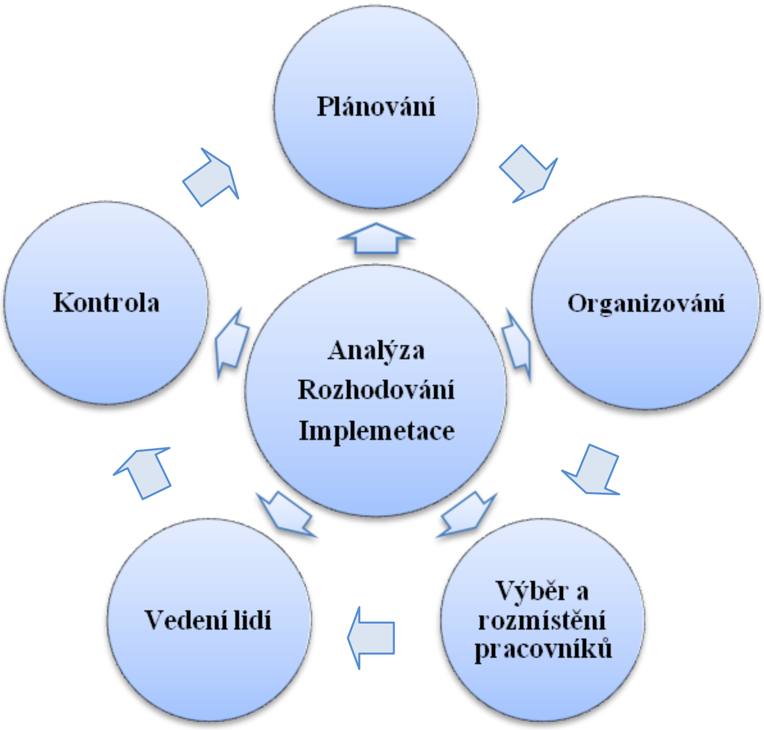
- matice značíme velkými tučnými písmeny **P**, **R**, atd
- množiny značíme velkými písmeny X, Y.
- prvky množiny značíme *X*, *Y*.

1 Problematika rozhodování

Tato kapitola bude věnována úvodu do problematiky manažerského rozhodování, struktuře rozhodovacích problémů a průběhu rozhodovacích procesů.

1.1 Rozhodování jako jedna z manažerských funkcí

Rozlišujeme dva druhy manažerských funkcí a to funkce sekvenční (ty které se realizují postupně) a průběžné. Mezi sekvenční manažerské funkce se dle H. Koontze a H. Weihricha řadí plánování, organizování, výběr a rozmístění spolupracovníků, vedení lidí a kontrola. Průběžnými funkcemi, které procházejí všemi sekvenčními, jsou analýza řešených problémů, rozhodování a implementace. Grafické znázornění viz obrázek 1.



Obrázek 1 Sekvenční a průběžné manažerské funkce **Zdroj: Vlastní**

Rozhodování je nedílnou součástí veškerých manažerských aktivit, protože řídit znamená rozhodovat. Jedná se o proces, ve kterém si musíme vybrat ze dvou a více možností tu, která nejvíce přispěje k dosažení stanoveného cíle. Uplatňuje se ve všech manažerských činnostech, avšak nejvíce je spjato s plánováním. Při rozhodování by se měly uplatňovat nejen obecné postupy a principy, ale též intuice, zkušenosti a znalosti rozhodovatele.

Podkladem pro rozhodování jsou informace, které by měl manažer systematicky sbírat, analyzovat a posuzovat. Zatím co dříve byl sběr dat poměrně komplikovaný, zdlouhavý a finančně náročný, v dnešní době je možné získat obrovské množství informací v krátké době a bez větších nákladů. To může vést k opačnému problému, a to k zahlcení daty, která jsou ve většině případů bezpředmětná, či dokonce chybná. Manažer musí být schopen rozpoznat, které informace eliminovat a se kterými dále pracovat. Takové informace by měly splňovat kritéria, kterými jsou dostupnost, kvalita, včasnost, ucelenost a relevance.

- **Dostupnost** – informace je možné získat, což od manažera vyžaduje schopnost orientovat se v informačních zdrojích.
- **Kvalita** – kvalita je kritérium, podle kterého se informacím přikládá důležitost a rozumí se jí jejich přesnost, spolehlivost a ověřitelnost.
- **Včasnost** – získat informace ve chvíli, kdy jsou potřeba. V reálném čase.
- **Ucelenost** – získávané informace by se měly týkat všech faktorů, které danou situaci ovlivňují.
- **Relevance** – informace by měly být pro řešení problému podstatné.

Teprve na základě takovýchto informací je manažer schopen učinit rozhodnutí vedoucí k žádoucímu stavu.

1.1.1 Efektivní rozhodování

Manažeři jsou při své práci neustále stavěni do situací, ve kterých se musí snažit rozhodnout tak, aby společnost fungovala a prosperovala co nejlépe. Pokud by při řešení problémů aplikovali vždy první možné východisko ze situace a nesnažili se nalézt nejoptimálnější řešení, nemohli by zajistit konkurenceschopné hospodaření podniku. Základem efektivního rozhodování je splnění čtyř hlavních předpokladů, znázorněných na obrázku 2, které zvyšují pravděpodobnost dosažení kvalitních výsledků. Jsou to tedy kvalita, včasnost, akceptace a etika.

Obrázek 2 Předpoklady efektivního rozhodování **Zdroj: Dědina, J., Odcházel, J., Management a moderní organizování firmy**

Kvalitní rozhodnutí musí vézt k naplnění cílů podniku a přitom respektovat veškerá omezení (časová, finanční, personální, atd.) a požadavky. Musí naplňovat, nebo alespoň neomezovat zájmy veškerých stakeholders[1].

Požadavek **včasnosti** vychází z potřeby rozhodnout v určitém časovém rámci. Protože i to nejlepší řešení nepovede k efektivnímu výsledku, přijdeme-li s ním pozdě. Pozdě přijatá rozhodnutí můžou vézt například k neefektivnímu využití zdrojů, nebo ztrátě konkurenční výhody. Požadavek včasnosti může být zajištěn například rozličnými časovými plány, harmonogramy a rozvrhy.

Pro efektivnost rozhodování je nutné, aby bylo rozhodnutí chápáno a **akceptováno** všemi, které může ovlivnit. Manažeři musí získat podporu zaměstnanců na všech úrovních, aby byli v případě potřeby ochotni přizpůsobit se změnám, které rozhodnutí přinese.

„**Etika** při rozhodování souvisí s často konfliktními zájmy různých skupin ve firmě, odlišnými hodnotami a nejednoznačnými zákony a pravidly. Etika je mnohými podceňována, neetické chování totiž může z krátkodobého hlediska přinést určité výhody. Z dlouhodobého pohledu však může odhalení neetických praktik firmě velice uškodit, nebo ji úplně zničit.“[2]

1.1.2 Struktura a členění rozhodovacích problémů

Každý rozhodovací problém je složen ze stránky **meritorní**, jež se týká obsahu a je u každého rozhodovacího problému jiná (např. rozhodnutí o výrobním programu, kapitálových investicích, o organizačním uspořádání firmy a podobně) a stránky **procedurální** (formálně logické), kterou tvoří obecné postupy a techniky jak tyto situace řešit. Stránkou procedurální se zabývá teorie rozhodování a bude na ni zaměřena tato práce.

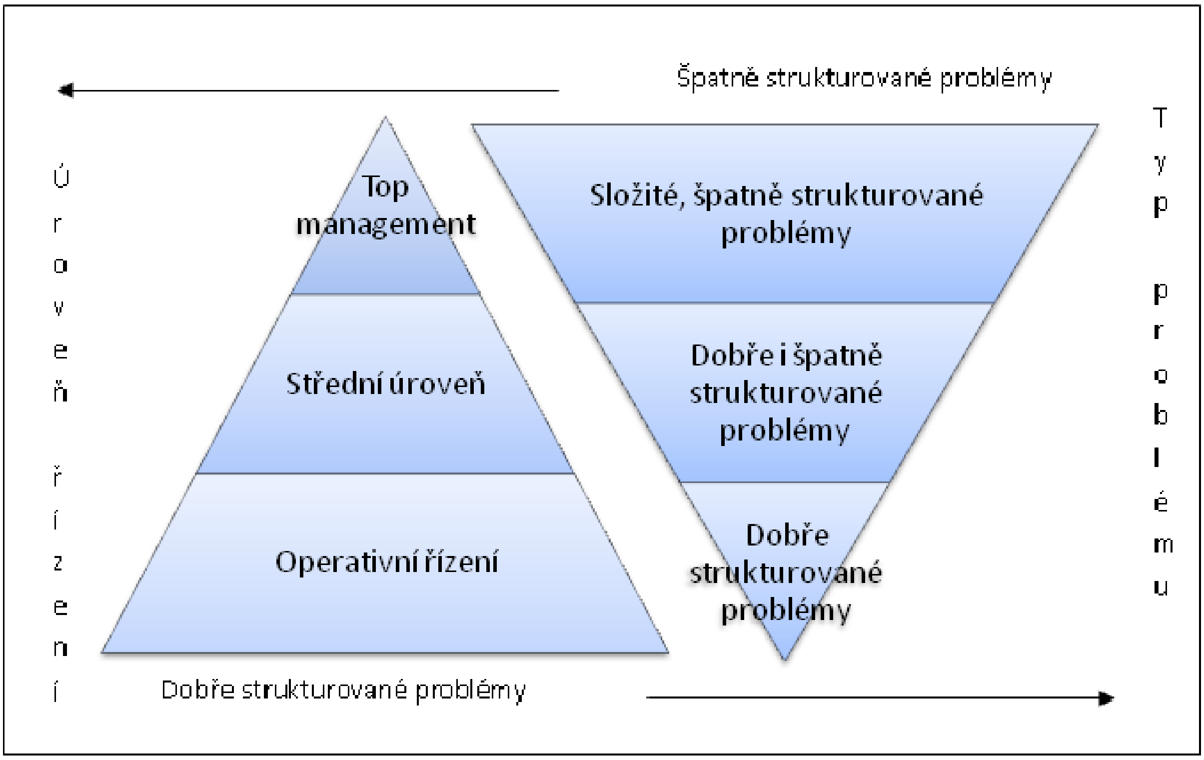
Dle míry informací o budoucích stavech a důsledcích variant můžeme rozhodovací situace rozdělit na rozhodování za jistoty, nejistoty, rizika a neurčitosti. Pokud rozhodovatel ví, který stav nastane a zná jeho důsledky, mluvíme o **rozhodování za jistoty**. V případě, že zná budoucí stavy, jejich důsledky a zároveň i pravděpodobnosti jejich nastání, jedná se o **rozhodování za rizika**. **Rozhodování za neurčitosti** nastává ve chvíli, kdy rozhodovatel zná cíle řešení, ale informace o výsledcích a pravděpodobnostech jejich dosažení nejsou dostupné. Více viz následující kapitoly.

[1] Veškeré osoby mající zájem na prosperitě a fungování podniku.

[2] Dědina, J., Odcházel, J., Management a moderní organizování firmy, Granada publishing, a.s., 2007, str: 73

Ne všechna rozhodnutí jsou komplikovaná a časově náročná, proto je vhodné odlišit problémy vyžadující kreativní přístup a odborné znalosti od těch, jež je možné vyřešit bez větší námahy na základě minulých zkušeností. Herbert A. Simon rozlišil dvě extrémní skupiny rozhodovacích problémů. Na jedné straně stojí **dobře strukturované problémy** (říká se jim též programovatelné), které se často opakují, jsou rutinní a pro jejich řešení byl již vytvořen standardní postup, můžou je tedy řešit pracovníci na nižších stupních řízení. Mezi ně se řadí například stanovení velikosti objednávky materiálu. Na straně druhé stojí **špatně strukturované problémy** (neprogramovatelné). Ty jsou nové a jen zřídkakdy se opakují. Pro řešení těchto problémů je potřeba tvůrčí přístup, dostatečné znalosti a zkušenosti a zpravidla probíhá na vyšších stupních řízení. Zde jde například o rozhodnutí o fúzi, o organizační struktuře podniku či výrobním programu.

S rozdělením rozhodovacích problému podle složitosti a strukturovanosti úzce souvisí i úroveň managementu, na které se budou řešit. Z tohoto hlediska rozlišujeme tři úrovně řízení a to operativní řízení, střední úroveň a vrcholové řízení (top management) viz obrázek 3.



Obrázek 3 Rozhodovací problémy podle úrovní řízení **Zdroj: Vacek, J: Manažerské rozhodování, přednášky**

1.2 Rozhodovací proces a jeho etapy

„Po ukvapeném rozhodnutí následuje lítost.“

Publilius Syrus

Většina rozhodnutí není chvilkových, vyžadují čas, je tedy přirozené, že je jejich průběh rozdělen do několika fází. Jedno z prvních rozdělení vytvořil americký filozof, pedagog a psycholog John Dewey. Podle něj se rozhodovací proces skládá z pěti kroků a to: zjištění problému, definice povahy problému, návrh možných řešení, ohodnocení návrhů a další pozorování a experimenty vedoucí k přijetí či zavržení návrhu. Jeho následovníky byli například Herbert A. Simon nebo Orville G. Brim, kteří tyto kroky přizpůsobili potřebám organizací.

Jednotlivé kroky rozhodovacího procesu mohou vypadat například následovně:

1) Identifikace problému a jeho analýza
2) Stanovení cílů
3) Tvorba variant řešení
4) Stanovení kritérií hodnocení variant
5) Vyhodnocení a výběr varianty určené k realizaci
6) Implementace řešení a následná kontrola

1) Identifikace problému a jeho analýza

Jde o první fázi rozhodovacího procesu, ve které je zjištěn problém vyžadující řešení. Tím může být například odchylka od plánovaného stavu, potřeba rozšíření podniku či vstup nového konkurenta na trh. Podstatou této fáze je shromáždění co nejvíce relevantních informací týkajících se dané situace, jejich analýza a vyhodnocení. Důležité je odlišit problémy od symptomů (například zvýšená zmetkovost nemusí být problémem, ale symptomem přílišného opotřebení stroje). Tím identifikujeme současné nebo potencionální situace, které mohou v podniku nastat a mít na něj negativní dopady.

Po provedení analýzy je možné určit, zda problém opravdu existuje, kde je umístěn a jak moc je pro nás významný. Tím odpovíme na otázky, které mají pro kvalitu řešení zásadní význam.

2) Stanovení cílů

Cílem rozhodování se rozumí stav, kterého má být řešením rozhodovacího problému dosaženo. V procesu rozhodování hrají cíle významnou roli, jelikož se jejich špatné nastavení v konečném důsledku projeví na kvalitě výsledků. Proto je vhodné při jejich stanovování vycházet z filosofie SMART, podle níž by měly splňovat pět základních pravidel. Měly by být:

Specific – konkrétní,
Measurable – měřitelné,
Attainable – dosažitelné,
Realistic – realistické,
Timed – časově omezené.

Manažerské problémy jsou však zřídkakdy zaměřeny pouze na jeden cíl. Současné systémy managementu jsou komplexnější a manažeři se snaží dosáhnout více souběžných cílů, z nichž některé mohou být **komplementární** (vzájemně se doplňují a podporují) a některé **konfliktní** (dosažení jednoho je na úkor druhého). U konfliktních cílů se musí manažer rozhodnout, který je pro společnost významnější.

3) Tvorba variant řešení

„Abychom mohli řešit rozhodovací problém, musíme nejprve sestavit co nejširší soubor variant řešení, jenž obsahuje veškeré použitelné varianty. Při malém počtu variant by nemuselo být nejlepší řešení nalezeno. Vzhledem k tomu, že by rozhodnutí dané situace mělo vést k překonání současného stavu a rozhodovatelé mají často sklony k stereotypnímu uvažování, mělo by se na tvorbě variant podílet více lidí s různou profesí, popřípadě použít některou z metod podporující kreativní myšlení (například brainstorming, brainwriting[3]…). Tím se zajistí různé přístupy k řešení daného problému.“[4]

4) Stanovení kritérií hodnocení variant

Kritéria hodnocení jsou charakteristiky variant zvolené rozhodovatelem sloužící k určení, v jaké míře jednotlivé varianty naplňují dosažení stanoveného cíle. Tvorba souboru

---

[3] Skupinové techniky zaměřené na generování co nejvíce nápadů na dané téma využívající asociace a volného proudu myšlenek.

[4] Koubová, K. Vícekriteriální hodnocení variant za jistoty - metody rozhodování založené na párovém srovnávání variant. Pardubice, 2008. 42 s. Bakalářská práce. Univerzita Pardubice.

kritérií je složitý proces vyžadující tvůrčí přístup a široké znalosti v dané oblasti. Proto jsou k tvorbě souboru kritérií hodnocení často přizváni odborníci v oboru.

5) Vyhodnocení a výběr varianty určené k realizaci

Na základě hodnocení se ze souboru variant řešení vybírá jedna konkrétní varianta, kterou realizujeme. Posuzuje se celková výhodnost přípustných variant, čímž získáme buď jednu celkově nejvýhodnější variantu, nebo jejich preferenční uspořádání, tedy seřazení od varianty nejvýhodnější po tu nejméně výhodnou. Pro tyto účely byly během let vytvořeny metody a přístupy na podporu rozhodování, kterými se budeme později v této práci zabývat.

6) Implementace řešení a následná kontrola

V této fázi dochází k realizaci zvolené varianty a porovnání výsledků se stanovenými cíli. „Jakékoliv rozhodování by mělo být procesem poskytujícím zkušenost a ponaučení, a proto schopnost odkrývat důvody, proč zvolené řešení bylo nebo nebylo úspěšné, poskytuje důležité vodítko pro další problémové situace, jimž rozhodovatel čelí.“[5] Při zjištění významných negativních odchylek je třeba přijmout nápravná opatření.

1.3 Intuitivní versus exaktní rozhodování

„Pragmatici se rozhodují na základě důvodů, hrdinové na základě intuice“

Jiří Vacek

Po manažerech se vyžaduje, aby byli schopni svá rozhodnutí racionálně zdůvodnit. Složitější rozhodnutí by měla být založena na exaktních postupech a matematických modelech, jejichž pomocí získá manažer objektivní zhodnocení jednotlivých variant a podklady pro následné rozhodnutí. Exaktními rozhodovacími metodami se zabývá teorie rozhodování a budou předmětem této práce.

Použitím exaktních metod nezíská manažer jasný pokyn, jak se musí rozhodnout, ale má pro něj informační charakter. Metody slouží ke zjednodušení a zpřehlednění komplikovaných rozhodovacích situací a poskytují podklady pro konečné rozhodnutí. Exaktní přístup by tedy neměl být uplatňován samostatně, ale měl by být kombinován s přístupem intuitivním, který vychází ze zkušeností rozhodovatele a přináší do rozhodování inspiraci a vhled potřebné

[5] Štrach, P.: Principy managementu, Praha, Vysoká škola ekonomie a managementu, 2008, str. 118

k identifikaci optimálních řešení. Dalším důvodem pro kombinaci s intuitivním rozhodováním je, že musí být při rozhodování zváženy i okolnosti, které nejsou exaktní metody schopny obsáhnout. Manažer by se tedy měl rozhodovat intuitivně avšak na základě podkladů získaných exaktními metodami, pokud to rozhodovací situace umožňuje.

2 Klasifikace rozhodovacích situací

Jak již bylo řečeno, rozhodovací situace je situace, ve které si vybíráme jednu ze dvou a více možností. Při rozhodování se racionální účastník snaží vybrat alternativu, která nejvíce přispěje k dosažení stanoveného cíle. Výběr této nejlepší alternativy se nazývá **optimální rozhodování**. Účastníky konfliktních situací nemusí být pouze fyzické osoby, může se jednat též o instituce, právnické osoby, osoby inteligentní, zčásti inteligentní, nebo indiferentní (náhodné jevy).

Racionálním (inteligentním) účastníkem rozhodovací situace rozumíme rozhodující se subjekt, který vychází z porovnávání možných výsledků a usiluje o výběr pro něj nejvýhodnější varianty.

Indiferentní účastník je oproti tomu k výsledkům rozhodování lhostejný. Může vyjadřovat stavy okolí či světa, jejichž nastání nemůžeme předvídat či ovlivnit (např. přírodní podmínky).

P-inteligentní účastníci jsou inteligentní osoby, kterým sice záleží na výši výhry, z nějakých důvodů se však nechovají tak, jak by se v rozhodovacích situacích zachovali účastníci racionální. Důvodem může být například časová tíseň nebo nedostatek informací. V tomto případě vyjadřuje $p \in <0;\ 1>$ číselný parametr charakterizující stupeň inteligence účastníka, kde 0 odpovídá účastníkovi indiferentnímu a 1 racionálnímu. V hodnotách mezi se bude s pravděpodobností p chovat jako účastník racionální a s pravděpodobností $p - 1$ jako účastník indiferentní.

Pokud při rozhodování vystupuje alespoň jeden racionální účastník a výsledky je možné hodnotit pomocí jedné charakteristiky, pak se jedná o rozhodovací situaci se **skalárním ohodnocením výsledků**. V případě, že lze výsledky hodnotit pomocí více charakteristik, mluvíme o rozhodovacích situacích s **vektorovým ohodnocením výsledků**.

Obecně můžeme rozhodovací situaci zapsat takto:

$$\left\{\begin{matrix} P = \{1, 2\ ..., n\}; & X_1, X_2, ..., X_n; & M_1, M_2, ..., M_n \\ Q = \{1, 2, ..., m\}; & Y_1, Y_2, ..., Y_m & \end{matrix}\right\} \tag{2.1}$$

P… množina racionálních účastníků

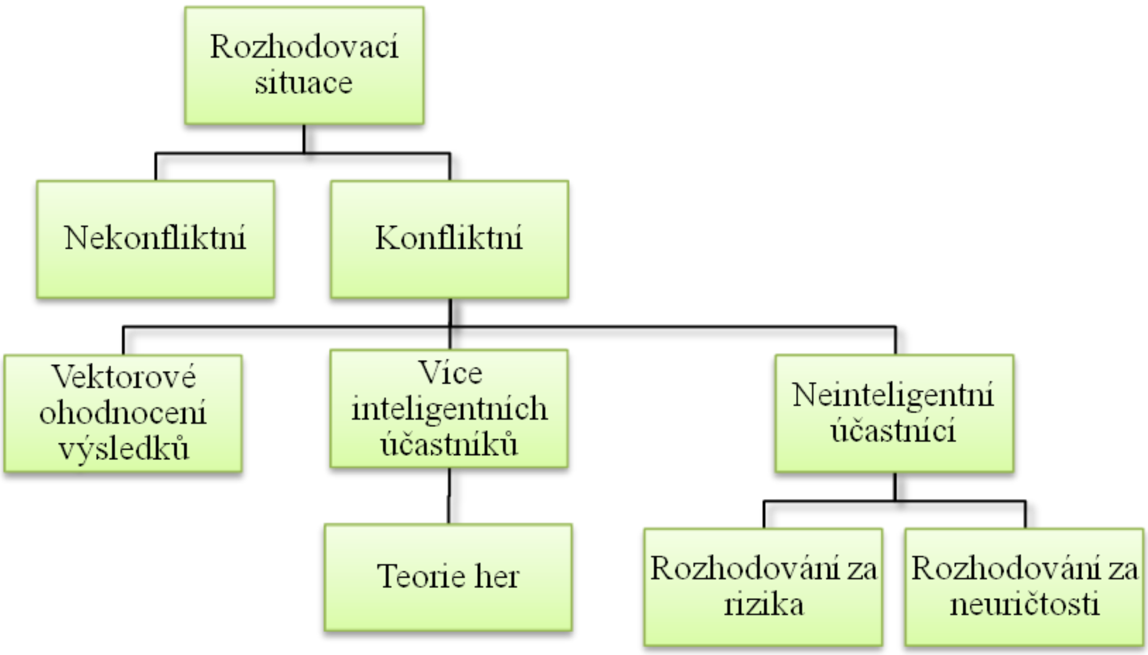
Q… množina indiferentních účastníků

$X_1, X_2, \ldots, X_n \ldots$ *n* množin variant racionálních účastníků

$Y_1, Y_2, \ldots, Y_m \ldots$ *m* množin variant indiferentních účastníků (stavy světa)

$M_1, M_2, \ldots, M_n \ldots$ *n* hodnotících funkcí racionálních účastníků neboli důsledků

Dělení rozhodovacích situací dle konfliktnosti je zobrazeno na obrázku 2.



Obrázek 4 Dělení rozhodovacích situací **Zdroj: Vlastní**

2.1 Nekonfliktní rozhodovací situace

Rozhodovací situace s jedním racionálním účastníkem a se skalárním ohodnocením výsledků se nazývá **nekonfliktní rozhodovací situace.** Jedná se například o rozhodování o výrobním programu podniku při zajištěném odbytu a pevně stanovených cenách. Můžeme říct, že jde o rozhodování za jistoty, jelikož jsou nám známy jak budoucí stavy, tak jejich důsledky.

„Budeme předpokládat, že důsledek rozhodnutí *x* lze charakterizovat číslem M(*x*), a to tak, že účastník dává důsledku rozhodnutí *x* přednost před důsledkem rozhodnutí *x*‘, právě tehdy, když M(x) > M(x‘).“ [6] Jinými slovy vybírá variantu s pro něj nejvýhodnějším výsledkem.

Studiem nekonfliktních rozhodovacích situací se zabývá matematické programování. V této práci se podrobněji nekonfliktními situacemi zabývat nebudeme.

2.2 Konfliktní rozhodovací situace

Konfliktní rozhodovací situací je situace, mající větší počet racionálních účastníků, alespoň jednoho indiferentního účastníka nebo vektorové ohodnocení výsledků.

Situacemi s větším počtem racionálních účastníků se zabývá **teorie her**. Využívá se například při obsazování nových strategických trhů, přidělování výdajů na reklamu či rozhodování o fúzi. Zde se můžeme setkat dvěma základními typy konfliktů.

Antagonistickým konfliktem nazýváme takový případ, ve kterém vystupují dva racionální účastníci s čistě protikladnými zájmy. Jeden ztrácí právě to, co druhý získává, proto zde neexistuje možnost spolupráce.

Pokud každý z dvou a více účastníků sleduje své vlastní zájmy, které však nejsou v přímém protikladu, mluvíme o **neantagonistickém konfliktu**. Více v kapitole teorie her.

Situace s alespoň jedním indiferentním účastníkem jsou předmětem teorie **rozhodování za neurčitosti a rizika**. Indiferentního účastníka považujeme za určitý typ náhodného mechanismu, který se rozhoduje podle nějakého rozložení pravděpodobností. Pokud je pro nás toto rozdělení pravděpodobností známé, jedná se o **rozhodování za rizika.** V opačném případě mluvíme o **rozhodování za neurčitosti**. Příkladem může být objednávka jídla na horské chatě, když nevíme, jaké bude počasí a kolik lidí přijde.

Posledním typem jsou situace s jedním racionálním účastníkem a vektorovým ohodnocením výsledků, těmi se zabývá teorie **mnohokriteriální optimalizace**. Např. výběr dodavatelů podle cen, kvality, spolehlivosti atd.

Jelikož jsme se mnohokriteriální optimalizací zabývali již v bakalářské práci, nebude jí nyní věnována pozornost a zaměříme se na teorii her a rozhodování za neurčitosti a rizika.

---

[6] Maňas M.: Teorie her a optimální rozhodování, , Praha, 1974, str. 12

2.3 Deskriptivní a normativní hledisko

Na teorii rozhodování se můžeme dívat ze dvou hledisek, normativního a deskriptivního. **Normativní teorie** nám říká, jak by rozhodování mělo probíhat, pokud bychom se chovali racionálně. Poskytuje návody pro postup řešení problému, jaké modely a jak používat. Jde o tvorbu norem, jejichž použitím dosáhneme žádoucí kvality rozhodnutí.

Oproti tomu **deskriptivní teorie** sleduje skutečné chování průměrného jedince v konkrétní rozhodovací situaci. Jde o popis, analýzu a hodnocení průběhu rozhodovacích situací, chování rozhodovatele a dalších účastníků rozhodovacího procesu. Studium deskriptivního hlediska patří spíše do humanitárních věd, jako jsou psychologie nebo sociologie, my se budeme nadále zabývat hlediskem normativním.

3 Teorie Her

Prvotním impulzem teorie her byla analýza běžných společenských a hazardních her, která se začala objevovat v pracích matematiků již od 17. století.

„V roce 1838 jeden z prvních matematizujících ekonomů Augustin Cournot navrhl model duopolu, v němž studoval optimální chování duopolistů, směřující k maximalizaci jejich zisků. Pojem řešení, který zde použil, byl později zobecněn a nazváno (Cournot) Nashova rovnováha. Je to ústřední koncepce racionálního chování používaná při analýze střetu zájmů bez možnosti kooperace mezi účastníky konfliktní situace.“[7]

Vznik současné teorie her, která se zabývá modelováním a analýzou rozsáhlé třídy konfliktních rozhodovacích situací, v nichž vystupuje dva a více racionálních účastníků, je datován na čtyřicátá léta minulého století. Za její zakladatele jsou považováni matematik John von Nezmann a ekonom a statistik Oskar Morgenstern. Jejich monografie „Theory of games nad economic behavior“, jenž navazuje na doposud známé poznatky z her hazardních a navíc je rozšiřuje o řešení konfliktních situacích v sociálních vědách, se stala základním dílem této vědní disciplíny. V této knize autoři upozornili na příbuznost analýzy konfliktů v ekonomii a analýzy strategických her. Od té doby vyšlo o teorii her mnoho dalších publikací.

Díky svému původu ve společenských hrách se u teorie her vyvinulo odlišné názvosloví, viz tabulka 1.

Tabulka 1 Základní pojmy teorie her

Teorie her	Ekonomická realita
Hra	Rozhodovací situace, konflikt
Hráč	Účastník konfliktu, rozhodovatel, firma, jedinec, politická strana, každý ovlivňující výplatu
Strategie	Konkrétní alternativa, kterou může hráč zvolit
Optimální strategie	Hráčem zvolená alternativa, která je pro něj nejvýhodnější
Prostor strategií	Seznam všech možných alternativ, které jsou hráči dostupné
Výplatní funkce	Výsledek hry, výhra či zisk hráče v závislosti na zvolených strategiích

Zdroj: Fiala, P., Dlouhý, J.: Základy kvantitativní ekonomie a ekonomické analýzy

[7] Maňas M., Teorie her a konflikty zájmů, Praha 2002, str. 6

„Účastníci konfliktní rozhodovací situace jsou tedy hráči. Každý hráč vybírá optimální strategii ze svého prostoru strategií podle hodnot výplatní funkce. Výplatní funkce určitého hráče závisí nejen na rozhodnutí hráče samotného, ale také na rozhodnutí ostatních hráčů.“[8]

Teorie her se využívá pro modelování chování ve strategických situacích, kde se jednotliví hráči nerozhodují pouze na základě výhodnosti jednotlivých variant pro ně samotné, ale musí brát v úvahu i chování ostatních subjektů, majících vliv na dosažené výsledky.

3.1 Hra v normálním tvaru

Teorie her využívá při popisu a řešení komplikovaných konfliktních situací různé matematické modely. **Modelem** rozumíme promítnutí charakteristik určitého objektu na objektu jiném, zvlášť vytvořeném pro jejich studium. Matematické modely popisují objekty pomocí matematického jazyka.

Základním z nich je takzvaná **hra v normálním tvaru**. Vychází z toho, že popisujeme-li konflikt, musíme znát:

- účastníky,
- jejich možnosti strategií,
- důsledky, které přinesou jednotlivé volby.

Matematicky ji lze zapsat následovně:

$$P = \{1, 2 \ldots, n\}; \quad X_1, X_2, \ldots, X_n; \quad M_1, M_2, \ldots, M_n \tag{3.1}$$

P… množina hráčů

$X_1, X_2, \ldots, X_n$ … prostory strategií hráčů

$M_1, M_2, \ldots, M_n$ … množina výplatních funkcí všech hráčů, které jsou definovány na kartézském součinu prostoru strategií

$$X = \prod_{i=1}^{n} X_i$$

Každý hráč si volí jednu ze svých strategií $x_i \in X_i$. V závislosti na výsledku určeném strategiemi ostatních hráčů, získá i-tý hráč sumu $M_i(x_1, x_2, \ldots, x_n)$, kterou nazýváme **výplatou**.

[8] Fiala, P., Dlouhý, J.: Základy kvantitativní ekonomie a ekonomické analýzy, str. 121

Předpoklady hry v základním tvaru jsou, že hráč je racionální, má úplné informace o všech prvcích modelu (3.1) a chování hráčů nezávisí na vnějších okolnostech. **Racionálním účastníkem** je potom takový hráč, který:

a) volí při daných strategiích ostatních hráčů takovou strategii, která maximalizuje jeho výplatní funkci,
b) očekává při tom, že se i ostatní hráči chovají racionálně.

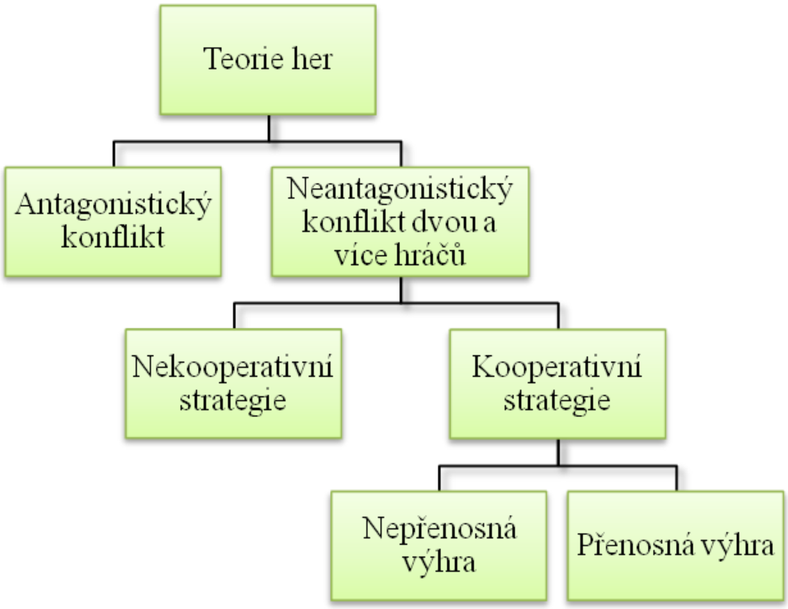
Nyní si hry rozdělíme podle několika kritérií:

1) Podle počtu hráčů na hry se **dvěma a více hráči**,
2) pokud jsou prostory strategií všech hráčů konečné množiny, mluvíme o hře **konečné**, v opačném případě **nekonečné**,
3) podle součtu plateb výplatní funkce hovoříme o hře s **konstantním součtem**, jestliže pro všechna $x_i \in X_i, i = 1,2,...,n$ platí

   $$\sum_{i=1}^{n} M_i(x_1, x_2, ..., x_n) = K$$

   kde K je konstanta nezávislá na volbě strategií $x_1, x_2, ..., x_n$. Jestliže součet výplatních funkcí závisí na volbě strategie hráčů, jedná se o hru s **nekonstantním součtem**. Speciálním případem je hra, s **nulovým součtem**, kdy se konstanta rovná nule.
4) Hry dvou hráčů s konstantním součtem jsou označeny jako **antagonistické** konflikty, v případě nekonstantních součtů a více hráčů jde o konflikty **neantagonistické**,
5) podle možnosti uzavírat dohody s ostatními hráči dělíme hry s nenulovým součtem na hry **nekooperativní** a **kooperativní**, kooperativní hry můžeme dále ještě rozdělit podle možnosti rozdělení výhry a to na hry s **výhrou přenosnou** a **nepřenosnou**.

Na obrázku 5 je znázorněno rozdělení her dle typu konfliktu.



Obrázek 5 Dělení typů konfliktů teorie her **Zdroj: Vlastní**

V této práci podrobněji rozebereme konečné typy konfliktů dvou a více účastníků.

3.2 Antagonistický konflikt

Jedná se o hru dvou hráčů, kdy jeden tratí právě to, co druhý získá. Součet výplatní funkce je v tomto případě roven konstantě *K*. Pomocí antagonistických her můžeme například řešit volbu strategií ovlivňování výsledků veřejné soutěže o získání nedělitelných zakázek.

3.2.1 Určení optimální strategie

Pro lepší přehlednost zavedeme následující označení prostorů strategií hráčů: $X_1 = X$ a $X_2 = Y$, prvky z X označíme x a prvky z Y označíme y. Výplatní funkci můžeme pro všechna $x \in X, y \in Y$ zapsat

$$M_1(x,y) = -M_2(x,y) + K,$$

protože známe-li hodnotu výplatní funkce prvního hráče a konstantu *K*, známe i hodnotu výplatní funkce hráče druhého.

Definice 1

Nechť $\{P = \{1, 2\}; X, Y; M_1(x, y), M_2(x, y)\}$ je hra s konstantním součtem. Optimální strategií hráče 1 v této hře nazveme takovou strategii $x^o \in X$, ke které existuje strategie $y^o \in Y$ tak, že

$$M_1(x, y^o) \leq M_1(x^o, y^o),$$

$$M_2(x^o, y) \leq M_2(x^o, y^o),$$

pro všechna $x \in X$ a $y \in Y$. Strategii y^o potom nazveme optimální strategií hráče 2.

V případě hry s nulovým součtem $\{P = \{1,2\}; X, Y; M(x, y)\}$ můžeme výplatní funkce hráčů označit $M_1(x, y) = M(x, y)$ a $M_2(x, y) = -M(x, y)$ a výše uvedené nerovnosti zapsat ve tvaru

$$M(x, y^o) \leq M(x^o, y^o) \leq M(x^o, y)$$

Z těchto nerovností vychází, že hráč, který se na rozdíl od soupeře nebude držet optimální strategie, přijde o část své výplaty (v nejlepším případě zůstane stejná). Takto definované optimální strategie se nazývají **Nashovy rovnovážné strategie**. Ve chvíli, kdy jí hráči dosáhnou, už nemají potřebu strategii měnit.

Řešením hry v normálním tvaru je tedy dvojce strategií (x^o, y^o), **cenou hry** je potom $M(x^o, y^o)$.

3.2.2 Konečný antagonistický konflikt – maticové hry

Hru dvou hráčů s konstantním součtem, kdy je prostor strategií každého z nich konečnou množinou, nazveme konečným antagonistickým konfliktem. Matematickými modely těchto konfliktů jsou **maticové hry**. Když se omezíme na případ K= 0, můžeme hru zapsat pomocí matice $A(a_{ij})$, kde $i = 1,2,\ldots,m$ jsou rozhodnutí prvního hráče (která odpovídají x), a $j = 1,2,\ldots,n$ rozhodnutí druhého hráče (která odpovídají y).

Definice 2

Konečnou hru s nulovým součtem $\{P = \{1, 2\}; X = \{1, 2,\ldots,m\}; Y = \{1, 2,\ldots,n\}; M(i, j) = a_{ij}, i \in X, j \in Y\}$, kde

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \cdots & a_{mn} \end{bmatrix}$$

je daná matice, nazveme **maticovou hrou.**

Matici A budeme nazývat **maticí hry**. Výše uvedené nám říká, že „hra“ se hraje tak, že si první hráč zvolí v matici A určitý řádek a hráč 2 si zvolí určitý sloupec. Výsledkem hry je částka a_{ij} na jejich průsečíku, kterou hráč 1 obdrží od hráče 2.

Nashovy rovnovážné strategie získáme tak, že budeme hledat takzvaný **sledovaný prvek**, který je zároveň **nejmenší ve svém řádku** a **největší ve svém sloupci**. Tento prvek je pro nás cenou hry. Řádek, ve kterém se nachází, udává optimální strategii prvního hráče a sloupec optimální strategii hráče druhého. Vychází se z preference konzervativního přístupu hráčů před vyšším rizikem. Proto vybírají nejprve nejnižší výplatu z každé možné varianty a z těch pak vybírají tu nejvyšší. Tento přístup bývá označen jako Minimax.

Postup při hledání sledovaného prvku může vypadat následovně:

1. Nalezneme nejnižší prvek pro každý řádek matice **A** , $(\min_j a_{ij})$
   tedy nejnižší možnou výplatu z dané volby strategie prvního hráče.
2. Z těchto prvků vybereme ten největší $(\max_i \min_j a_{ij})$
3. Nalezneme nejvyšší prvek pro každý sloupec matice **A** , $(\max_i a_{ij})$
   což je největší možná ztráta druhého hráče při dané strategii.
4. Z těchto prvků vybereme ten nejmenší $(\min_j \max_i a_{ij})$

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{m1} & a_{m2} & \dots & a_{mn} \end{bmatrix} \left.\begin{matrix} \rightarrow \min_j a_{1j} \\ \rightarrow \min_j a_{2j} \\ \dots \\ \rightarrow \min_j a_{mj} \end{matrix}\right\} \max_i \min_j a_{ij} \tag{3.3}$$

$$\underbrace{\max_i a_{i1} \quad \max_i a_{i2} \quad \dots \quad \max_i a_{in}}_{\min_j \max_i a_{ij}}$$

5. V tuto chvíli mohou nastat tři situace:
   a) Pokud platí pro jediný prvek rovnost $\max_i (\min_j a_{ij}) = \min_j (\max_i a_{ij})$ říkáme, že matice **A** má jeden sledovaný prvek a ten je Nashovým rovnovážným řešením. V následující matici je sledovaným prvkem číslo pět, řešením hry je tedy dvojce strategií (2; 3) a cenou hry M(2, 3) = 5.

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 6 & 2 & 4 \\ 6 & 7 & \mathbf{5} \end{bmatrix} \left.\begin{matrix} \rightarrow 2 \\ \rightarrow 5 \end{matrix}\right\} 5$$

$$\underbrace{6 \quad 7 \quad 5}_{5}$$

b) Ve chvíli, kdy platí výše uvedená rovnost pro více prvků matice, jsou tyto prvky alternativními rovnovážnými strategiemi. V tomto případě jsou to strategie (1; 3) a (2; 3), cena hry obou strategií je 5.

$$\mathbf{A} = \underbrace{\begin{bmatrix} 4 & 2 & \mathbf{5} \\ 6 & 7 & \mathbf{5} \end{bmatrix}}_{\underbrace{6 \quad 7 \quad \mathbf{5}}_{\mathbf{5}}} \left.\begin{matrix} \to 2 \\ \to \mathbf{5} \end{matrix}\right\} \mathbf{5}$$

c) Pokud matice nemá žádný sledovaný prvek, znamená to, že se nám optimální řešení daným způsobem nepodařilo nalézt. V tomto případě by se optimální strategie hledala pomocí **smíšeného rozšíření maticové hry**. Matice může vypadat například následovně:

$$\mathbf{A} = \underbrace{\begin{bmatrix} 4 & 2 & 8 \\ 6 & 7 & 4 \end{bmatrix}}_{\underbrace{6 \quad 7 \quad 8}_{6}} \left.\begin{matrix} \to 2 \\ \to 4 \end{matrix}\right\} 4$$

3.2.3 Smíšené rozšíření maticové hry

Pokud není pomocí maticové hry možné najít optimální řešení, pokračujeme tak, že hledáme pro každou strategii $i \in X$ a $j \in Y$ pravděpodobnost s jakou by měla být vybrána. Modelem je hra v normálním tvaru, ale není konečná. Označme (X) množinu všech možných rozložení pravděpodobností na X a (Y) množinu všech možných rozložení pravděpodobností na Y. Potom můžeme prostory strategií smíšeného rozšíření maticových her zapsat:

$$(X) = \{x^T = [x_1, \ldots, x_m] \; ; \; \sum_{i=1}^{m} x_i = 1, x \geq 0 \},$$

$$(Y) = \{y^T = [y_1, \ldots, y_m] \; ; \; \sum_{i=1}^{m} y_i = 1, y \geq 0 \}$$

a výplatní funkce

$$M(x, y) = \sum_{i=1}^{m} \sum_{j=1}^{n} x_i a_{ij} y_j = x^T \mathbf{A} y .$$

Prvkům z prostorů X a Y se říká **ryzí strategie**, prvkům z prostorů (X) a (Y) se říká **strategie smíšená**.

O smíšených rozšířeních maticových her platí takzvaná základní věta teorie maticových her:

Věta 1

Pro každou matici **A** existují vektory $x^o \in (X)$ a $y^o \in (Y)$ tak, že

$$x^T\mathbf{A}y^o \leq x^{oT}\mathbf{A}y^o \leq x^{oT}\mathbf{A}\boldsymbol{y}$$

pro všechna $x \in (X)$ a $y \in (Y)$.

Znamená to tedy, že má každé smíšené rozšíření maticové hry řešení.

Pro výpočet smíšeného rozšíření maticových her potřebujeme, aby byly všechny prvky matice kladné. Pokud tomu tak není, můžeme matici upravit přičtením stejného kladného čísla c ke každému prvku matice. Optimální strategie se tímto úkonem nezmění a cena hry bude $v + c$, tedy původní cena hry plus konstanta. Důkaz viz [11].

Důkaz věty 1 je konstruktivní a poskytne nám návod k řešení smíšeného rozšíření maticových her a nalezení optimálních strategií pomocí lineárního programování.

Uvažujme matici s kladnými prvky, kde v je takové kladné číslo, že pro libovolné pevné $x^o \in (X)$ a všechna $y \in (Y)$ platí

$$v \leq x^{oT}\mathbf{A}y. \tag{3.4}$$

Aby výše uvedená nerovnost platila pro všechna $y \in (Y)$ stačí, když bude platit pro všechny ryzí strategie y, tedy: [1, 0, …, 0], [0, 1, …,0], …, [0, 0, …, 1].

Po dosazení ryzích strategií s koeficienty $y_1, y_2, \ldots, y_n$ do vztahu (3.4) získáme lineární kombinaci nerovností, jejíž pomocí ověříme výše uvedené:

$$\begin{aligned} &a_{11}x^o_1 + a_{21}x^o_2 + \ldots + a_{m1}x^o_m \geq v \ (y = [1, 0, \ldots, 0]) \\ &\vdots \\ &a_{1n}x^o_1 + a_{2n}x^o_2 + \ldots + a_{mn}x^o_m \geq v \ (y = [0, 0, \ldots, 1]) \end{aligned} \tag{3.5}$$

Budou-li zároveň platit podmínky pro smíšenou strategii

$$\sum_{i=1}^{m} x^o_i = 1, x^o_i \geq 0 \tag{3.6}$$

a podaří se určit y^o tak, aby pro všechna $x \in (X)$ současně platilo i

$$v \geq x^T\mathbf{A}y^o, \tag{3.7}$$

pak bude x^o optimální strategií prvního hráče a v bude cenou hry.

Nerovnost (3.6) bude platit, budou-li zároveň platit i vztahy (3.8) a (3.9), který je podmínkou pro to, aby y bylo strategií.

$$\begin{aligned} &a_{11}y^o_1 + a_{12}y^o_2 + \ldots + a_{1n}y^o_n \leq v \ (x = [1, 0, \ldots, 0]) \\ &\vdots \end{aligned} \tag{3.8}$$

$$a_{m1} y^o_1 + a_{m2} y^o_2 + \ldots + a_{mn} x^o_n \le v \; (x = [0, 0, \ldots, 1])$$

$$\sum_{j=1}^{n} y^o_j = 1, y^o_j \ge 0. \tag{3.9}$$

Po zavedení nových neznámých

$$p_i = \frac{x^o_i}{v} \text{ a } q_j = \frac{y^o_j}{v} \tag{3.10}$$

můžeme (3.5) a (3.8) přepsat jako následující nerovnosti, na které můžeme nahlížet jako na úlohy lineárního programování, kde

$$\begin{aligned} &a_{11}\, p_1 + a_{21}\, p_2 + \ldots + a_{m1}\, p_m \ge 1 \\ &\vdots \\ &a_{1n}\, p_1 + a_{2n}\, p_2 + \ldots + a_{mn}\, p_m \ge 1 \end{aligned} \tag{3.11}$$

a $p \ge 0$ jsou omezení úlohy lineárního programování. A výplatní funkce $\sum_{i=1}^{m} p_i \; (= \frac{1}{v})$ funkcí, kterou máme **minimalizovat.**

Analogicky to platí i pro vztah (3.8),

$$\begin{aligned} &a_{11}\, q_1 + a_{12}\, q_2 + \ldots + a_{1n}\, q_n \le 1 \\ &\vdots \\ &a_{m1}\, q_1 + a_{m2}\, q_2 + \ldots + a_{mn}\, q_m \le 1 \end{aligned} \tag{3.12}$$

kde jsou (3.12) a $q \ge 0$ omezení duální úlohy a výplatní funkce $\sum_{j=1}^{n} q_j \; (= \frac{1}{v})$ je **maximalizační**. Řešení těchto úloh je možné pomocí simplexové metody.[9]

Snadno zjistíme, že mají obě duálně sdružené úlohy přípustná řešení, pro primární úlohu může být řešením například $p = 0$ a pro úlohu duální každý vektor q s dostatečně velkými složkami. Mají-li obě duálně sdružené úlohy přípustná řešení, pak mají i řešení optimální a hodnoty účelových funkcí se rovnají.

Řešení primární úlohy udává optimální strategie hráče 2 a řešení úlohy duální optimální strategie hráče 1.

[9] Postup pro nalezení optimálního řešení úlohy lineárního programování, který neprozkoumává všechna bazická řešení a přesto nalezne řešení optimální. Více viz [1].

3.2.4 Dominování a alternativní optimální strategie

Dominováním nazýváme situaci, kdy všechny prvky jednoho řádku (sloupce) matice jsou při jakémkoli výběru druhého hráče ostře vyšší, než prvky jiného řádku (sloupce). Říkáme, že řádek s nižšími prvky je **dominován** řádkem s vyššími a pro další výpočty ho můžeme vynechat. Účelem dominování je snížit množství řádků a sloupců v matici a tím výpočet zjednodušit.

Máme například maticovou hru s maticí

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 3 & 4 & 2 & 4 \\ 6 & 3 & 7 & 4 \\ 2 & 3 & -1 & 3 \\ 5 & 1 & 4 & 2 \end{bmatrix}$$

Všechny prvky prvního řádku jsou vyšší, než prvky řádku třetího. Třetí řádek je tedy dominován prvním a můžeme ho vynechat. Stejná situace nastává s řádkem druhým a čtvrtým. Pro další výpočet nám tedy zůstanou řádky první a druhý.

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 3 & 4 & 2 & 4 \\ 6 & 3 & 7 & 4 \end{bmatrix}$$

To samé můžeme provézt pro sloupce, kdy je druhý sloupec dominován čtvrtým. Výsledná matice tedy bude vypadat následovně.

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 3 & 2 & 4 \\ 6 & 7 & 4 \end{bmatrix}$$

Pokračujeme hledáním Nashova rovnovážného řešení pomocí vztahu (3.3).

$$\mathbf{A} = \underbrace{\begin{bmatrix} 3 & 2 & \mathbf{4} \\ 6 & 7 & \mathbf{4} \end{bmatrix}}_{\underbrace{6 \quad 7 \quad 4}_{4}} \begin{matrix} \rightarrow 2 \\ \rightarrow 4 \end{matrix} \Big\} 4$$

V tomto případě nám vyšlo, že matice **A** má dva sledované prvky. Optimálními strategiemi jsou strategie (1; 3) a (2; 3). Hráč 1 má tedy dvě optimální strategie, zatímco hráč 2 pouze jednu. Cena hry je 4. Této situaci říkáme, že existují **alternativní optimální strategie**.

3.3 Neantagonistický konflikt

V praxi se častěji setkáváme s neantagonistickým typem konfliktů, ve kterém nejsou zájmy hráčů v přímém protikladu. Výhra jednoho hráče nemusí být prohrou toho druhého. Modelem těchto konfliktů je hra dvou inteligentních hráčů s nekonstantním součtem.

Neantagonistické konflikty lze dle možností spolupráce hráčů rozdělit do dvou skupin. V prvním případě hráči předem nemohou uzavřít závaznou dohodu o tom, jakou strategii si zvolí, pak se jedná se o **hru nekooperativní**. V druhém případě je uzavření takovéto dohody možné, tyto situace nazýváme **hrami kooperativními**. Zda hráči dohodu uzavřou či nikoli záleží jak na situaci, ve které se rozhodují (například nemají možnost s protihráčem komunikovat, viz vězňovo dilema), tak na výhodnosti takto uzavřené smlouvy - hráči dohodu uzavřou, pokud budou oba po uzavření dohody dosahovat vyšší výhry, než by dosazovali každý zvlášť. Hry kooperativní se dále dělí ještě podle možnosti rozdělení výhry mezi hráče. Je-li možné mezi ně společně získanou výhru přerozdělit, mluvíme o hrách s **přenosnou výhrou.** V opačném případě o hrách s výhrou **nepřenosnou**.

3.3.1 Dvojmaticové hry

Matematickým modelem neantagonistických konfliktů dvou hráčů jsou hry dvojmaticové. „Dvojmaticová hra je určena maticemi **A** a **B**, které charakterizují výplatní funkce prvního a druhého hráče. Při výběru *i*-té strategie (i = 1, 2,…, m) prvního hráče a *j*-té strategie (j=1, 2, …, n) druhého hráče je hodnota výplatní funkce 1. hráče rovna prvku a_{ij}, u druhého hráče b_{ij}. Mezi hodnotami výher hráčů není na rozdíl od her s nulovým součtem přímý vztah.“[10]

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{m1} & a_{m2} & \dots & a_{mn} \end{bmatrix} \qquad \mathbf{B} = \begin{bmatrix} b_{11} & b_{12} & \dots & b_{1n} \\ b_{21} & b_{22} & \dots & b_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ b_{m1} & b_{m2} & \dots & b_{mn} \end{bmatrix}$$

Matice **A** a **B** se pro výpočet spojují do tabulky následujícího typu:

[10] Fiala, P., Dlouhý, J.: Základy kvantitativní ekonomie a ekonomické analýzy, Praha, Oeconomica, 2006, str. 125

$$\begin{bmatrix} a_{11}, b_{11} & a_{12}, b_{12} & \dots & a_{1n}, b_{1n} \\ a_{21}, b_{21} & a_{22}, b_{22} & \dots & a_{2n}, b_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{m1}, b_{m1} & a_{m2}, b_{m2} & \dots & a_{mn}, b_{mn} \end{bmatrix}$$

Hodnoty vlevo tedy vždy vyjadřují strategie prvního hráče, zatímco hodnoty vpravo patří strategiím hráče druhého.

Definice 3

Konečnou hru

$\{P = \{1, 2\}; X = \{1, 2, \dots, m\}\ ; Y = \{1, 2, \dots, n\}; M_1(i, j) = a_{ij}, M_2(i, j) = b_{ij}, i \in X, j \in Y\}$, (3.13)

kde a_{ij} a b_{ij} jsou prvky matic **A** a **B,** nazveme **dvojmaticovou hrou.**

Hledání optima dvojmaticových her probíhá obdobně jako u antagonistických konfliktů avšak liší se podle možnosti spolupráce.

Nyní si ukažme dvě zvláštní situace u neantagonistických konfliktů, které mohou nastat. V prvním případě se jedná o možnost porušení spolupráce a v případě druhém je otázkou získání prestiže.

Vězňovo dilema

Typickým příkladem neantagonistického konfliktu je hra s názvem „Vězňovo dilema“. Jedná se o popis situace uzavírání nezávazných dohod. V těchto dohodách vyvstává riziko jejich porušení, protože hráč, který se dohodou nebude řídit, získá mnohem vyšší výhru. Důvodem k takovému jednání může být krátkodobé či krátkozraké uvažování, to že hráči nemají strach z postihů, u firem například homogenita výrobků a nákladů, nadbytečná kapacita či nedostatek monopolní síly.

Jejich interpretace je následující: Jsou chyceni dva podezřelí z trestného činu, například Adam a Bob. Policie nemá pro jejich odsouzení dostatek důkazů, potřebují tedy jejich přiznání. Každý z vězňů má dvě možnosti, mlčet, nebo mluvit (spolupracovat, nebo nespolupracovat) ale s komplicem se nemá možnost závazně na spolupráci dohodnout. Dopady rozhodnutí (počet let ve vězení) jsou zapsány v následující tabulce.

Tabulka 2 Vězňovo dilema

		B	
		Mluvit	Mlčet
A	Mluvit	5; 5	0; 8
	Mlčet	8; 0	2; 2

Zdroj: Vlastní

Nejlepším výsledkem by pro oba bylo spolupracovat a mlčet, tedy odsedět si 2 roky, avšak bez možnosti uzavření závazné dohody je to pro oba velmi riskantní. Pokud by například Adam nespolupracoval, do vězení by vůbec nešel a Bob by tam strávil 8 let. Nakonec se tedy oba pravděpodobně rozhodnou mluvit a skončí ve vězení na pět let.

Podle studie provedené na Ohio State University je pravděpodobnost dodržení spolupráce závislá i na velikosti „výhry". Kdyby například při této hře vedlo mlčení obou hráčů k odsouzení na pouhý půlrok, pravděpodobnost spolupráce by byla mnohem vyšší.

Konflikty typu „kuře"

V případě vězňova dilematu pramenil hlavní důvod konfliktu z možnosti porušení dohody neboli nespolupráce. Konflikty, které jsou nazývány jako „kuře" vycházejí z otázky prestiže, nikoli výhodnosti jednotlivých řešení situace. Pro hráče je v některých případech důležitější rozdíl výhrami, nežli samotná velikost výhry. Mějme dva hráče, jež mají dvě možnosti jak se zachovat, a to ustoupit, či neustoupit. Důsledky rozhodnutí jsou popsány v následující tabulce.

Tabulka 3 Spor typu "kuře"

		2	
		Ustoupit	Neustoupit
1	Ustoupit	1; 1	-5; 5
	Neustoupit	5; -5	-20; -20

Zdroj: Vlastní

Pokud se oba hráči budou držet své strategie, tedy neustoupit a získat si prestiž, potom pro ně hra dopadne nejhůře, jak může (N; N). Možnost ústupku by zde nastala ve chvíli, kdyby byl odměněn výplatou s vyšší hodnotou, nežli je pro ně hodnota získané prestiže.

3.3.2 Nekooperativní strategie

Podobně jako u antagonistických konfliktů zde platí, že pokud hráči naleznou optimální strategii a jeden z nich ji poruší, přijde o část své výhry. Druhý hráč však již nezíská přesně tu částku, o kterou je první hráč poškozen. Může se dokonce stát, že odklon od optimální strategie jednoho hráče zapříčiní větší poškození druhého hráče, než je jeho vlastní. Definice rovnovážné strategie je obdobou definice 1.

Definice 3

Mějme dánu hru dvou hráčů s nekonstantním součtem $\{P = \{1, 2\}; X, Y; M_1(x, y), M_2(x, y)\}$. Dvojici strategií x^o, y^o nazveme rovnovážným bodem této hry, jestliže platí současně

$$M_1(x, y^o) \leq M_1(x^o, y^o),$$

$$M_2(x^o, y) \leq M_2(x^o, y^o),$$

pro všechna $x \in X$ a $y \in Y$. Strategie x^o se nazývá rovnovážná strategie hráče 1 a y^o se nazývá rovnovážná strategie hráče 2.

Při řešení dvojmaticových her může opět nastat několik situací:

a) Existuje jediný rovnovážný bod (Nashovo rovnovážné řešení), který udává optimální řešení pro oba hráče. Tímto bodem je dvojice čísel na průsečíku řádku a sloupce, kde **číslo vlevo je maximem v příslušném sloupci a číslo vpravo maximem na příslušném řádku.**

$$\begin{bmatrix} \mathbf{4;8} & -2;1 \\ -1;1 & 1;-1 \end{bmatrix}$$

b) Hra má více rovnovážných bodů, jeden je však pro oba hráče výhodnější než ostatní. Říkáme, že existuje **dominující rovnovážný bod**[11] a hráči si vyberou právě toto řešení. Mějme například maticovou hru danou maticemi A a B, jejichž hodnoty jsou zapsány v následující tabulce. Strategie prvního hráče jsou hodnoty vlevo, druhému hráči přísluší ty vpravo.

$$\begin{bmatrix} \mathbf{4;8} & -2;1 \\ -1;1 & \mathbf{3;6} \end{bmatrix}$$

[11] Rovnovážný bod, jehož prvky jsou ostře větší, nežli prvky ostatních rovnovážných bodů matice.

Rovnovážnými řešeními jsou strategie (1, 1) a (2, 2). Oba hráči se však shodnou na strategii (1, 1), protože dominuje strategii (2, 2).

c) Hra má více rovnovážných bodů, neexistuje však dominující rovnovážný bod a pro každého hráče je výhodnější jiné rovnovážné řešení. Například:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{3;8} & -2;1 \\ -1;1 & \mathbf{7;2} \end{bmatrix}$$

Hráč 1 by volil druhý řádek, protože na něm leží pro něj nejvýhodnější rovnovážné řešení, avšak hráč 2 by ze stejného důvodu volil sloupec první. Pokud by každý hráč trval na svém rovnovážném bodu, byl by výsledek, tedy strategie (2, 1), nevýhodný pro oba. Taková situace by byla řešitelná vzájemnou dohodou a ústupkem jedné strany, z hlediska teoreticko-herního však nemá řešení.

d) Dvojmaticová hra nemá žádné rovnovážné řešení. Při jeho hledání by se pokračovalo **smíšeným rozšířením dvojmaticových her.**

$$\begin{bmatrix} 2;4 & 1;-2 \\ 3;0 & -3;4 \end{bmatrix}$$

3.3.3 Smíšené rozšíření dvojmaticové hry

Stejně jako u konečného antagonistického konfliktu je možné řešit na první pokus neřešitelné dvojmaticové úlohy pomocí smíšeného rozšíření dvojmaticových her.

Definice 4

Hru dvou hráčů s nekonstantním součtem s prostory strategií

$$(X) = \{x^T = [x_1, \ldots, x_m] \,;\, \sum_{i=1}^{m} x_i = 1, x \geq 0$$

$$(Y) = \{y^T = [y_1, \ldots, y_m] \,;\, \sum_{i=1}^{m} y_i = 1, y \geq 0$$

a s výplatními funkcemi

$$M_1(x, y) = x^T\mathbf{A}y, \qquad M_2(x, y) = x^T\boldsymbol{B}y,$$

nazveme smíšeným rozšířením dvojmaticové hry (3.13).

Opět zde platí věta o smíšeném rozšíření her a jejich řešitelnosti.

Věta 2

Smíšené rozšíření každé dvojmaticvé hry má alespoň jeden rovnovážný bod.

Další věta nám udá návod jak postupovat při hledání rovnovážného bodu.

Věta 3

Nechť p je m-rozměrný vektor a q je n-rozměrný vektor. **A** a **B** nechť jsou matice s vesměs kladnými prvky typu m x n. Nechť e je vektor složený z m jedniček a f nechť je vektor složený z n jedniček. Potom vektory p^o a q^o jsou netriviálním (tj. = 0) řešením úlohy nelineárního programování

Maximalizovat

$$M(p, q) = p^T(\mathbf{A} + \mathbf{B})\, q - e^T p - f^T q \tag{3.14}$$

při omezeních

$$\mathbf{A}q \leq e, \qquad \mathbf{B}^T p \leq f, \tag{3.15}$$

$$q \geq 0, \qquad p \geq 0,$$

tehdy a jen tehdy, je-li $x^o = bp^o$, $y^o = aq^o$ rovnovážným bodem smíšeného rozšíření dvojmaticové hry (3.13), přičemž

$$\frac{1}{b} = f^T p^o,\ \frac{1}{a} = e^T q^o.$$

Pro p^o a q^o platí $p^{oT}\mathbf{A}q = e^T p^o$ a $p^{oT}\mathbf{B}q = f^T q^o$, takže vždy $M(p^o, q^o) = 0$.

Důkaz viz [11]

Pro každé p a q splňující podmínky úlohy (3.15) platí

$$M(p, q) = p^T\mathbf{A}q + p^T\mathbf{B}q - f^T p - e^T q \leq 0,$$

a $p^o = \frac{x^o}{b}$, $q^o = \frac{y^o}{a}$ jsou tedy netriviálním řešením úlohy (3.15).

Pro nalezení rovnovážného bodu dvojmaticové hry tedy stačí najít nenulové řešení úlohy nelineárního programování (3.15).

3.3.4 Kooperativní strategie – přenosná výhra

Proto, aby se hráči rozhodli pro spolupráci, musí nejprve zjistit, zda by díky tomu dosáhli vyšší hodnoty výplaty, než kdyby se rozhodovali každý zvlášť. První co musí udělat je výpočet výhry, jež by dosáhli při hře nekooperativní. Tuto výhru, která plyne z Nashova rovnovážného řešení nekooperativní hry, označujeme jako **zaručená výhra**. Je to výhra, kterou nemůže volba strategie protihráče ohrozit. Zaručená výhra 1. hráče nabývá hodnoty $v(1)$ a hráče 2. hodnotu $v(2)$. Tyto hodnoty si mohou hráči vypočítat z následujících vztahů:

$$v(1) = \max_{x \in X} \min_{y \in Y} M_1(x, y), \tag{3.16}$$

$$v(2) = \max_{y \in Y} \min_{x \in X} M_2(x, y).$$

Když znají výhry, které by získali každý zvlášť, vypočítají, jaké výhry mohou dosáhnout spoluprací. Její hodnota je $\boldsymbol{v(1, 2)}$.

$$v(1,2) = \max_{\substack{x \in X \\ y \in Y}} \left[M_1(x, y) + M_2(x, y) \right] \tag{3.17}$$

Uzavření dohody pro ně bude výhodné, nastane-li situace $\boldsymbol{v(1, 2) > v(1) + v(2)}$.

Z výše uvedeného je patrné, že **optimální strategie** u kooperativních her s přenosnou výhrou získáme jako maximální hodnotu při součtu matic **A** a **B**. Podmínkou nalezení optimální strategie je existence všech tří extrémů (3.16) a (3.17). Pokud existují, existuje i řešení hry.

Příklad 1

Uvažujme hru zadanou tabulkou 4:

Tabulka 4 Dvojmaticová hra

		Hráč 2		
		1	2	3
Hráč 1	1	1; 3	3; 2	3; 4
	2	3; 12	0; 0	7; 7
	3	3; 3	5; 8	9; 4

Zdroj: Vlastní

V případě **nekooperativní hry**, by byla optimálním řešením dvojice strategií **(3, 2)** s výhrami $M_1(3, 2) = 5$ a $M_2(3, 2) = 8$. Pro prvního hráče je třetí strategie dominantní, volil by ji tedy nezávisle na rozhodnutí druhého hráče. Pro druhého hráče je potom optimální řešením volba druhé strategie, protože jakékoli jiné rozhodnutí by vedlo k nižší výplatě.

Ve chvíli, kdy by existovala možnost uzavření dohody a **výhra** byla **přenosná** – dala se nějakým způsobem rozdělit, zjistili by si hráči nejprve podle vztahů (3.16) své zaručené výhry, $v(1) = 3$, $v(2) = 4$ a porovnali by je s velikostí společné výhry dosažené spoluprací $v(1, 2) = 15$. Jelikož platí, že $15 > (3 + 4)$, hráči by dohodu uzavřeli. Optimální řešením by byla dvojce strategií **(2, 1)**.

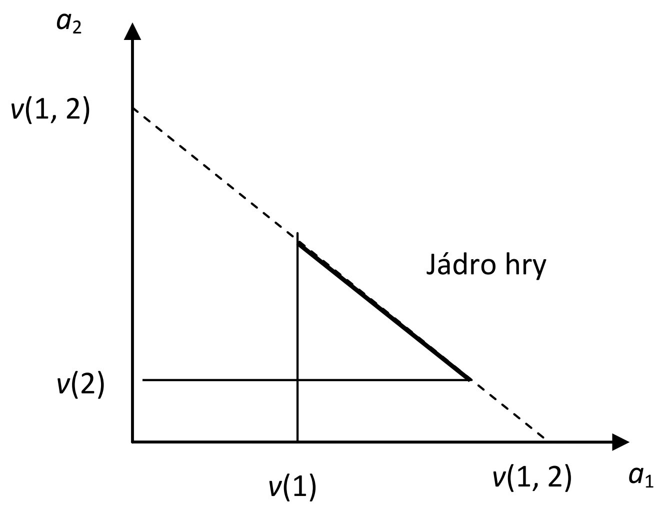
Vyvstává zde však problém, jakým způsobem celkovou výhru mezi hráče rozdělit. Označme části společné výhry, které dostanou jednotliví hráči a_1 a a_2. Tyto hodnoty za předpokladu, že splňují vztahy:

$$a_1 + a_2 = v(1, 2),$$
$$a_1 \geq v_1, \qquad (3.\ 18)$$
$$a_2 \geq v_2,$$

nazveme **rozdělením**.

Množinu všech rozdělení (a_1, a_2) nazveme **jádrem hry**. Ze vztahů (3.18) je patrné, že se mezi hráče musí rozdělit celá výhra a každý dostane minimálně hodnotu zaručené výhry, jinak by pro ně byla kooperativní strategie neefektivní. Způsob rozdělení výhry by se měl dohodnout při uzavření smlouvy.

Pokud se na problém podíváme graficky (obrázek 6), kde osy *x* a *y* představují hodnoty a_1 a a_2, bude celková výplata udána přímkou (v obrázku přerušovanou) vyjadřující všechny možnosti hráčů, jak výhru rozdělit. Po zanesení zaručených výher, které musí každý z hráčů podle podmínky (3.18) získat, dostaneme část přímky (v obrázku tučně), na které leží veškeré kombinace rozdělení (a_1, a_2), tedy jádro hry.



Obrázek 6 Grafické znázornění jádra hry **Zdroj: Fiala, P., Dlouhý, M,: Základy kvantitativní ekonomie a ekonomické analýzy**

Není jeden univerzální způsob rozdělení takto získaných výher mezi hráče, bylo však vytvořeno několik doporučených postupů, například:

1. Rozdělení celkové výhry mezi hráče v poměru, ve kterém se na společném výsledku podíleli. Tedy na jejich přínosu:

   $a_1 : a_2 = [v(1, 2) – v(2)] : [v(1, 2) – v(1)]$

2. Přiřazení zaručené výhry každému z hráčů a rozdělení zbytku ve výše zmiňovaném poměru.

   $a_1 = v(1) + \{[v(1, 2) – v(2)]/ [v(1, 2) – v(1)]\}$

   $a_2 = v(2) + \{[v(1, 2) – v(1)]/ [v(1, 2) – v(2)]\}$

3. Přiřazení zaručené výhry každému z hráčů a poté rozdělení toho, co získali kooperací navíc, rovným dílem. Matematický zápis této situace je:

   $a_1^o = v(1) + [v(1, 2) – v(1) – v(2)]/2$ (3.19)

   $a_2^o = v(2) + [v(1, 2) – v(1) – v(2)]/2$

Z těchto doporučení je nejvhodnější a nejčastěji používaný způsob uvedený v třetím bodu.

Řešením hry s přenosnou výhrou tedy není pouze určení optimální dvojce strategií x^o a y^o, ale i optimálního rozdělení výher a_1^o a a_2^o.

U hry zadané tabulkou 4, kde $v(1) = 3$, $v(2) = 4$ a $v(1, 2) = 15$, by si hráči rozdělili výhru: $a_1^o = 3+ [15 – 7]/2 =$ **7** a $a_2^o = 4 + [15 – 7]/2 =$ **8**. Hráč 1 by tedy získal 7 jednotek a druhý hráč 8.

3.3.5 Kooperativní strategie – nepřenosná výhra

Situace, které by se řešily podle této teorie, nejsou v praxi příliš rozšířené. Pokud už se rozhodnou dva subjekty spolupracovat, je tato spolupráce ve většině případů podložena závaznou písemnou dohodou. Je tedy možné zanést i podmínky sdílení důsledků společných rozhodnutí. „Kooperativní teorie s nepřenosnou výhrou byla navržena pro ty případy, kdy spolupráce je legální, ale přenos výhry má povahu úplatku, a je tedy nelegální, anebo pro případy, kdy chybí mechanismus, pomocí něhož by bylo možno přenos výhry realizovat.

(Např. při uzavírání smlouvy o omezení zbrojení je těžko možné, aby jedna mocnost platila druhé odškodné za to, že nebude zbrojit.)“ [12]

Prvním krokem je opět výpočet zaručených výher $v(1)$ a $v(2)$, viz (3.16). Oproti hře s přenosnou výhrou již neporovnáváme součet těchto hodnot s celkovou výhrou získanou spoluprácí, ale hledáme takovou strategii, která přinese vyšší výhru každému hráči zvlášť.

Definice 5

Uvažujme hru $\{P = \{1, 2\}; X, Y; M_1(x, y), M_2(x, y)\}$ s nepřenosnou výhrou. Dvojici čísel $[a_1, a_2]$ nazveme **dosažitelným rozdělením**, jestliže $a_1 \geq v_1$, $a_2 \geq v_2$ a jestliže existují strategie $x \in X$ a $y \in Y$ tak, že $a_1 = M_1(x, y)$, $a_2 = M_2(x, y)$. Množinu všech dosažitelných rozdělení označíme D.

Uzavření smlouvy o spolupráci má tedy význam (aspoň pro jednoho z hráčů), pokud existuje alespoň jeden prvek z dosažitelného rozdělení. Když bychom se vrátili ke hře zadané tabulkou 4, pak $D = \{[3; 4], [3; 12], [7; 7], [5; 8], [9; 7]\}$. Jelikož do množiny strategií splňujících výše uvedené podmínky může spadat více prvků, vybíráme ten s nejvyššími hodnotami výplat. Jeho nalezení nám usnadní definice 6.

Definice 6

Dosažitelné rozdělení $[b_1, b_2] \in D$ nazveme **paretovským**, jestliže neexistuje rozdělení $[a_1, a_2] \in D$ s vlastností $a_1 \geq b_1$ a $a_2 > b_2$ nebo $a_1 > b_1$ a $a_2 \geq b_2$. Množinu všech paretovských rozdělení označíme O.

Určením množiny O, získáme taková rozdělení, kdy neexistuje žádné rozdělení z množiny D, které by mělo jeden prvek minimálně rovný a druhý větší, než prvky spadající do O. V množině $D = \{[3; 4], [3; 12], [7; 7], [5; 8], [9; 7]\}$, příslušející k výše zadané hře, jsou tři paretovská řešení $O = \{[3; 12], [5; 8], [9; 7]\}$.

Pokud existuje jediné paretovské rozdělení, je pro nás rozdělením optimálním. Komplikace však nastávají, pokud je jich více. Optimální řešení potom nalezneme podle následující definice, která nám doporučuje vybrat takové z množiny paretovských řešení, jenž má nejblíže ke střední hodnotě všech řešení z této množiny.

[12] Maňas, M.: Teorie her a optimální rozhodování, Praha, 1974, str. 128

Definice 7

Nechť $b^o = [b_1^o, b_2^{\,o}]$ je střední hodnota rozložení pravděpodobností s nejmenším obsahem informace na množině O (pokud existuje). Rozdělení $a^{\,o} = [a_1^{\,o}, a_2^{\,o}] \in O$ nazveme **optimálním**, jestliže má vlastnost

$$\rho(a^o, b^o) = \min_{a \in Q} \rho(a, b^o) \tag{3. 20}$$

kde ρ je (euklidovská) metrika v $E2$. **Optimálními strategiemi** nazveme ty strategie $x^o \in X, y^o \in Y$, pro které platí $a_1^o = M_1(x^o, y^o)$, $a_2 = M_2(x^o, y^o)$.

Existuje-li a^o, existují i optimální strategie x^o a y^o.

V našem příkladu $b^o = [5\tfrac{2}{3}; 9]$, podle vztahu (3.20) najdeme optimální rozdělení, kterým je $a^{\,o} = [5; 8]$. Řešením **kooperativní hry s nepřenosnou výhrou**, zadané tabulkou 3, je dvojce strategií **(3; 2)**.

3.4 Konflikt *N* účastníků

Až doposud jsme se zabývali konečnými typy konfliktů se dvěma racionálními účastníky. Nyní počet účastníků rozšíříme na N (kde $N>2$). Matematickým modelem bude pro tento případ hra v normálním tvaru $\{P = \{1, 2, \ldots, N\}, X_1, X_2, \ldots X_n; M_1,(x_1, x_2, \ldots, x_N), \ldots, M_N(x_1, x_2, \ldots, x_N)\}$.

Tyto typy konfliktů jsou významné pro ekonomickou teorii, jelikož je jejich pomocí možné popsat chování oligopolních firem na trhu. **Oligopolním trhem** rozumíme nedokonalý trh, na kterém se vyskytuje malý počet navzájem se ovlivňujících výrobců (podniků) s velkým tržním podílem. Obdobně jako u konfliktu dvou hráčů mohou i zde vznikat mezi hráči dohody o spolupráci. Protože může dohodu uzavřít mezi sebou více hráčů, mluvíme o takzvané **tvorbě koalic**.

Nyní provedeme specifikaci některých veličin pro potřeby další práce s modely oligopolu.

- Modely oligopolu, ve kterých mohou hráči uzavírat dohody, budeme nazývat **koluzivními** (od slova koluze[13]), modely bez možnosti uzavření takové dohody pak budou **nekoluzivní**.
- Pro modely oligopolů je důležité určení takzvaných **strategických proměnných** (proměnné, jež mají výrobci možnost ovlivňovat a jejichž pomocí optimalizují své efekty z působení na trhu). Modely je možné rozdělit do dvou skupin na ty, pro něž je výchozí veličinou optimalizace výstupu a s tím spojený **rozsah dodávek** na trh za určité časové období a ty, jenž se snaží optimalizovat **ceny** těchto výstupů na trhu. My se však omezíme pouze na velikost dodávek na trh, cena pak bude určována interakcí tržní nabídky a poptávky.
- **Dohody o cenách** mezi oligopolisty jsou možné pouze, stanoví-li si zároveň rozsah dodávek na trh (množstevní nebo teritoriální rozdělení trhu), nebo při nízké cenové elasticitě poptávky. V opačném případě může dojít k takzvanému „vycenění" výrobců z trhu. Česká legislativa však cenové dohody mezi oligopolisty považuje za porušení hospodářské soutěže a tedy právě postižitelné.
- Další dělení modelů oligopolu je na modely **jednovýrobkové** – oligopolisté produkují jeden typ dokonale zastupitelného výrobku (s tímto typem budeme dále pracovat) a modely **vícevýrobkové** – oligopolisté prodávají celý výrobkový koš, který se však u jednotlivých výrobců lišit.
- Posledním omezením, které zde uvedeme, je, že výrobci sledují **jediný cíl** a to **maximalizaci zisku**.

3.4.1 Model nekoluzivního (nekooperativního) oligopolu

Tento model je zadán:

- Seznamem oligopolistů (hráčů): $P = \{1, 2, \ldots, N\}$,
- prostory strategií oligopolistů (v jakých mezích může každý z oligopolistů měnit rozsah dodávek na trh.): $X_i = \{x;\ x \in \langle 0; K_i \rangle\}$, a s tím souvisejícím rozsahem výroby $x_1, x_2, \ldots, x_N$, kde $x_i \in X_i$, pro $i = 1, 2, \ldots, N$,
- výplatními (ziskovými) funkcemi oligopolistů $M_i(x_1, x_2, \ldots, x_N) = x_i f(t) - c_i(x_i)$ udávajícími zisk, kterého může i-tý výrobce dosáhnout při rozsahu výroby x_i.

[13] Koluze je dohoda o spolupráci mezi firmami, která má předejít rivalitě vedoucí k „poškození" firem. Má různé formy, a to od neformální spolupráce až ke kartelové dohodě.

$c_i(x_i)$… nákladová funkce vycházející z rozsahu výroby

$p = f(t)$… cenová funkce, kde $t = x_1 + x_2 + \ldots + x_N$, neboli celkové množství jednotek dodané oligopolisty na trh.

Nákladové funkce jsou v celém definičním oboru $X_i = <0, K_i>$ spojité a neklesající, zatímco cenová funkce popisující závislost ceny na změně objemu množství zboží na trhu a je v celém definičním oboru spojitá a nerostoucí.

U tohoto typu her hledáme takové množství dodávek jednotlivých firem na trh, aby všechny dosahovaly co nejvyšších zisků (čím větší objem prodeje, tím větší zisk) a zároveň nedošlo k příliš velkému poklesu cen (čím větší množství zboží na trhu, tím nižší ceny). Obdobně jako u her se dvěma hráči hledáme optimální strategii pomocí rovnovážného bodu.

Definice 8

Mějme hru N hráčů v normálním tvaru. N-tici strategií $x^o = (x^o_1, \ldots, x^o_N)$ nazveme **rovnovážným bodem** této hry, jestliže platí současně $Mi(x^o_1, \ldots, x_i, \ldots, x^o_N) \leq Mi(x^o_1, \ldots, x^o_N)$ pro $i = 1, \ldots, N$ a všechna $x_i \in X_i$. Složka x^o_i se nazývá rovnovážná strategie i-tého hráče.

Pro rovnovážnou strategii tedy platí i zde již dříve uvedené pravidlo (Nashova rovnováha), že odchýlením se od rovnovážné strategie může hráč dosáhnout nejlépe stejných výsledků.

„Základní úloha řešená v souvislosti s teorií oligopolu spočívá ve stanovení podmínek, za nichž rovnovážné strategie existují a jsou jediné. Jestliže totiž vektorů rovnovážných strategií $(x^o_1, x^o_2, \ldots, x^o_N)$ existuje více, neposkytují racionální návod k jednání, neboť kombinace složek vektorů rovnovážných strategií netvoří obecně dohromady vektor rovnovážných strategií. Trh se pak automaticky nestabilizuje.“[14]

Nyní popíšeme způsob, jak dojít k jedinému rovnovážnému řešení modelu oligopolu, při dříve uvedených omezeních.

Rovnovážným bodem bude x^o právě když

$$M_i(x^o) = \max_{xi \in Xi} M_i(x^o{}_1, \ldots, x_i, \ldots, x^o{}_N) \qquad (3.21)$$

pro $i = 1, 2, \ldots, N$, funkce $M_i(x)$ budou konkávní v x_i a budou-li pro parciální derivace výplatních funkcí $M_i(x_1, x_2, \ldots, x_N)$ platit následující podmínky:

[14] Maňas, M.: Teorie her a konflikty zájmů, Vysoká škola ekonomická v Praze, 2002, str. 52

$$\begin{aligned}
&\frac{\partial M_i(x^o)}{\partial x_i} = 0 \Rightarrow 0 \le x^o{}_i \le K_i \\
&\frac{\partial M_i(x^o)}{\partial x_i} > 0 \Rightarrow x^o{}_i = K_i \\
&\frac{\partial M_i(x^o)}{\partial x_i} < 0 \Rightarrow x^o{}_i = 0
\end{aligned} \tag{3.22}$$

Pro zjednodušení se nyní omezme na případ, kdy jsou nákladové funkce oligopolistů i funkce ceny na trhu lineární a uvažujme model oligopolu s následujícím tvarem cenové a nákladové funkce:

$$f(t) = rt + s,$$

$$c_i(x_i) = p_i x_i + q_i,\ i = 1, 2, \ldots, N.$$

Zisk i-tého výrobce můžeme potom zapsat jako

$$M_i(x_1, x_2, \ldots, x_N) = x_i[r(x_1 + x_2 + \ldots + x_N)+s] - (p_i x_i + q_i).$$

Označme M_j‘ první parciální derivaci podle x_j, pak získáme vektor (x_1^{o}, x_2^{o}, …, x_N^{o}), který vyhovuje definici Nashovy rovnováhy s výše uvedenými vlastnostmi, řešením následující úlohy:

$$\underset{\text{x, v,w}}{\text{minimalizovat}} \sum_{j=1}^{N} (v_j x_j + (K_j = x_j) w_j + v_j w_j)$$

za podmínek

$$M_j' + v_j - w_j = 0, \qquad v_j \ge 0, \qquad w_j \ge 0,$$

$$0 \le x_j \le K_j, \qquad j = 1, 2, \ldots, N.$$

V minimalizační úloze byly zavedeny nové vektory pomocných proměnných v a w, zajišťující splnění podmínek typu „jestliže… pak“. Podrobnější informace naleznete v [11].

Aby řešení úlohy poskytlo rovnovážný bod, musí být optimální hodnota minimalizované funkce rovna 0. Úloha má **právě jedno řešení**, jsou-li splněny podmínky, které jsou v souladu s ekonomickým významem konstant p_i, q_i, r a s, tedy

$$p_i > 0,\ \ q_i > 0,\ \ s > p_i, \qquad i = 1, 2, \ldots, N.$$

Podmínky říkají, že s růstem produkce celkové náklady rostou, s růstem objemu dodávek na trh klesá jednotková cena a je-li cena produktu v případě jeho absolutního nedostatku na trhu nižší, než přírůstek nákladů u výrobce při zvýšení výroby o jednotku, je pro výrobce lepší dané zboží nevyrábět vůbec.

3.4.2 Model koluzivního (kooperativního) oligopolu

Stejně jako u her se dvěma účastníky mohou i zde hráči uzavírat vzájemné dohody o volbě strategií popřípadě přerozdělení výher. V případě her N hráčů se mluví o takzvané tvorbě **koalic**. Hráči dle výhodnosti utvoří jedno až N prvkové koalice, jejich soustava se nazývá **koaliční struktura**.

Počet možných koalic je zde roven počtu všech podmnožin N prvkové množiny, nepočítáme-li s prázdnými množinami, jedná se o číslo$2^N - 1$.

Dle koaličních struktur je možné tyto hry rozdělit do tří skupin:

- **Hry s volnou disjunktní koaliční strukturou.**
  V těchto hrách je možné tvořit libovolné koalice za účelem maximalizace zisku, avšak každý z účastníků může být součásti pouze jedné koalice. Tato teorie je nejlépe zpracována a budeme se jí nadále zabývat.
- **Hry s volnou nedisjunktní koaliční strukturou**.
  Zde je opět možné tvořit koalice libovolně, účastníci se však mohou vyskytovat ve více koalicích zároveň. Jelikož je poměrně komplikované určit veškeré koalice, do kterých může hráč patřit, často se při řešení omezujeme na jednu koalici, jež je pro něj nejvýhodnější a řešíme stejně jako typ hry s volnou disjunktní koaliční strukturou.
- **Hry s fixovanou koaliční strukturou**.
  Jedná se o hry, ve kterých je způsob tvorby koalic nějakým způsobem omezena.

Dále je možné tyto konflikty, dle možnosti přerozdělení společné výhry, rozdělit na konflikty s přenosnou a nepřenosnou výhrou. My se zaměříme na hry, kde je toto přerozdělení možné.

K uzavření dohod mezi oligopoly dojde ve chvíli, kdy na jejich základě všichni kooperující výrobci dosáhnou vyšších zisků. V předchozí kapitole jsme omezili možnost vyjednávání na dohody o vyráběném množství, s tímto omezením budeme pracovat i nadále. Spolupráce mezi oligopolisty spočívá v tom, že vyrábět budou především ti, kteří jsou schopni produkce s nižšími náklady. Zároveň však budou muset vykompenzovat ztráty oligopolistů, kteří svou výrobu sníží, či úplně utlumí. Aby tito na dohodu přistoupili, musí získat více, než kdyby dohodu odmítli a dál produkovali stejné množství.

Označme si Q koalici všech oligopolistů na trhu a K, L, M… ostatní možné koalice. Jinak pracujeme se stejnými charakteristikami jako u modelu koluzivního oligopolu, tedy seznamem oligopolistů, prostory jejich strategií a výplatními funkcemi, které jsou tvořeny nákladovou a cenovou funkcí.

Maximální zisk, který jsou všichni oligopolisté schopni dohromady vygenerovat je dán vztahem

$$v(Q) = \max_{X(Q)} \sum_{i=1}^{N} M_i(x_1, x_2, \ldots x_N).$$

Koalici všech oligopolistů však není vždy možné vytvořit, nemusí být ani nejideálnějším řešením, slabší výrobci mohou například požadovat příliš vysoké kompenzace za omezení výroby. Pro posouzení výhodnosti je nutné charakterizovat zisk, který jsou schopny vytvořit koalice $K \subset Q$. „Funkce $v(K)$, která každé koalici K (včetně Q) přiřazuje celkový zisk, touto koalicí vytvořený, se nazývá **charakteristická funkce** (oligopolu).“[15]Vyvstává zde však problém, jak zahrnout do výpočtu zisku koalice dodávky na trh, dodané ostatními výrobci, kteří nejsou členy této koalice. Pokud nemá koalice tyto údaje, nemůže ani ocenit své postavení na trhu a vytvořit strategie maximalizující její celkový zisk.

Zde se nabízejí dva možné přístupy:[16]

1. Kalkulovat pouze se ziskem, který lze vytvořit i při dodávkách, představujících pro členy koalice K nejhorší možný případ. Ten nastane, pokud oligopolisté – nečlenové koalice K – pošlou na trh objemy zboží v rozsahu jejich maximálních kapacit.
2. Kalkulovat s odhadem reálných rozsahů produkce, odvozeným zejména z postavení oligopolistů – nečlenů koalice K na trhu. Takovým vhodným odhadem jsou (Nashovy) rovnovážné strategie. Členové koalice K pak vlastně pracují s předpokladem, že si ostatní oligopolisté nevšimnou, že se chystají koluzívní dohody, a budou se chovat jako při konkurenci.

[15] Maňas M.: Optimalizační metody pro podnik, finance a trh, Vysoká škola ekonomická v Praze, Praha 1997, str. 86

[16] Maňas M.: Teorie her a konflikty zájmů, Vysoká škola ekonomická v Praze, 2002, str. 58

V případě poměrně nasyceného trhu a podobných průběhů nákladových funkcí oligopolistů je vhodné použít první variantu, jelikož se dá předpokládat, že budou oligopolisté stojící mimo koalici *K* vyrábět na plnou kapacitu. V ostatních případech je vhodnější přístup druhý.

Po určení strategie výrobců stojících mimo koalici *K* můžeme všem koalicím, které je možné vytvořit, přidělit velikost úhrnného zisku, jež jsou schopny vygenerovat. Ten je dán vztahem

$$\mathrm{V(K)} = \max_{X(K)} \sum_{i \in K} M_i(x_1, x_2, ..., x_N),$$

Kde maximalizujeme přes seznamy strategií členů koalice *K*. Hodnoty x_i, odpovídající výrobcům mimo koalici, jsou zafixovány v souladu s prvním nebo druhým přístupem.

Definice 9

Nechť $v(K)$ je reálná funkce definovaná na množině všech koalic, které lze vytvořit z koalice všech hráčů $Q = \{1, 2, \ldots, N\}$. Jestliže pro každé dvě disjunktní koalice *K* a *L* platí

$$v(K) + v(L) \leq v(K \cup L),$$

nazývá se funkce *v* **superaditivní**.

Charakteristickou funkci vypočteme opakovaným hledáním extrémů funkcí při vedlejších podmínkách.

Je-li tedy součet výher samostatně působících výrobců nižší, nežli hodnota společně vygenerované výhry, je pro ně spolupráce výhodná. V případě, že by ve vztahu platila pouze rovnost, nebyla by tvorba takové koalice opodstatněná. Taková funkce *v* se nazývá **aditivní**.

Jelikož jsou veškeré funkce spolupráce mezi oligopoly minimálně aditivní, dalo by se říci, že nejvýhodnějším řešením je vytvoření koalice všech výrobců, tedy koalice *Q*. Vytvoření takové koalice má však význam pouze za předpokladu takového rozdělení výplat (velikostí kompenzací), že nebude mít žádná z možných podkoalic důvod z koalice vystoupit.

Označme část celkového konečného efektu, kterou obdrží *i*-tý oligopolista, a_i. Potom bude koalice *Q* utvořena, bude-li mít následující soustava jedné rovnice a 2^N - 2 nerovnic řešení.

$$\sum_{i\in Q} a_i = v(Q),$$
$$\sum_{i\in K} a_i \geq v(K), \tag{3.23}$$

V opačném případě existuje alespoň jedna podkoalice, pro kterou je výhodnější optimalizovat své chování individuálně.

Koalice $K \subset Q$ pak bude vytvořena výrobci dosahujícími nejvyšší možného společného efektu a zároveň schopnými rozdělit tento efekt obdobně, jako je tomu ve vztahu (3.23), tak, aby neměl nikdo z nich důvod koalici opustit. Množinu všech řešení soustavy rovnice a nerovnic (3.23), či její obdoby nazveme **jádrem hry**. Oligopolisté nepatřící do koalice K mohou vylepšit své postavení tím, že vytvoří vlastní koalici. Nejprve zjistí, zda mají vztahy (3.23) jimi vytvořené koalice $Q - K$ (jde o rozdíl množin) řešení. Pokud ano, vytvoří protikoalici koalici K v opačném případě vyzkouší všechny možné podkoalice z $Q - K$, až naleznou maximální podkoalici vyhovující (3.23), tedy $L \subset Q - K$. Postup se opakuje, dokud zbývají hráči netvořící koalici (koalice může být i jednoprvková). Takto se na trhu vytvoří optimální koaliční struktura.

V případě, že má soustava (3.23) více řešení vyvstává otázka, podle kterého z nich by se měl skutečně vytvořený zisk rozdělit. Poměrně jednoduchým návodem je princip **rovného dělení superaditivních efektů**.

Superaditivním efektem rozumíme hodnotu, kterou je koalice schopná vygenerovat navíc k součtu všech zisků vyprodukovaných jednotlivými členy koalice zvlášť. Podle principu rovného dělení superaditivních efektů se pak jednotlivým členům přidělí část výhry, kterou by získali samostatně, a superaditivní efekt se rozdělí rovným dílem.

Ačkoli výše uvedený postup řešení kooperativního konfliktu vypadá logicky, není vždy možné jeho pomocí konflikt skutečně vyřešit. Komplikace mohou nastat ve chvíli, kdy může vzniknout více koalic K, majících nejvyšší hodnotu $v(K)$ a jsou schopny se spravedlivě rozdělit dle výše uvedených principů. „V nastalém přetahování o členy potřebné k vytvoření jedné z nejbohatších koalic mohou někteří kandidáti členství chtít víc než jen rovný podíl na superaditivním efektu. Jestliže pak hrozí, že někdo zůstane mimo lukrativní koalici, může na takové vydírání přistoupit.“[17]

[17] Maňas M.: Teorie her a konflikty zájmů, Vysoká škola ekonomická v Praze, 2002, str. 60

3.5 Možnosti ekonomické aplikace teorie her

V této kapitole popíšeme několik konkrétních situací, k jejichž řešení se dají výše uvedené modely využít.

Vstup na trh

Před tím než se společnost rozhodne vstoupit na nějaký trh, musí zmapovat stávající podniky na daném trhu a odhadnout jejich možné reakce na nově přicházející konkurenci. Jelikož expanze na nové trhy s sebou nese i poměrně velké riziko a vysoké vstupní náklady měla by společnost zvážit všechny možné alternativy a porovnat důsledky jednotlivých rozhodnutí. Zda se vstup na trh vyplatí či nikoliv můžeme namodelovat pomocí teorie her.

Příklad 2

Společnost uvažuje o vstupu na trh, který byl doposud ovládán jedinou firmou. Zároveň má alternativní možnost investovat kapitál do jiného odvětví, ve kterém by dosahovala zisku 40 tis. Kč. Při hodnocení možnosti vstupu na trh bere v úvahu dvě možné cenové strategie stávající firmy, a to že ponechá vysoké ceny - strategii označme V, nebo ceny sníží – strategii označme písmenem N. Strategie vstupující společnosti jsou obdobné.
Jedná se o konečný neantagonistický nekooperativní konflikt dvou hráčů, jejímž modelem je dvojmaticová hra $\{P= \{1, 2\}; X = \{N, V\}, Y= \{N, V\}; M_1(i, j) = a_{ij}, M_2(i, j) = b_{ij}, i \in X, j \in Y\}$. Hodnoty výplat jsou zadány následující tabulkou:

Tabulka 5 Vstup na trh - dvojmaticová hra

			Stávající společnost	
			N	V
A, B	Vstupující společnost	N	10 000, 10 000	**80 000, 20 000**
		V	20 000, 80 000	-1 000, -1 000

Zdroj: Vlastní

Z tabulky je zřejmé, že existují dvě rovnovážné strategie, a to strategie (V, N) a (N, V). Pro nově vstupující společnost je však výhodná pouze strategie (N, V), kde dosáhne zisků 80tis. Kč. V jiném případě by zvolila alternativní možnost zhodnocení kapitálu. Na daný trh tedy vstoupí s nízkými cenami. Pokud bude stávající společnost jednat racionálně, ponechá ceny vysoké, v opačném případě by byly její zisky o 10 tis. Kč nižší.

Náklady na reklamu

V dnešní době tvoří výdaje na reklamu nezanedbatelnou část firemních nákladů. Zejména společnosti vyrábějící homogenizované produkty se potřebují odlišit od konkurence, informovat spotřebitele, proč by si měl koupit právě jejich výrobky, potřebují „být vidět“ a tím se zapsat do povědomí zákazníků.

Ne vždy však reklama přináší tížené efekty. Pokud se rozhodnou investovat do reklamní kampaně všechny společnosti se zastupitelnými výrobky, vynaloží vysoké náklady avšak bez patřičné odezvy spotřebitelů (zvýší se sice odbyt daného odvětví, ale rozloží se mezi všechny propagující výrobce). Bylo by tudíž pro ně výhodnější od reklamy upustit. Naopak pokud se do reklamní kampaně rozhodne investovat jediná z těchto společností, získá časem oproti konkurenci nemalé výhody. Jak se má však společnost rozhodnout, zda do reklamy investovat, na jakých trzích a v jakém rozsahu tak, aby netratila, když se s konkurencí nemůže dohodnout? Situaci je možné popsat pomocí teorie her.

Příklad 3 - Reklama ano či ne

Možným příkladem je konkurenční boj dvou výrobců tabákových výrobků, který probíhal v 60. letech minulého století na Americkém trhu. Společnosti Reynolds a Philip Morris stály před rozhodnutím, zda investovat do reklamní kampaně v televizi či nikoli. Řekněme, že zisky z prodeje tabákových výrobků každé z firem tvořily 50 mil. dolarů. Náklady na reklamu v televizi činily 20 mil. dolarů. Pokud by se jedna z firem rozhodla do reklamy v televizi investovat a druhá ne, získala by navíc 30 mil. dolarů z původních zisků konkurenta.

Každá ze společností měla tedy 2 možné strategie a to do reklamy investovat – označme si tuto strategii jako I a neinvestovat – N. Jedná se o konečný neantagonistický konflikt dvou inteligentních účastníků bez možnosti spolupráce. Řešit ho můžeme pomocí dvojmaticové hry zadané: $\{P = \{1, 2\}; X = \{I, N\}, Y = \{I, N\}; M_1(i, j) = a_{ij}, M_2(i, j) = b_{ij}, i \in X, j \in Y\}$

Tabulka 6 Náklady na reklamu – dvojmaticová hra

			Philip Morris N	Philip Morris I
A, B	Reynolds	N	50, 50	20, 60
		I	60, 20	**30, 30**

Zdroj: Shor M.: Game theory and business strategy, lemure 3

Jedná se zde o hru typu vězňovo dilema, kdy nejlepší variantou by při možnosti spolupráce bylo do reklamy neinvestovat, tedy zvolit strategii (N, N). Společnost Reynolds však ví, že bude-li do reklamy investovat a společnost Philip Morris ne, získá o 10 mil. dolarů ročně víc, než kdyby se také rozhodla neinvestovat. Pokud se však rozhodne do reklamy neinvestovat a Philip Morris investovat, získá o 10 mil. dolarů méně, než pokud by investovaly obě. Obdobně uvažuje i společnost Philip Morris. Pokud se budou chovat obě společnosti ze svého pohledu racionálně, budou do reklamy investovat a jejich zisky budou nižší, než kdyby reklamu neuplatňovaly. Sejdou se na strategii (I, I).

V roce 1970 byl však Kongresem Spojených států přijat zákon o zákazu televizní reklamy na tabákové výrobky. Tento zákon byl přijat jako reakce na zprávu vydanou Office of the Surgeon Genera, že kouření poškozuje zdraví. Následkem tohoto kroku byl přesun strategií společností na strategii (N, N) a tím dosažení, alespoň krátkodobě, vyšších zisků.

Rozdělení výdajů na reklamu

Obdobným způsobem můžeme postupovat i v situaci, kdy zvažujeme reklamní kampaně na několika trzích, či přidělujeme prostředky na podporu prodeje portfoliu výrobků. Namodelování takové situace prostřednictvím teorie her nám umožní získat přehled o možných ziscích z jednotlivých strategií ovlivněných chováním konkurence a vybrat nejvhodnější strategie.

Aukce – obálková metoda

Tento typ tvorby nabídky se využívá zejména při veřejných dražbách či při zadávání veřejných zakázek. Jedná se o typ aukce, při které všichni účastníci (dražitelé) odevzdají své zapečetěné nabídky, takže žádný z nich nezná výši nabídek ostatních. Zakázku nebo předmět aukce získává účastník, který podá do určitého data nejlepší nabídku. V podmínkách aukce bývá často stanovena minimální hodnota nabídky.

Pokud budeme brát obálkovou soutěž jako jednu z investičních variant, můžeme rozhodnutí o výši nabídky namodelovat pomocí teorie her.

Příklad 4

Uvažujme aukci, kde dva se investoři ucházejí o tři různé nemovitosti. Každý z nich podá svou nabídku písemně v obálce, po vyhodnocení získá nemovitost ten investor, který nabídl více. Minimální prodejní cena (levněji je majitel neprodá) každého objektu je 10 milionů. Hodnoty nemovitostí jsou s1 = 40 milionů, s2 = 22 milionů, s3 = 20 milionů. První investor má k dispozici částku 20 milionů, druhý 10 milionů. Pro jednoduchost uvažujme, že přijatelné nabídky jsou pouze v desítkách milionů, zde tedy 10 nebo 20.[18]

Rozhodovací situaci můžeme popsat jako hru 2 inteligentních účastníků s nekonstantním součtem a omezeným počtem strategií. Modelem tedy bude dvojmaticová hra, zadaná jako:

$\{P = \{1, 2\}; X, Y; M_1(i, j) = a_{ij}, M_2(i, j) = b_{ij}, i \in X, j \in Y\}$

Velikosti možných výher účastníků získáme jako rozdíl hodnoty nemovitosti a ceny, kterou jsou ochotni za ni nabídnout.

Soubor strategií prvního investora obsahuje 6 variant:

X1 = [20, 0, 0]   X2 = [0, 20, 0]   X3 = [0, 0, 20]
X4 = [10, 10, 0]   X5 = [10, 0, 10]   X6 = [0; 10; 10]},

kde čísla představují nabídnutou částku a pozice investiční variantu. Soubor strategií druhého investora je tvořen 3 možnostmi:

Y1 = [10, 0, 0]   Y2 = [0, 10, 0]   Y3 = [0, 0, 10].

Tabulka 7 Aukce, obálková metoda - dvojmaticová hra

A,B			Investor 2		
			Y_1	Y_2	Y_3
		X_1	20, 0	20, 12	20, 10
		X_2	2, 30	2, 0	2, 10
		X_3	0, 30	0, 12	0, 0
	Investor 1	X_4	**27, 15**	36, 6	42, 10
		X_5	25, 15	40, 12	35, 5
		X_6	22, 30	16, 6	17, 5

Zdroj: Vlastní

Jelikož má hra pouze jedno rovnovážné řešení, jedná se o Nashovu rovnováhu. Pro investora 1 je optimální navrhnout v aukci po 10 mil. Kč na nemovitosti S1 a S2, hodnota

[18] *Euler.fd.cvut.cz* [online]. 2009 [cit. 2010-04-24]. Příklady neantagonistických konfliktů. Dostupné z WWW: <http://euler.fd.cvut.cz/predmety/teorie_her/priklady_neantag.pdf

jeho výhry činí 27 mil. Kč. Druhému investorovi se vyplatí vložit nabídku 10 mil. Kč na nemovitost S1, jeho výplata potom činí 15 mil. Kč.

Dilema členů kartelu

Mezi členy kartelu se jedná o dohody, které nejsou právně vynutitelné, naopak jsou v našich podmínkách tyto dohody trestné, jelikož přinášejí členům kartelu vyšší zisky na úkor konečného spotřebitele. Pokud se tedy oligopoly rozhodnou spolupracovat – prodávat určité množství za určitou cenu, mohou se spolehnout pouze na slovo dané svému konkurentovi. Existuje zde však riziko, že konkurent dohodu kvůli vidině vyšších zisků poruší. Takovou situaci můžeme popsat pomocí vězňova dilematu

Příklad 5

Mějme dvě společnosti nabízející určitý statek, například tenisové míčky. Společnosti se dohodnou, že nebudou prodávat pod určitou cenou a nepřekročí určité množství. Označme členy kartelu A a B. Každý z nich má dvě možnosti a to dohodu neporušit – označme N, nebo dohodu porušit – označme P. Hodnoty výplatních funkcí jsou zadány následující tabulkou.

Tabulka 8 Dilema členů kartelu - dvojmaticová hra

		B	
		N	P
A	N	50, 50	20, 70
	P	70, 20	40, 40

Zdroj: Buchta, M.: Mirkoekonomie II, Univerzita Pardubice, Pardubice, 2006, str. 125-

Optimální situace by byla, kdyby se obě společnosti chovaly dle dohody, to by vedlo k ziskům 50 mil. Kč pro každého člena. Pokud by se však například společnost A rozhodla dohodu porušit, její zisk by vzrostl o 20 mil. Kč, což je velmi lákavé. Společnost B by naopak tratila 30 mil. Kč. Stejně by mohla uvažovat společnost B. Jelikož ani jedna ze společností nemá jistotu, že druhá dohodu dodrží, skončí nakonec na poli (P, P) se zisky po 40 mil. Kč. Tratit budou oproti ideální situaci každá 10 mil. Kč, avšak stále jsou na tom lépe, než kdyby jedna z nich dohodu dodržela a druhá ne.

Z výše uvedeného plyne, že kartelové dohody nejsou kvůli nemožnosti jejich právní vynutitelnosti dlouhodobě stabilní.

Další možné situace řešitelné pomocí teorie her

Mezi další možné ekonomické aplikace teorie her patří například určení **cenové strategie** společnosti, kdy má na výběr mezi několika cenovými hladinami výrobku, avšak neví, jakým způsobem bude na jednotlivé ceny reagovat konkurence. Hra by se namodelovala pomocí vězňova dilematu.

Častým případem použití teorie her je též boj o zakázky, kdy společnost vypíše zakázku například na stavbu hotelu, účastníci soutěže potom podávají své nabídky tak aby zakázku získali, avšak byla pro ně stále ještě výhodná.

Teorie her má velké využití nejen v ekonomické praxi, ale ve spoustě dalších disciplín. Vhodná je zejména v situacích kdy musíme při rozhodování uvažovat i rozhodnutí a reakce protihráče, jenž ovlivňuje námi dosahované výsledky.

4 Rozhodování za neurčitosti a rizika

„Chování každého z nás, řídí snaha minimalizovat vlastní riziko a maximalizovat svou odměnu.“

Jack Welch

Dalším typem konfliktních rozhodovacích situací jsou takové situace, ve kterých již nevystupují pouze inteligentní účastníci, ale objevují se zde i účastníci indiferentní neboli stavy světa. Ti již nesledují své vlastní zájmy a do hry zasahují zcela náhodně. Může se jednat například o počasí, velikost poptávky, sledovanost reklamy atd. Teorie, která se těmi to typy situací zabývá, se nazývá teorie rozhodování za neurčitosti a rizika.

„Rozhodování za rizika a nejistoty je úlohou, kdy rozhodovatel musí volit mezi dvěma nebo více alternativami, z nichž každá má možné výstupy, závislé na náhodném výskytu jednoho ze vzájemně se vylučujících a souhrnně úplných stavů.“[19] Stavy světa může představovat například počasí při pořádání venkovních akcí, velikost poptávky po novém výrobku při jeho uvedení na trh či vývoj úrokových měr u investičních rozhodnutí.

Takové rozhodovací situace jsou zadány:

- účastníky rozhodovací situace,
- variantami rozhodování racionálních účastníků,
- stavy světa, které mohou nastat, neboli akcemi indiferentních účastníků,
- důsledky jednotlivých stavů vzhledem k variantám,
- u rozhodování za rizika ještě pravděpodobnostmi, s nimiž jednotlivé stavy nastanou.

Pro lepší přehlednost označme množinu stavů světa S, pak můžeme situaci zapsat následovně:

$$\{P = \{1\}; Q = \{1\}; X; S; M(x, y); p(S_i) = \{1, 2, \ldots, n\}\}$$

Množina P se skládá z jednoho racionálního účastníka

Množina Q z jednoho indiferentního účastníka

X … množina variant vytvořených racionálním účastníkem

S… množina variant indiferentního účastníka – stavů světa

$M(x, y)$ … hodnotící funkce

$p(S_i)$ … pravděpodobnosti nastání jednotlivých stavů.

[19] Vacek, J.: Rozhodování za rizika a nejistoty, TYPOS, tiskařské závody, a. s., Plzeň, 2008, str.14

4.1 Postoj rozhodovatele k riziku

Rizikem rozumíme určitou pravděpodobnost toho, že budoucí stavy nedopadnou podle našeho očekávání, neboli dojde k odchylce od očekávání.

Důležitou roli při rozhodování za rizika a nejistoty, a to zvláště ve fázi hodnocení variant a výběru varianty určené k realizaci, hraje postoj rozhodovatele k riziku. Každý rozhodovatel vnímá riziko jinak a zaujímá k němu jiný postoj, tím může být averze, sklon, nebo neutrální postoj k riziku.

Rozhodovatel s **averzí k riziku** upřednostňuje varianty méně rizikové, které mu s vyšší jistotou zaručují dosažení pro něj přijatelných výsledků. Rozhodovatel se **sklonem k riziku** naopak zvolí vždy variantu, která mu přinese vyšší výsledky, i když je s ní spojeno vyšší riziko. Pokud má rozhodovatel k riziku **neutrální postoj**, jsou pro něj averze a sklon k riziku ve vzájemné rovnováze.

„Postoj rozhodovatele k riziku patří k jednomu ze základních pojmů teorie rozhodování za rizika a nejistoty. Jeho definice je založena na chování rozhodovatele v situaci, kdy má možnost volby mezi dvěma variantami, z nichž jedna je riziková a druhá neriziková. Předpokládejme např., že riziková varianta vede s pravděpodobností p_1 k výsledku x_1 a s pravděpodobností $1 - p_1$ k výsledku x_2. Nezisková varianta nechť s jistotou zaručuje dosažení výsledku, který je roven očekávané (střední) hodnotě výsledku první varianty, tj. zaručuje dosažení výsledku $x_1 \, p_1 + x_2 \, (1 - p_1)$.“[20]

Rozhodovatel s averzí k riziku dá vždy přednost druhé nerizikové variantě před první. U rozhodovatele se sklonem k riziku tomu bude naopak, možnost získat vyšší částku je pro něj důležitější, nežli výše rizika s ní spojená. Pro rozhodovatele s neutrálním postojem k riziku budou obě varianty indiferentní.

To, jaký rozhodovatel zaujímá postoj k riziku, je ovlivněno mnoha faktory. Z nich nejvýznamnější jsou jeho osobní založení, zkušenosti a prostředí, ve kterém rozhodování probíhá.

[20] Fotr, J., Dědina, J., Manažerské rozhodování, Vysoká škola ekonomická v Praze, 1993, str.129

4.2 Základy metod a modelů rozhodování za rizika a nejistoty

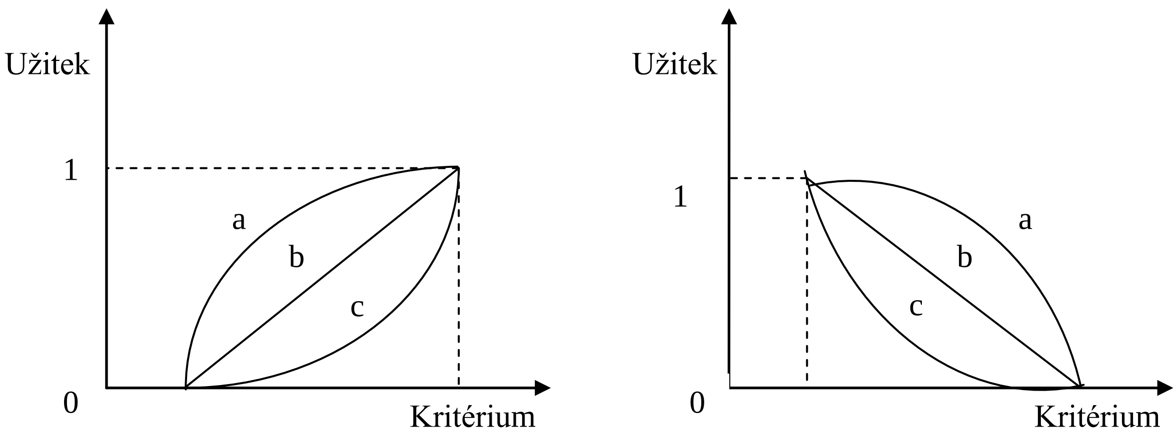
4.2.1 Funkce užitku (utility)

Postoj rozhodovatele k riziku je možné též vyjádřit pomocí funkce užitku. Ta se sestavuje vždy pro jednoho konkrétního rozhodovatele a pro každé kritérium hodnocení variant zvlášť, jelikož se jedná o jeho subjektivní postoj. Pokud se jedná o kritéria s rostoucí preferencí rozhodovatele, má funkce utility rostoucí průběh. V opačném případě klesající. Tvar funkce utility je odvozen od postoje rozhodovatele k riziku:

a) rozhodovatel s averzí k riziku – konkávní průběh funkce utility,
b) rozhodovatel s neutrálním postojem k riziku – lineární průběh funkce utility,
c) rozhodovatel se sklonem k riziku – konvexní průběh funkce utility.

Tvary funkce utility viz následující grafy.

Obrázek 7 Tvary funkce užitku s rostoucí a klesající preferencí



Zdroj: Fotr, J., Dědina J.: Manažerské rozhodování

Sestrojení funkce utility je spojeno s takzvaným **jistotním ekvivalentem.** „Jistotním ekvivalentem (pro dané kritérium hodnocení) varianty, která vede k důsledkům (vzhledem k tomuto kritériu) velikosti $x_1, x_2, \ldots, x_n$ s pravděpodobnostmi $p_1, p_2, \ldots, p_n$ rozumíme takovou hodnotu důsledku, jehož utilita je rovna právě střední (očekávané) utilitě varianty vzhledem k tomuto kritériu.“[21] Zapsat jej můžeme následovně:

$$u(\hat{x}) = \sum_{i=1}^{m} p_i u(x_i),$$

[21] Fotr, J., Dědina, J., Manažerské rozhodování, Vysoká škola ekonomická v Praze, 1993, str.131

kde $\hat{x}$ je jistotní ekvivalent, $u(\hat{x})$ je utilita jistotného ekvivalentu a $u(x_i)$ utilita důsledku velikosti x_i.

Rozhodovatel si tedy cení variantu, která s jistotou vede k důsledku odpovídajícímu jistotnímu ekvivalentu stejně vysoko, jako variantu zatíženou rizikem. Rozdíl mezi očekávaným důsledkem rizikové varianty a jejím jistotním ekvivalentem bývá označován jako **riziková prémie** – hodnota, kterou získáme navíc za podstoupení rizika.

4.2.2 Objektivní a subjektivní pravděpodobnost

Jelikož rozhodování za rizika počítá s rozložením pravděpodobností nastání jednotlivých variant indiferentního účastníka, musíme tyto pravděpodobnosti nejprve určit. Jejich zjišťování se může odvíjet od získaných statistických údajů. Tyto informace by však měly mít pouze podpůrný charakter. Takto získaným pravděpodobnostem se říká **objektivní.** Přesnější je uplatnit takzvané **subjektivní pravděpodobnosti**, které vyjadřují míru osobního přesvědčení rozhodovatele ve výskyt určitého jevu či události. Podkladem pro sestavení subjektivního rozložení pravděpodobností jsou zkušenosti, znalosti a intuice rozhodovatele spolu s dostatkem kvalitních informací. Určování pravděpodobností vyžaduje velkou pozornost, jelikož rozhodnutí založené na jejich špatně zvolených hodnotách může vést ke špatné volbě varianty.

Subjektivní pravděpodobnosti můžeme vyjádřit číselně či slovně. **Číselné vyjádření** může mít různé formy, například:

1. Pomocí procentního vyjádření. Pravděpodobnosti nastání určitého jevu ohodnotíme čísly od 0 do 1, kde 0 představuje jistotu, že jev nenastane a 1 naopak jistotu, že nastane.
2. Vyjádření ve tvaru poměru, udávajícího počet realizací daného jevu z celkového počtu možných případů. Například 3:2, že poptávka vzroste.

Pro lepší výsledky by měli manažeři při stanovení subjektivních pravděpodobností spolupracovat se specialisty na problematiku, jenž se rozhodnutí týká. Využít mohou například jednu z následujících dvou metod.

Metoda relativních velikostí

Metoda se používá pro omezený počet možných jevů, tedy u diskontních veličin. Postupuje se tak, že se nejprve určí stav, jenž má podle odborníka největší pravděpodobnost nastat, a od něj se pak odvíjejí pravděpodobnosti ostatních stavů.

Například odborník stanoví, že se stroj za rok porouchá maximálně třikrát a že s největší pravděpodobností se porouchá právě jednou. Označme tuto pravděpodobnost P a ostatní pravděpodobnosti p_i, kde i představuje počet poruch. Odborník dále stanoví, že s poloviční pravděpodobností se neporouchá ani jednou, nebo se porouchá dvakrát. Tři poruchy nastanou se čtvrtinovou pravděpodobností.

Pak tedy:

$p_1 = P$

$p_0 = p_2 = \frac{P}{2}$

$p_3 = \frac{P}{4}$

Jelikož víme s jistotou, že jeden z výše popsaných jevů nastane, musí se $\sum_{i=1}^{n} p_i = 1$

Po dosazení dostaneme: $\frac{P}{2} + P + \frac{P}{2} + \frac{P}{4} = 1$

Vyřešením rovnice získáme hodnotu P = 0,44, pomocí které určíme pravděpodobnosti jednotlivých počtů poruch stroje.

$p_0 = 0{,}22$; $p_1 = 0{,}44$; $p_2 = 0{,}22$; $p_3 = 0{,}11$

Metoda kvantilů

Tato metoda se používá, je-li počet jevů, které mohou nastat, vysoký či nekonečný, tedy u veličin spojitých. Prvním krokem při výpočtu je určení pesimistického a optimistického odhadu hodnoty stavu. Dále se dá postupovat dvěma způsoby. Buď s pomocí odborníka přiřadíme pravděpodobnosti k odpovídajícím hodnotám stavů, nebo přiřadí hodnoty stavů k pevně stanoveným pravděpodobnostem.

Výhodou číselného vyjádření je jeho jednoznačnost, avšak manažeři často raději pracují se **slovními popisy** subjektivních pravděpodobností, které jsou všeobecně srozumitelné a přijatelné. U slovního vyjádření narazíme ve chvíli, kdy potřebujeme pravděpodobnosti pro tvorbu matematických modelů podporujících přípravu manažerských rozhodnutí. Jeho další nevýhodou je, že si různí lidé mohou vyložit slovní popis odlišně a tudíž jim přiřadit různé hodnoty.

4.2.3 Rozhodovací matice

Základním nástrojem zobrazení rizikových variant vzhledem ke zvolenému kritériu hodnocení jsou **rozhodovací matice**. Rozhodovací matice je možné využít v případech, kdy jsou faktory rizika ovlivňující důsledky jednotlivých rizikových variant **diskrétní**.

Matici $\mathbf{A}(a_{ij})$, kde i = 1, 2, …, n jsou jednotlivé rizikové varianty a j = 1, 2, …, m možné stavy světa, nazveme **rozhodovací maticí**. Průsečíky řádků a sloupců a_{ij} pak obsahují ohodnocení důsledků rizikových variant X_i vzhledem k nastalé situaci S_j. Ohodnocením může být výše zisku, velikost poptávky, počet vyrobených kusů atd. Rozhodovací matice může být vyjádřena například následující tabulkou:

Tabulka 9 Rozhodovací matice

A =

	S_1	S_2	…	S_n
	$p(S_1)$	$p(S_2)$	…	$p(S_n)$
X_1	a_{11}	a_{12}	…	a_{1n}
X_2	a_{21}	a_{22}	…	a_{21}
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
X_m	a_{m1}	a_{m2}	…	a_{mn}

Zdroj: Vlastní

Použití rozhodovací matice není kvůli nepřehlednosti doporučováno pro větší počet rizikových faktorů.

4.3 Rozhodování za rizika

„O rozhodování při riziku mluvíme v případě, že protihráčem inteligentního hráče je náhodný mechanismus, který volí své strategie podle známého rozložení pravděpodobností a který nesleduje žádný vlastní cíl. Tento inteligentní hráč se snaží maximalizovat svou výhru a za tím účelem provádí racionální analýzu rozhodovací situace.“[22]

[22] Maňas, M.: Teorie her a konflikty zájmů, Vysoká škola ekonomická v Praze, 2002, str. 68

Metody rozhodování za rizika jsou postaveny na středních hodnotách variant s použitím známého rozložení pravděpodobností a na velikosti rozptylu, jenž nám vyjadřuje faktor rizika. Preferenční uspořádání variant můžeme získat pomocí několika pravidel, těmi jsou například: Pravidlo očekávané utility, pravidlo maximalizace očekávané (střední) hodnoty a pravidlo očekávané hodnoty a rozptylu.

4.3.1 Pravidlo očekávané utility

Podstatou tohoto pravidla je, že rozhodovatel preferuje jednu variantu před druhou ve chvíli, kdy je její očekávaná hodnota užitku vyšší. Nejprve je třeba určit funkci utility daného kritéria hodnocení, poté stanovit pro každou variantu užitek jednotlivých hodnot daného kritéria a pomocí pravděpodobností určit očekávanou hodnotu utility každé varianty. Varianta s nejvyšší očekávanou utilitou je pro racionálního rozhodovatele optimální. Výhodou této metody je, že bere v potaz postoj rozhodovatele k riziku.

4.3.2 Pravidlo maximalizace očekávané (střední) hodnoty

Toto pravidlo je vhodné pro rozhodovatele s neutrálním postojem k riziku, jelikož má lineární funkci utility. V případě, že jsou množiny variant *X* a stavů světa *S* konečné, můžeme situaci opět zapsat pomocí rozhodovací matice **A** viz tabulka 9.

Racionální rozhodovatel potom volí jako optimální řádek s takovou variantou X_i, pro niž je střední hodnota $\sum_{j=1}^{n} a_{ij}\, p(S_j)$ maximální. Neboli:

$$\mathrm{E}(X_i) = \max_i \sum_{j=1}^{n} a_{ij}\, p(S_j) \qquad (4.1)$$

Varianta s nejvyšší střední hodnotou však zpravidla nemusí být nejvhodnější. Například máme – li dvě varianty, jedna nám s jistotou přinese 10 000Kč a druhá s pravděpodobností 0,5 25 000Kč, ale se stejnou pravděpodobností nezískáme nic. Dle pravidla maximalizace střední hodnoty by byla výhodnější varianta číslo dvě, která má střední hodnotu 12 500Kč, avšak většina rozhodovatelů by dala přednost variantě první. To je dáno rizikovostí variant, která v této metodě není brána v potaz.

4.3.3 Pravidlo očekávané hodnoty a rozptylu

Jedná se o rozšíření výše uvedeného pravidla maximalizace očekávané hodnoty, které nám udává výhodnost variant, o faktor rizika. Ten je zde vyjádřen pomocí velikosti rozptylu. Čím větší rozptyl, tím rizikovější varianta.

„Rozhodovatel preferuje rizikovou variantu A před rizikovou variantou B, jestliže

- očekávaná hodnota varianty A je vyšší nebo rovna očekávané hodnotě varianty B a současně rozptyl varianty A je menší než rozptyl varianty B, nebo jestliže
- rozptyl varianty A je menší nebo roven rozptylu varianty B a současně očekávaná hodnota varianty A je větší než očekávaná hodnota varianty B.“[23]

Rizikovost varianty tedy vypočteme jako součet čtverců odchylek od střední hodnoty varianty vynásobených odpovídajícími pravděpodobnostmi, neboli ze vztahu pro rozptyl.

$$\mathrm{D}(X_i) = \sum_{j=1}^{n} [a_{ij} - \mathrm{E}(X_i)]^2 \, p(S_j) \qquad (4.2)$$

Pomocí tohoto pravidla získáme pohled na varianty nejen z hlediska jejich ziskovosti, ale i rizikovosti. Výběr nejvýhodnější varianty potom závisí na postoji rozhodovatele k riziku.

4.4 Rozhodování za neurčitosti

Za rozhodování v neurčitosti označíme situace, ve kterých vystupuje jeden racionální účastník a jeden účastník indiferentní neboli náhodný mechanismus. Známe budoucí stavy, které nastanou při výběru jednotlivých variant, mezi nimiž se rozhodujeme, jejich důsledky, avšak neznáme jejich rozdělení pravděpodobností.

Rozhodovací situaci můžeme modelovat pomocí rozhodovací matice **A** zapsané do následující tabulky.

Tabulka 10 Rozhodovací matice - rozhodování za neurčitosti

$$\mathbf{A} = \begin{array}{c|cccc} & \boldsymbol{S_1} & \boldsymbol{S_2} & \dots & \boldsymbol{S_n} \\ \hline \boldsymbol{X_1} & a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ \boldsymbol{X_2} & a_{21} & a_{22} & \dots & a_{21} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \boldsymbol{X_m} & a_{m1} & a_{m2} & \dots & a_{mn} \end{array}$$

Zdroj: Vlastní

[23] Fotr, J., Dědina, J.: Manažerské rozhodování, Vysoká škola ekonomická v Praze, 1993, str. 143

Pro určení optimální strategie u rozhodování za neurčitosti neexistuje jedna konkrétní správná metoda. Bylo však navrženo několik pravidel, neboli principů, které nám při hledání optima mohou pomoci. Mezi nejznámější principy patří zejména pravidlo minimax, maximax, Laplaceovo pravidlo, Hurwiczovo pravidlo a Savageovo pravidlo. Jednotlivá pravidla vycházejí z postoje rozhodovatele k riziku. Nyní si jednotlivé principy vysvětlíme.

Pravidlo minimaxu (též označováno jako Waldovo pravidlo)

Pravidlo minimaxu je postaveno na **pesimistických** postojích rozhodovatelů, kteří raději volí variantu vedoucí při nejméně příznivých okolnostech k relativně nejlepšímu výsledku. Pro každou je vybrán ukazatel s nejnižší hodnotou a z nich se vybere varianta s hodnotou nejvyšší.

Optimální variantou je tedy ta, pro niž nabývají řádková minima $\min_j a_{ij}$ maximální hodnoty,

$$\max_i (\min_j a_{ij}) .$$

Pravidlo maximaxu

Pravidlo maximaxu vychází naopak z **optimistického** předpokladu rozhodovatele, že nastane nejpříznivější situace. Rozhodovatel vybírá maximální hodnotu z řádkových maxim, tedy variantu s absolutně nejvyšší hodnotou daného kritéria.

$$\max_i (\max_j a_{ij}).$$

Laplaceovo pravidlo

Principem Laplaceova pravidla je, že pokud rozhodovatel nemá informace o různých pravděpodobnostech jednotlivých stavů, považuje jejich nastání za stejně pravděpodobné.

$$p(S_j) = \frac{1}{n},\ j = 1, 2, \ldots, n$$

Optimální variantu získáme tak, že pro každou variantu stanovíme očekávanou (střední) hodnotu daného kritéria hodnocení a z nich vybereme nejvyšší.

$$\max_i \sum_{j=1}^{n} \frac{1}{n} a_{ij} = \frac{1}{n} \max_i \sum_{j=1}^{n} a_{ij} \tag{4.3}$$

Hurwiczovo pravidlo

Při užití tohoto pravidla bere rozhodovatel v úvahu pro každou variantu její nejvyšší a nejnižší hodnotu kritéria. Z nich vypočítá vážený průměr, kde jako váha vystupuje **koeficient optimismu α**, což je hodnota $\alpha \in <0; 1>$ vyjadřující stupeň optimismu rozhodovatele (můžeme též nahlížet jako na velikost sklonu k riziku) a **koeficient pesimismu**, který je jeho doplňkem $\beta = 1 - \alpha$. Označme H = $\max_j a_{ij}$ řádkové maximum a D = $\min_j a_{ij}$ řádkové minimum, pak bude optimální variantou ta, pro niž bude platit výraz

$$\max[H\alpha + D\beta].$$

Pokud do Hurwiczova pravidla doplníme různé velikosti hodnoty α, získáme přehled o vývoji preferencí jednotlivých variant vzhledem k měnícím se rizikovým podmínkám.

Savageovo pravidlo (neboli princip minimaxu ztráty)

Savageovo pravidlo vychází ze ztrát, které mohou nastat volbou jiné varianty, nežli je varianta optimální vzhledem k nastalé situaci. Tyto ztráty lze vypočítat jako rozdíl mezi hodnoty kritéria optimální varianty a hodnotami dalších variant. Hodnoty uspořádané do tabulky tvoří **takzvanou matici ztrát.** Označme matici ztrát **Z**, její prvky z_{ij} budou vytvořeny podle vztahu

$$z_{ij} = \max_k a_{kj} - a_{ij}, \tag{4.4}$$

neboli odečtením prvků původní matice vždy od největšího prvku ve sloupci. S maticí dále pracujeme jako v případě minimaxu.

$$\min_i (\max_j z_{ij}).$$

Výhodou všech těchto principů je jejich poměrně jednoduché zpracování a přehlednost. Naopak nevýhodou je, že můžeme jejich aplikací na jednu rozhodovací situaci, získat různé optimální strategie. V podmínkách nejistoty je vhodné vyčkat, je-li to možné, a pokusit se získat dodatečné informace pro kvalitní rozhodnutí.

Obecné zásady rozhodování v podmínkách nejistoty lze formulovat takto:

- v případě nutnosti okamžitě se rozhodovat je nutno spoléhat na odhad, úsudek, tedy intuitivní a empirické metody,
- posečkat (je-li možno) a předpokládat, že se objeví nové dodatečné informace,

- je-li na řešení problému relativně dostatek času, je vhodné získat další informace (např. je koupit,
- pokud možno vyloučit nezvratná (definitivní řešení),
- vybrat nejhorší možnou situaci a hledat způsoby, jak se jí účinně bránit.[24]

[24] Buchta, M., Siegl, M., Management, Univerzita Pardubice, Pardubice, 2005, str.118

5 Aplikace metod na konkrétní rozhodovací problém

V této části se budeme zabývat použitím některých z vysvětlených metod na řešení konkrétní rozhodovací situace.

5.1 Popis rozhodovací situace

Jako rozhodovací problém byl zvolen výběr nejvhodnějšího instrumentu peněžního trhu, do kterého bychom mohli investovat volné peněžní prostředky. Stejným problémem jsme se zabývali již v bakalářské práci, kde byly jednotlivé instrumenty finančního trhu porovnávány pomocí metod vícekriteriálního hodnocení variant založených na párovém srovnávání. Budeme mít tedy možnost srovnání výsledků jednoho rozhodovacího problému, řešeného několika způsoby a porovnání vhodnosti a přínosu jednotlivých metod.

Pro zpřesnění situace předpokládejme, že námi investovaná částka je 1 000 000Kč a peníze chceme uložit na 1 rok. Toto zpřesnění je nutné zejména pro termínované vklady, jelikož s velikostí objemu hotovosti a délkou doby uložení se mění i úrokové sazby.

Bylo vybráno pět různých investičních instrumentů, které se od sebe liší několika charakteristikami. Instrumenty budeme porovnávat pomocí teorie her a teorie rozhodování za neurčitosti a rizika.

Oproti vícekriteriálnímu hodnocení si zde můžeme pro jedno porovnávání zvolit pouze jedno kritérium, které pro nás bude rozhodující, čímž je ziskovost. S faktorem rizikovosti pracují z dále použitých metod pouze některé.

5.1.1 Cíl rozhodování

Cílem řešení rozhodovací situace je výběr nejvhodnějšího investičního instrumentu peněžního trhu, do kterého bychom mohli investovat volné peněžní prostředky a to na základě preferenčního uspořádání jednotlivých variant vzhledem k jejich ziskovosti, popřípadě rizikovosti.

5.1.2 Účastníci rozhodovací situace

Rozhodovací situace je charakterizována dvěma účastníky. První účastník rozhodovací situace je racionální. Jedná se o rozhodovatele, vybírajícího si nejvhodnější investiční instrument ze souboru variant, do kterého by mohl investovat volné peněžní prostředky. Jeho **cílem je maximalizace výnosu z investovaných peněžních prostředků**.

Druhým účastníkem bude stav ekonomiky v následujícím roce. Nejsme sice schopni určit přesný vývoj ekonomiky, ale můžeme říci, že nastane jeden ze tři stavů, a to stabilní růst HDP, stagnace, nebo se bude meziroční míra růstu HDP nadále vyvíjet negativním směrem. Druhý účastník tedy bude mít tři možné varianty.

5.1.3 Soubor variant rozhodování prvního účastníka

X_1: Podnikové akcie obchodovatelné na BCPP

Podnikové akcie jsou majetkové cenné papíry emitované podniky (akciovými společnostmi) za účelem získání finančních prostředků. Jejich majitelům (akcionářům) zaručují tři základní práva, a to:

- právo podílet se na řízení podniku účastí na zasedání valné hromady,
- právo na podíl na likvidačním zůstatku při likvidaci podniku,
- právo na výplatu dividend[25].

Velikost těchto práv je dána množstvím vlastněných akcií a tudíž i velikostí podílu v dané akciové společnosti.

Akcie lze rozdělit podle několika hledisek.

1. **Podle podoby se dělí na akcie**:

- listinné – což jsou fyzické listy,
- zaknihované – mají podobu záznamů v rejstříku a jsou vedeny Střediskem cenných papírů.

[25] Dividenda je peněžité plnění akciových společností vyplácené akcionářům. Dividendy jsou vypláceny v případě, že společnost dosáhne zisku a o jejich výplatě rozhoduje valná hromada.

2. Z hlediska formy na akcie:

- na jméno – jsou vydávány na jméno určité osoby, mají listinnou podobu a jsou převáděny rubopisem[26] a fyzickým předáním,
- akcie na majitele – mají zaknihovanou podobu, k jejich převodu dochází změnou zápisu příslušných majetkových účtů prodávajícího a kupujícího.

3. Z hlediska druhu se dělí na:

- kmenové akcie – bez zvláštních práv,
- prioritní – dávají majiteli určité přednostní právo (na výplatu dividend, likvidační zůstatek…),
- zaměstnanecké – poskytované zaměstnancům akciové společnosti.[27]

S akciemi je možné obchodovat na Burze cenných papírů Praha, v RM-SYSTÉMU, nebo na mimoburzovním trhu.

RM-SYSTÉM, česká burza s cennými papíry je trh, kde se obchoduje s akciemi českých i zahraničních společností. Společnost vznikla v roce 1993 a 1. 12. 2008 se stala standardním burzovním trhem zaměřeným na drobné a střední investory.

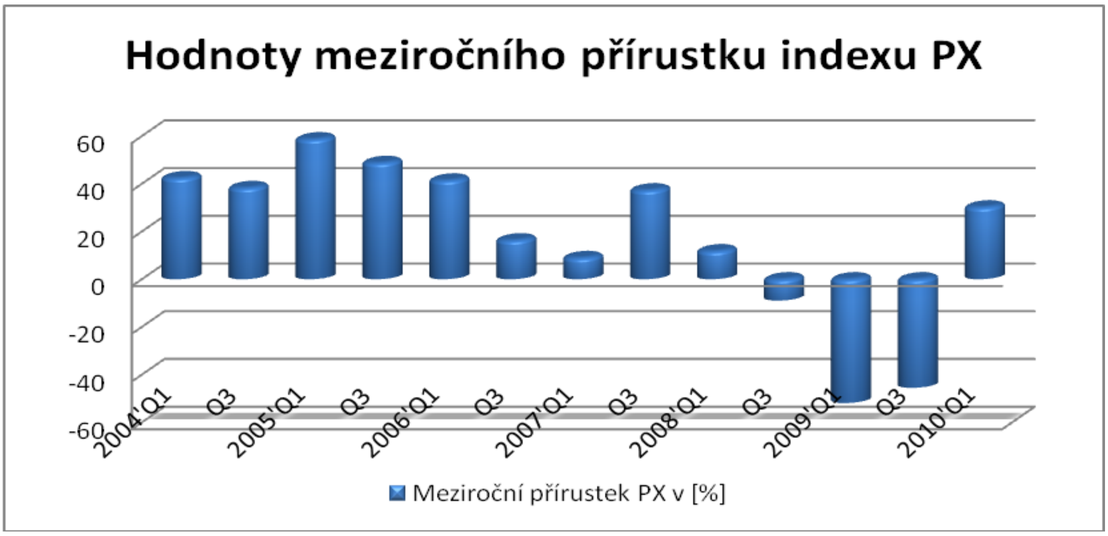
Burza cenných papírů Praha je největším organizátorem trhu s cennými papíry v České republice. V současné době je na hlavním trhu obchodováno se 14 tituly.[28] BCPP je založena na členském principu, přístup do burzovního systému a právo obchodovat mají tedy pouze licencovaní obchodníci s cennými papíry, kteří jsou zároveň členy burzy.

Pro tuto práci jsme zvolili akcie obchodovatelné na Burze cenných papírů Praha a to obchodovatelné na hlavním trhu. Nebudeme počítat s výnosovostí jednoho konkrétního titulu, ale míru výnosnosti určíme na základě vývoje indexu PX. Vývoj indexu v posledních šesti letech dle záznamů BCPP viz obrázek 8.

[26] Způsob převodu cenného papíru písemným zápisem na rubu tohoto papíru.

[27] Koubová, K. Vícekriteriální hodnocení variant za jistoty - metody rozhodování založené na párovém srovnávání variant. Pardubice, 2008. 42 s. Bakalářská práce. Univerzita Pardubice.

[28] Rozdělení trhů a seznam titulů obchodovaných na hlavním trhu BCPP viz příloha 1 a 2



Obrázek 8 Graf vývoje indexu PX **Zdroj: Vlastní**

X_2: Státní pokladniční poukázky

Státní pokladniční poukázky jsou dluhové cenné papíry emitované státem prostřednictvím České národní banky s dobou splatnosti od několika dní až po jeden rok. Slouží k pokrytí krátkodobých schodků státního rozpočtu během roku. Svému majiteli přinášejí právo na navrácení investované částky po uběhnutí dohodnuté lhůty a právo na vyplacení úroků. Nominální hodnota jedné státní pokladniční poukázky je 1 000 000Kč a jejich prodej je zpravidla prováděn formou holandské aukce.[29] Výhodou těchto cenných papírů je, že s sebou nenesou téměř žádné riziko a jejich vysoká likvidita. Na obrázku 9 je uveden vývoj ročních výnosů v posledních šesti letech dle ČNB.

Obrázek 9 Vývoj ročních výnosů SPP v procentech **Zdroj: Vlastní**

[29] Typ aukce, u kterého začne licitátor vyšší cenou a postupně ji snižuje

X_3: Termínované vklady

Termínované vklady jsou služby poskytované finančními institucemi majitelům volných peněžních prostředků. Ti si je uloží na předem dohodnutou dobu, po jejíž uplynutí dostanou své peníze zpět. Výnosem z termínovaných vkladů jsou úroky. Čím vyšší je uložená částka a čím delší je doba splatnosti, tím vyšší je i úroková míra.

Podle délky trvání můžeme termínované vklady rozdělit na **krátkodobé** (7 dní až 12 měsíců), **střednědobé** (1 až 4 roky) a **dlouhodobé** (nad 5 let). Termínované vklady se můžou úročit buď **pevnou**, nebo **pohyblivou sazbou úrokové míry**. Pevná sazba je po celou dobu uložení peněz neměnná, zatímco pohyblivá se vyvíjí podle pohybu úrokové sazby na mezibankovním trhu PRIBOR. Úroky jsou připisovány jednorázově na konci úložní doby nebo pravidelně v určitých intervalech. Termínované vklady jsou málo rizikové, protože jsou pojištěny podle zákona č. 21/1992 Sb., o bankách. Pro náš příklad jsme zvolili roční termínovaný vklad od J & T BANKA, a.s. s fixní úrokovou mírou 3,5% p. a.

X_4: Podílové listy otevřených smíšených podílových fondů

Podílový list je cenný papír, který podílníkovi přináší právo na odpovídající podíl na majetku **podílového fon**du a právo podílet se na výnosu z tohoto majetku. Jedná se o jednu z forem kolektivního investování. Činnost podílových fondů je upravena zákonem č. 189/2004 Sb. o kolektivním investování.

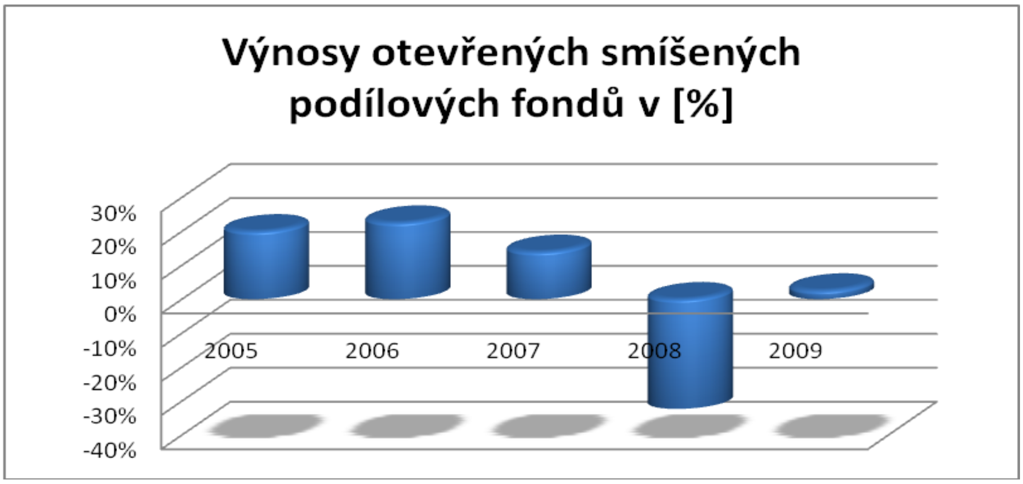
Podílové fondy mohou být **otevřené** – podílník má právo na odkoupení svého podílového listu investiční společností, nebo **uzavřené**, kde podílník toto právo nemá. Dále se dělí podle zaměření investiční politiky na:

- akciové - investují do akcií různých společností a jsou nejrizikovější,
- dluhopisové - investují do dluhopisů,
- smíšené - investují půl na půl do akcií i dluhopisů,
- fondy fondů - investují do jiných podílových fondů.

Podílové fondy jsou nízkorizikové, jelikož investují do velkého počtu různých cenných papírů. Kvůli likviditě a rizikovosti jsme se rozhodli pro fondy otevřené se smíšenou investiční politikou.[30] Na obrázku 10 je znázorněn vývoj ročního procentního zhodnocení

[30] Koubová, K. Vícekriteriální hodnocení variant za jistoty - metody rozhodování založené na párovém srovnávání variant. Pardubice, 2008. 42 s. Bakalářská práce. Univerzita Pardubice.

finančních prostředků vložených do otevřených smíšených podílových fondů dle Asociace pro kapitálový trh České republiky.

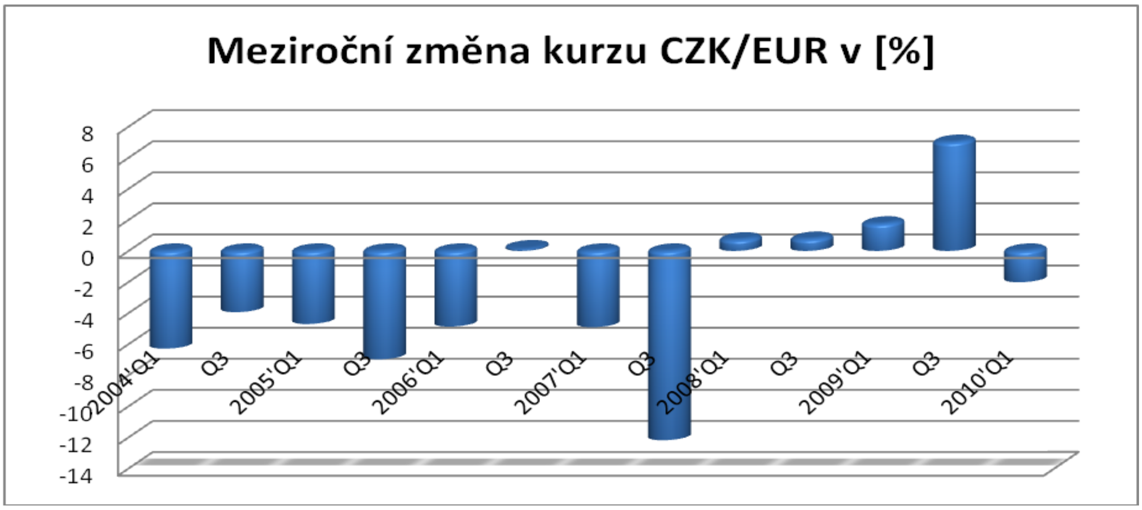


Obrázek 10 Výnosy otevřených smíšených podílových fondů **Zdroj: Vlastní**

X_5: Cizí měna

Investice do cizích měn je možné provádět hotově (valuty), nebo prostřednictvím pohledávek znějících na cizí měnu a v cizí měně splatných (devizy). Vývoj cizích měn k české koruně je možné sledovat prostřednictvím kurzovního lístku vydávaného denně Českou národní bankou (hodnoty pro aktuální den jsou k dispozici vždy ve 14:30 hodin). Při současném růstu hodnoty české koruny nejsou investice do cizích měn výhodné, avšak pro naše účely je porovnání s ostatními investičními instrumenty rozhodně zajímavé.

Pro účely další práce byla vybrána jedna konkrétní měna a tou je společná měna Evropské měnové unie, tedy Euro. Meziroční procentní změny dle European central bank jsou uvedeny na obrázku 11.

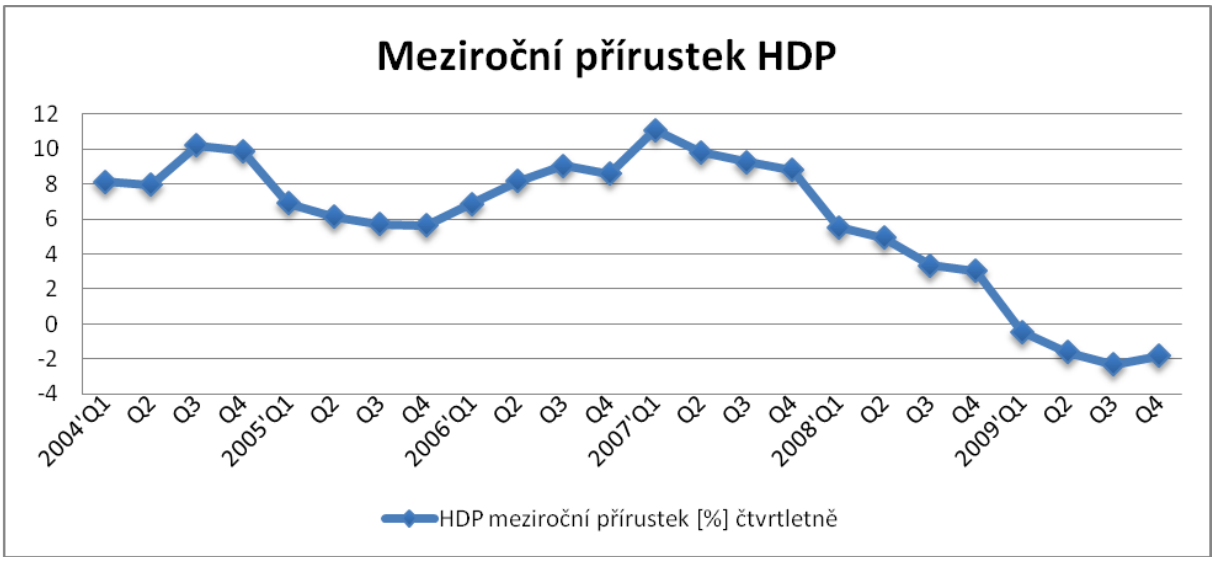


Obrázek 11 Vývoj meziročních změn kurzu CZK/EUR **Zdroj: Vlastní**

5.1.4 Varianty rozhodování druhého účastníka

Jak již bylo řečeno, druhým účastníkem bude pro naše účely stav ekonomiky v době průběhu investice. Nejsme sice schopni určit skutečný vývoj v následujícím roce, ale můžeme říci, že nastane jeden ze tří možných stavů. Tím může být tedy **stabilní růst ekonomiky**, **stagnace**[31], nebo **recese**. Vývoj ekonomiky je možné měřit například pomocí hrubého domácího produktu.

Z průběhu vývoje míry růstu HDP v minulých letech je možné odvodit přibližnou pravděpodobnost nastání jednotlivých stavů. Posloužil nám též jako vodítko pro určení výnosů jednotlivých investičních instrumentů ve výše zmíněných obdobích. Vývoj HDP očištěný o sezónní vlivy v běžných cenách viz obrázek 12.



Obrázek 12 Vývoj meziročního přírůstku HDP v % **Zdroj: Vlastní**

Varianty druhého účastníka jsou tedy:

S1: Stabilní růst ekonomiky

S2: Stagnace

S3: Ekonomika v recesi

[31] Pojem stagnace pro tento účel zahrne sedlo hospodářského cyklu, kolísání vývoje HDP, nepatrný růst nebo pokles

5.1.5 Rozhodovací matice

Na základě analýzy vývoje hodnot výnosů jednotlivých instrumentů v minulosti byla sestavena následující tabulka, v níž hodnoty odpovídají přibližným procentním výnosům instrumentů vzhledem ke stavu, ve kterém se v danou chvíli ekonomika nacházela.[32] Hodnoty jsou uváděny v procentech.

Tabulka 11 Přehled procentního zhodnocení výnosů jednotlivých variant

Instrumenty \ Stavy světa		Stabilní růst S_1	Stagnace S_2	Recese S_3
Akcie	X_1	11,0	40,5	-52,0
SPP	X_2	2,0	2,5	4,0
Termínované vklady	X_3	3,5	3,5	3,5
Podílové listy	X_4	22,5	20,0	-32,5
Cizí měna (Euro)	X_5	-5,0	-5,0	2,0

Zdroj: Vlastní

Z této tabulky budeme vycházet ve všech následujících metodách.

5.2 Řešení rozhodovací situace pomocí teorie her

Dívejme se na tuto rozhodovací situaci jako na situaci se dvěma racionálními účastníky. (Pro teorii her předpokládejme, že je i vývoj ekonomiky inteligentním účastníkem). Jelikož je počet variant i stavů omezený, jedná se o konečný antagonistický konflikt dvou účastníků, který budeme řešit pomocí maticové hry.

Označme rozhodovatele jako hráče 1 a stav ekonomiky jako hráče 2, potom můžeme hru zapsat následovně:

$\{P = \{1, 2\}; X = \{1, 2, \ldots, 5\}; Y = \{1, 2, 3\}; M(i, j) = a_{ij}, i \in X, j \in Y\}$,

kde:

- X tvoří prostory strategií hráče 1,
- Y prostory strategií hráče 2,
- $M(i, j)$ zde představují výši procentního zhodnocení investovaného kapitálu.

[32] Pro zjišťování jednotlivých hodnot jsme za rok se stabilním růstem označili rok 2006, hodnoty pro stagnaci jsme brali z roku 2005 a pro recesi by vybrán rok 2008.

			Hráč 2		
			Y_1	Y_2	Y_3
A =	Hráč 1	X_1	11,0	40,5	-52,0
		X_2	2,0	2,5	4,0
		X_3	3,5	3,5	3,5
		X_4	22,5	20,0	-32,5
		X_5	-5,0	-5,0	2,0

A je maticí hry.

Prvním krokem je odstranění dominovaných řádků či sloupců z matice, pokud se zde nějaké vyskytují. Jediný dominovaný řádek v matici **A** je řádek pátý, tedy X_5. (Dominujícími jsou řádky druhý a třetí)

Sledovaný prvek (maximum řádkových minim a minimum sloupcových maxim) tedy budeme hledat v matici **A‘**.

			Hráč 2				
			Y_1	Y_2	Y_3		
A' =	Hráč 1	X_1	11,0	40,5	-52,0	-52,0	
		X_2	2,0	2,5	4,0	2,0	**3,5**
		X_3	3,5	3,5	3,5	3,5	
		X_4	22,5	20,0	-32,5	-32,5	
			22,5	40,5	4,0		
				4,0			

Jelikož v matici **nebyl nalezen sledovaný prvek**, znamená to, že nemá v ryzích strategiích řešení. Pokračovat budeme pomocí smíšeného rozšíření maticové hry, jehož výsledkem bude rozdělení pravděpodobností, se kterými si hráči zvolí jednotlivé varianty.

Nejprve musíme hodnoty matice upravit tak, aby byly všechny kladné. Toho dosáhneme přičtením konstanty c = 53 ke každému prvku. Tím dostaneme matici **A‘‘** s požadovanými vlastnostmi, aniž bychom změnili optimální strategii.

			Hráč 2		
			Y_1	Y_2	Y_3
A'' =	Hráč 1	X_1	64,0	93,5	1,0
		X_2	55,0	55,5	57,0
		X_3	56,5	56,5	56,5
		X_4	75,5	73,0	20,5

Nyní budeme řešit pomocí simplexové metody úlohu lineárního programování, jejíž omezení mají tvar (3.12). Pokud bychom řešili úlohu s omezeními ve tvaru (3.11), museli bychom navíc zavádět umělé proměnné, čímž by se nám úloha zkomplikovala. Mějme tedy následující zadání úlohy:

Maximalizovat $q_0 = q_1 + q_2 + q_3$

Při omezeních

$64\ q_1 + 93{,}5\ q_2 + 1\ q_3 \leq 1$

$55\ q_1 + 55{,}5\ q_2 + 57\ q_3 \leq 1$

$56{,}5\ q_1 + 56{,}5\ q_2 + 56{,}5\ q_3 \leq 1$

$75{,}5\ q_1 + 73\ q_2 + 20{,}5\ q_3 \leq 1$

$q_i \geq 0,\ i = 1, 2, 3$

Postup výpočtu úlohy je popsán v následující tabulce.

Tabulka 12 postup výpočtu simplexovou metodou

				1	1	1	0	0	0	0
i	*Báze*	*ci*	*xh*	q_1	q_2	q_3	q_4	q_5	q_6	q_7
1	q_4	0	1,000	64,000	93,500	1,000	1	0	0	0
2	q_5	0	1,000	55,000	55,500	57,000	0	1	0	0
3	q_6	0	1,000	56,500	56,500	56,500	0	0	1	0
4	q_7	0	1,000	75,500	73,000	20,500	0	0	0	1
m+1			0,000	-1,000	-1,000	-1,000	0,000	0,000	0,000	0,000
1	q_1	0	0,152	0,000	31,619	-16,377	1,000	0,000	0,000	-0,848
2	q_5	0	0,272	0,000	2,321	42,066	0,000	1,000	0,000	-0,728
3	q_6	0	0,252	0,000	1,871	41,159	0,000	0,000	1,000	-0,748
4	q_1	1	0,013	1,000	0,967	0,272	0,000	0,000	0,000	0,013
m+1			0,013	0,000	-0,033	-0,728	0,000	0,000	0,000	0,013
1	q_4	0	0,258	0,000	32,523	0,000	1,000	0,389	0,000	-1,131
2	q_3	1	0,006	0,000	0,055	1,000	0,000	0,024	0,000	-0,017
3	q_6	0	-0,014	0,000	-0,400	0,000	0,000	-0,978	1,000	-0,036
4	q_1	1	0,011	1,000	0,952	0,000	0,000	-0,006	0,000	0,018
m+1			0,018	0,000	0,007	0,000	0,000	0,017	0,000	0,001

Zdroj: Vlastní výpočet

Výsledky primární úlohy, neboli optimální rozhodnutí hráče 2 jsou:

$q_1 = 0{,}011 \qquad q_2 = 0 \qquad q_3 = 0{,}006$

Jelikož hledáme optimální varianty hráče 1, jsou pro nás důležité výsledky duální úlohy, tedy hodnoty v posledním m+1 řádku, vyskytující se pod jednotkovými vektory z výchozí tabulky.

$p_1 = 0$ $\quad p_2 = 0{,}017$ $\quad p_3 = 0$ $\quad p_4 = 0{,}001$

Společná hodnota výplatních funkcí, neboli p_0 (q_0) = 0,018 ($=\frac{1}{v}$).

Dosazením do vztahů (3.10) získáme optimální strategie hráčů. Nás zajímají zejména hodnoty hráče 1, tedy:

$X_1 = 0$

$X_2 = 0{,}94$

$X_3 = 0$

$X_4 = 0{,}06$

Cena smíšeného rozšíření hry vycházejícího z matice **A‘‘**, tedy (v+c) = 55,56. Cena hry původní matice je potom 55,56 – 53 = 2,56.

Výsledky se dají interpretovat tak, že rozhodovatel by si s pravděpodobností 0,94 vybral variantu X_2, neboli státní pokladniční poukázky a s pravděpodobností 0,06 variantu X_4, tedy podílové listy.

Řešení situace pomocí teorie her předpokládá, že je i druhý účastník racionální, čili maximalizující svůj zisk. V našem případě se však jedná o náhodný jev, jehož nastání není možnostmi jednotlivých výher nijak ovlivněno. Výsledky tedy mohou být poněkud zkreslené.

5.3 Řešení rozhodovací situace pomocí teorie rozhodování za neurčitosti a rizika

Abychom mohli řešit situaci „na míru“ přímo jednomu konkrétnímu rozhodovateli, musíme nejprve určit jeho postoj k riziku. To můžeme například zkonstruováním jeho funkce užitku vzhledem ke kritériu ziskovosti.

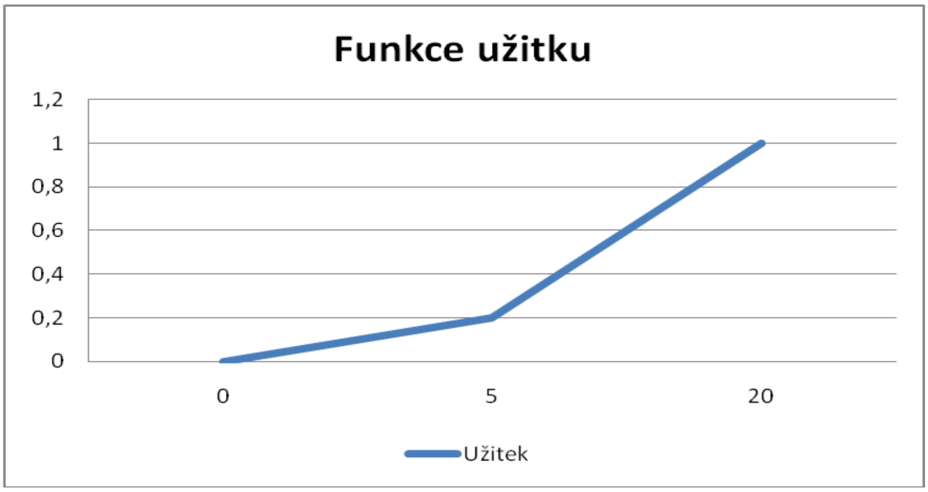
Dejme rozhodovateli na výběr ze dvou hypotetických možností: vložit 1 000 000Kč na termínovaný vklad s jistotou výnosu 5% p. a., nebo investovat do rizikovější varianty, kde se mu s pravděpodobností 0,5 zhodnotí peníze o 20%, ale se stejnou pravděpodobností nezíská nic.

Střední hodnoty variant vypadají následovně:

$E(1) = 1\,000\,000 * 0{,}05 = 50\,000$Kč

$E(2) = 1\,000\,000 * 0{,}2 * 0{,}5 + 1\,000\,000 * 0 * 0{,}5 = 100\,000$Kč

Řekněme, že by si rozhodovatel cenil obou variant stejně, pokud by při nezměněné první variantě měl možnost 20% zhodnocení s pravděpodobností 0,2. Potom první variantě přiřadíme užitek 0,2, zhodnocení 20% užitek 1 a nulovému zhodnocení užitek 0. Jelikož máme již tři body, můžeme sestavit funkci užitku rozhodovatele, která je zobrazena na obrázku 13.



Obrázek 13 Funkce užitku rozhodovatele **Zdroj: Vlastní**

Z funkce užitku je zřejmé, že se jedná o **rozhodovatele se sklonem k riziku**. Tento postoj zohledníme v následujících metodách.

5.3.1 Aplikace pravidel rozhodování za rizika

Soubor variant X, stavy světa S[33] a důsledky jednotlivých stavů vzhledem k variantám $M(x, y)$ známe již z řešení pomocí teorie her. Změna nastává v účastnících rozhodovací situace, kde odstraníme předpoklad, že jsou oba účastníci racionální. Při řešení pomocí následujících metod bude vystupovat jeden racionální účastník, maximalizující svůj zisk $P = \{1\}$ (rozhodovatel) a jeden účastník, který je k výsledkům rozhodovací situace indiferentní $Q = \{1\}$ (stav ekonomiky). Dalším rozšířením pro rozhodování za rizika jsou pravděpodobnosti, se kterými jednotlivé stavy nastanou, tedy $p(S_i)$.

[33] V teorii her byly značeny jako Y

Určení pravděpodobností

Jako podklad pro určení rozložení pravděpodobností stavů ekonomiky, které mohou nastat, jsme využili statistické údaje o vývoji míry růstu HDP v letech 2004 až 2010 viz graf Obrázek 12. Dalším vodítkem byl pro nás vývoj indexu pražské burzy PX v posledním roce.[34] Na základě těchto údajů a osobního přesvědčení jsme určili následující rozdělení pravděpodobností. (Jelikož budeme tyto pravděpodobnosti využívat v matematických modelech, zvolili jsme číselné vyjádření pomocí procent).

Tabulka 13 Hodnoty pravděpodobností jednotlivých stavů [v %]

Stav ekonomiky (S_i)	S_1 - Stabilní růst	S_2 - Stagnace	S_3 - Recese
Pravděpodobnost $p(S_i)$	$p(S_1) = 0{,}35$	$p(S_2) = 0{,}45$	$p(S_3) = 0{,}2$

Zdroj: Vlastní

Když známe všechny prvky, jež nám zadávají rozhodovací situaci, můžeme sestavit rozhodovací matici.

Tabulka 14 Rozhodovací matice pro rozhodování za rizika

	S_i	S_1	S_2	S_3
Varianty	$p(S_i)$	0,35	0,45	0,2
Akcie	X_1	11,0	40,5	-52,0
SPP	X_2	2,0	2,5	4,0
Termínované vklady	X_3	3,5	3,5	3,5
Podílové listy	X_4	22,5	20,0	-32,5
Cizí měna (Euro)	X_5	-5,0	-5,0	2,0

Zdroj: Vlastní

Nyní máme situaci připravenou pro řešení pomocí pravidel rozhodování za rizika.

Pravidlo očekávané utility

Pravidlo očekávaného užitku vychází z postoje rozhodovatele k riziku a z užitku, který mu jednotlivé hodnoty hodnotící funkce přinesou.

Nejprve přidělíme 0 nejnižší a 1 nejvyšší hodnotě rozhodovací matice. Poté budeme postupně přiřazovat čísla v intervalu <0;1> jednotlivým hodnotám matice podle velikosti užitku vnímaného rozhodovatelem. Výše užitku jednotlivých prvků matice vyjadřuje rozhodovatelův postoj k riziku.

[34] Vývoj hodnoty indexu PX odráží fázi hospodářského cyklu a to s několika měsíčním předstihem

Očekávaný užitek spočítáme pro jednotlivé varianty jako sumu užitků dané varianty při jednotlivých stavech ekonomiky, vynásobených pravděpodobnostmi jejich nastání. Neboli:

$U(X_1) = 0{,}3 * 0{,}35 + 1 * 0{,}45 + 0 * 0{,}2 = 0{,}56$

$U(X_2) = 0{,}05 * 0{,}35 + 0{,}07 * 0{,}45 + 0{,}1 * 0{,}2 = 0{,}07$

atd. Hodnoty viz následující tabulka.

Tabulka 15 Hodnoty užitků a výsledky hodnocení dle pravidla očekávané utility

	S_i	S_1	S_2	S_3	Očekávaný	Pořadí
Varianty	$p(S_i)$	0,35	0,45	0,2	užitek $U(X_i)$	variant
Akcie	X_1	0,30	1,00	0,00	0,56	1
SPP	X_2	0,05	0,07	0,10	0,07	4
Termínované vklady	X_3	0,08	0,08	0,08	0,08	3
Podílové listy	X_4	0,60	0,50	0,01	0,44	2
Cizí měna (Euro)	X_5	0,03	0,03	0,05	0,03	5

Zdroj: Vlastní výpočet

Preferenční uspořádání variant určíme dle velikosti užitku tak, že nejvyšší užitek znamená nejvýhodnější variantu.

Pravidlo očekávané (střední) hodnoty a rozptylu

Při výpočtu očekávané hodnoty počítáme střední hodnotu možných výnosů z dané varianty. Hodnoty, které jsme získali dosazením do vztahu (4.1) jsou zapsány v tabulce 16 ve sloupečku „Střední hodnota“.

$E(X_1) = 11 * 0{,}35 + 40{,}5 * 0{,}45 + (-52) * 0{,}2 = 11{,}7$

$E(X_2) = 2 * 0{,}35 + 2{,}5 * 0{,}45 + 4 * 0{,}2 = 2{,}6$

atd.

Čím vyšší očekávaná hodnota, tím je varianta pro rozhodovatele výnosnější. Při určování výhodnosti variant však kritérium výnosnosti nestačí, protože s sebou každá z variant nese jiné riziko. Varianta s nejvyšším výnosem může být též zatížena vyšším rizikem (velkými rozdíly mezi extrémně příznivým a nepříznivým stavem) a tudíž pro konzervativního rozhodovatele nevhodná. Musíme tedy krom střední hodnoty vypočítat i rozptyl hodnot jednotlivých variant.

Dosazením do vztahu (4.2) jsme získali hodnoty zapsané v tabulce 16 ve sloupci „Rozptyl“

Při výpočtu využijeme již vypočítaných středních hodnot:

$$D(X_1) = [11 – 11{,}7]^2 * 0{,}35 + [40{,}5 – 11{,}7]^2 * 0{,}45 + [(-52) – 11{,}7]^2 = 1185$$

$$D(X_2) = [2 – 2{,}6]^2 * 0{,}35 + [2{,}5 – 2{,}6]^2 * 0{,}45 + [4 – 2{,}6]^2 = 0{,}5$$

Pořadí výhodnosti variantám přiřadíme tak, že čím menší rozptyl, tím méně riziková varianta. Zde záleží na postoji rozhodovatele k riziku, zda upřednostní vyšší výnos s vyšším rizikem, či naopak.

Veškeré hodnoty i pořadí variant z hlediska výnosnosti a rizikovosti jsou zapsány v následující tabulce.

Tabulka 16 Výsledky hodnocení dle pravidla očekávané hodnoty a rozptylu

Instrumenty \ Stavy světa	Stabilní růst S_1 $p(S_1) = 0{,}35$	Stagnace S_2 $p(S_2) = 0{,}45$	Recese S_3 $p(S_3) = 0{,}2$	Střední hodnota	Rozptyl	Pořadí dle očekávané hodnoty	Pořadí dle rizikovosti
Akcie X_1	11,0	40,5	-52,0	11,7	1185,0	1	5
SPP X_2	2,0	2,5	4,0	2,6	0,5	4	2
Termínované vklady X_3	3,5	3,5	3,5	3,5	0,0	3	1
Podílové listy X_4	22,5	20,0	-32,5	10,4	460,8	2	4
Cizí měna (Euro) X_5	-5,0	-5,0	2,0	-3,6	7,8	5	3

Zdroj: Vlastní výpočet

Jako obecně nejvhodnější zde vychází vybrána varianta X_3 – termínované vklady, která je, co se týče výnosnosti, na třetí pozici, a zároveň je zatížena nejmenším rizikem. Rozhodovatel s kladným postojem k riziku by si však pravděpodobně zvolil variantu X_4 – podílové listy, jejíž střední hodnota je jen o 1,3 nižší, nežli střední hodnota nejvýnosnější varianty X_1, avšak je oproti ní zatížena méně než polovičním rizikem.

5.3.2 Aplikace pravidel rozhodování za neurčitosti

Rozhodovací situace je opět zadána dvěma účastníky, jedním racionálním $P = \{1\}$ se souborem variant X a jedním indiferentním $Q = \{1\}$ se souborem variant S. Oproti rozhodování za rizika však neznáme rozdělení pravděpodobností nastání jednotlivých rizikových variant.

Jelikož jsme určili, že rozhodovatel má k riziku kladný postoj, přizpůsobíme tomu pravidla rozhodování. Problém budeme řešit pomocí pravidla Maximax, Laplaceova pravidla, Hurwiczova pravidla a Savageova pravidla.

Pravidlo maximax

Pravidlo maximax jednou z nejjednodušších metod, která nevyžaduje žádné složitější výpočty. Rozhodovatel počítá s tím, že nastane pro něj nejpříznivější situace a tudíž si vybírá variantu s nejvyšší hodnotou kritéria, tedy variantu X_1 – akcie. Výsledky viz následující tabulka.

Tabulka 17 Výsledky hodnocení dle pravidla maximax

Instrumenty \ Stavy světa		Stabilní růst S_1	Stagnace S_2	Recese S_3	Max a_{ij} j	Pořadí variant
Akcie	X_1	11,0	40,5	-52,0	40,5	1
SPP	X_2	2,0	2,5	4,0	4	3
Termínované vklady	X_3	3,5	3,5	3,5	3,5	4
Podílové listy	X_4	22,5	20,0	-32,5	22,5	2
Cizí měna (Euro)	X_5	-5,0	-5,0	2,0	2	5

Zdroj: Vlastní výpočet

Hurwiczovo pravidlo

Jelikož se jedná o rozhodovatele se sklonem k riziku, zvolili jsme hodnoty α > 0,5, tedy:

$\alpha_1 = 0{,}6$ $\beta_1 = 0{,}4$

$\alpha_2 = 0{,}8$ $\beta_2 = 0{,}2$

A dosadili jsme do vztahu $H\,\alpha + D\,\beta$:

$$H(X_1) * \alpha_1 + D(X_1) * \beta_1 = 40{,}5 * 0{,}6 + (-52) * 0{,}4 = 3{,}5$$

$$H(X_2) * \alpha_1 + D(X_2) * \beta_1 = 4 * 0{,}6 + 2 * 0{,}4 = 3{,}2$$

atd.

Hodnoty a pořadí variant jsou zaznamenány v následující tabulce.

Tabulka 18 Výsledky hodnocení dle Hurwiczova pravidla

Instrumenty \ Stavy světa		Stabilní růst S_1	Stagnace S_2	Recese S_3	$\alpha_1 = 0{,}6$	Pořadí variant	$\alpha_2 = 0{,}8$	Pořadí variant
Akcie	X_1	11,0	40,5	-52,0	3,5	1, 2	22,0	1
SPP	X_2	2,0	2,5	4,0	3,2	3	3,6	3
Termínované vklady	X_3	3,5	3,5	3,5	3,5	1, 2	3,5	4
Podílové listy	X_4	22,5	20,0	-32,5	0,5	4	11,5	2
Cizí měna (Euro)	X_5	-5,0	-5,0	2,0	-0,8	5	0,6	5

Zdroj: Vlastní výpočet

Pro rozhodovatele s lehkým sklonem k riziku jsou nejvhodnějšími variantami X_1 = akcie a X_3 – Terminované vklady. S velikostí sklonu rozhodovatele k riziku se mění i jeho preferenční uspořádání a zvětšují se rozdíly mezi výslednými hodnotami. Rozhodovatel s velkým sklonem k riziku by jednoznačně preferoval variantu X_1 – akcie. Po ní by následovala varianta X_4 – Podílové listy. Varianta X_3 – termínované vklady se propadla až na čtvrté místo.

Laplaceovo pravidlo

Laplaceovo pravidlo počítá se stejnými pravděpodobnostmi nastání možných stavů světa, jednotlivé prvky matice jsou tedy násobeny hodnotou $\frac{1}{n}$, kde n je počet těchto stavů.

$$\sum_{j=1}^{3} \frac{1}{3} a_{1j} = \frac{1}{3} [11 + 40{,}5 + (-52)] = -0{,}2$$

$$\sum_{j=1}^{3} \frac{1}{3} a_{2j} = \frac{1}{3} [2 + 2{,}5 + 4] = 2{,}8$$

atd.

Hodnoty a preferenční uspořádání variant je zapsáno v následující tabulce.

Tabulka 19 Výsledky hodnocení dle Laplaceova pravidla

Instrumenty \ Stavy světa		Stabilní růst S_1	Stagnace S_2	Recese S_3	$\sum_{j=1}^{n} \frac{1}{n} a_{ij}$	Pořadí variant
Akcie	X_1	11,0	40,5	-52,0	-0,2	4
SPP	X_2	2,0	2,5	4,0	2,8	3
Termínované vklady	X_3	3,5	3,5	3,5	3,5	1
Podílové listy	X_4	22,5	20,0	-32,5	3,3	2
Cizí měna (Euro)	X_5	-5,0	-5,0	2,0	-2,7	5

Zdroj: Vlastní výpočet

Podle Laplaceova pravidla vyšly jako nejvhodnější investice do termínovaných vkladů – X_3 a v těsném závěsu za ní investice do podílových listů – X_4.

Savageovo pravidlo

Při řešení pomocí Savageova pravidla jsme nejprve na základě vztahu (4.4) sestrojili matici ztrát Z. Výpočet jednotlivých prvků matice je znázorněn na prvcích z_{11} a z_{22}.

$z_{11} = 22{,}5 – 11 = 11{,}5$

$z_{22} = 40{,}5 – 2{,}5 = 38$

Hodnoty matice Z jsou zaznamenány v tabulce 20 Z těchto hodnot byla vybrána řádková maxima, neboli maximální možné ztráty při volbě jednotlivých variant a bylo určeno pořadí variant, kde nejlepší varianta odpovídá nejmenší velikosti ztráty.

Tabulka 20 Matice ztrát a výsledky hodnocení dle Savageova pravidla

Instrumenty / Stavy světa		Stabilní růst S_1	Stagnace S_2	Recese S_3	$\max_j z_{ij}$	Pořadí variant
Akcie	X_1	11,5	0,0	56,0	56,0	5
SPP	X_2	20,5	38,0	0,0	38,0	3
Termínované vklady	X_3	19,0	37,0	0,5	37,0	2
Podílové listy	X_4	0,0	20,5	36,5	36,5	1
Cizí měna (Euro)	X_5	27,5	45,5	2,0	45,5	4

Zdroj: Vlastní výpočet

Jako nejvhodnější varianta zde vyšla investice do podílových listů, tedy X_4. Hned za ní následuje varianta X_3 – termínované vklady.

5.4 Zhodnocení výsledků

Rozhodovací problém jsme řešili pomocí teorie her a teorie rozhodování za rizika a nejistoty. Varianty rozhodovatele byly vybrány v korespondenci s variantami použitými v bakalářské práci (kde byly porovnávány pomocí metod vícekriteriálního hodnocení založených na párovém srovnávání), což nám umožní komplexní porovnání metod na podporu rozhodování v konfliktních rozhodovacích situacích.

Z pohledu teorie her jsme museli přijmout předpoklad, že se jedná o dva racionální rozhodovatele maximalizující svůj zisk. Tím se mohly výsledky rozhodování poněkud zkreslit.

Při hodnocení pomocí pravidel rozhodování za neurčitosti a rizika jsme nejprve určili postoj rozhodovatele k riziku, kterým je pro náš příklad sklon k riziku. Tomuto přístupu byla přizpůsobena i pravidla rozhodování.

Preferenční uspořádání variant se u jednotlivých metod liší:

Pomocí teorie her vyšly jako nevhodnější investiční instrumenty **státní pokladniční pouzkázky – varianta X_2 a podílové listy otevřených smíšených podílových fondů, varianta X_4**.

Při rozhodování za rizika bylo pomocí metody očekávaného užitku sestaveno preferenční pořadí variant tak, že jako nejvhodnější se jeví akcie, poté podílové listy a termínované vklady. Pomocí pravidla očekávané hodnoty a rozptylu však byla odhalena přílišná rizikovost akcií, oproti ostatním investičním instrumentům. Poměrně vysokou rizikovost vykazují též státní pokladniční poukázky, avšak oproti akciím téměř třetinovou. Rozhodovatli bychom tedy, vzhledem k jeho sklonu k riziku, doporučili jako nejvhodnější investiční instrument **podílové listy X_4, termínované vklady X_3 a poté teprve akcie X_1.**

Jako pravidla rozhodování za rizika byla pro tento příklad vybrána pravidla Maximax, Hurwiczovo, Laplaceovo a Savageovo. Preferenční uspořádání variant se dle jednotlivých pravidel lišilo. Odlišnosti výsledků vyplývají zejména z odlišných přístupů pravidel k postoji rozhodovatele. Jako nejvhodnější pravidlo pro náš rozhodovací případ se jeví Hurwiczovo pravidlo, které umožňuje výpočet preferenčního pořadí variant vzhledem k různým hodnotám koeficientu optimizmu (neboli sklonu k riziku) rozhodovatele.

Uspořádání variant rozhodovatele s větším sklonem k riziku vyšlo tak, že jako nejvhodnější se jeví varianty X_1 – akcie, poté X_4 – podílové listy a X_2 - Státní pokladniční poukázky. Toto pravidlo je vhodné skombinovat s maticí ztrát, neboli s použitím pravidla Savageova, kde jako nejméně ztrátová varianta vyplývá varianta $X4$ – podílové listy, poté termínované vklady – X_3 a státní pokladniční poukázky X_2. Oproti tomu akcie vycházejí jako varianta s největší možnou ztrátou.

Rozhodovateli bychom na základě těchto výsledů doporučili jako nejvhodnější variantu **X_4 – podílové listy, poté Státní pokladniční poukázky - X_2 a akcie - X_1.**

Jak je zřejmé z výše uvedených výsledků, nejsme schopni získat jednoznačné preferenční uspořádání variant. Jsme však schopni na základě těchto metod rozhodovateli doporučit varianty nejvhodnější pro realizaci vzhledem k jejich ziskovosti a rizikovosti. Z tohoto pohledu je dle jednotlivých metod celkově nejvhodnější varianta **X4 – Podílové listy.**

Při aplikaci metod založených na párovém srovnávání, kde se varianty porovnávaly na základě kritérií ziskovosti, rizikovosti, likvidity, investičního horizontu, a ostatních práv spojených s vlastnictvím, byly jako nejvhodnější varianty určeny **X2 – státní pokladniční poukázky, X4 – podílové listy a X6 – cizí měna**. Viz bakalářská práce.[35] Výhodou těchto metod bylo porovnávání pomocí více kritérií, avšak nebraly v úvahu stav a budoucí vývoj ekonomiky.

Při výběru z velkého množství variant bychom doporučili rozhodovateli zúžit pomocí vicekriteriálního hodnocení množinu variant a poté aplikovat metody rozhodování za neurčitosti a rizika k porovnání výhodnosti a rizikovosti vybraných variant vzhledem k možnému ekonomickému vývoji či jiným vlivům.

[35] Koubová, K. Vícekriteriální hodnocení variant za jistoty - metody rozhodování založené na párovém srovnávání variant. Pardubice, 2008. 42 s. Bakalářská práce. Univerzita Pardubice.

Závěr

V této práci jsme se zabývali nastíněním metod na podporu rozhodování v konfliktních rozhodovacích situacích a jejich možnostmi využití při řízení ekonomických subjektů. Podrobněji jsme se zaměřili na vybrané typy konfliktů z teorie her a principy rozhodování v podmínkách rizika a nejistoty. Snahou bylo vytvořit ucelený přehled exaktních metod, které mohou vedoucí pracovníci využít jako podklad pro rozhodnutí v komplikovaných a tudíž intuitivně těžko řešitelných situacích.

Problematika teorie her je velmi obsáhlá a její využití má potenciál ve spoustě vědních disciplín, kde se střetávají zájmy dvou a více subjektů. Namodelování situací pomocí teorie her umožňuje pochopit chování ostatních účastníků konfliktu. V ekonomické praxi ji pak můžeme využít k rozklíčování chování konkurentů na trhu či investorů na burze, a tím získat lepší vyjednávací pozici. Využití teorie her při řízení podniku tedy může být velmi přínosné z hlediska konkurenčního boje. Její aplikace je však mnohdy těžko realizovatelná. Ne vždy máme možnost získat potřebná vstupní data a použití odhadů vede ke snížení vypovídací schopnosti získaných výsledků. Ačkoli jsou teoreticko-herní aplikace poměrně časově i znalostně náročné, jejich aplikace umožní získat objektivní podklady pro rozhodnutí každého z nás.

Teorie her by měla hrát významnou roli zejména při rozhodování manažerů působících ve společnostech v oligopolním prostředí, jelikož zde působí omezené množství navzájem se silně ovlivňujících firem. Oligopolní struktura umožňuje manažerům volit strategie na základě odhadu chování konkurenta, což přímo vybízí k modelování situací pomocí teorie her.

Při zpracovávání této problematiky jsme měli možnost nahlédnout do velkého množství mikroekonomických publikací, kde byla teorie her nastíněna jen velmi okrajově, nebo zde nebyla zahrnuta vůbec. Jelikož se jedná o velmi zajímavou a pro ekonomickou praxi velmi přínosnou vědní disciplínu, mělo by jí být věnováno mnohem více pozornosti.

Teorii rozhodování za neurčitosti a rizika se v ekonomických publikacích vyskytuje častěji, je mnohem rozšířenější a dá se říci, že je v praxi běžně využívána. Pomocí této teorie je možné řešit situace, kdy nemáme dostatek informací o budoucím vývoji určitého aspektu ovlivňujícího dopady jednotlivých variant, avšak jsme schopni tyto aspekty určit. Takovéto situace se při řízení podniku vyskytují poměrně často, má zde tedy teorie rozhodování za neurčitosti a rizika své místo. Při aplikaci těchto principů by měli manažeři vždy zvážit velikost rizika, které jsou ochotni podstoupit a podle toho vybrat odpovídající metodu.

V rozhodování za rizika hrají významnou roli pravděpodobnosti nastání jednotlivých situací. Při jejich tvorbě by měli manažeři spolupracovat s analytiky a odborníky na danou problematiku, jelikož špatné rozdělení pravděpodobností vede ke zkreslení výsledků a může zapříčinit volbu nevhodné varianty.

Při aplikaci těchto metod na konkrétním rozhodovacím případu jsme došli k názoru, že je z hlediska rozhodování za rizika velmi důležité porovnat nejen výhodnost variant, ale i jejich rizikovost. Jako nejvhodnější bychom tedy označili princip očekávané hodnoty a rozptylu, který umožňuje náhled na situaci z obou hledisek. Z rozhodování za neurčitosti se nám jeví jako nejvíce praktické Hurwiczovo pravidlo, které umožňuje nastavit velikost rizika, jenž je manažer ochoten podstoupit. Toto pravidlo je vhodné zkombinovat s maticí ztrát, vyjadřující maximální velikost prodělků při volbě jednotlivých variant.

Všechny tyto metody a principy nedávají konkrétní návod jak se v nastalé situaci zachovat, ale jejich pomocí je možné v souladu dalšími aspekty vytvořit podklad pro výběr nejvhodnější varianty či strategie. Je nutné podotknout, že ač se jedná o metody exaktní, pracují s jistým zjednodušením skutečnosti a může dojit k určitému zkreslení výsledků právě na základě tohoto zjednodušení. I přesto má teorie rozhodování mezi vědními disciplínami významné místo.

Tato práce by měla podat návod jakými metodami je možné v určitých komplikovaných situacích rozhodování zjednodušit a to nejen manažerům, ale i široké veřejnosti. Přínosem pro mou osobu byla možnost seznámit se s velmi zajímavými postupy řešení rozmanitých situací, na které nestačí pouhá intuice. Praktická část zaměřená na investování na peněžním trhu mi umožnila hlouběji nahlédnout do vývoje výnosovosti jednotlivých instrumentů vzhledem k dalším ekonomickým aspektům a jejich porovnání z hlediska ziskovosti a rizikovosti.

Cíle práce, které jsme v úvodu vytyčili, byly splněny.

Literatura

[1] BOHDAN, L., VOLEK, J.: *Lineární programování*, Univerzita Pardubice, Pardubice, 2007, ISBN 978-80-7395-038-5

[2] BUCHTA, M., SIEGL, M., *Management*, Univerzita Pardubice, Pardubice, 2005, ISBN 80-7194-813-6

[3] BUCHTA, M: *Mikroekonomie II*, Univerzita Pardubice, Pardubice, 2006, ISBN 80-7194-813-6

[4] FIALA, P., DLOUHÝ, M.: *Základy kvantitativní ekonomie a ekonomické analýzy,* Vysoká škola ekonomická v Praze, Praha, 2006, ISBN 80-245-1087-1

[5] FIALA, P.: *Modely a metody rozhodování*, Oeconomica, Praha, 2008, ISBN 978-80-245-1345-4

[6] FOTR, J., Dědina, J.: *Manažerské rozhodování*, Vysoká škola ekonomická v Praze, Praha 1993, ISBN 80-7079-939-0

[7] HILLIER, F. S., LIEBERMAN, G. J.,*Introduction to Operations Research*,Mc Graw-Hill, Boston,2001, ISBN: 0-07-121744-4

[8] CHOBOT, M., TURNOVOCOVÁ, A.: *Modely rozhodovania v konfliktných situáciích a za neurčitosti,* Alfa, Bratislava, 1980

[9] KOUBOVÁ, Kateřina. *Vícekriteriální hodnocení variant za jistoty - metody rozhodování založené na párovém srovnávání variant*. Pardubice, 2008. 42 s. Bakalářská práce. Univerzita Pardubice.

[10] MAŇAS, M.: *Optimalizační metody pro podnik, finance a trh*, Vysoká škola ekonomická v Praze, Praha 1997, ISBN 80-7079-284-1

[11] MAŇAS, M.: *Teorie her a optimální rozhodování*, Státní nakladatelství technické literatury, Praha, 1974

[12] MAŇAS, M.: *Teorie her a konflikty zájmů*, Vysoká škola ekonomická v Praze, Praha 2002, ISBN 80-245-0450-2

[13] TURBAN, E., MEREDITH, J. R.: *Fundamentals of management science,* Business publications, Plano, Texas, 1988, ISBN 0-256-06256-0

[14] VACEK, J.: *Rozhodování za rizika a nejistoty*, Západočeská univerzita v Plzni, Plzeň, 2008, ISBIN 978-80-7043-618-9

[15] *Euler.fd.cvut.cz* [online]. 2009 [cit. 2010-04-15]. Příklady neantagonistických konfliktů. Dostupné z WWW: <http://euler.fd.cvut.cz/predmety/teorie_her/priklady_neantag.pdf>

[16] *Gametheory.net* [online]. 2008 [cit. 2010-04-02]. Game theory and business strategy. Dostupné z WWW: <http://www2.owen.vanderbilt.edu/Mike.Shor/courses/game-theory/>

[17] *Ecb.int* [online]. 2010 [cit. 2010-03-13]. ECB: Euro exchange rates CZK. Dostupné z WWW: <http://www.ecb.int/stats/exchange/eurofxref/html/eurofxref-graph-czk.en.html>

[18] *Měšec.cz* [online]. 2010 [cit. 2010-03-12]. Termínované vklady. Dostupné z WWW: <http://www.mesec.cz/sporeni/terminovane-vklady/>

[19] *Akatcr.cz* [online]. 2010 [cit. 2010-03-28]. AKAT CR. Dostupné z WWW: <http://www.akatcr.cz/public/vypisUniversal.do?typZpravy=6>

[20] *Czso.cz* [online]. 2010 [cit. 2010-03-12]. Hrubý domácí produkt - časové řady. Dostupné z WWW: <http://www.czso.cz/csu/redakce.nsf/i/hdp_cr>

[21] *Cnb.cz* [online]. 2010 [cit. 2010-03-12]. Krátkodobé dluhopisy (státní pokladniční poukázky). Dostupné z WWW: <http://www.cnb.cz/cs/financni_trhy/trh_statnich_dluhopisu/spp/>

[22] *Bcpp.cz* [online]. 2009 [cit. 2010-03-13]. Burzovní indexy - Burza cenných papírů Praha, a. s. Dostupné z WWW: <http://www.bcpp.cz/dokument.aspx?k=Burzovni-Indexy>

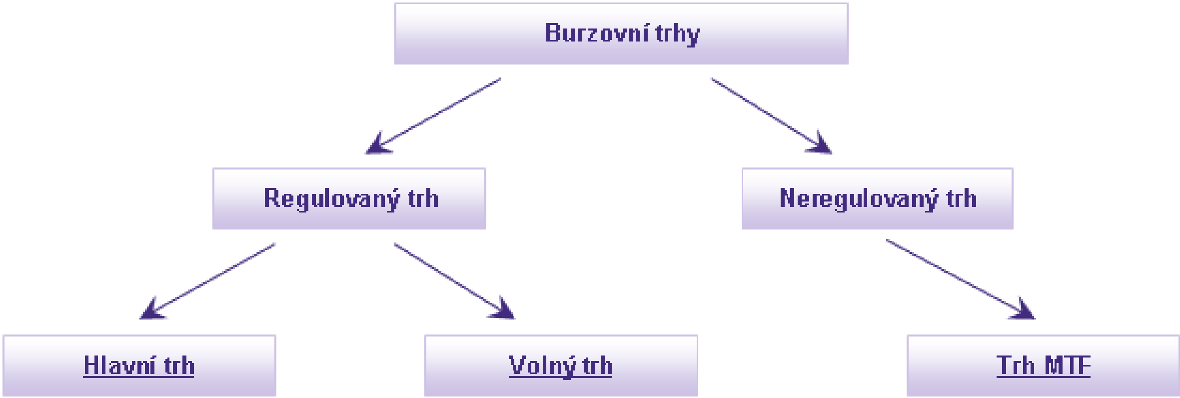
[23] *Rmsystem.cz* [online]. 2008 [cit. 2010-03-20]. RM-SYSTÉM česká burza cenných papírů. Dostupné z WWW: <http://www.rmsystem.cz/>

Seznam tabulek

Seznam obrázků

Seznam příloh

Příloha 1 – rozdělení burzovních trhů



Zdroj: *Bcpp.cz* [online]. 2009 [cit. 2010-04-24]. Burzovní indexy - Burza cenných papírů Praha, a. s. Dostupné z WWW: <http://www.bcpp.cz/dokument.aspx?k=Burzovni-Indexy>

Příloha 2 – přehled titulů akcií obchodovaných na hlavním trhu BCPP

Titul	Emitent	Předmět činnosti
AAA	AAA Auto Group N.V.	Prodej ojetých vozů a zprostředkování finančních služeb v automobilové oblasti ve střední a východní Evropě
CETV	CENTRAL EUROPEAN MEDIA ENTERPRISES LTD.	Vlastnictví a provozování komerčních televizních stanic ve střední a východní Evropě
ČEZ	ČEZ, a.s.	Prodej elektřiny, opatřené zejména výrobou ve vlastních zdrojích, a s tím související poskytování podpůrných služeb elektrizační soustavě, dále pak výroba, rozvod a prodej tepla.
ECM	ECM REAL ESTATE INVESTMENTS A.G	Projektování a výstavba komerčních a rezidenčních nemovitostí
ERSTE GROUP BANK	Erste Group Bank A.G.	Bankovní služby
KITD	KIT Digital, Inc.	Poskytování softwarových řešení pro správu, řízení a prodej video obsahu na bázi internetových digitálních technologií
KOMERČNÍ BANKA	Komerční banka, a.s.	Komerční banka je součástí skupiny Société Générale. Skupina Komerční banky poskytuje klientům komplexní služby v oblasti drobného, podnikového a investičního bankovnictví.
NWR	New World Resources N.V.	Vyhledávání, těžba a prodej černého uhlí
ORCO	Orco Property Group S.A.	Přímé získávání nemovitostí a podílů, poskytování půjček společnostem, které jsou součástí skupiny
PEGAS NONWOVENS	PEGAS NONWOVENS SA	Výroba netkaných textilií
PHILIP MORRIS ČR	Philip Morris ČR a.s.	Výroba cigaret a tabákových výrobků.
TELEFÓNICA O2 C.R.	Telefónica O2 Czech Republic,a.s.	Poskytuje komplexní nabídku hlasových a datových a internetových služeb, v pevných a mobilních technologiích včetně nabídky na využívání síťové infrastruktury pro provozovatele a poskytovatele veřejných i neveřejných sítí a služeb
UNIPETROL	UNIPETROL, a.s.	Zpracování ropy a výroba petrochemických produktů
VIG	VIENNA INSURANCE GROUP	Finanční služby - pojištění

Zdroj dat: *Bcpp.cz* [online]. 2009 [cit. 2010-04-24]. Burzovní indexy - Burza cenných papírů Praha, a. s. Dostupné z WWW: <http://www.bcpp.cz/dokument.aspx?k=Burzovni-Indexy>