

**UNIVERZITA PARDUBICE
FAKULTA EKONOMICKO-SPRÁVNÍ**

DIPLOMOVÁ PRÁCE

2009

Bc. Petr ŠTĚRBA

Univerzita Pardubice
Fakulta ekonomicko-správní

Optimalizace portfolia cenných papírů

Bc. Petr Štěrbá

Diplomová práce

2009

Univerzita Pardubice
Fakulta ekonomicko-správní
Ústav systémového inženýrství a informatiky
Akademický rok: 2008/2009

ZADÁNÍ DIPLOMOVÉ PRÁCE

(PROJEKTU, UMĚLECKÉHO DÍLA, UMĚLECKÉHO VÝKONU)

Jméno a příjmení: **Bc. Petr ŠTĚRBA**
Studijní program: **N6209 Systémové inženýrství a informatika**
Studijní obor: **Informatika ve veřejné správě**

Název tématu: **Optimalizace portfolia cenných papírů**

Z á s a d y p r o v y p r a c o v á n í :

Charakterizujte možnosti optimalizace portfolia cenných papírů.
Charakterizujte současné možnosti řešení optimalizačního problému.
Charakterizujte genetické algoritmy.
Navrhňte model na optimalizaci portfolia cenných papírů.
V programovém prostředí Matlab verifikujte tento model na reálných finančních datech.
Realizujte analýzu výsledků.

Rozsah grafických prací:

Rozsah pracovní zprávy:

Forma zpracování diplomové práce: **tištěná/elektronická**

Seznam odborné literatury:


OLEJ, Vladimír. Modelovanie ekonomických procesov na báze výpočtovej inteligencie, 1. vyd. Hradec Králové: Miloš Vognar - M&V, 2003. 159 s. ISBN 80-90324-9-1.

MAŘÍK, Vladimír, ŠTĚPÁNKOVÁ, Olga, LAŽANSKÝ, Jiří. Umělá inteligence. 1. vyd. Praha : Academia, 1993. ISBN 978-80-200-1470-2.

ZMEŠKAL, Zdeněk. Finanční modely. 2. vyd. Praha : Ekopress, 2004. 236 s. ISBN 80-86119-87-4.

DĚDIČ, Jan, PAULY, Jan. Cenné papíry. Praha : Prospektrum, 1994. 220 s. ISBN 80-85431-98-X.

Vedoucí diplomové práce:


Ing. Petr Hájek, Ph.D.
Ústav systémového inženýrství a informatiky

Datum zadání diplomové práce:

6. října 2008

Termín odevzdání diplomové práce:

1. května 2009



doc. Ing. Renáta Myšková, Ph.D.

děkanka

L.S.



doc. Ing. Jiří Krupka, Ph.D.

vedoucí ústavu

V Pardubicích dne 6. října 2008

Prohlašuji:

Tuto práci jsem vypracoval samostatně. Veškeré literární prameny a informace, které jsem v práci využil, jsou uvedeny v seznamu použité literatury.

Byl jsem seznámen s tím, že se na moji práci vztahují práva a povinnosti vyplývající ze zákona č. 121/2000 Sb., autorský zákon, zejména se skutečností, že Univerzita Pardubice má právo na uzavření licenční smlouvy o užití této práce jako školního díla podle § 60 odst. 1 autorského zákona, a s tím, že pokud dojde k užití této práce mnou nebo bude poskytnuta licence o užití jinému subjektu, je Univerzita Pardubice oprávněna ode mne požadovat přiměřený příspěvek na úhradu nákladů, které na vytvoření díla vynaložila, a to podle okolností až do jejich skutečné výše.

Souhlasím s prezenčním zpřístupněním své práce v Univerzitní knihovně.

V Pardubicích dne 1.5.2009

Petr Štěřba

Poděkování:

Na tomto místě bych rád poděkoval panu Ing. Petru Hájkovi, Ph.D. za odborné vedení při zpracování mé diplomové práce. Také bych rád poděkoval všem ostatním, kteří mi poskytli užitečné rady, připomínky a podklady.

Abstrakt

Teorie portfolia je mikroekonomická disciplína zabývající se zkoumáním kapitálových trhů, přesněji řečeno aktiv, která se na nich obchodují. Cílem je nalézt co nejlepší popis chování cen těchto aktiv a na základě něj pak určit výsledné optimální portfolio splňující určité, předem dané vlastnosti (např. maximální výnos, minimální riziko).

Tato práce obsahuje jednak teorii portfolia, tak také principy fungování genetických algoritmů. Druhá část práce je potom zaměřena na návrh modelu pro optimalizaci portfolia cenných papírů a jeho verifikaci na reálných finančních datech v programovém prostředí Matlab.

Klíčová slova

Portfolio, optimalizace, teorie portfolia, genetický algoritmus, Matlab, akcie, cenný papír, burza, výnos, riziko.

Title

Stock portfolio optimization

Abstract

The portfolio theory represents a microeconomic discipline addressing the research of capital markets, more precisely it is focused on the assets traded in these markets. The theory aims at finding the best possible way of describing the behavior of assets' prices and based on it, the theory determines an optimum portfolios meeting specific predefined characteristics (e.g. maximum return, minimum risk, etc.).

This work covers both the theory of portfolio and the principles of genetic algorithms' functioning. Next part of the work is focused on the model design for stock portfolio optimization, and on its verification on real financial data realized in the programming environment Matlab.

Keywords

Portfolio, optimization, portfolio theory, genetic algorithm, Matlab, stock, bond, stock exchange, returns, risk.

Obsah

Úvod	12
1 Cenné papíry	14
1.1 Aktiva	14
1.1.1 Členění aktiv	14
1.2 Cenné papíry	14
1.2.1 Členění cenných papírů	15
1.3 Akcie	16
1.3.1 Členění akciových společností	17
1.3.2 Členění akcií	17
1.3.3 Hodnota a kurz akcie	18
1.3.4 Operace s akciemi	19
1.4 Dílčí závěry	20
2 Burzy cenných papírů	21
2.1 Vznik burz	21
2.2 Členění burz	22
2.3 Charakteristika vybraných burz	23
2.3.1 New York Stock Exchange (NYSE)	23
2.3.2 Burza cenných papírů Praha	24
2.4 Burzovní indexy	25
2.4.1 Index PX	25
2.4.2 Dow Jones Industrial Average	26
2.5 Dílčí závěry	26
3 Teorie portfolia	27
3.1 Oblasti použití teorie portfolia	27
3.1.1 Instituce kolektivního investování	27
3.1.2 Řízení aktiv a pasiv obchodních bank	28
3.1.3 Měnová portfolia (mezinárodní portfolia)	28
3.1.4 Komoditní portfolia	28
3.2 Motivy sestavování portfolia	28
3.2.1 Motiv získání kapitálu	28
3.2.2 Motiv spekulace	29
3.2.3 Motiv arbitráže	29
3.2.4 Motiv zajišťovací	29
3.3 Způsoby správy portfolia	29
3.3.1 Aktivní správa portfolia	29
3.3.2 Pasivní správa portfolia	30
3.4 Charakteristiky aktiv portfolia	30
3.4.1 Výnos	31
3.4.2 Riziko	33
3.4.3 Likvidita	38
3.4.4 Vztahy mezi charakteristikami aktiv portfolia	39
3.5 Dílčí závěry	40

4	Optimalizace portfolia	41
4.1	<i>Markowitzův model</i>	41
4.1.1	Efektivní hranice	41
4.1.2	Indiferenční křivky	42
4.1.3	Optimální portfolio	44
4.1.4	Shrnutí Markowitzova modelu	44
4.2	<i>Tobinův model</i>	45
4.2.1	Efektivní hranice při zapůjčování bezrizikového aktiva	45
4.2.2	Efektivní hranice při zapůjčování i vypůjčování bezrizikového aktiva	46
4.2.3	Shrnutí Tobinova modelu	46
4.3	<i>Jednoduchý indexní model</i>	47
4.3.1	Multi-indexní model	48
4.3.2	Shrnutí jednoduchého indexního modelu	48
4.4	<i>Dílčí závěry</i>	49
5	Genetické algoritmy	50
5.1	<i>Optimalizační algoritmy</i>	50
5.2	<i>Úvod do genetických algoritmů</i>	51
5.3	<i>Genetické operátory</i>	52
5.4	<i>Účelová funkce</i>	53
5.5	<i>Genetický algoritmus</i>	54
5.5.1	Navržení genetické struktury	54
5.5.2	Inicializace	54
5.5.3	Ohodnocení	54
5.5.4	Volba rodičů	55
5.5.5	Křížení	55
5.5.6	Mutace	56
5.5.7	Reprodukce	56
5.6	<i>Dílčí závěry</i>	56
6	Návrh modelu na optimalizaci portfolia cenných papírů	57
6.1	<i>Vstupní data</i>	58
6.1.1	Historický kurz cenného papíru	58
6.1.2	Velikost úroku při zapůjčení bezrizikového aktiva	58
6.1.3	Velikost úroku při vypůjčení bezrizikového aktiva	59
6.2	<i>Předzpracování dat</i>	60
6.2.1	Historický týdenní výnos cenného papíru	60
6.2.2	Očekávaný výnos cenného papíru	61
6.2.3	Kovariance mezi výnosností cenných papírů	62
6.2.4	Velikost úroku při zapůjčení a vypůjčení bezrizikového aktiva	62
6.3	<i>Postoj investora k riziku</i>	62
6.4	<i>Definování účelové funkce</i>	63
6.5	<i>Definování omezujících podmínek</i>	64
6.6	<i>Nastavení parametrů genetického algoritmu</i>	64
6.7	<i>Výstupní data</i>	65
6.7.1	Hodnota účelové funkce	65
6.7.2	Váhy cenných papírů a bezrizikového aktiva	65
6.7.3	Výnos portfolia	65
6.7.4	Riziko portfolia	65
6.8	<i>Analýza výsledků</i>	66

6.9	<i>Dílčí závěry</i>	66
7	Optimalizace portfolia (index DJIA)	67
7.1	<i>Vstupní data</i>	67
7.2	<i>Předzpracování dat</i>	68
7.3	<i>Postoj investora k riziku</i>	69
7.4	<i>Definování účelové funkce</i>	71
7.5	<i>Definování omezujících podmínek</i>	71
7.6	<i>Nastavení parametrů genetického algoritmu</i>	71
7.7	<i>Výstupní data</i>	74
7.7.1	Hodnota účelové funkce	74
7.7.2	Váhy cenných papírů a bezrizikového aktiva	76
7.7.3	Výnos portfolia	77
7.7.4	Riziko portfolia	78
7.8	<i>Analýza výsledků</i>	79
7.9	<i>Dílčí závěry</i>	80
8	Optimalizace portfolia (index PX)	81
8.1	<i>Vstupní data</i>	81
8.2	<i>Předzpracování dat</i>	81
8.3	<i>Postoj investora k riziku</i>	82
8.4	<i>Definování účelové funkce</i>	84
8.5	<i>Definování omezujících podmínek</i>	84
8.6	<i>Nastavení parametrů genetického algoritmu</i>	84
8.7	<i>Výstupní data</i>	86
8.7.1	Hodnota účelové funkce	87
8.7.2	Váhy cenných papírů a bezrizikového aktiva	87
8.7.3	Výnos portfolia	88
8.7.4	Riziko portfolia	91
8.8	<i>Analýza výsledků</i>	91
8.9	<i>Dílčí závěry</i>	93
9	Uživatelská příručka	94
9.1	<i>Zadání účelové funkce</i>	95
9.2	<i>Definování omezujících podmínek</i>	95
9.3	<i>Zobrazení výsledku</i>	95
9.4	<i>Nastavení parametrů</i>	96
9.4.1	Population (Populace)	96
9.4.2	Fitness scaling (Škálování účelové funkce)	97
9.4.3	Selection (Selekce)	98
9.4.4	Reproduction (Reprodukce)	98
9.4.5	Mutation (Mutace)	98
9.4.6	Crossover (Křížení)	99
9.4.7	Migration (Migrace)	99
9.4.8	Algorithm settings (Nastavení algoritmu)	100
9.4.9	Hybrid function (Hybridní funkce)	100
9.4.10	Stopping criteria (Ukončovací podmínky)	100
9.4.11	Plot functions (Grafy)	101
9.4.12	Output function (Výstupní funkce)	102
9.4.13	Display to command window (Zobrazení do příkazové řádky)	102
9.4.14	User function evaluation (Ohodnocení účelové funkce uživatelem) ...	103

Závěr	104
Literatura	107
Seznam obrázků.....	110
Seznam tabulek	111
Seznam grafů	112
Přílohy	113

Úvod

Diplomová práce je rozdělena do dvou hlavních částí. První část tvoří úvodních pět kapitol, které se zabývají teorií potřebnou pro návrh modelu na optimalizaci portfolia cenných papírů. Dílčím cílem práce je proto shrnutí současného stavu řešení v oblasti optimalizace portfolia cenných papírů. Druhá část ve zbylých čtyřech kapitolách popisuje samotný návrh modelu a jeho verifikaci na reálných finančních datech v programovém prostředí Matlab. Dalším dílčím cílem práce je návrh modelu pro optimalizaci portfolia cenných papírů a jeho aplikace na datech z USA a ČR.

První kapitola je věnována problematice cenných papírů. Obsahuje stručnou charakteristiku a členění cenných papírů. Další část této kapitoly je zaměřena na problematiku akcií, jejich členění a operace s nimi.

Druhá kapitola se zabývá problematikou burz cenných papírů. Součástí této kapitoly je stručný nástin vzniku burz cenných papírů a způsob jakým se burzy člení. Další část kapitoly je přímo zaměřena na charakteristiku vybraných burz a burzovních indexů, které jsou dále využity pro modelování.

Náplní třetí kapitoly je úvod do problematiky teorie portfolia. Jsou zde uvedeny oblasti použití, motivy sestavování a způsoby správy portfolia. Další část kapitoly je věnována jednotlivým charakteristikám portfolia, tedy výnosu, riziku a likviditě celého portfolia.

Čtvrtá kapitola této práce je zaměřena na objasnění podstaty vybraných modelů pro optimalizaci portfolia cenných papírů. Mezi tyto modely patří Markowitzův, Tobinův a jednoduchý indexní model.

Cílem páté kapitoly je popsat problematiku genetických algoritmů. Kapitola je zaměřena jednak na definování základních pojmů z této oblasti, dále pak na problematiku genetických operátorů a účelové funkce. Na závěr je popsán samotný cyklus základního genetického algoritmu.

Náplní šesté kapitoly je postup při tvorbě modelu pro optimalizaci portfolia cenných papírů. Součástí této kapitoly je grafická reprezentace samotného modelu včetně detailního popisu jeho jednotlivých částí.

V sedmé a osmé kapitole této práce je již řešen samotný problém optimalizace portfolia cenných papírů. První z těchto dvou kapitol řeší problém optimalizace portfolia cenných papírů, které jsou součástí burzovního indexu Dow Jones Industrial Average s tím, že předpokládaná doba držení portfolia bude jeden týden. Osmá kapitola naopak zkoumá, jakým způsobem se bude optimální portfolio vyvíjet v průběhu času. Podstatným rozdílem oproti sedmé kapitole je také to, že předpokládaná doba držení portfolia bude jeden měsíc a optimální portfolio bude tvořeno cennými papíry, které jsou součástí burzovního indexu PX.

Závěrečná devátá kapitola, nazvaná jako „uživatelská příručka“ obsahuje podrobný návod pro uživatele, jak nastavit jednotlivé parametry genetického algoritmu v programovém prostředí Matlab - Genetic Algorithm and Direct Search Toolbox.

1 Cenné papíry

Cílem diplomové práce je navrhnout model na optimalizaci portfolia cenných papírů. Je tedy nezbytné věnovat nejprve pozornost problematice samotných cenných papírů, zejména pak akciím.

1.1 Aktiva

Aktiva jsou předmětem teorie portfolia. Pod pojmem aktivum si lze představit cokoliv, co je předmětem vlastnictví. Tedy například [6]:

- *cenné papíry* (akcie, obligace, podílové listy),
- *nemovitosti* (obytné a kancelářské budovy, výrobní objekty, pozemky),
- *movitý majetek* (automobily, zásoby materiálu a surovin).

1.1.1 Členění aktiv

Podle [6] lze aktiva rozdělit na:

- *hmotná* (zboží na skladě, automobil, zásoby surovin, stroje a zařízení atd.),
- *nehmotná* (know-how, software atd.),
- *finanční* (peníze v hotovosti a na účtech, nakoupené cenné papíry, směnky, dluhopisy atd.).

Pro teorii portfolia jsou nejdůležitější aktiva finanční, která jsou reprezentována zejména cennými papíry.

1.2 Cenné papíry

Cenné papíry patří mezi nástroje, se kterými se operuje na finančních trzích. Obecně lze cenné papíry charakterizovat jako listiny, které podle [8]:

- potvrzují právo vlastníka na určité plnění vůči tomu, kdo cenný papír emitoval,
- mohou být předmětem koupě a prodeje, lze s nimi obchodovat,
- mají jmenovitou hodnotu (cena uvedená na listině) a tržní hodnotu (cena vzniklá nabídkou a poptávkou),
- mohou být nahrazeny zápisem ve stanovené evidenci (elektronický záznam).

1.2.1 Členění cenných papírů

Cenné papíry lze podle [8] členit na základě těchto hledisek:

Podle charakteru práva majitele cenného papíru

- *věcná práva* - pozemkové dlužní úpisy, hypoteční zástavní listy,
- *dlužní závazky* - dluhopisy (obligace), směnky, šeky, vkladové listy, depozitní certifikáty, pokladniční poukázky,
- *majetkové účasti nebo podíly* - akcie, podílové listy, vyměnitelné dluhopisy,
- *dispoziční práva* - skladní listy, skladištní listy, náložní listy v lodní dopravě.

Podle formy převoditelnosti cenného papíru na jiného vlastníka

- *na doručitele (majitele)* - převod se uskutečňuje pouhým předáním cenného papíru,
- *na řad* - převod se uskutečňuje rubopisem (na rubu cenného papíru se v řadě postupně zapisují majitelé cenného papíru),
- *na jméno* - převod se uskutečňuje rubopisem při dodržení stanovených podmínek (např. zápis do seznamu akcionářů).

Podle emise (vydání) cenného papíru

- *hromadně vydávané* - akcie, dluhopisy, depozitní certifikáty, pokladniční poukázky,
- *individuálně vydávané* - směnky, šeky.

Podle výnosu cenného papíru

- *s pevným výnosem* - dluhopisy,
- *s proměnlivým výnosem* - akcie, dluhopisy,
- *neúročené* - šeky.

Podle emitenta cenného papíru

- *státní*,
- *bankovní*,
- *komunální (obecní)*,
- *podnikové (korporativní)*.

Podle druhu uplatňovaných práv majitelem cenného papíru

- *základní* (kmenové),
- *prioritní* (s určitým přednostním právem).

Podle podoby cenného papíru

- *listinné* - vytištěné na papíře,
- *zaknihované* (nematerializované) - jsou zápisem nebo záznamem ve stanovené evidenci.

Podle místa vydání

- *tuzemské* - vydané tuzemským emitentem,
- *zahraniční* - vydané v zahraničí.

Podle oběhu

- *registrované* - k obchodům na regulovaných trzích (např. akcie na BCPP),
- *neregistrované* - neobchodované na regulovaných trzích.

V případě, že jsou cenné papíry stejného druhu vydány stejným emitentem ve stejné formě a stejné podobě a vznikají-li z nich stejná práva, potom se jedná o tzv. *zastupitelné* cenné papíry.

1.3 Akcie

Nejrozšířenějším druhem cenných papírů v tržní ekonomice jsou akcie. Je to dáno zejména tím, že akciové společnosti jsou nejčastější právní formou průmyslových a finančních společností.

Akcie vyjadřuje určitý podíl na majetku společnosti. Jde o cenný papír, s nímž jsou spojena práva akcionáře jako společníka podílet se na jejím [7]:

- řízení, a to rozhodováním (hlasováním) na valné hromadě,
- zisku ve výši a způsobem určeným valnou hromadou (dividendy),
- likvidačním zůstatku při jejím zrušení.

Akcie nemá pevný výnos z důvodu stálého pohybu kurzu, a proto je pro investora cenným papírem spekulativním a rizikovým. Akcie patří mezi cenné papíry s vysokou volatilitou. Vysoký výnos znamená i vysoké riziko jeho dosažení.

Nejrozšířenější přístup používaný pro analýzu a oceňování akcií je znám jako fundamentální analýza¹. Tento přístup se zaměřuje na základní chování firmy a také ekonomiky, ve které firma působí. Provádí detailní analýzu firemních zisků a dividendové politiky, poté co je zprvu analyzována finanční struktura firmy. Dalšími metodami oceňování akcií jsou technická analýza [19] a psychologická analýza [5].

1.3.1 Členění akciových společností

Podle [7] lze tyto společnosti rozdělit na:

- *soukromé* - tedy společnosti, které mají malý základní kapitál (v ČR minimálně 2 mil. Kč). Celý základní kapitál upsali její zakladatelé bez veřejné nabídky. Akcie soukromé společnosti nejsou registrované a obchodované na regulovaných trzích,
- *veřejné* - tedy společnosti, které mají velký základní kapitál (v ČR minimálně 20 mil. Kč). Tyto společnosti byly založeny s veřejnou nabídkou akcií (úpisem) a jsou registrované na regulovaných trzích.

1.3.2 Členění akcií

Akcie lze podle [8] členit na základě těchto hledisek:

Podle formy

- *na jméno* - akcie vždy nese jméno vlastníka (fyzické nebo právnické osoby). Společnost v tomto případě vede seznam akcionářů,
- *na majitele* - akcie se převádí pouhým předáním. Na rozdíl od předchozího případu společnost neeviduje vlastníky akcií a tedy nezná své akcionáře.

Podle druhu

- *kmenové* - akcie, s nimiž nejsou spojena žádná zvláštní práva,
- *prioritní* - mají přednostní právo na dividendu (podíl na zisku akciové společnosti), nebo na likvidačním zůstatku.

Podle podoby

- *listinné* - akcie vytištěné (papírové),
- *zaknihované* - v elektronické podobě vedené v zákonem stanovené evidenci.

¹ Tato analýza se ve Velké Británii označuje jako investiční analýza a v USA jako analýza finanční [3].

Podle způsobu vydání

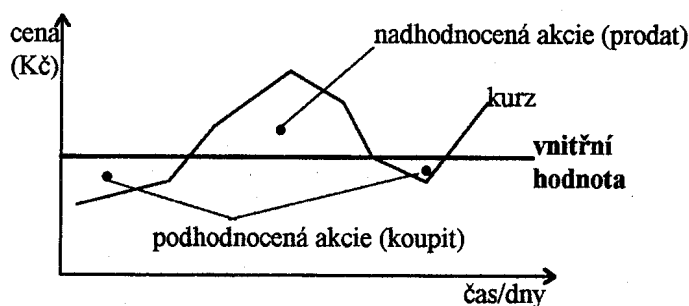
- *jednotlivé* - akcie jsou vydávány po jednom kusu,
- *hromadné* - obsahují větší počet akcií.

V některých zemích existují tzv. *zaměstnanecké* akcie. Ty mohou vlastnit pouze zaměstnanci společnosti a získávají je za výhodných finančních podmínek.

1.3.3 Hodnota a kurz akcie

U akcií je třeba rozlišovat mezi hodnotou a kurzem dané akcie. Existuje několik pojmů, které mají zcela odlišný význam. Podle [8] se jedná o:

- *Jmenovitou hodnotu* - hodnota uvedená na akcii (nominální).
- *Kurz* - vyjadřuje tržní cenu, která vzniká na regulovaném trhu působením anonymní nabídky a poptávky po akcii. Je tedy zřejmé, že kurz se odchyluje od jmenovité hodnoty, a to směrem nahoru i dolů. Převažuje-li nabídka akcií nad poptávkou, kurz klesá. Naopak převažuje-li poptávka nad nabídkou, kurz roste.
- *Emisní kurz* - představuje cenu, za níž společnost vydává (upisuje) akcie. Tento kurz nesmí být nižší než jmenovitá hodnota akcie, může však být vyšší.
- *Smluvní cenu* - cena sjednaná přímo mezi kupujícím a prodávajícím. Smluvní cena může být jiná než jmenovitá hodnota nebo kurz akcie.
- *Vnitřní hodnotu* - představuje skutečnou hodnotu pro akcionáře, která odpovídá ekonomické situaci, finančnímu zdraví a perspektivám společnosti. Tato hodnota lze velmi dobře využít při investičním rozhodování. Je-li tato hodnota vyšší než kurz, je akcie podhodnocená a měla by se koupit. Naopak je-li vnitřní hodnota nižší než kurz, je akcie nadhodnocená a měla by se prodat, viz Obr. 1.

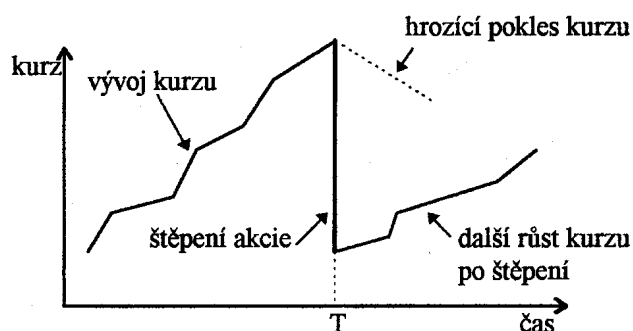


Obrázek 1: Vztah mezi vnitřní hodnotou a kurzem akcie [8].

1.3.4 Operace s akciami

Po emisi akcií může akciová společnost v době své existence uskutečnit následující operace s akciami [8].

- *Výměna akcií* - původní emise se zruší a nahradí se novou emisí. Při této operaci se nemění základní kapitál společnosti, počet a jmenovitá hodnota akcií. Zpravidla se ale mění forma akcie, druh nebo podoba akcie. Příkladem může být změna formy akcie. Výměna akcií má za cíl podpořit obchodování s akciami, a tím i růst kurzu akcie.
- *Štěpení nebo spojení akcií* - při těchto operacích se mění jmenovitá hodnota a počet emitovaných akcií, a to při zachování výše základního kapitálu, viz Obr. 2. *Štěpení* akcií (split) představuje rozdělení akcií na větší počet akcií s nižší jmenovitou hodnotou. Ke štěpení akcií se přistupuje v okamžiku, kdy dojde ke značnému odchýlení kurzu směrem nahoru od jmenovité hodnoty. *Spojení* akcií představuje sloučení akcií na menší počet s vyšší jmenovitou hodnotou akcie. Cílem spojení akcií může být například snížit náklady na tisk listinných akcií.



Obrázek 2: Štěpení akcie [8].

- *Přednostní odebrací právo* - znamená, že stávající akcionáři společnosti mají při zvýšení základního kapitálu společnosti přednostní právo upsat část nových akcií v rozsahu jejich podílu na základním kapitálu. Mají tak právo odebrat nové emitované akcie. Emisní kurz nových akcií je vždy nižší než aktuální kurz staré akcie, což znamená, že úpis nových akcií je pro akcionáře výhodný.

1.4 Dílčí závěry

Pro teorii portfolia jsou nejdůležitější finanční aktiva, která jsou reprezentována zejména cennými papíry. Cenné papíry patří mezi nástroje, se kterými se operuje na finančních trzích. Cenné papíry lze členit podle mnoha hledisek (např. podle charakteru práva majitele cenného papíru, podle formy převoditelnosti cenného papíru na jiného vlastníka, podle emise cenného papíru, atd.).

Nejrozšířenějším druhem cenných papírů v tržní ekonomice jsou akcie. Je to dáno zejména tím, že akciové společnosti jsou nejčastější právní formou průmyslových a finančních společností. Akcie nemá pevný výnos z důvodu stálého pohybu kurzu, a proto je pro investora cenným papírem spekulativním a rizikovým. Akcie patří mezi cenné papíry s vysokou volatilitou. Vysoký výnos znamená i vysoké riziko jeho dosažení. Stejně jako cenné papíry, i akcie lze členit na základě několika hledisek (podle formy, podle druhu, podle podoby a podle způsobu vydání).

2 Burzy cenných papírů

Výsledkem optimalizace má být portfolio cenných papírů. Předpokládejme, že cílem je nalezení optimálního portfolia cenných papírů, které jsou obchodovány na příslušné burze cenných papírů. Nejprve je tedy nutné zaměřit se na problematiku spojenou právě s tímto pojmem.

2.1 Vznik burz

Vznik burz přímo souvisí se vznikem tržního obchodu. Burzy ve svém počátku představovaly místo, kde se scházeli obchodníci a uskutečňovali zde vzájemné obchody. Později se burzy staly specifickou formou trhu, kde se obchody realizovaly podle pravidel a předpisů dobrovolně přijatých účastníky tohoto trhu.

První období vzniku burz spadá do období 12. až 14. století, kdy docházelo ke vzniku burz jako míst obchodování s určenými pravidly v italských městech (Janov, Benátky). Pojem burza se začal používat poprvé v belgických Bruggách. V roce 1608 byla založena amsterodamská burza. Od této doby začalo docházet k prohlubování pravidel obchodování a rozvoji jeho metod.

K největšímu rozmachu burz dochází po 2. světové válce, především od 70. let minulého století. Toto období se vyznačuje prudkým nárůstem počtu a objemu burzovních obchodů, elektronickým obchodováním a rozvojem finančních derivátů. V současné době již došlo ke globalizaci (propojení) světových finančních a kapitálových trhů.

Vznik českého kapitálového trhu se datuje do poloviny 19. století. Po založení Obchodní živnostenské komory byla v roce 1855 založena v Praze prozatímní burza, na níž se obchodovalo hlavně s valutami a směnkami. O něco později byla v Praze založena Burza pro obchod s cennými papíry a zbožím. Pražská burza fungovala až do 1. světové války, kdy byla její činnost zastavena. Vetší rozvoj pražská burza zaznamenala v období samostatné Československé republiky. V průběhu 2. světové války byla činnost burzy znovu zastavena. V roce 1945 nebyla její činnost obnovena a v roce 1953 byla oficiálně zrušena. Novodobá historie českého burzovníctví začala na počátku 90. let minulého století a byla spojena s privatizací majetku státu metodou kupónové privatizace. V souvislosti s tím vznikla v roce 1992 Burza cenných papírů

Praha, a. s., která dne 6. 4. 1993 zahájila obchodování s cennými papíry. Současně došlo i ke vzniku mimoburzovního trhu, který je označován jako RM-systém. Český kapitálový trh po roce 2001 zaznamenává pozitivní vývoj, který je spojený především se vstupem České republiky do Evropské unie [1].

2.2 Členění burz

Rozvoj burz přinesl jejich značné členění a specializaci. Burzy lze rozdělit podle následujících hledisek [8]:

Podle předmětu burzovního obchodu

- burzy *komoditní* (zbožové):
 - *obecné* - jakýkoliv druh zboží,
 - *speciální* - pouze jeden druh zboží (např. ropa, zlato),
 - *plodinové* - obilí, káva, cukr atd.,
- burzy *cenných papírů*:
 - *akciové* - pouze akcie,
 - *smíšené* - akcie a dluhopisy,
 - *derivátové*:
 - burzy pevných termínových obchodů (futures),
 - opční burzy,
 - *univerzální* - akcie, dluhopisy, finanční deriváty.

Podle právní formy (organizované)

- *státem* - mají formu veřejnoprávní instituce,
- *soukromými společnostmi* - mají formu soukromoprávní.

Podle způsobu obchodování

- *prezenční* - obchoduje se za přítomnosti obchodníků přímo v místě burzy,
- *elektronické* - obchoduje se na základě elektronických pokynů obchodníků.

Podle významu

- *národní* - obchoduje se pouze s cennými papíry emitentů dané země,
- *mezinárodní* - obchoduje se i se zahraničními cennými papíry.

2.3 Charakteristika vybraných burz

Při verifikaci navrženého modelu optimalizace portfolia jsou použita data, která se vztahují k cenným papírům obchodovaným na pražské a newyorské burze cenných papírů. Proto je v této podkapitole stručně uvedena historie a základní charakteristiky těchto dvou burz cenných papírů.

2.3.1 New York Stock Exchange (NYSE)

Burza byla založena v roce 1792 v objektu na ulici Wall Street a nazývá se „Big Board“, neboť je největší na světě. Má stejně jako ostatní americké burzy formu akciové společnosti. Je podřízena přísné kontrole ze strany státu. Hlavním úkolem NYSE je dávat souhlas k emisi cenných papírů a chránit tak investory před podvodnými machinacemi s cennými papíry. Nejvyšším orgánem burzy je Rada guvernérů, která je volena členy burzy.

Transakce na NYSE prakticky výlučně uskutečňují řádní členové burzy, kteří mohou při burzovních obchodech vystupovat vlastním jménem, ale na účet svých příkazců (tzv. brokers) nebo samotných kupujících, kteří prodávají nebo kupují cenné papíry na vlastní účet (tzv. dealers). Obchody s akciemi a obligacemi se na NYSE odehrávají v oddělených sálech. Pokud dochází k obchodu s akciemi, které jsou kótovány na NYSE, platí zásada, že každý člen burzy může uskutečňovat transakce s kterýmkoliv jiným členem burzy [18].

Kromě primárního trhu (primary market), na němž se cenné papíry prodávají poprvé a druhotného trhu (secondary market), je velmi důležitou součástí trhu cenných papírů v USA také regulovaný volný trh (OTC-market²), kde se koncentrují mimoburzovní obchody.

Od roku 1971 byl uveden do provozu elektronický systém NASDAQ (National Association of Securities Dealers Automated Quotations System). Tento systém velmi usnadnil a urychlil uzavírání mimoburzovních transakcí. Za pomoci počítačové techniky zde dochází k rychlému spojení specializovaných firem obchodujících s cennými papíry a zainteresovanými investory [1].

² over - the - counter - market

2.3.2 Burza cenných papírů Praha

Burza cenných papírů Praha, a.s. byla založena 14. listopadu 1992 jako soukromá společnost. Na jejím založení se podílelo 12 českých peněžních ústavů (převážně bank) a 5 brokerských společností (obchodníci s cennými papíry).

Burza zahájila obchodování s cennými papíry dne 6. dubna 1993, přičemž se obchodovalo pouze jeden den v týdnu se 7 emisemi akcií. Postupem času došlo k rozšíření jak počtu obchodních dnů, tak i počtu obchodovaných emisí [22].

Burza organizuje na určeném místě a ve stanovenou dobu prostřednictvím svých členů nabídku a poptávku cenných papírů, uskutečňuje obchody s cennými papíry a majetkově a finančně je vypořádává. Burza je burzou elektronickou a obchodování na ní je založeno na automatizovaném zpracování objednávek a pokynů členů burzy k nákupu a prodeji cenných papírů.

Činnost burzy řídí burzovní orgány, kterými jsou [8]:

- *valná hromada* - volí burzovní komoru a schvaluje hlavní dokumenty burzy,
- *burzovní komora* - je statutární orgán, který má pravomoci představenstva akciové společnosti,
- *dozorčí rada* - dohlíží na hospodaření burzy, nepřísluší jí kontrola burzovních obchodů.

Burza organizuje obchodování s cennými papíry na těchto burzovních trzích (prestižní trhy) [8]:

- *hlavní trh* - na tomto trhu jsou zařazeny cenné papíry velkých společností,
- *vedlejší trh* – na tomto trhu jsou zařazeny cenné papíry menších společností,
- *nový trh* - je součástí vedlejšího trhu a je určen pro akcie společností s krátkou podnikatelskou historií, s perspektivním programem a růstovým potenciálem, od jeho vzniku v roce 2000 nebyly na tento trh dosud žádné akcie zařazeny.

Vedle výše uvedených burzovních trhů organizuje BCPP také obchody na volném trhu. Na tomto trhu nejsou pro registraci cenných papírů stanoveny specifické podmínky, burza vyžaduje pouze plnění informační povinnosti emitenta.

Na BCPP je možné uzavírat tyto typy burzovních obchodů [8]:

- obchody s účastí tvůrců trhu v systému pro podporu trhu akcií a dluhopisů (SPAD),
- automatické obchody v automatickém obchodním systému (AOS),
 - *aukční režim* v rámci automatických obchodů,
 - *kontinuální režim* v rámci automatických obchodů (KOBOS),
- blokové obchody.

2.4 Burzovní indexy

Na jednotlivých trzích je velké množství cenných papírů, přičemž dochází k neustálé změně jejich kurzů, a to s různou intenzitou (volatilitou). Důsledkem toho vznikla potřeba vyjádřit tuto složitou situaci jedním údajem, který by reprezentoval celkový stav a vývoj trhu za určité časové období.

Tento důvod vedl k vytvoření indexů trhu. Existuje celá řada indexů, přičemž mezi nejvýznamnější indexy patří indexy burzovní, sestavované z kurzů na příslušné burze cenných papírů. Cílem burzovního indexu je co nejobjektivněji a co nejvšestranněji shrnout do jednoho čísla celkovou výkonnost i riziko určité burzy [10].

Stejně jako v předchozí podkapitole, bude dále věnována pozornost indexům, které jsou využity při modelování optimálních portfolií.

2.4.1 Index PX

Index PX je oficiálním indexem pražské burzy cenných papírů. První výpočet tohoto indexu se uskutečnil dne 20. března 2006 a tento index se stal nástupcem indexů PX50 a PX-D a převzal historické hodnoty nejstaršího indexu pražské burzy PX50. V indexu jsou různou vahou zahrnuty nejsilnější společnosti, obchodované na pražské burze v systému SPAD.

V současné době jsou v indexu PX obsaženy akcie 13 firem, přičemž největší váhu v indexu mají akcie energetické společnosti ČEZ a akcie telekomunikačního operátora TELEFÓNICA O2. Poslední dosud zahrnutou emisí do tohoto indexu se stala nizozemská těžební společnost NWR. Naopak dne 23 března 2009 byly z tohoto indexu vyřazeny akcie společnosti AAA AUTO.

2.4.2 Dow Jones Industrial Average

Dow Jones Industrial Average (DJIA), v Evropě též často označován jako Dow Jonesův index, je jedním z nejznámějších ukazatelů vývoje na americkém akciovém trhu. Index byl poprvé prezentován společností Wall Street.

V současné době se index DJIA skládá ze 30 komponent. Těchto 30 amerických průmyslových, mediálních, finančních a technologických blue-chips, tedy největších a nejznámějších společností v současné době reprezentuje asi pětinu tržní kapitalizace veškerých amerických společností a asi čtvrtinu kapitalizace Newyorské akciové burzy.

Mezi komponenty indexu patří například akcie společností COCA-COLA, HEWLETT-PACKARD, IBM atd. V důsledku právě probíhající finanční krize došlo k nahrazení společnosti AMERICAN INTERNATIONAL GROUP v bázi indexu společností KRAFT FOODS. Důvodem bylo „praktické znárodnění“ AIG a velmi nízká cena jejích akcií.

2.5 Dílčí závěry

Burzy ve svém počátku představovaly místo, kde se scházeli obchodníci a uskutečňovali zde vzájemné obchody. Později se burzy staly specifickou formou trhu, kde se obchody realizovaly podle pravidel a předpisů dobrovolně přijatých účastníky tohoto trhu.

Burza v dnešní podobě organizuje na určeném místě a ve stanovenou dobu prostřednictvím svých členů nabídku a poptávku cenných papírů, uskutečňuje obchody s cennými papíry a majetkově a finančně je vypořádává. Burzy lze dělit podle několika hledisek (podle předmětu burzovního obchodu, podle právní formy, podle způsobu obchodování a podle významu).

Na jednotlivých trzích je velké množství cenných papírů, přičemž dochází k neustálé změně jejich kurzů, a to s různou intenzitou. Následkem toho došlo k vytvoření indexů trhu. Existuje celá řada indexů, přičemž mezi nejvýznamnější indexy patří indexy burzovní, sestavované z kurzů na určité burze cenných papírů.

3 Teorie portfolia

Pojem portfolio, respektive jeho název je odvozen ze starobylého slova „portfej“, které v minulosti znamenalo pouzdro či peněženku na listiny a cenné papíry. V dnešní době je možné si pod tímto pojmem představit soubor všech finančních a reálných aktiv (instrumentů), které investor nakoupí a nějakou dobu drží [23]. Samotné slovo portfolio lze rozdělit na dvě části. Slovo port (označující přístav nebo něco přenosného) a slovo folio (dvě protilehlé strany, tedy výnos a riziko) [6].

Disciplína zabývající se konstrukcí strategií, které mají ochránit investory od ztráty investovaných prostředků, je známá pod názvem teorie portfolia. Podle [4] lze teorii portfolia vymežit jako mikroekonomickou disciplínu, která zkoumá, jaké kombinace aktiv je vhodné držet dohromady, aby takto vytvořené portfolio mělo určité, předem dané vlastnosti.

Motivací při sestavování portfolia by nemělo být dosahování mimořádně velkých zisků, ale spíše snaha ochránit se před případnými ztrátami z jednotlivých titulů cenných papírů držených v portfoliu [2].

3.1 Oblasti použití teorie portfolia

V zásadě existují čtyři hlavní obory činností, kde můžeme poznatky teorie portfolia dobře využít. Jsou jimi instituce kolektivního investování, řízení aktiv a pasiv obchodních bank, měnová portfolia a komoditní portfolia[4].

3.1.1 Instituce kolektivního investování

Mezi tyto instituce patří investiční společnosti, podílové a penzijní fondy. Portfolio těchto společností je tvořeno především nakoupenými cennými papíry a depozity u bankovních i nebankovních institucí. Cílem sestavování portfolií u těchto vzájemných fondů je především dosažení „rozumné“ míry výnosnosti portfolia při zachování „snesitelné“ míry rizika.

Význam portfolií v institucích kolektivního investování vzrůstá s tím, že současný trend řešení otázek důchodového zabezpečení ve vyspělých zemích, směřuje k tvorbě nejrůznějších „penzijních fondů“, kde nachází teorie portfolia velké uplatnění.

3.1.2 Řízení aktiv a pasiv obchodních bank

Portfolio na straně aktiv (tzv. aktivové portfolio) je tvořeno především poskytnutými úvěry a nakoupenými cennými papíry. Naproti tomu portfolio na straně pasiv (pasivové portfolio) obsahuje především přijaté vklady a nakoupené cenné papíry. Při řízení aktiv a pasiv banky má velký význam především zkoumání možností, jak zabránit nedostatku likvidity (hotovosti) banky.

3.1.3 Měnová portfolia (mezinárodní portfolia)

Jedná se o portfolia složená z košů měn. Tato portfolia jsou složena především z cenných papírů znějících na měny různých států a nakoupených a vypsanych termínových kontraktů (futures a options) znějících na cizí měny. Cílem tvorby těchto portfolií bývá minimalizace rizika změny měnových kurzů. Čím větší je možná oscilace měnových kurzů v ekonomikách, tím je tvorba měnových portfolií žádanější.

3.1.4 Komoditní portfolia

Předmětem těchto portfolií bývají především options a futures na komodity (např. ropa, uhlí, zlato). Jejich cílem bývá obvykle zajistit pro velké firmy plynulý tok surovin za stabilní ceny.

3.2 Motivy sestavování portfolia

Motivy, které vedou účastníka k sestavování portfolia jsou totožné s důvody, kvůli kterým se ekonomické subjekty účastní obchodu na peněžních a kapitálových trzích. Mezi tyto motivy patří motiv získání kapitálu, motiv spekulací, motiv arbitráže a motiv zajišťovací[4].

3.2.1 Motiv získání kapitálu

Každý ekonomický subjekt, který potřebuje získat hotovost, se snaží potřebnou částku získat jednak sám, nebo s pomocí některého z finančních zprostředkovatelů (obvykle bank). Velké ekonomické subjekty si mohou obstarávat prostředky prostřednictvím emise akcií nebo dluhopisů. Subjekt, který má dočasně volné peněžní prostředky, usiluje o jejich zapůjčení, nejčastěji formou bankovního vkladu, nákupem dluhopisů nebo akcií.

3.2.2 Motiv spekulací

Ekonomické subjekty, které očekávají, že v budoucnu dojde k určitým „ekonomickým situacím“ - např. k růstu tržních cen konkrétních akcií, k poklesu krátkodobých úrokových měr v ekonomice nebo k devalvaci určité měny, nazýváme tzv. spekulanty. Ti mohou následně tyto informace využít a provést potenciálně nadměrné ziskové obchody (tzv. spekulace) na peněžních a kapitálových trzích. Typickou charakteristikou spekulace je, že jde o obchod rizikový, který může skončit velkým ziskem, ale také velkou ztrátou.

3.2.3 Motiv arbitráže

Investoři, kteří dosahují nadměrných zisků díky obchodům (tzv. arbitrážemi), jsou tzv. arbitrážeri. V těchto obchodech využívají místních a časových rozdílů mezi jednotlivými finančními trhy s cennými papíry. Oproti spekulaci, arbitráž není riziková, a proto nehrozí investorovi ztráta.

3.2.4 Motiv zajišťovací

Někteří účastníci obchodu se snaží pojistit si výnos z portfolia aktiv, zajistit se před náhlými změnami měnových kurzů nebo úrokových měr v ekonomice. Například domácí dovozce se chce ochránit před zhodnocením domácí měny a vlastník státních dluhopisů před náhlým růstem krátkodobých úrokových měr v ekonomice.

3.3 Způsoby správy portfolia

Investor při údržbě svého portfolia postupuje podle určitých způsobů správy portfolia. Mezi tyto způsoby podle [4] patří aktivní a pasivní správa portfolia.

3.3.1 Aktivní správa portfolia

Aktivní správa portfolia představuje způsob správy, kdy po celou dobu po níž portfolio existuje, investor vyhledává na trhu nové investiční příležitosti a složení portfolia podle určitých zásad mění. Jako příklad takového způsobu řízení u akciových portfolií lze uvést nákup a prodej akcií z portfolia na základě metod technické či fundamentální analýzy.

3.3.2 Pasivní správa portfolia

Pasivní správa portfolia představuje způsob správy, kdy podle určitých zásad investor portfolio sestaví, a potom po celou dobu trvání portfolia, tj. do okamžiku realizace (obvykle předem známého) portfolio nemění. Příkladem pasivní správy portfolia obligací jsou tzv. strategie zaměřené na analýzu doby trvání. Naproti tomu u akciových portfolií se jedná o konstrukci množiny efektivních portfolií, z nichž si investor zvolí takové, které mu bude "nejlépe" vyhovovat.

Výhodou pasivní správy portfolia je, že jde o záležitost mimořádně levnou, neboť v průběhu trvání portfolia není třeba platit žádné makléřské poplatky za obchodování s cennými papíry. Naproti tomu nevýhodou u tohoto typu správy portfolia je, že se investorovi nemusí podařit dosáhnout mimořádně vysokého výnosu (nebo v opačném případě dosáhnout jen malé ztráty).

Oproti zmíněným přístupům existuje i odlišný postoj ke správě portfolia, kdy cílem sestavovatele portfolia je získat kontrolní podíl v určité firmě, a následně využívat (případně zneužívat) svých akcionářských práv.

3.4 Charakteristiky aktiv portfolia

Některé vlastnosti aktiva (portfolia) jsou nazývány charakteristikami aktiva (portfolia). Mezi nejdůležitější charakteristiky aktiv (portfolií) patří [4]:

- *Očekávaný výnos* - vyjadřuje míru ziskovosti aktiva (investice),
- *Riziko* - vyjadřuje pravděpodobnost, že nebude dosaženo očekávaného výnosu,
- *Likvidita* - vyjadřuje schopnost aktiva být přeměněno na hotovost.

Pro každého investora je nezbytné, aby porozuměl a ovládl principy a postupy zohledňování jednotlivých charakteristik (tedy výnosu, rizika, popř. likvidity) tohoto portfolia. Pro vlastníka portfolia totiž není ani tak významný výnos, riziko a likvidita jednotlivých instrumentů v portfoliu, ale především ho zajímá, jak jednotlivé instrumenty svými charakteristikami ovlivňují výnos, riziko a likviditu celkového portfolia, protože investor se v konečném efektu pokouší o maximalizaci výnosu a likvidity celkového portfolia a o minimalizaci rizika opět pro celé portfolio.

Tedy nikoliv charakteristiky jednotlivých instrumentů v portfoliu, ale charakteristiky celkového portfolia budou sloužit jako měřítko úspěšnosti investice

strategie [23]. Při měření výnosu, rizika a likvidity portfolia hraje tedy důležitou roli váha neboli podíl jednotlivých instrumentů v celkové tržní hodnotě portfolia. Při jakékoliv změně ve výši vah dochází ke změně ve výnosu, riziku a likviditě celého portfolia.

3.4.1 Výnos

Výnos lze chápat jako souhrn všech příjmů, které investorovi plynou z dané investice. Je tedy odměnou investora. Při samotném výpočtu výnosu je podstatné si uvědomit, o jaký druh dat se při výpočtu opíráme. Pokud jsou použita historická, tj. skutečná data, lze určit výnos nebo výnosovou míru ex post. Na druhé straně, pokud jsou použita očekávaná, tj. prognózovaná data, určuje se výnos nebo výnosová míra ex ante [3].

Pokud jsou k dispozici údaje o očekávaných výnosových měřácích jednotlivých instrumentů v portfoliu, pak lze za určitých podmínek vypočítat i celkovou očekávanou výnosovou míru portfolia. Tato výnosová míra je označována jako ex ante. Naopak, použijí-li se při výpočtu průměrné historické výnosové míry produkované jednotlivými instrumenty v portfoliu, je možné vypočítat pouze celkovou historickou výnosovou míru portfolia, která se označuje jako ex post.

Dále investor k provedení výpočtu výnosové míry portfolia, a to jak v případě ex ante, tak v případě ex post, potřebuje znát váhy (podíly) jednotlivých instrumentů na tržní hodnotě portfolia. Jak již bylo uvedeno, jednotlivé instrumenty jsou v portfoliu zastoupeny nerovnoměrně, a tak pokud je např. v portfoliu výrazně zastoupen málo výnosný instrument, zatímco podíl vysoce výnosného instrumentu je nepatrný, je potom nutné u takového portfolia očekávat i menší výnos [21].

Celková očekávaná výnosová míra (ex ante)

V případě výpočtu celkové očekávané výnosové míry portfolia jsou tedy použity celkové očekávané výnosové míry jednotlivých instrumentů v portfoliu a jejich očekávané váhy (podíly) na tržní hodnotě tohoto portfolia. Postupuje se tak, že celkové očekávané výnosové míry jednotlivých instrumentů v portfoliu se vynásobí jejich očekávanými váhami a jednotlivé součiny se sečtou. Matematicky lze tento postup podle [23] zapsat ve tvaru:

$$E(r_p) = \sum_{n=1}^N E(r_n) \cdot x_n \quad (1)$$

kde: $E(r_p)$ představuje celkovou očekávanou výnosovou míru portfolia,

$E(r_n)$ představuje celkové očekávané výnosové míry jednotlivých instrumentů v portfoliu,

x_n představuje očekávané váhy (podíly) jednotlivých instrumentů na celkové tržní hodnotě portfolia a

N je počet instrumentů v portfoliu.

Celková historická výnosová míra (ex post)

Pokud máme k dispozici pouze minulá data o výnosových měrách, které v minulosti produkovaly jednotlivé instrumenty z nějakého portfolia, můžeme na základě těchto dat vypočítat celkovou historickou výnosovou míru tohoto portfolia. Princip výpočtu zůstává v porovnání s předchozím výpočtem celkové očekávané výnosové míry portfolia obdobný. Postupujeme tak, že průměrné historické výnosové míry jednotlivých instrumentů v portfoliu vynásobíme jejich vahami a jednotlivé součiny na závěr sečteme. Matematicky lze tento postup podle [23] zapsat ve tvaru:

$$r_p = \sum_{n=1}^N r_n \cdot x_n \quad (2)$$

kde: r_p představuje celkovou historickou výnosovou míru portfolia,

r_n jsou průměrné historické výnosové míry jednotlivých instrumentů v portfoliu,

x_n jsou váhy (podíly), které měly na tržní hodnotě portfolia jednotlivé instrumenty zastoupené v tomto portfoliu,

N je počet instrumentů v portfoliu.

3.4.2 Riziko

Riziko lze chápat jako určitý stupeň nejistoty spojený s činností investora. Představuje nebezpečí, že se skutečná výnosová míra odchýlí od výnosové míry očekávané nebo předpokládané. Celkové riziko³ zahrnuje dva různé druhy rizik. Jednak riziko systematické (tržní), které vyplývá z daného ekonomického systému, z trhu. Jedná se např. o vlivy typu inflace, pohyb úrokových měr a další. Dále pak riziko nesystematické (jedinečné), které je spojeno s instrumentem a emitentem jako takovým (např. požár továrny) [4].

Riziko portfolia v podstatě představuje míru variability výnosových měr (ať už ex ante nebo ex post) portfolia. Pro výpočet celkového rizika portfolia se používá rozptyl, popř. směrodatná odchylka. Při měření celkového rizika portfolia je nutné uvažovat vzájemné vztahy mezi výnosovými měrami jednotlivých instrumentů v portfoliu. Stupeň vzájemné závislosti pohybů výnosových měr instrumentů v portfoliu je pro velikost celkového rizika portfolia rozhodující. Dále je výše celkového rizika portfolia ovlivňována velikostí vah jednotlivých instrumentů v portfoliu a počtem těchto instrumentů. S tím souvisí pojem „vhodně zvolené portfolio“, tedy portfolio, ve kterém je určitou kombinací instrumentů dosaženo výrazného snížení, diverzifikace rizika.

Vzájemný vztah mezi výnosovými měrami jednotlivých instrumentů v portfoliu lze měřit pomocí *kovariance*. Ta představuje míru, která informuje o druhu lineárního vztahu mezi dvěma výnosovými měrami a o směru jejich pohybu. V případě, že je hodnota kovariance kladná, je mezi pohybem výnosových měr pozitivní lineární vztah a výnosové míry se tak pohybují ve stejném směru. Naproti tomu záporná hodnota kovariance značí negativní lineární vztah mezi výnosovými měrami, které se tak pohybují opačným směrem. Pokud je hodnota kovariance nulová, znamená to, že mezi pohybem výnosových měr dvou zkoumaných instrumentů nebyl nalezen žádný lineární vztah a výnosové míry se proto pohybují nezávisle [23].

Očekávaná kovariance (ex ante)

Měří sílu a směr vzájemného vztahu mezi pohybem výnosových měr z instrumentů, které jsou očekávány, prognózovány. Vztah pro výpočet kovariance ex ante mezi pohybem očekávaných výnosových měr dvou instrumentů označených jako A a B lze podle [23] zapsat ve tvaru:

³ Podle přístupu W. Sharpea [20].

$$E(\text{cov}_{A,B}) = \sum_{i=1}^I P_i \cdot [E(r_{Ai}) - E(r_A)] \cdot [E(r_{Bi}) - E(r_B)] \quad (3)$$

kde: $E(\text{cov}_{A,B})$ představuje kovarianci ex ante mezi pohybem očekávaných výnosových měr instrumentů A a B,

$E(r_A)$ je celková očekávaná výnosová míra instrumentu A,

$E(r_B)$ je celková očekávaná výnosová míra instrumentu B,

$E(r_{Ai})$ představují jednotlivé očekávané výnosové míry instrumentu A příslušné jednotlivým výnosovým možnostem,

$E(r_{Bi})$ představují jednotlivé očekávané výnosové míry instrumentu B příslušné jednotlivým výnosovým možnostem,

P_i představují míry pravděpodobností příslušné jednotlivým očekávaným výnosovým měrám instrumentů A a B a

I je počet výnosových možností.

Historická kovariance (ex post)

Historická kovariance je počítána, jsou-li k dispozici údaje o historických výnosových měrách dvou posuzovaných instrumentů. K samotnému výpočtu je třeba znát údaje o průměrných historických výnosových měrách obou instrumentů a údaje o počtu sledovaných období. Vztah pro výpočet kovariance ex post mezi pohybem historických výnosových měr dvou instrumentů označených jako A a B lze podle [23] zapsat ve tvaru:

$$\text{cov}_{A,B} = \frac{1}{T} \cdot \sum_{t=1}^T (r_{At} - r_{AA}) \cdot (r_{Bt} - r_{BA}) \quad (4)$$

kde: $\text{cov}_{A,B}$ představuje kovarianci ex post mezi pohybem historických výnosových měr instrumentů A a B,

r_{AA} je průměrná historická výnosová míra instrumentu A, kalkulovaná na bázi aritmetického průměru,

r_{BA} je průměrná historická výnosová míra instrumentu B, kalkulovaná na bázi aritmetického průměru,

r_{At} jsou historické výnosové míry instrumentu A příslušné jednotlivým obdobím (např. letům),

r_{Bt} jsou historické výnosové míry instrumentu B příslušné jednotlivým obdobím (např. letům) a

T je počet sledovaných minulých období.

Kovariance sice informuje o druhu lineárního vztahu mezi dvěma veličinami, ale není podle ní možné přesně usuzovat na sílu tohoto vztahu. Je-li třeba získat přesnou informaci o síle a stupni vzájemného vztahu (korelace) mezi pohybem výnosových měr dvou instrumentů, lze použít korelační koeficient.

Jedná se opět o statistickou míru vzájemného lineárního vztahu mezi dvěma sledovanými veličinami, nicméně oproti kovarianci je korelační koeficient měrou, která je schopna podat přesnou informaci o síle a stupni tohoto vztahu. Je ho tedy možné označit za jakési zpřesnění či měřítko kovariance. Nabývá hodnot od -1 do 1, kde kladná hodnota signalizuje pozitivní lineární vztah, záporná hodnota pak signalizuje negativní lineární vztah a nulová hodnota naznačuje nezávislost, tedy situaci, kdy nebyl objeven žádný lineární vztah mezi sledovanými veličinami [3].

Očekávaný korelační koeficient (ex ante)

Očekávaný korelační koeficient informuje o síle lineárního vztahu mezi pohybem očekávaných výnosových měr dvou posuzovaných instrumentů označených jako A a B. Podle [23] ho lze vyjádřit ve tvaru:

$$E(\rho_{A,B}) = \frac{E(\text{cov}_{A,B})}{\sigma_A \cdot \sigma_B} \quad (5)$$

kde: $E(\rho_{A,B})$ představuje korelační koeficient ex ante mezi pohybem očekávaných výnosových měr instrumentů A a B,

$E(\text{cov}_{A,B})$ představuje kovarianci mezi pohybem očekávaných výnosových měr instrumentů A a B,

σ_A je směrodatná odchylka ex ante jako míra celkového rizika spojeného s instrumentem A a

σ_B je směrodatná odchylka ex ante jako míra celkového rizika spojeného s instrumentem B.

Historický korelační koeficient (ex post)

Historický korelační koeficient informuje o síle lineárního vztahu mezi pohybem historických výnosových měř dvou posuzovaných instrumentů označených jako A a B. Podle [23] ho lze vyjádřit ve tvaru:

$$\rho_{A,B} = \frac{\text{COV}_{A,B}}{\sigma_A \cdot \sigma_B} \quad (6)$$

kde: $\rho_{A,B}$ představuje korelační koeficient ex post mezi pohybem historických výnosových měř instrumentů A a B,

$\text{cov}_{A,B}$ představuje kovarianci mezi pohybem historických výnosových měř instrumentů A a B,

σ_A je směrodatná odchylka ex post jako míra celkového rizika spojeného s instrumentem A a

σ_B je směrodatná odchylka ex post jako míra celkového rizika spojeného s instrumentem B.

Jak již bylo dříve uvedeno, pro výpočet celkového rizika portfolia se využívá rozptyl, popř. směrodatná odchylka. Obě tyto veličiny v případě portfolia zohledňují vzájemné vztahy mezi instrumenty v portfoliu. Protože se k měření těchto vzájemných vztahů užívají statistické míry v podobě kovariance a korelačního koeficientu, obsahuje v sobě také samotná veličina rozptylu, popř. směrodatné odchylky portfolia obě tyto veličiny.

Směrodatná odchylka

Podle [23] lze obecný vztah pro výpočet směrodatné odchylky⁴ zapsat v následujícím tvaru:

$$\sigma_p = \sqrt{\sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N x_i \cdot x_j \cdot \sigma_{i,j}} \quad (7)$$

kde: σ_p představuje směrodatnou odchylku portfolia,

N je počet instrumentů v portfoliu,

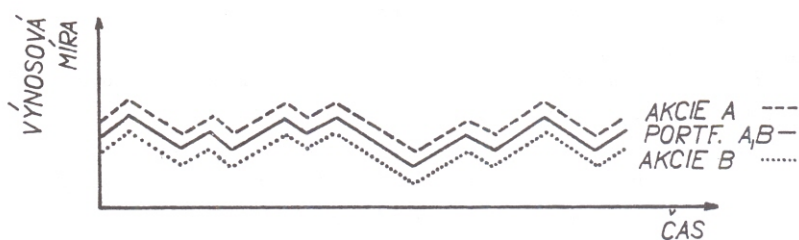
x_i je váha i-tého instrumentu v portfoliu,

x_j je váha j-tého instrumentu v portfoliu a

$\sigma_{i,j}$ představuje kovarianci mezi výnosovými měrami instrumentů.

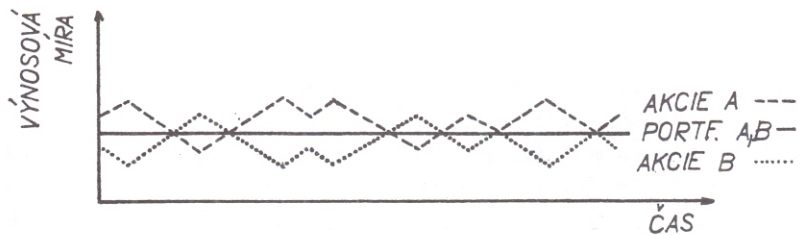
Z dříve uvedeného vyplývá, že pokud chce investor diverzifikovat riziko svého portfolia, nesmí do něj volit pouze instrumenty, jejichž výnosové míry jsou perfektně pozitivně korelovány. Výnosové míry takovýchto instrumentů se pohybují zcela synchronně, a v případě, že by došlo k jejich poklesu, došlo by k poklesu i celého portfolia. Investor by tak měl spíše volit instrumenty, jejichž výnosové míry jsou korelované negativně, případně neutrálně.

Následující Obr. 3 - 5 reprezentují pohyb výnosových měr, v případě dvou perfektně pozitivně, negativně a neutrálně korelovaných instrumentů.

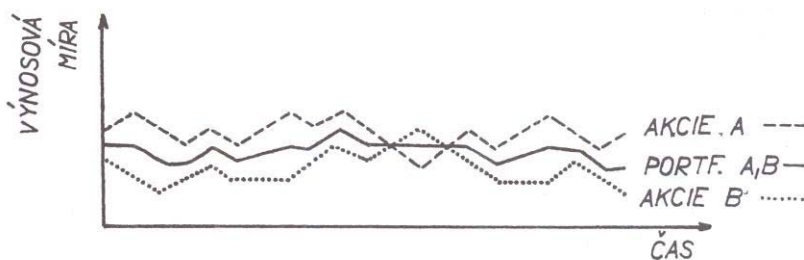


Obrázek 3: Pohyb výnosových měr dvou perfektně pozitivně korelovaných instrumentů [23].

⁴ Rozptyl σ^2 je potom její mocninou.



Obrázek 4: Pohyb výnosových měr dvou perfektně negativně korelovaných instrumentů [23].



Obrázek 5: Pohyb výnosových měr dvou neutrálně korelovaných instrumentů [23].

3.4.3 Likvidita

Poslední zmíněnou charakteristikou aktiva (portfolia) je likvidita. Likvidita vyjadřuje schopnost přeměnit investici na likvidní aktivum (aktivum blízké hotovosti) velice rychle a s minimálními transakčními náklady. Za likvidní investici lze považovat takovou investici, kterou může investor prodat během několika minut bez toho, že by zaznamenala ztráty na své hodnotě.

Likvidita závisí především na druhu instrumentu a charakteru trhu, na kterém je instrument obchodován. Oba tyto faktory se mohou navzájem ovlivňovat. Za nejlikvidnější aktiva jsou považovány hotovost a pokladniční poukázky. Naproti tomu akcie, případně obligace, jsou všeobecně považovány za méně likvidní, ovšem mezi jednotlivými akciemi, případně obligacemi jsou z hlediska likvidity značné rozdíly.

Důležitým požadavkem v rámci likvidity na daném trhu je, aby byl trh dostatečně široký. To znamená, že na daném trhu je požadována existence velkého množství účastníků, kteří svou nabídkou a poptávkou zajišťují, aby nedocházelo k drastickým změnám v kurzech cenných papírů. Důležitá je ovšem také kontinualita obchodování, která zajišťuje okamžité promítnutí nových, neočekávaných informací do kurzu cenných papírů plynulou realizací prodejních či nákupních příkazů [14].

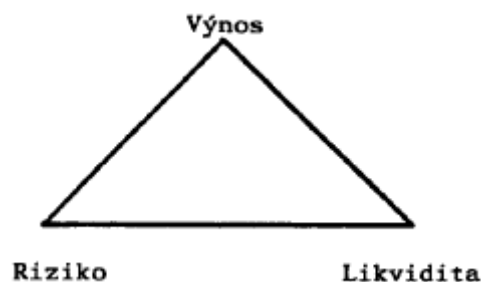
Problém nastává, pokud je potřeba likviditu změřit, neboť pro tento případ neexistuje žádný všeobecně uznávaný vzorec nebo postup. Je možné pouze srovnat likviditu několika instrumentů, a to následujícími možnostmi.

- *Porovnání objemů obchodů* u všech posuzovaných instrumentů. Přitom vycházíme z předpokladu, že čím větší objemy obchodů se s daným instrumentem realizují, tím větší je jeho likvidita.
- *Srovnání průměrných rozpětí (spread)* mezi prodejním a nákupním kurzem posuzovaných instrumentů. Nižší průměrné rozpětí kurzu může být známkou vyšší likvidity daného instrumentu na trhu.
- *Srovnání transakčních nákladů* u všech instrumentů, a to v absolutní podobě (jejich součet) nebo v relativní podobě (jejich procentní vyjádření z hodnoty obchodu).
- *Porovnání tržní kapitalizaci* trhu, popř. emise s jinými trhy, popř. emisemi.
- *Denní objem obchodů je vztážen k celkové tržní kapitalizaci*. Jedná se o relativní ukazatel, který informuje o tom, jaký procentní podíl celkové tržní kapitalizace je denně zobchodován [23].

3.4.4 Vztahy mezi charakteristikami aktiv portfolia

Jak již bylo uvedeno, investor při tvorbě portfolia usiluje zejména o dosažení co největšího výnosu při co nejnižším riziku a co největší likviditě. Ovšem takováto kombinace je v reálných podmínkách nedosažitelná. Investor tak musí mezi jednotlivými charakteristikami portfolia volit tu, která je pro něj nejdůležitější a částečně tak obětovat zbylé dvě.

Nemožnost současného naplnění tří zmíněných charakteristik tvoří jistou analogii s tzv. magickým čtyřúhelníkem zobrazujícím čtyři základní cíle hospodářské politiky. Také zde dochází ke vzájemné výměně. V rámci této analogie můžeme jednotlivé charakteristiky aktiv (portfolia) znázornit jako tři vrcholy magického trojúhelníku tak, jak to ukazuje Obr. 6.



Obrázek 6: Magický investorský trojúhelník [23].

3.5 Dílčí závěry

Disciplína zabývající se konstrukcí strategií, které mají ochránit investory od ztráty investovaných prostředků je známá pod názvem teorie portfolia. Existují různé oblasti, kde lze teorii portfolia použít (např. instituce kolektivního investování, řízení aktiv a pasiv obchodních bank, atd.). Stejně tak lze vymezit i různé motivy vedoucí k sestavování portfolia (motiv získání kapitálu, motiv spekulace, motiv arbitráže a motiv zajišťovací). Mezi způsoby správy portfolia patří aktivní a pasivní správa portfolia.

Mezi nejdůležitější charakteristiky aktiv (portfolií) patří očekávaný výnos, riziko a likvidita. Výnos lze chápat jako souhrn všech příjmů, které investorovi plynou z dané investice. Je tedy odměnou investora. Riziko lze chápat jako určitý stupeň nejistoty spojený s činností investora. Představuje nebezpečí, že se skutečná výnosová míra odchýlí od výnosové míry očekávané nebo předpokládané. Likvidita vyjadřuje schopnost přeměnit investici na likvidní aktivum (aktivum blízké hotovosti) velice rychle a s minimálními transakčními náklady.

4 Optimalizace portfolia

Cílem této kapitoly je charakterizovat vybrané modely pro optimalizaci portfolia cenných papírů. Jedná se o Markowitzův, Tobinův a jednoduchý indexní model.

4.1 Markowitzův model

Tento model pochází z roku 1952 a jeho autorem je ekonom Harry Max Markowitz. V jeho článku, který publikoval v roce 1952 v časopise *The Journal of Finance*, popsal do té doby nový pohled na výběr optimálního portfolia na kapitálovém trhu. Předtím se vesměs předpokládalo, že investor vybírá portfolio tak, aby maximalizoval jeho výnos. Markowitz upozornil, že je v tomto případě třeba počítat i s rizikem změny výnosu portfolia. Jako první tak formálně stanovil koncepci diverzifikace portfolia.

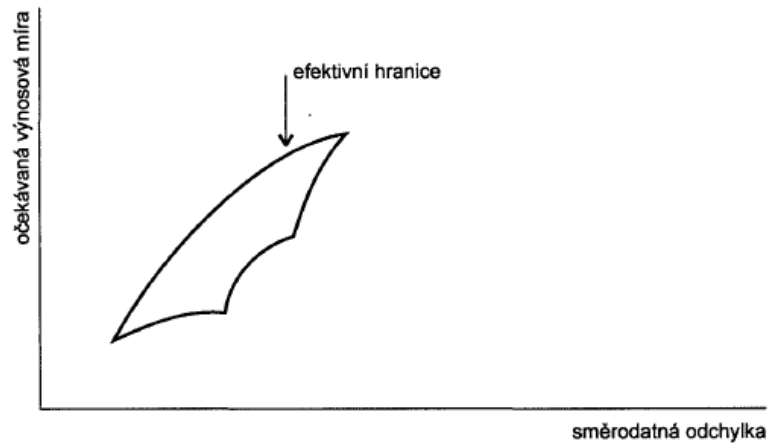
Samotný model je založen na následujících předpokladech [16]:

- investoři jsou rizikově aversní,
- všichni investoři investují na stejně dlouhé období,
- investiční rozhodování je realizováno na základě očekávaných užitků,
- investoři vytvářejí svá investiční rozhodování na základě očekávaného výnosu a rizika, které stanovují prostřednictvím směrodatných odchylek,
- existují perfektní kapitálové trhy.

Markowitz dále ve svém modelu popsal, že riziko investování do jakéhokoliv instrumentu není nezávislé, ale přispívá ke změně výnosu a rizika celkového portfolia. Podstatné tedy je, aby investor při sestavování portfolia nevolil pouze instrumenty, jejichž výnosové míry jsou perfektně pozitivně korelovány.

4.1.1 Efektivní hranice

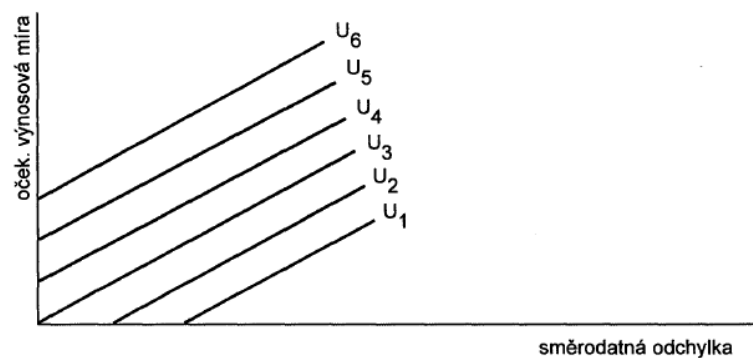
Racionálně uvažující investor si modeluje velké množství variant portfolií. Portfolia ležící na této hranici zajišťují investorovi nejvyšší rizikově očištěný výnos. Na efektivní hranici lze dosáhnout maximálního výnosu při dané úrovni rizika nebo minimálního rizika při dané úrovni výnosu. Množina všech kombinací, kterou lze vytvořit z dostupných portfolií, má zpravidla „deštníkový tvar“ jak je možné vidět na Obr. 7 [16].



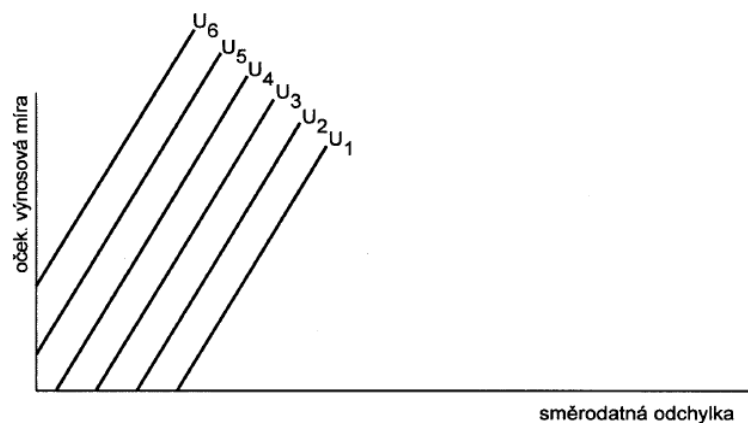
Obrázek 7: „Deštníkový tvar“ přípustné množiny všech portfolií [16].

4.1.2 Indiferenční křivky

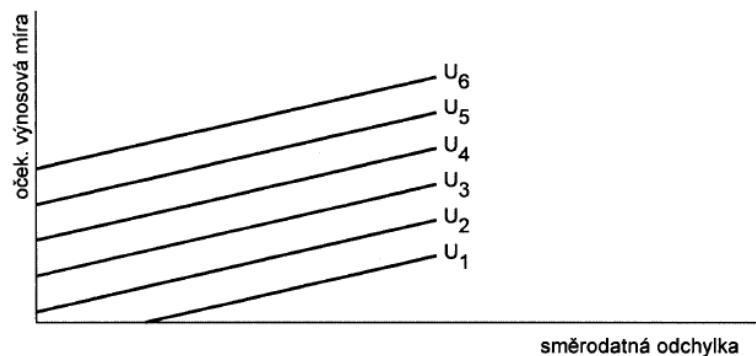
Indiferenční křivky se používají pro vyjádření různé míry averze vůči riziku u jednotlivých investorů. Představují tak vzájemnou substituci mezi výnosem a rizikem. Čím je sklon indiferenční křivky strmější, tím je investor více rizikově aversní. Následující obrázky (Obr. 8 - Obr. 12) reprezentují jednotlivé skupiny investorů podle úrovně averze k riziku.



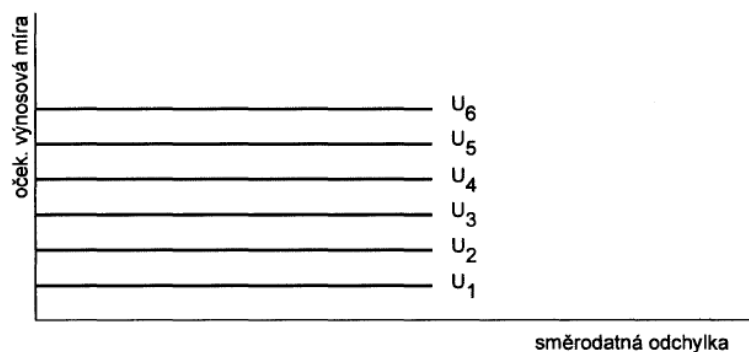
Obrázek 8: Investor s umírněnou averzí vůči riziku [16].



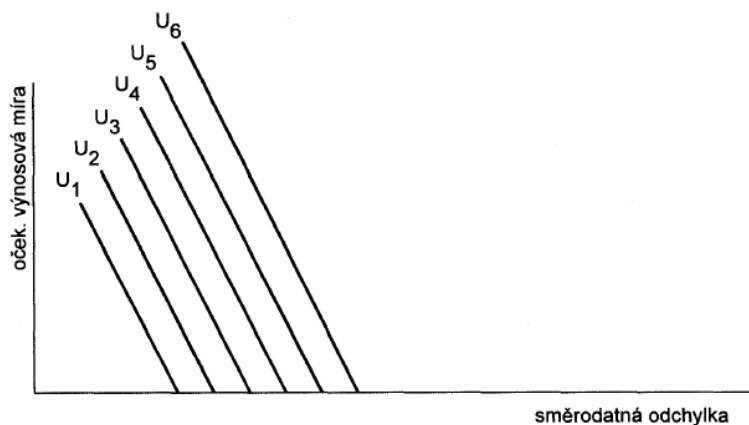
Obrázek 9: Investor s vysokou averzí vůči riziku [16].



Obrázek 10: Investor s nízkou averzí vůči riziku [16].



Obrázek 11: Neutrální investor vůči riziku [16].



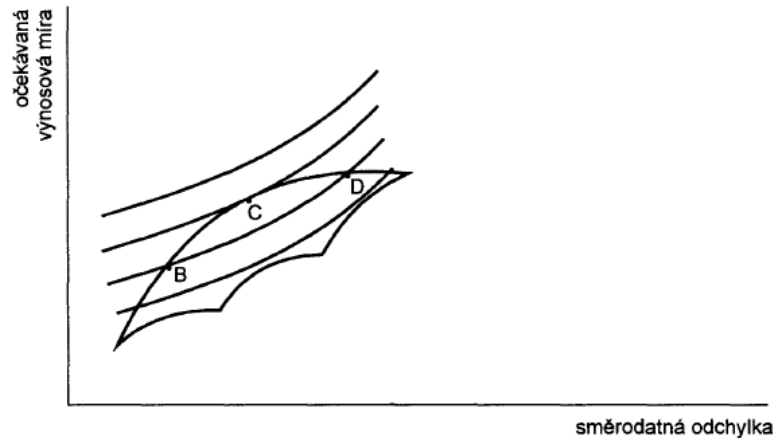
Obrázek 12: Investor vyhledávající riziko [16].

Mezi základní vlastnosti indifferenčních křivek patří podle [6] zejména to, že:

- všechna portfolia, která leží na dané indifferenční křivce, jsou pro investora stejně žádoucí,
- indifferenční křivky se nemohou protínat,
- investor bude považovat za vhodnější libovolné portfolio, které leží na indifferenční křivce, která je umístěna výše než jiné indifferenční křivky, na nichž leží další portfolia.

4.1.3 Optimální portfolio

Podle tohoto modelu investor sestaví optimální portfolio tak, že porovná vlastní indifferenční křivku pro něj s nejvýhodnějším portfoliem, které se nachází na efektivní hranici. Bod, kde je indifferenční křivka tangentou efektivní hranice, se nazývá optimální portfolio.



Obrázek 13: Optimální portfolio [16].

4.1.4 Shrnutí Markowitzova modelu

Základní myšlenkou tohoto modelu tedy je, že pokud je portfolio vhodně sestaveno, může být jeho riziko nižší, než je vážený průměr rizik jednotlivých instrumentů, které jsou v něm obsaženy.

Tento model sice představuje velmi efektivní způsob vytváření portfolia, ale jeho praktická využitelnost je spojena s jedním velkým problémem, a tím je výpočet korelačních koeficientů. Na současných globálních finančních trzích se obchoduje velké množství instrumentů, a tak i s použitím moderní výpočetní techniky je praktická využitelnost tohoto modelu velmi omezená.

V praxi se proto zpravidla používá zjednodušená verze tohoto modelu, která se nazývá jednoduchý indexní model [14].

4.2 Tobinův model

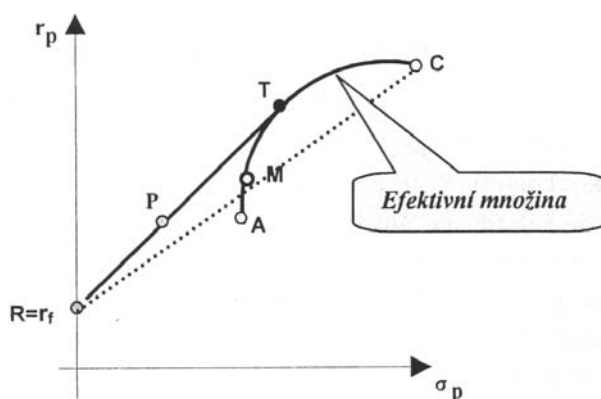
Markowitzův model vychází z předpokladu, že investor sestavuje své portfolio pouze z rizikových aktiv. Modely, které jsou rozšířeny o předpoklad, že existuje bezrizikové aktivum, které je možné neomezeně zařadit do portfolia, tvoří třídu modelů nazývanou Tobinův model. Je zřejmé, že existuje několik variant těchto modelů [26]:

- bezrizikové aktivum je možné pouze zapůjčovat,
- bezrizikové aktivum je možné pouze vypůjčovat,
- bezrizikové aktivum je možné vypůjčovat i zapůjčovat za stejnou bezrizikovou sazbu,
- bezrizikové aktivum je možné vypůjčovat i zapůjčovat za odlišné bezrizikové sazby.

Za bezrizikové aktivum může být považován například státní pokladniční cenný papír s dobou splatnosti, která přesně odpovídá době držení portfolia investorem. Výnosnost tohoto typu aktiva je dopředu jasně daná, což znamená, že riziko bezrizikového aktiva je rovno nule.

4.2.1 Efektivní hranice při zapůjčování bezrizikového aktiva

Efektivní hranice se ze zavedením bezrizikového aktiva výrazně změní oproti předchozímu modelu. Efektivní hranice je nyní tvořena jak dokumentuje Obr. 14, polopřímkou danou bodem R a bodem T a také křivkou spojující bod T a C.

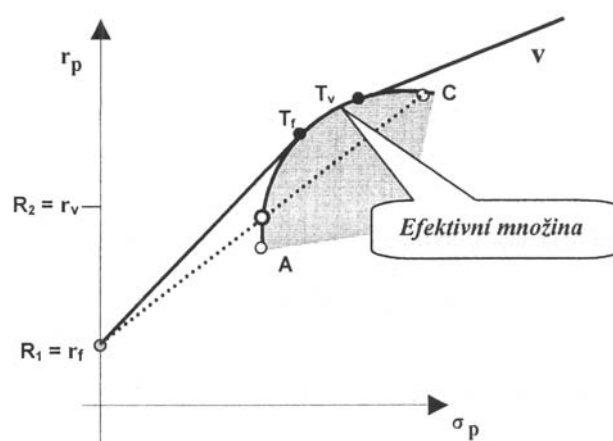


Obrázek 14: Efektivní hranice (zapůjčení bezrizikového aktiva) [6].

V tomto případě jsou portfolia A a M pro investora neefektivní, protože je možno investovat do bezrizikového aktiva. Portfolio, které se nachází v tečném bodu T nazýváme *tangenciální portfolio*, protože směrnice přímky je rovna tangenti úhlu, kterou svírá přímka s osou charakterizující riziko.

4.2.2 Efektivní hranice při zapůjčování i vypůjčování bezrizikového aktiva

Vychází z předpokladu, že si investor může vypůjčit kapitál za stejnou úrokovou sazbu jako má bezriziková investice. Tento kapitál lze považovat za bezrizikovou investici, protože úroková sazba z úvěru se po dobu držení portfolia nebude měnit a investor předpokládá placení úroku a vrácení tohoto úvěru po realizaci portfolia. Efektivní hranice se bude v tomto případě, jak dokumentuje Obr. 15, skládat ze tří částí.



Obrázek 15: Efektivní hranice (zapůjčení i vypůjčení bezrizikového aktiva) [6].

První část tvoří polopřímka vycházející z bodu R_1 a končící v bodu T_f , která odpovídá investování do bezrizikového aktiva a rizikového portfolia T_f . Druhou část tvoří křivka, vycházející z bodu T_f do bodu T_v , která odpovídá kombinacím dvou různých rizikových portfolií. Třetí část tvoří přímka nad bodem T_v , kdy investor za svůj a vypůjčený kapitál investuje do portfolia T_v .

4.2.3 Shrnutí Tobinova modelu

Optimální portfolio je v tomto případě opět sestaveno na základě porovnání indifferenční křivky s nejvýhodnějším portfoliem, které se nachází na efektivní hranici. Nevýhodou i zde zůstává problém výpočtu velkého množství korelačních koeficientů.

4.3 Jednoduchý indexní model

Jednoduchý indexní model vytvořil v roce 1963 ekonom William F. Sharp. Podstatou a hlavním přínosem tohoto modelu je vyřešení technických problémů spojených s velkým množstvím výpočtů korelačních koeficientů v modelu Markowitze tím, že chování výnosové míry z jedné investice není posuzováno ve vztahu k ostatním investicím, ale ve vztahu k tržnímu indexu [16].

Matematicky lze tento model podle [16] zapsat ve tvaru:

$$R_i = A_i + \beta_i R_M + e_i \quad (8)$$

kde: R_i představuje výnosovou míru z i -té investice,

A_i je konstantní výnosová míra z i -té investice, která není ovlivňována tržním výnosem,

β_i je citlivost výnosové míry i -té investice na výnosovou míru z tržního indexu,

R_M představuje výnosovou míru z tržního indexu a

e_i je reziduální chyba.

Takto popsané členění výnosové míry z jednotlivých investic umožňuje jednodušší způsob stanovení korelačních koeficientů. Na základě jednoduchého indexního modelu lze podle [16] vyjádřit korelační koeficient výnosových měr akcií i a j ve tvaru:

$$r_{ij} = \frac{\beta_i \beta_j \sigma^2 m}{\sigma_i \sigma_j} \quad (9)$$

kde: r_{ij} představuje korelační koeficient výnosových měr akcií i a j ,

β_i je citlivost výnosové míry i -té investice na výnosovou míru z tržního indexu,

β_j je citlivost výnosové míry j -té investice na výnosovou míru z tržního indexu,

$\sigma^2 m$ je rozptyl výnosové míry tržního indexu,

σ_i je směrodatná odchylka výnosové míry i -té investice a

σ_j je směrodatná odchylka výnosové míry j -té investice.

4.3.1 Multi-indexní model

Jednoduchý indexní model vychází z předpokladu, že tržní index není v žádném vztahu k reziduální chybě. Vztah vzájemných výnosových měř je ovlivňován pouze tržním indexem. Tento předpoklad byl však později některými ekonomy zpochybněn, a proto byl zkonstruován multi-indexní model, který bere v úvahu i netržní faktory.

Mezi netržní faktory patří zpravidla míra inflace, změna míry nezaměstnanosti, růst průmyslové produkce, vývoj obchodní bilance, změna úrovně úrokových sazeb a změna odvětvových charakteristik [16]. Matematicky lze tento model podle [16] zapsat ve tvaru:

$$R_i = A_i + \beta_i R_M + c_i NF + e_i \quad (10)$$

kde: R_i představuje výnosovou míru z i -té investice,

A_i je konstantní výnosová míra z i -té investice, která není ovlivňována tržním výnosem,

β_i je citlivost výnosové míry i -té investice na výnosovou míru z tržního indexu,

R_M představuje výnosovou míru z tržního indexu,

c_i je citlivost výnosové míry i -té investice na výnosovou míru, která je vytvářena netržními faktory,

NF je výnosová míra, způsobená netržními faktory a

e_i je reziduální chyba.

Speciálním typem multi-indexního modelu je tzv. *sektorový faktorový model*. Základem tohoto modelu je, že cenné papíry stejného průmyslového odvětví se často pohybují společně a stejně reagují na změny ve vyhlídkách tohoto sektoru.

4.3.2 Shrnutí jednoduchého indexního modelu

Jednoduchý indexní model je zjednodušenou aproximační verzí modelu Markowitze. Jeho hlavní výhodou je, že umožňuje podstatně zkrátit proceduru výpočtu. Používá se tak pro rychlejší výpočet korelačních koeficientů při použití modelu Markowitze nebo jako alternativní model pro určování očekávaného výnosu a rizika portfolia.

Výzkumy ukazují, že multi-indexní model umožňuje přesnější kvantifikaci historických korelačních koeficientů, než je tomu prostřednictvím jednoduchého indexního modelu. Na druhé straně, při výpočtu korelačních koeficientů ex-ante se zdá, že jednoduchý indexní model je spolehlivější [16].

4.4 Dílčí závěry

Modelů pro optimalizaci portfolia cenných papírů existuje celá řada. Tato kapitola popisuje vybrané modely, mezi které patří Markowitzův model, Tobinův model a jednoduchý indexní model. Základní myšlenkou Markowitzova modelu je to, že pokud je portfolio vhodně sestaveno, může být jeho riziko nižší, než je vážený průměr rizik jednotlivých instrumentů, které jsou v něm obsaženy.

Optimální portfolio je v případě Markowitzova modelu sestaveno na základě porovnání indiferenční křivky s nejvýhodnějším portfoliem, které se nachází na efektivní hranici. Stejný postup při sestavování optimálního portfolia je uplatňován i v případě Tobinova modelu. Tobinův model je ovšem rozšířen o předpoklad, že existuje bezrizikové aktivum, které je možné neomezeně zařadit do portfolia.

Podstatou a hlavním přínosem jednoduchého indexního modelu je vyřešení technických problémů spojených s velkým množstvím výpočtů korelačních koeficientů v modelu Markowitze tím, že chování výnosové míry z jedné investice není posuzováno ve vztahu k ostatním investicím, ale ve vztahu k tržnímu indexu.

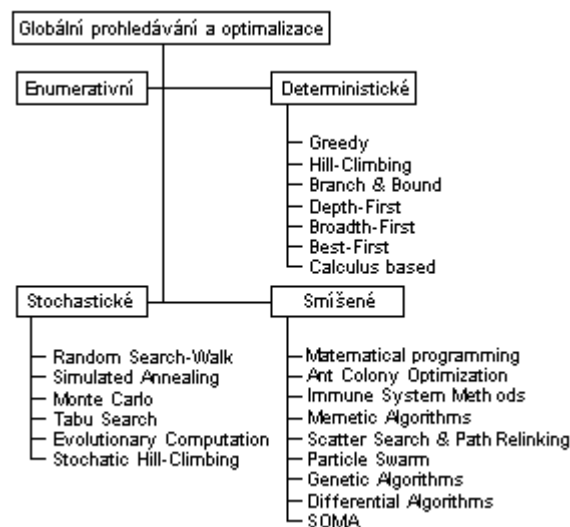
5 Genetické algoritmy

Genetické algoritmy patří do skupiny tzv. optimalizačních algoritmů, proto je v kapitole nejprve vysvětleno postavení genetických algoritmů v množině optimalizačních algoritmů, jsou uvedeny základní pojmy a genetické operátory a je popsáno základní schéma genetického algoritmu.

5.1 Optimalizační algoritmy

Optimalizační algoritmy lze využít pro řešení mnoha problémů inženýrské praxe. Na kapitálových trzích je možné využít těchto algoritmů například při hledání optimálního složení aktiv, tj. optimálního portfolia. Při hledání optima nastává problém, že nalezené optimum může být pouze optimem dílčím, tedy nemusí být obecným optimem dané úlohy. Optimalizační algoritmy mohou však díky využití genetických operátorů pomoci při řešení tohoto problému.

Při vhodné implementaci těchto algoritmů dokonce není potřeba častého uživatelského zásahu v činnosti příslušného zařízení, kde jsou použity. Řešený problém lze převést na matematický problém daný vhodným funkčním předpisem, jehož optimalizace vede k nalezení argumentů, tzv. účelové funkce, což je cílem optimalizace. Optimalizační algoritmy pak slouží k nalezení minima dané účelové funkce tak, že hledají optimální numerickou kombinaci jejich argumentů. Optimalizační algoritmy lze rozdělit podle principu jejich činnosti následovně [24]:



Obrázek 16: Uspořádání optimalizačních algoritmů [24].

Jednotlivé třídy algoritmů představují obecně způsob řešení daného problému metodami s různým stupněm efektivity a složitosti. Mezi jejich vlastnosti patří podle [24]:

- **Enumerativní** - jde o výpočet všech možných kombinací daného problému. Tento přístup je vhodný pro problémy, u nichž jsou argumenty účelové funkce diskrétního charakteru a nabývají malého množství hodnot.
- **Deterministické** - algoritmy tohoto charakteru obvykle vyžadují pro řešení dané úlohy předběžné předpoklady. Mezi tyto předpoklady patří např. (prohledávaný prostor možných řešení je malý a spojitý, účelová funkce je unimodální (pouze jeden extrém), problém je lineární a konvexní apod.) Výsledkem deterministického algoritmu je pak pouze jedno jediné řešení.
- **Stochastické** - algoritmy tohoto typu jsou založeny na využití náhody. Podstatou je náhodné hledání hodnot argumentů účelové funkce. Výsledkem je pak nejlepší řešení, které bylo nalezeno během celého náhodného hledání. Algoritmy tohoto typu jsou obvykle pomalé a vhodné jen pro prohledávání malých prostorů možných řešení.
- **Smíšené** - jedná se o směs metod deterministických a stochastických. Mezi tyto algoritmy patří právě genetické algoritmy. Algoritmy smíšeného charakteru jsou *robustní* (nezávisle na počátečních podmínkách velmi často naleznou kvalitní řešení, jenž je reprezentováno obvykle jedním nebo více globálními extrémy), *efektivní* a *výkonné* (jsou schopny nalézat kvalitní řešení během relativně malého počtu ohodnocení účelové funkce), mají minimální požadavky na předběžné informace a jsou schopny nalézt více řešení během jednoho spuštění.

5.2 Úvod do genetických algoritmů

Genetické algoritmy byly odvozeny na základě biologické genetiky a teorie evoluce, která ovlivňuje vývoj všeho živého na této planetě. Základem všeho je DNA - deoxyribonukleová kyselina, ve které je zakódován kompletní popis daného jedince. DNA je dlouhý molekulární řetězec tvořený čtyřmi odlišnými složkami. Mezi základní pojmy z oblasti genetických algoritmů patří podle [25]:

- *Chromozóm* - část DNA, která je stočena do záhybů. Představuje řetězec genů určující znaky jedince,
- *Gen* - základní nositel informace, představuje jednotlivé části chromozómu,
- *Genotyp* - kompletní genetický popis organismu, nebo-li množina všech genů,
- *Fenotyp* - fyzický popis genotypu,
- *Alela* - obecné označení pro hodnoty genu.
- *Abeceda* - množina hodnot, kterých gen může nabývat,
- *Populace* - množina chromozómů, které se vyvíjejí z generace na generaci,
- *Generace* - jednoduchý přechod od aktuální generace k následující,
- *Rodič* - jedinec vstupující do rekombinace,
- *Potomek* - jedinec, který je výsledkem rekombinace,
- *Selekce* - výběr jedinců (rodičů po reprodukci),
- *Křížení* - výměna genetického materiálu mezi dvěma rodiči,
- *Mutace* - změna hodnoty v chromozómu.

V rámci technických aplikací se při použití genetických algoritmů používají ještě další pojmy [25]:

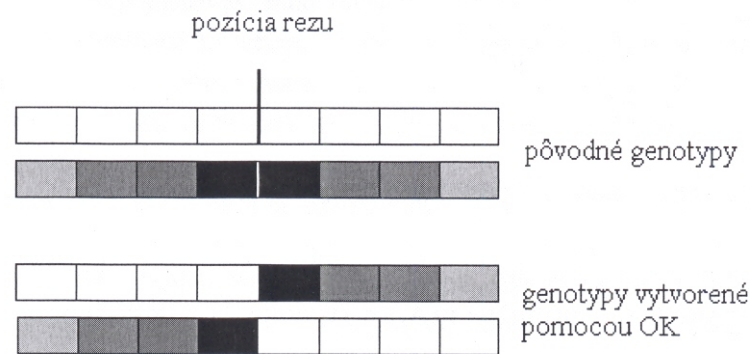
- *Účelová funkce* - funkce, kterou chceme minimalizovat,
- *Vhodnost* - číslo, které udává vhodnost nového potomka, obvykle to bývá převrácená hodnota objektivní funkce,
- *Schéma* - množina genů v chromozómu, které mají jisté specifické hodnoty.

5.3 Genetické operátory

Po aplikování genetických operátorů na rodiče dojde ke vzniku nových potomků. Tyto operátory umožňují vznik nových struktur v chromozomech potomků. Vedle základních operátorů, jako jsou křížení nebo mutace, si lze nadefinovat i operátory vlastní, které následně vylepšují základní tvar genetického algoritmu. Genetické operátory lze podle [24] rozdělit na:

- *Asexuální* (nepárové) - operátory se aplikují pouze na jednoho jedince, dochází k modifikaci jeho genetické informace. Příkladem je operátor mutace.

- *Sexuální* (párové) - operátory se aplikují na dva rodiče, dochází k promíchání jejich genetického materiálu. Příkladem je operátor křížení, viz Obr. 17.



Obrázek 17: Operace křížení [17].

- *Panmiktické* - operátory se aplikují na více než dva rodiče a také zde dochází k promíchání jejich genetického materiálu.

5.4 Účelová funkce

Účelová funkce (fitness function) se počítá pro každého jedince při přechodu do nové generace. Tato funkce tedy vyjadřuje kvalitu každého jedince a na základě ní jsou vybráni vhodní jedinci, kteří jsou následně modifikováni pomocí mutací a křížení. Tento postup se iteračně opakuje, čímž je zajištěna rostoucí kvalita výsledného řešení.

Cílem je najít řešení, které má nejlepší hodnotu této funkce. Jedná se tedy o nalezení minima nebo maxima účelové funkce. Hledání těchto extrémů lze ovšem převést na hledání pouze jednoho z nich, a to obvykle bývá nalezení minima. Samotný převod zajišťující nalezení maxima funkce se provede tak, že se účelová funkce vynásobí hodnotou -1.

Zatímco genetické operátory zůstávají u každé úlohy v podstatě stejné, účelová funkce je konstruována individuálně pro každý řešený problém. Genetický algoritmus nezná strukturu řešené úlohy a jedinou vazbou na zkoumaný problém je právě tato funkce.

Nadefinování účelové funkce je jedním z nejkritičtějších kroků v rámci optimalizačního procesu. Jeho správné provedení může zásadně ovlivnit kvalitu výsledků. Při sestavování účelové funkce je nutné vědět, čeho má být dosaženo a z čeho lze vycházet [11].

5.5 Genetický algoritmus

Jedná se o cyklus, ve kterém jsou vytvářeni noví potomci, kteří jsou následovně použiti jako rodiče v dalším cyklu. Po každém cyklu pak dochází k vyhodnocení vhodnosti potomka, a na základě toho se buď pokračuje na ohodnocení, nebo se končí. Vlastní schéma genetického algoritmu lze pak podle [25] vyjádřit pomocí následujících kroků.

5.5.1 Navržení genetické struktury

V rámci tohoto kroku je velmi důležité, jak budou reprezentovány jednotlivé alely a jak budou v jednotlivých chromozomech rozmístěny. Reprezentace a rozmístění alel v genech totiž ovlivňuje výkonnost příslušného algoritmu.

Pro reprezentaci alel se většinou používají dva způsoby. První spočívá v reprezentaci pomocí binárních hodnot. Výhodou tohoto přístupu je, že binární kódování je vlastní všem počítačům, a tudíž genetické algoritmy jsou poněkud jednodušší. Druhý způsob spočívá v reprezentaci pomocí dekadických čísel. Tento přístup je poněkud složitější.

Další problém se týká pozice genu v chromozomu. Standardní metoda dělení chromozomu je dělení na dvě poloviny, kde každá polovina se daruje jednomu potomku. Problém spočívá v tom, že pokud jsou geny, které zastupují důležité kooperující parametry daleko od sebe, dochází při jejich dělení k znehodnocení jejich celkové účinnosti.

5.5.2 Inicializace

Inicializace představuje jednoduchý proces, kdy se náhodným způsobem (pomocí generátoru náhodných čísel), vygeneruje populace prvotních rodičů.

5.5.3 Ohodnocení

Tento krok se skládá ze čtyř dalších kroků.

- *Konverze genotypu na fenotyp* - jde o primitivní proces, kdy se např. při použití binárních genů provede přepočítání na dekadickou hodnotu,
- *Ohodnocení účelové funkce* - v tomto kroku dochází k výpočtu hodnoty objektivní funkce. Obvykle se předpokládá, že daná funkce je ovlivňována všemi geny zhruba stejně významně.

- *Konverze účelové funkce na vhodnost* - tento krok se skládá ze dvou operací. Potom, co je získána účelová funkce, je třeba ji zkonvertovat na tzv. hrubou vhodnost, a tu pak následně zkonvertovat ještě na tzv. jemnou vhodnost. Úpravou hrubé vhodnosti na jemnou se dosáhne toho, že jedincům s příliš vysokou vhodností je tato vhodnost snížena a nedochází tak k tomu, že z prvotní vygenerované populace budou vítězové jen ti potomci, jejichž vhodnost významně převyšuje vhodnost ostatních.
- *Konverze vhodnosti na selekci rodičů* - v rámci tohoto kroku dochází k určení toho, který jedinec a kolikrát bude vybrán k vytvoření potomka.

5.5.4 Volba rodičů

Tento krok následuje po provedení selekce rodičů. Původně se tento problém řešil tak, že se vytvořila ruleta s pozicemi, jejichž pravděpodobnosti byly úměrné vhodnosti a poté probíhal náhodný výběr. Nevýhodou této metody je její přílišná závislost na náhodě. Lepším přístupem je vytvořit pole, které bude nejprve vyplněno rodiči s nejvyšší selekcí, poté rodiči s menší selekcí až po jedince se selekcí menší jak 1. Pro výběr rodičů se nejčastěji používá jedna z následujících metod [9]:

- *ruletová selekce* - princip založený na výběru jedince použitím rulety, kde šíře výseče na ruletě odpovídá kvalitě jedince. Výběr se opakuje, dokud nedojde k výběru požadovaného počtu jedinců,
- *turnajová selekce* - založena na soupeření dvou jedinců, do nové generace postupuje silnější z dané dvojice. Výběr se opakuje, dokud nedojde k výběru požadovaného počtu jedinců. Výhodou této metody je její rychlost,
- *náhodný výběr* - jedinci jsou vybíráni zcela náhodně,
- *ořezávání* - spočívá v seřazení jedinců podle jejich vhodnosti a následném rozdělení na dvě stejně velké části. Do další generace postupují jedinci z části z vyšší vhodnosti.

5.5.5 Křížení

V rámci tohoto kroku dochází k výměně informací mezi řetězci. Mechanismus křížení začíná tak, že se z nově vybrané populace náhodně vyberou dva řetězce reprezentující dva rodiče. Jejich potomci budou následně obsahovat genetické informace svých rodičů. Každý z potomků bude přitom obsahovat z každého předka pouze část informace.

5.5.6 Mutace

Nezbytnou součástí genetických algoritmů jsou mutace. Jejich pomocí lze mnohdy najít nové lepší jedince, kteří lépe vyhovují okolním podmínkám, a tak zkvalitnit jak genetický proces, tak množinu budoucích rodičů. Důležitá je pak zejména volba míry a pravděpodobnosti mutace genu. Aby byl vliv mutací na průběh genetického algoritmu důrazný, je potřeba volit jejich menší četnost výskytu s větším účinkem.

Vlastní mutace se provádí v cyklu pomocí náhodného generátoru čísel tak, že se porovnává náhodně vygenerované číslo s požadovanou četností výskytu mutací. Pokud je náhodné číslo menší, dojde k mutaci genu [15].

5.5.7 Reprodukce

V rámci tohoto kroku dochází k dělení chromozomu a vytváření potomků. Jak již bylo dříve zmíněno, je dobré mít skupiny vhodných genů pohromadě a tím snížit pravděpodobnost jejich rozdělení.

Genetický algoritmus se tedy realizuje formou cyklu, ve kterém se opakují následující tři kroky: selekce, křížení a mutace. Cyklus probíhá tak dlouho, dokud není splněna podmínka pro jeho ukončení, kterou může reprezentovat např. maximální počet generací nebo limit určující požadovanou kvalitu řešení.

5.6 Dílčí závěry

Genetické algoritmy patří do skupiny tzv. optimalizačních algoritmů. Optimalizační algoritmy lze využít pro řešení mnoha problémů inženýrské praxe. Na kapitálových trzích je možné využít těchto algoritmů například při hledání optimálního složení aktiv, tj. optimálního portfolia.

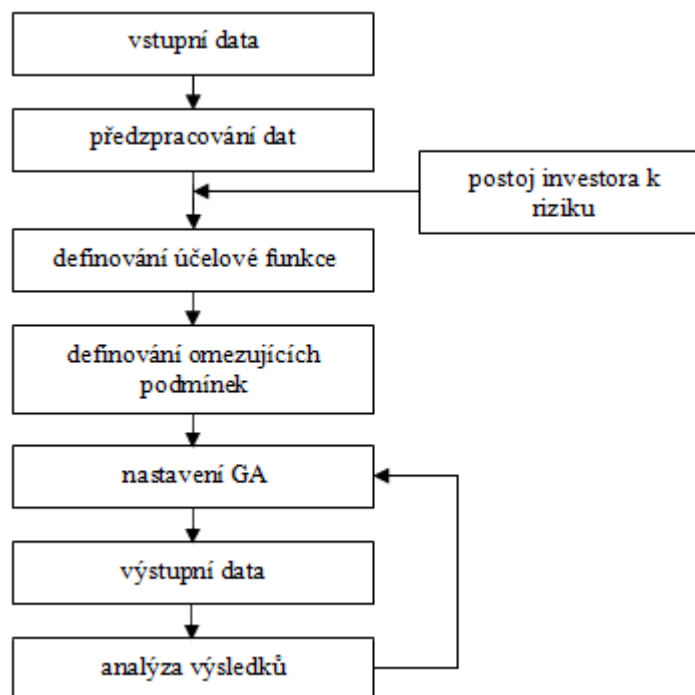
Nadefinování účelové funkce je jedním z nejkritičtějších kroků v rámci optimalizačního procesu. Jeho správné provedení může zásadně ovlivnit kvalitu výsledků. Genetický algoritmus představuje cyklus, ve kterém jsou vytvářeni noví potomci, kteří jsou následovně použiti jako rodiče v dalším cyklu. V rámci genetického algoritmu dochází k opakování následujících tří kroků (selekce, křížení a mutace).

6 Návrh modelu na optimalizaci portfolia cenných papírů

V této kapitole bude popsán návrh modelu na optimalizaci portfolia cenných papírů. Nejprve jeho grafická reprezentace a dále popis jeho jednotlivých částí. Samotný model je realizován v programovém prostředí Matlab 7.7 a pro analýzu výsledků je využit tabulkový procesor Microsoft Excel.

Navržený model, který je znázorněn na následujícím obrázku, se skládá z těchto bloků, které budou dále popsány v jednotlivých podkapitolách:

- vstupní data,
- předzpracování dat,
- postoj investora k riziku,
- definice účelové funkce,
- definice omezujících podmínek,
- nastavení parametrů genetického algoritmu,
- výstupní data a
- analýza výsledků.



Obrázek 18: Struktura modelu.

6.1 Vstupní data

Mezi vstupní data do modelu pro optimalizaci portfolia cenných papírů patří zejména historické kurzy cenných papírů, které tvoří jednotlivé indexy, jež jsou objektem modelování. Dále sem patří i velikost úroku, který lze získat, pokud je část finančních prostředků vložena do bezrizikového aktiva. Stejně tak i velikost úroku, který je třeba zaplatit, pokud je čerpán úvěr na nákup cenných papírů.

6.1.1 Historický kurz cenného papíru

Historický kurz cenného papíru reprezentuje závěrečná cena jednotlivých akcií, které jsou součástí zvoleného burzovního indexu (PX, DJIA) v průběhu časového období, za které je portfolio optimalizováno. Na základě zjištění průběhu historických závěrečných kurzů během zvoleného časového období je potom možné vypočítat očekávanou výnosnost a očekávané riziko jednotlivých cenných papírů. Tyto ukazatele, stejně jako kovariance mezi výnosnostmi jednotlivých cenných papírů, potom představují důležité parametry navrženého modelu.

Historický přístup i přes svá určitá negativa patří k základním orientačním způsobům kvantifikace výnosu, a je v podstatě jediným způsobem, jak kvantifikovat kovariance mezi náhodnými veličinami, které popisují výnos jednotlivých aktiv.

6.1.2 Velikost úroku při zapůjčení bezrizikového aktiva

Výsledkem optimalizace může být doporučení část finančních prostředků investovat do bezrizikového aktiva, neboť toto bezrizikové aktivum může vykazovat vyšší výnosnost v porovnání s některými cennými papíry. A hlavně, investování do bezrizikového aktiva, jak už z názvu vyplývá, představuje nulové riziko pro investora.

Jednou z možností, jak investovat finanční prostředky do bezrizikového aktiva, je nákup státních dluhopisů, přesně řečeno státních pokladničních poukázek, které reprezentují krátkodobé státní dluhopisy. Úrokový výnos státních pokladničních poukázek je pak vypočítán jako rozdíl mezi jmenovitou hodnotou a emisní cenou těchto dluhopisů. Tento druh bezrizikového aktiva však není vhodný pro navržený model, neboť v něm budeme optimalizovat portfolio na základě týdenních výnosů a splatnost státních pokladničních poukázek je v řádu měsíců. Dalším omezením je v tomto případě i velikost investované částky do bezrizikového aktiva. Státní pokladniční poukázky mají přesně stanovenou hodnotu, kterou představuje tzv. „emisní kurz“, nebo-li cena, za

kteřou jsou prodávány investorům. V souladu s navrženým modelem je ovšem potřeba, aby velikost investovaných finančních prostředků do bezrizikového aktiva nebyla omezena, neboť výsledky optimalizace, jak bude později dokumentováno, se liší na základě postoje investora k riziku.

Další možností jak zhodnotit volné finanční prostředky, je svěřit tyto prostředky některé z bank. Protože velikost úroků na běžných účtech je poměrně nízká, je vhodnější uložit finanční prostředky na některý z různých typů spořicíh účtů, které v současné době nabízí poměrně slušné zhodnocení. Jelikož se dále předpokládá, že celková výše investované částky bude jeden milion korun, potom i v tomto případě se předpokládá nulové riziko pro investora. Důvodem je, že Poslanecká sněmovna na svém zasedání dne 11. listopadu 2008 schválila stoprocentní pojištění bankovníh vkladů v České republice do částky 50 000 eur, tedy částky přesahující investovaný milion korun. Jako bezrizikové aktivum je tedy zvolen spořicí účet u mBank označovaný jako „eMax“, který přináší úrok 2.7 % z investované částky [28]. Dalším důvodem pro tuto volbu je skutečnost, že tento spořicí účet již nezahrnuje další omezení, jako některé jiné spořicí účty (zejména nižší úrok při vkladu pod stanovenou úroveň, poplatky spojené s vedením spořicího účtu, výpovědní lhůta pro výběr peněžních prostředků a některé další omezení).

6.1.3 Velikost úroku při vypůjčení bezrizikového aktiva

Výsledkem optimalizace ovšem může být i doporučení získat dodatečné finanční prostředky pro nákup cenných papírů nad rámec původně plánované velikosti investovaných finančních prostředků. Důvodem může být to, že velikost výnosu některého cenného papíru přesahuje velikost úroku, který je nutné zaplatit při vypůjčení si dodatečných finančních prostředků. Pokud tedy opravdu výnos portfolia přesáhne velikost úroku z úvěru, dosáhneme tak vyšších zisků, než v případě investování pouze finančních prostředků, které jsou k dispozici. Dalším důvodem může být nedostatek hotovosti pro spekulace u investorů, kteří mají ve svém portfoliu dlouhodobé pozice a objevili krátkodobou investiční příležitost. Tento způsob je ovšem spojen také se značným rizikem, že výnos portfolia bude nižší než velikost úroku z úvěru, případně výnos portfolia bude nulový, nebo záporný a investor tak ještě navýší svoji ztrátu. Stejně jako v předchozím případě, i zde velikost vypůjčených prostředků bude záviset na postoji investora k riziku.

Jednou z možností, jak čerpat dodatečné finanční prostředky, je půjčit si peníze od banky. Po hlubší analýze jsem ovšem došel k závěru, že většina bank takovou možnost nenabízí. Specializují se spíše na poskytování spotřebitelských úvěrů, které ovšem nelze využít na nákup cenných papírů. Dalším omezením je potom výše čerpané částky, která většinou nedosahuje požadované částky jeden milion korun. V neposlední řadě je zde problém, že u větších obnosů je nutné za půjčené finanční prostředky ručit (např. nemovitostí) a také nastává problém při předčasném splacení úvěru.

Vhodnější možností, která se sama nabízí, je získat dodatečné finanční prostředky přímo u obchodníka s cennými papíry. V tomto případě investor ručí přímo zakoupenými akciemi. Ke splacení úvěru včetně úroků dochází po prodeji cenných papírů. Na našem trhu je celá řada obchodníků s cennými papíry. Na základě vlastní zkušenosti byla zvolena společnost Patria Finance, a.s.. Jedinou podmínkou pro čerpání úvěru je zde uzavření smlouvy o poskytnutí úvěru a vyplnění investičního dotazníku, jehož smyslem je upozornit investora na rizika spojená s čerpáním úvěru. V současné době tato společnost poskytuje úvěr do výše 45 milionů korun, a to až do výše 50 % z celkové hodnoty investice. Velikost úroku z úvěru je potom dána referenční sazbou 8 % a úrokovou přírůžkou, která do částky jeden milion korun činí 0.7 % za rok [29].

6.2 Předzpracování dat

Vstupní časové řady, které reprezentují historické závěrečné kurzy jednotlivých cenných papírů tvořících příslušný index, je třeba dále předzpracovat. Nejprve je nutné spočítat historický týdenní výnos u každého cenného papíru, na základě kterého jsou potom vypočítány další důležité parametry modelu. Problém však nastává ve dnech, kdy se na příslušné burze cenných papírů neobchoduje, zejména z důvodu státních svátků. Tyto chybějící údaje je nutno nahradit, neboť by zkreslily výsledky dalších parametrů z nich odvozených. Proto jsou chybějící údaje nahrazeny závěrečnou cenou cenného papíru z posledního předešlého dne, ve kterém se na burze obchodovalo. Takto předzpracovanou časovou řadu je již možné použít pro další výpočty.

6.2.1 Historický týdenní výnos cenného papíru

Historický týdenní výnos jednotlivých cenných papírů dále umožňuje vypočítat očekávaný výnos jednotlivých cenných papírů a kovarianci výnosností cenných papírů, které jsou součástí zkoumaného burzovního indexu. Délka intervalu je představována

jedním týdnem, protože výsledkem optimalizace bude portfolio, jehož realizace by měla přinést po jednom týdnu předem stanovený výnos.

Tento přístup je vhodný zejména pro krátkodobé investování, tedy pro investory zaměřující se spíše na spekulaci růstu nebo poklesu jednotlivých akcií. Stejně tak tedy bylo možné zvolit délku intervalu jeden měsíc, nebo jeden rok. Ovšem původní časová řada by musela obsahovat větší množství vstupních dat. Zejména pak při volbě intervalu jeden rok by bylo potřeba zjistit vývoj závěrečných cen cenného papíru za několik let zpátky.

Samotný výpočet historického týdenního výnosu je jednoduchý a lze ho snadno provést např. v tabulkovém procesoru Microsoft Excel, stejně tak jako následující parametry modelu. Podle [6] lze historický týdenní výnos vypočítat za podmínky, že $k = 7$ podle následujícího vzorce:

$$r_{itk} = \frac{P_{it} - P_{it-k}}{P_{it-k}} \quad (11)$$

kde: r_{itk} představuje historický týdenní výnos cenného papíru,

P_{it} představuje závěrečnou cenu i -té akcie na začátku následujícího období,

P_{it-k} představuje závěrečnou cenu i -té akcie na počátku období.

6.2.2 Očekávaný výnos cenného papíru

Očekávaný výnos představuje míru výnosnosti (ziskovosti) jednotlivých aktiv, která jsou součástí výsledného portfolia. Očekávaný výnos portfolia za dobu jeho trvání je potom tvořen součtem krátkodobých výnosů akcií za tuto dobu trvání. Podle [6] lze očekávaný výnos jednotlivých cenných papírů spočítat podle následujícího vzorce (opět za podmínky, že $k = 7$):

$$r_i = \frac{1}{T-k} \sum_{t=1}^{T-k} r_{itk} \quad (12)$$

kde: r_i představuje očekávaný výnos cenného papíru za dobu trvání portfolia,

r_{itk} představuje historický týdenní výnos cenného papíru,

T představuje dobu trvání portfolia.

6.2.3 Kovariance mezi výnosnostmi cenných papírů

Dalším důležitým parametrem modelu je kovariance mezi výnosnostmi jednotlivých cenných papírů, které tvoří zkoumaný index. Aby bylo možné vypočítat riziko změny výnosu nejen cenného papíru, ale i riziko změny výnosu celého portfolia, je třeba znát kovariance mezi dvojicemi cenných papírů, které budou popisovat výnos z jednotlivých aktiv v portfoliu. Podle [6] lze tento ukazatel vypočítat na základě následujícího vzorce:

$$\sigma_{ij} = \frac{1}{T-1} \sum_{t=1}^T (r_{it} - \bar{r}_i) \cdot (r_{jt} - \bar{r}_j) \quad (13)$$

kde: σ_{ij} představuje kovarianci výnosností mezi cennými papíry i a j ,

r_{it} představuje výnosnost cenného papíru i za období t ,

\bar{r}_i představuje aritmetický průměr výnosnosti cenného papíru i a

T představuje dobu trvání portfolia.

6.2.4 Velikost úroku při zapůjčení a vypůjčení bezrizikového aktiva

Původní hodnoty velikosti úroku při uložení peněžních prostředků na spořicí účet, nebo při čerpání dodatečných finančních prostředků na nákup cenných papírů v podobě úvěru, reprezentují velikost úroku za jeden rok.

Jelikož budeme, jak již bylo řečeno, hledat výnos portfolia po jednom týdnu, je třeba i tyto hodnoty převést na odpovídající interval. K tomu postačí podělit původní hodnotu počtem týdnů v roce. Týdenní úrok na vybraném spořicím účtu potom činí 0.052 % a úrok při čerpání úvěru 0.167 %.

6.3 Postoj investora k riziku

Dalším parametrem modelu, který významně ovlivňuje výsledky optimalizace, je postoj investora k riziku. Jak již bylo dříve definováno, investor sestavuje optimální portfolio tak, že porovná vlastní indifferenční křivku pro něj s nejvýhodnějším portfoliem, které se nachází na efektivní hranici. Je tedy nutné tuto informaci do modelu zavést.

Na výběr jsou dvě možnosti. Buď je zadána hodnota averze k riziku pouze pro jednoho investora a výsledkem potom bude optimální portfolio pro tohoto investora, nebo lze vytvořit proměnnou, která v sobě ponese informaci o averzi k riziku více

odlišných investorů. Výsledkem bude několik optimálních portfolií v závislosti na počtu odlišných investorů a je tak získána možnost tyto portfolia mezi sebou porovnat.

V prostředí Matlab - Financial Toolbox lze hodnotu stupně averze k riziku zadat jako reálné číslo. Doporučuje se použít hodnota 3, která reprezentuje investora s umírněnou averzí vůči riziku. Samozřejmě je možné použít jakoukoliv jinou hodnotu, která lépe odráží skutečný postoj konkrétního investora. Nebo lze vytvořit proměnou, která bude obsahovat několik různě aversních investorů z předem definovaného intervalu.

6.4 Definování účelové funkce

Nejdůležitější částí modelu je definování účelové funkce. Nadefinování účelové funkce je klíčovým krokem v rámci optimalizačního procesu, jeho provedení může zásadně ovlivnit kvalitu výsledků.

Cílem optimalizace portfolia cenných papírů je najít portfolio s maximálním výnosem a zároveň s minimálním rizikem. Problém nastává v tom, že nelze účelovou funkci zároveň maximalizovat i minimalizovat, ale je třeba vybrat pouze jeden z extrémů. Většinou se volí nalezení minima účelové funkce, případně převod maximalizačního problému na minimalizační násobením účelové funkce hodnotou -1.

Pokud je tedy třeba zachovat obě podmínky, tedy maximalizovat výnos portfolia a minimalizovat jeho ztrátu, je problém maximalizace výnosu převeden na minimalizaci ztráty. Podle [6] lze definovat účelovou funkci jako:

$$\min_{x \in X} (-\hat{r}^T \times x + \lambda \times x^T \times V \times x) \quad (14)$$

kde: $-\hat{r}^T \times x$ představuje ztrátu portfolia,

$x^T \times V \times x$ představuje riziko portfolia a

λ představuje stupeň averze investora vůči riziku.

V prostředí Matlab se definuje účelová funkce ve zvláštním souboru (tzv. M-file souboru). Při použití genetického algoritmu se na tuto funkci odkazuje tak, že je zadán název souboru, ve kterém je účelová funkce uložena (např. objfun.m) a počet nezávislých proměnných, jejichž hodnoty jsou při průběhu genetického algoritmu modifikovány.

6.5 Definování omezujících podmínek

Nezbytnou součástí modelu je i stanovení omezujících podmínek. Výsledkem optimalizace portfolia cenných papírů budou váhy jednotlivých akcií a váha bezrizikového aktiva. Tyto váhy budou určovat, jaké procento finančních prostředků má investor vložit do konkrétního cenného papíru.

První omezující podmínkou tedy bude podmínka, že součet vah jednotlivých cenných papírů a bezrizikového aktiva bude roven 1. Tímto se zajistí, že výsledkem optimalizace bude investování všech finančních prostředků, které má investor na realizaci portfolia vyhrazeny. Další omezující podmínkou bude, že váhy jednotlivých cenných papírů nesmí být záporné. To znamená, že investor nemůže provádět tzv. shorting. To je technika, při které nejprve dochází k prodeji cenného papíru a po poklesu jeho tržní ceny pak následně k jeho nákupu. Pokud bychom při tvorbě portfolia uvažovali shorting, byla by tato podmínka vynechána. Naopak, váha u bezrizikového aktiva záporná být může. Její záporná hodnota reprezentuje čerpání úvěru na získání dodatečných finančních prostředků. Hodnota této váhy však bude omezena číslem -1, což znamená, že velikost čerpaného úvěru nepřesáhne velikost původně zamýšlené investice do portfolia.

Omezující podmínky lze v prostředí Matlab nastavit přímo v toolboxu Genetic Algorithm and Direct Search Toolbox. To, jak lze tyto omezující podmínky zadat, je podrobněji prezentováno v kapitole uživatelská příručka, která bude věnována nastavení jednotlivých parametrů genetického algoritmu.

6.6 Nastavení parametrů genetického algoritmu

Součástí modelu je také nastavení parametrů genetického algoritmu. Vhodná volba parametrů genetického algoritmu vede k nalezení přesnějšího výsledku, neboť je získáno řešení, které má lepší hodnotu účelové funkce.

Mezi parametry, které je možno měnit, patří např. velikost a typ populace, způsob selekce rodičů a reprodukce potomků. Dále také nastavení mutace a křížení. Důležité je také zadání podmínek pro ukončení genetického algoritmu. Parametrů, které lze měnit je celá řada a budou podrobněji uvedeny v kapitole uživatelská příručka.

Samotné nastavení parametrů je možné provést jednak v toolboxu Genetic Algorithm and Direct Search Toolbox, který nabízí vhodné grafické uživatelské

prostředí. Další možností, jak nastavit parametry genetického algoritmu, je zadat tyto parametry jako argumenty funkce „ga“, která slouží pro spouštění genetického algoritmu z příkazové řádky.

6.7 Výstupní data

Výsledkem optimalizace portfolia cenných papírů, které jsou součástí vybraného burzovního indexu, jsou potom následující data.

6.7.1 Hodnota účelové funkce

Její hodnota je prezentována po skončení genetického algoritmu. Cílem optimalizace je v tomto případě, aby tato hodnota byla co nejnižší a byly tak získány co nejpřesnější výsledky. Výslednou hodnotu účelové funkce lze ovlivnit vhodným nastavením parametrů genetického algoritmu.

6.7.2 Váhy cenných papírů a bezrizikového aktiva

Nejdůležitější informací jsou pro investora právě váhy jednotlivých cenných papírů a váha bezrizikového aktiva. Váhy cenných papírů reprezentují procentuální vyjádření množství finančních prostředků, které má investor investovat do konkrétní akcie z peněz vyhrazených na realizaci portfolia. Váha bezrizikového aktiva poskytuje investorovi informaci, kolik procent z vyhrazených peněz má uložit na spořicí účet, případně jak velký si má vzít úvěr na nákup akcií, přesahující původně zamýšlenou investici.

6.7.3 Výnos portfolia

Tato hodnota představuje výnos portfolia, které je výsledkem optimalizace. Je třeba ji dopočítat na základě znalosti výsledných vah jednotlivých aktiv portfolia a jejich očekávané výnosnosti.

6.7.4 Riziko portfolia

Tato hodnota reprezentuje riziko portfolia, které je výsledkem optimalizace. Je třeba ji dopočítat na základě znalosti výsledných vah jednotlivých aktiv portfolia a kovariance mezi výnosností jednotlivých aktiv portfolia. Společně s výnosností portfolia slouží tato hodnota k porovnání portfolií pro investory s různým stupněm averze k riziku.

6.8 Analýza výsledků

Nezbytnou součástí modelu pro optimalizaci portfolia cenných papírů je i analýza výsledků tohoto modelu. Na základě analýzy výsledků modelu lze provádět příslušné změny v modelu za účelem zvýšení kvality výstupu. Analýza tak plní roli zpětné vazby. Pro tuto analýzu lze využít zejména prezentace výsledků v podobě grafů, které lze získat buď přímo v Matlabu, nebo lze použít tabulkový procesor Microsoft Excel.

6.9 Dílčí závěry

Navržený model na optimalizaci portfolia cenných papírů se skládá z následujících částí: vstupní data, předzpracování dat, postoj investora k riziku, definování účelové funkce, definování omezujících podmínek, nastavení parametrů genetického algoritmu, výstupní data a analýza výsledků. Jednotlivé části jsou detailně popsány v jednotlivých podkapitolách. Analýza výsledků slouží jak pro zhodnocení výsledků navrženého modelu, tak také jako zpětná vazba pro modifikaci parametrů genetického algoritmu.

7 Optimalizace portfolia (index DJIA)

V této kapitole bude popsán postup optimalizace portfolia cenných papírů, které jsou součástí burzovního indexu Dow Jones Industrial Average (DJIA) pomocí genetických algoritmů. Při řešení zadaného problému bude postupováno v souladu s navrženým modelem pro optimalizaci portfolia cenných papírů.

7.1 Vstupní data

Vstupními daty do modelu pro optimalizaci portfolia cenných papírů jsou historické kurzy cenných papírů, které jsou součástí indexu DJIA. Mezi vstupní data dále patří velikost úroku, který získá investor, pokud část svých finančních prostředků vloží do bezrizikového aktiva a velikost úroku, který naopak musí zaplatit, pokud čerpá úvěr na nákup cenných papírů.

Historické kurzy cenných papírů jsou reprezentovány závěrečnými cenami akcií v období od 4. července 2005 do 29. června 2007. Z důvodu právě probíhající finanční krize, která s sebou přinesla dramatický propad kurzu akcií napříč celým trhem, bylo zvoleno období před tím, než tato krize vypukla. Pokud by bylo optimalizováno portfolio na základě využití historických kurzů cenných papírů za poslední dva roky, výsledky optimalizace by byly velmi jednostranné ve prospěch investovat vše do bezrizikového aktiva. Vstupní data do modelu pro optimalizaci portfolia cenných papírů, které jsou součástí indexu DJIA, jsou tedy následující:

- *Historický kurz cenného papíru* tvoří závěrečné ceny akcií v období od 4. července 2005 do 29. června 2007 [31]. Soubor obsahující tato data je součástí příloženého CD. Ukázka časových řad je uvedena v příloze této práce, viz Příloha A.
- *Velikost úroku při zapůjčení bezrizikového aktiva* představuje vklad volných finančních prostředků na spořicí účet a ročně činí 2.7 %.
- *Velikost úroku při vypůjčení bezrizikového aktiva* představuje čerpání úvěru od obchodníka s cennými papíry a ročně činí 8.7 %.

7.2 Předzpracování dat

Získaná vstupní data je dále nutno předzpracovat do podoby vyhovující požadavkům modelu pro optimalizaci portfolia cenných papírů. Nejprve je nutné nahradit chybějící data závěrečnou cenou cenného papíru z posledního předešlého dne, ve kterém se na burze obchodovalo. Následně se vypočítá historický týdenní výnos u každého cenného papíru, pomocí něhož se potom spočítají další důležité parametry modelu. Výstupy z této části modelu, která se zabývá předzpracováním vstupních dat jsou tedy následující:

- *Historický týdenní výnos cenného papíru* je důležitý pro výpočet očekávaného výnosu jednotlivých akcií a kovariance mezi výnosnostmi cenných papírů. Délka intervalu závisí na předpokládané době držení portfolia. Soubor obsahující tato data je součástí příloženého CD. Ukázka časových řad obsahující týdenní výnosy cenných papírů je uvedena v příloze, viz Příloha B.
- *Očekávaný výnos cenného papíru* představuje míru výnosnosti jednotlivých aktiv investorova portfolia. Očekávaný výnos jednotlivých akcií tvořících index DJIA ve zvoleném časovém období je uveden v následující tabulce.

Název akcie	Očekávaný výnos [%]	Název akcie	Očekávaný výnos [%]
3M	0.1882	Home Depot	0.0294
Alcoa	0.4597	Intel	-0.0481
American Express	0.1597	IBM	0.3373
AT&T	0.5426	Johnson & Johnson	-0.0301
Bank of America	0.0999	JPMorgan Chase	0.3528
Boeing	0.4061	Kraft Foods	0.1357
Caterpillar	0.0444	McDonald's	0.6161
Chevron	0.3996	Merck	0.5086
Citigroup	0.1236	Microsoft	0.2090
Coca-Cola	0.2194	Pfizer	-0.0060
DuPont	0.1982	Procter & Gamble	0.1618
ExxonMobil	0.3629	United Technologies	0.3468
General Electric	0.1123	Verizon Communications	0.1981
General Motors	0.2522	Wal-Mart	0.0063
Hewlett-Packard	0.6575	Walt Disney	0.3338

Tabulka 1: Očekávaný výnos cenných papírů (DJIA).

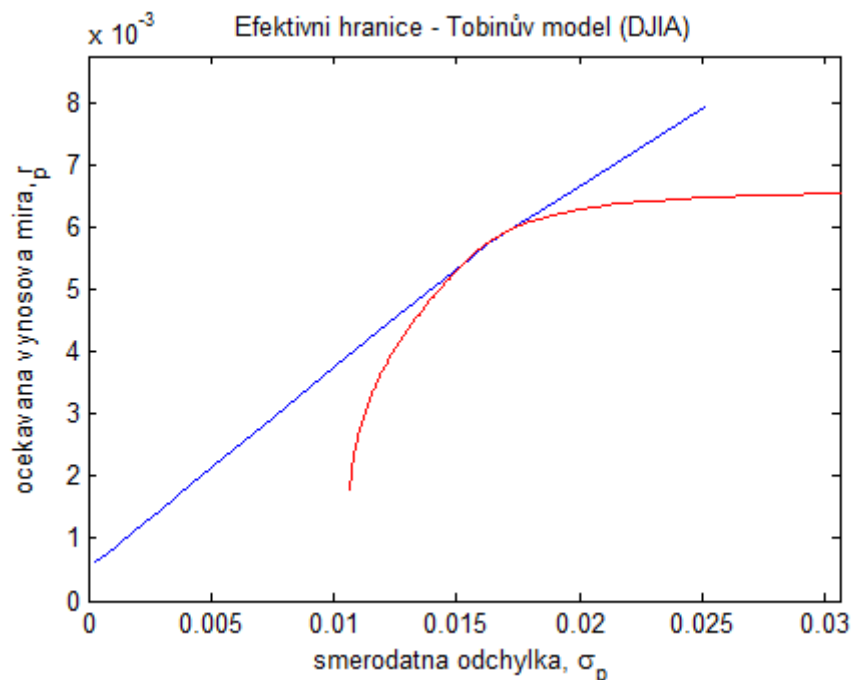
- *Kovariance mezi výnosnostmi cenných papírů* je důležitá pro výpočet rizika změny výnosu portfolia a tudíž je také součástí účelové funkce, která je minimalizována. Hodnoty kovariance mezi výnosnostmi jednotlivých aktiv portfolia indexu DJIA jsou součástí přílohy této práce, viz Příloha C.

- *Velikost úroku při zapůjčení bezrizikového aktiva* představuje vklad volných finančních prostředků na spořicí účet a po přepočtu činí týdně 0.052 %.
- *Velikost úroku při vypůjčení bezrizikového aktiva* představuje čerpání úvěru od obchodníka s cennými papíry a po přepočtu činí týdně 0.167 %.

7.3 Postoj investora k riziku

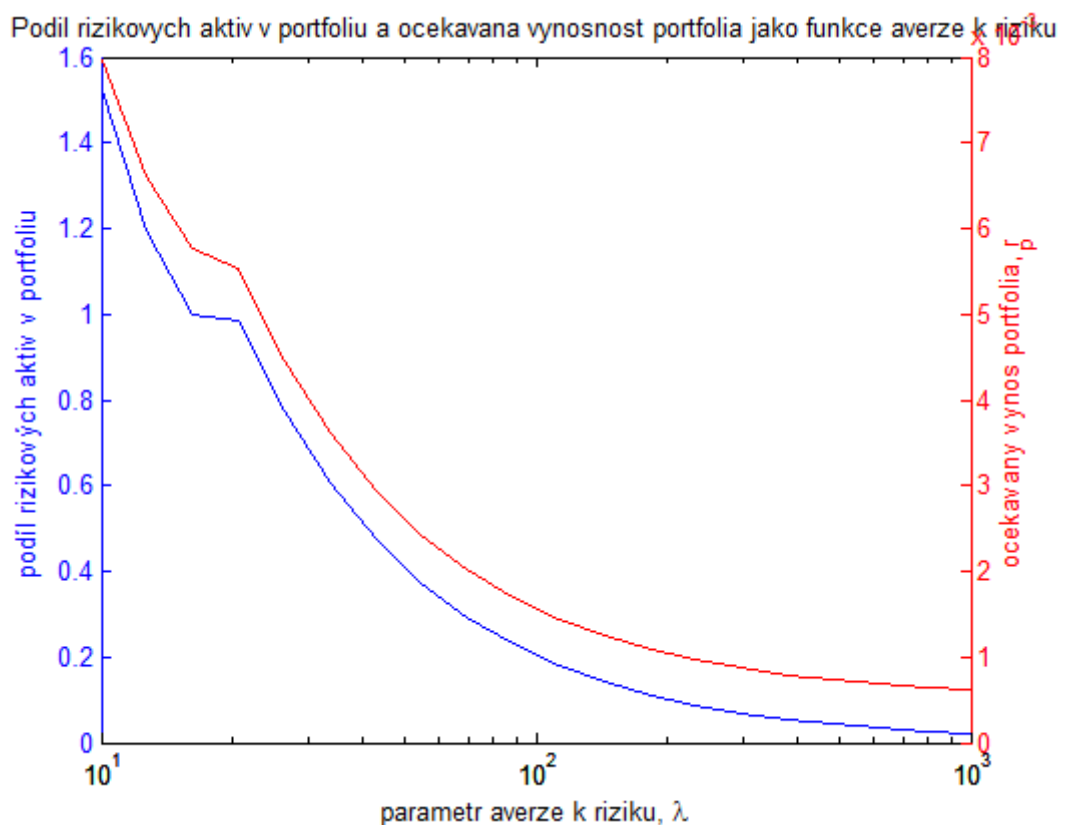
Na základě tohoto parametru je již možné v prostředí Matlab - Financial Toolbox zobrazit efektivní hranici Tobinova modelu. K tomu slouží funkce „portalloc“. Jejimi argumenty jsou směrodatná odchylka, očekávaný výnos a váha rizikového aktiva ležícího na efektivní hranici. Tyto hodnoty je možné zjistit pomocí funkce „portopt“, která má jako argumenty očekávaný výnos jednotlivých aktiv portfolia, kovarianci mezi výnosnostmi cenných papírů a počet generovaných portfolií. Dalšími argumenty funkce „portalloc“ jsou velikost úroku při zapůjčení a vypůjčení bezrizikového aktiva a postoj investora k riziku vyjádřený velikostí jeho averze k riziku.

Jak již bylo uvedeno, hodnotu averze k riziku je možné zadat pouze jako jedno číslo a výsledkem bude optimální portfolio pro jednoho investora, nebo lze averzi k riziku vyjádřit v intervalu pro více odlišných investorů. Efektivní hranice Tobinova modelu znázorněná na Grafu 1 je výsledkem použití předchozích funkcí, při definování averze k riziku pro 20 odlišných investorů.



Graf 1: Efektivní hranice - Tobinův model (DJIA).

Dále je možné zobrazit v podobě grafu závislost očekávaného výnosu na stupni averze k riziku pro jednotlivé investory. Jak je patrné z Grafu 2, očekávaný výnos klesá se zvyšující se averzí k riziku. To je dáno zejména tím, že investoři do svého portfolia zahrnují dividendové tituly a bezrizikové aktivum, které ovšem nepřinášejí tak výrazný výnos oproti jiným, rizikovějším cenným papírům. Do stejného grafu lze zanést i závislost mezi podílem rizikových aktiv v portfoliu a stupněm averze k riziku. Mezní hodnotou je zde hodnota 1 na levé ypsilonové ose vyjadřující podíl rizikových aktiv v portfoliu. Při této hodnotě je portfolio tvořeno pouze rizikovými aktivy. Investoři s averzí k riziku, kteří se dostanou nad tuto hodnotu, čerpají úvěr na nákup cenných papírů. Naopak investoři s averzí k riziku, kteří se dostanou pod hodnotu 1, investují část finančních prostředků do bezrizikového aktiva. Pro lepší přehlednost je u následujícího grafu použita logaritmická stupnice u veličiny reprezentující stupeň averze k riziku.



Graf 2: Podíl rizikových aktiv v portfoliu a očekávaná výnosnost portfolia jako funkce averze k riziku (DJIA).

7.4 Definování účelové funkce

Účelová funkce pro daný problém již byla podrobně definována v kapitole zabývající se návrhem modelu pro optimalizaci portfolia cenných papírů. Cílem je tedy zároveň minimalizovat riziko a ztrátu výsledného portfolia. Účelová funkce je uložena v souboru, který je součástí přiloženého CD.

7.5 Definování omezujících podmínek

Omezující podmínky pro danou úlohu byly podrobně definovány v kapitole zabývající se návrhem modelu pro optimalizaci portfolia cenných papírů a způsob jejich zadání v rámci Genetic Algorithm and Direct Search Toolbox bude popsán v kapitole uživatelská příručka.

Omezujícími podmínkami pro danou úlohu optimalizace portfolia cenných papírů je jednak to, že součet vah jednotlivých cenných papírů a bezrizikového aktiva bude roven 1 a dále pak, že váhy jednotlivých cenných papírů nesmí být záporné, kromě váhy bezrizikového aktiva. Důvody pro stanovení těchto omezujících podmínek byly uvedeny v kapitole věnující se návrhu modelu na optimalizaci portfolia cenných papírů.

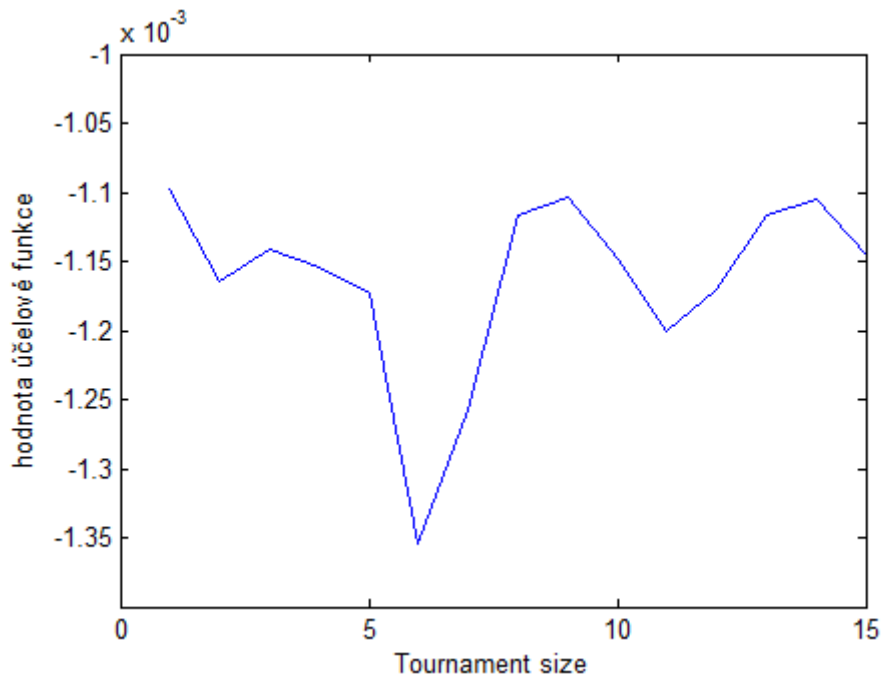
Omezující podmínkou by také mohla být výše finančních prostředků vymezených na realizaci portfolia. Tu by bylo možno použít, pokud by investora zajímalo konkrétní množství cenných papírů v kusech. Jelikož je ale výsledkem váha, která reprezentuje procentuální podíl daného cenného papíru v portfoliu, tato podmínka použita nebude.

7.6 Nastavení parametrů genetického algoritmu

Pokud jsou splněny všechny předešlé části modelu, je možné přistoupit k provedení samotného genetického algoritmu. Při zachování přednastavených hodnot parametrů algoritmu lze získat výsledky optimalizace, které lze dále zlepšovat vhodnějším nastavením jednotlivých parametrů genetického algoritmu. Přesnějšího výsledku je dosaženo tehdy, pokud je hodnota účelové funkce nižší, než při předchozím nastavení parametrů genetického algoritmu. V této části hraje důležitou úlohu analýza výsledků modelu, které v tomto případě představují hodnoty účelové funkce při různých hodnotách zkoumaného parametru genetického algoritmu. Za tímto účelem bylo nutné vytvořit speciální algoritmus, který na základě hodnot zkoumaného parametru zadaných jako interval, sestrojí graf závislosti hodnot účelové funkce na daném parametru.

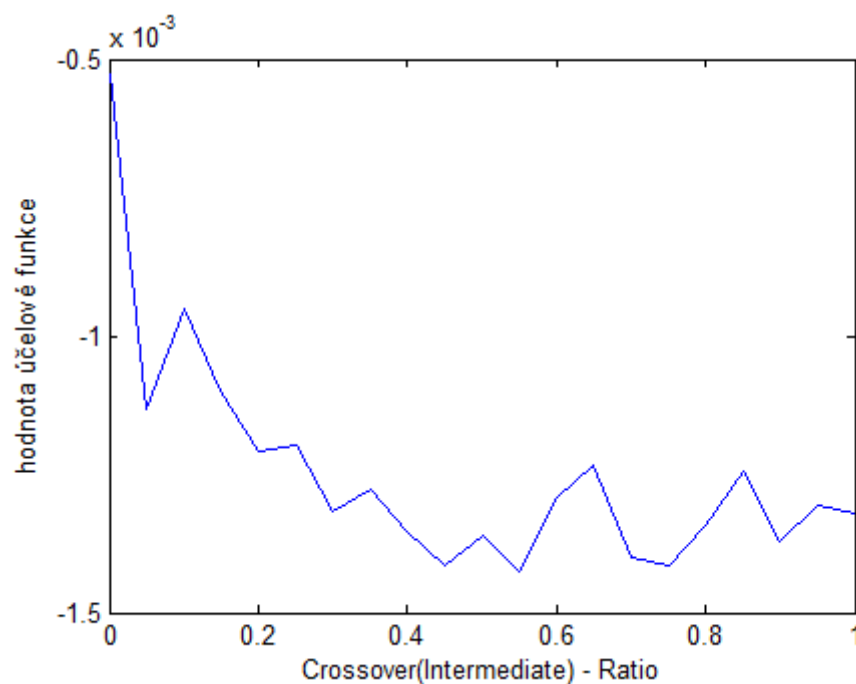
Grafy 3 - 6 reprezentují vývoj hodnoty účelové funkce pro investora se střední averzí k riziku při řešení úkolu optimalizace portfolia cenných papírů indexu DJIA vždy při změně jednoho z parametrů a zachování hodnot ostatních parametrů.

- *Tournament size* reprezentuje počet jedinců, kteří se účastní turnajové selekce.



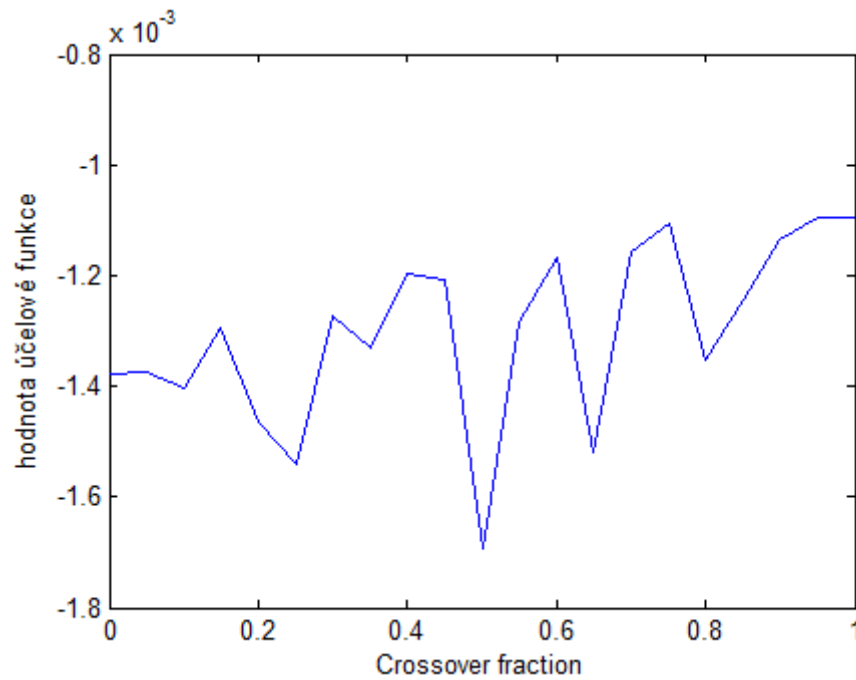
Graf 3: Hodnota účelové funkce při změně (Tournament size).

- *Ratio* reprezentuje hodnotu, která je použita při operaci křížení založené na stanovení potomka podle váženého průměru jeho rodičů.



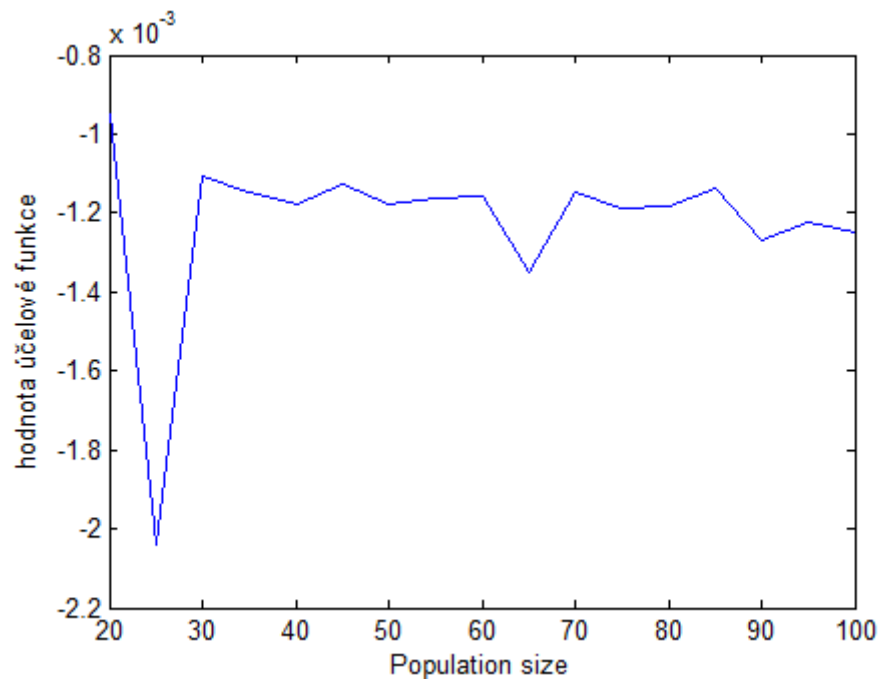
Graf 4: Hodnota účelové funkce při změně (Crossover - Intermediate).

- *Crossover fraction* představuje kolik procent z následující generace bude vytvořeno pomocí operace křížení.



Graf 5: Hodnota účelové funkce při změně (Crossover fraction).

- *Population size* představuje velikost populace, tedy počet jedinců v populaci.



Graf 6: Hodnota účelové funkce při změně (Population size).

Tabulka 2 ukazuje přednastavené hodnoty zkoumaných parametrů a jejich modifikovanou hodnotu pro jednotlivé investory, při níž bylo dosaženo minimální hodnoty účelové funkce.

	Tournament size	Ratio	Crossover fraction	Population size
přednastavené hodnoty	4	1	0.8	20
investor s nízkou averzí k riziku	4	0.25	0.8	95
investor se střední averzí k riziku	6	0.55	0.5	25
investor s vysokou averzí k riziku	2	0.25	0.8	40

Tabulka 2: Nastavení parametrů genetického algoritmu (DJIA).

Na základě modifikace předcházejících parametrů genetického algoritmu bylo například dosaženo zlepšení hodnoty účelové funkce u investora se střední averzí k riziku, a to z počáteční hodnoty -0.0009481, při původním nastavení parametrů až na hodnotu -0.0020409, která odpovídá výsledku po modifikaci parametrů na základě analýzy získaných grafů. Dalšího zlepšení hodnoty účelové funkce lze dosáhnout modifikací podmínek pro ukončení algoritmu.

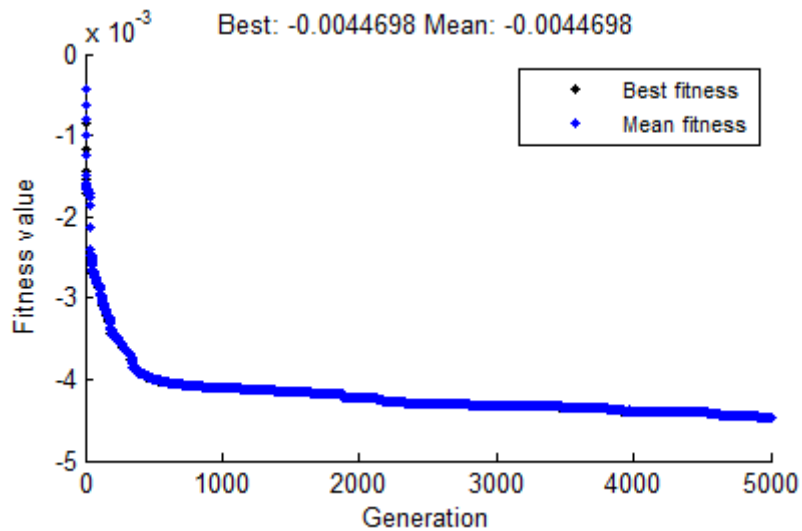
7.7 Výstupní data

V této části budou prezentovány výsledky optimalizace portfolia cenných papírů, které jsou získány na základě provedení genetického algoritmu nad vstupními daty. Pokud je zadána hodnota stupně averze k riziku jako řádkový vektor obsahující tři různé hodnoty odpovídající různým investorům, získají se výstupní data pro každého investora zvlášť.

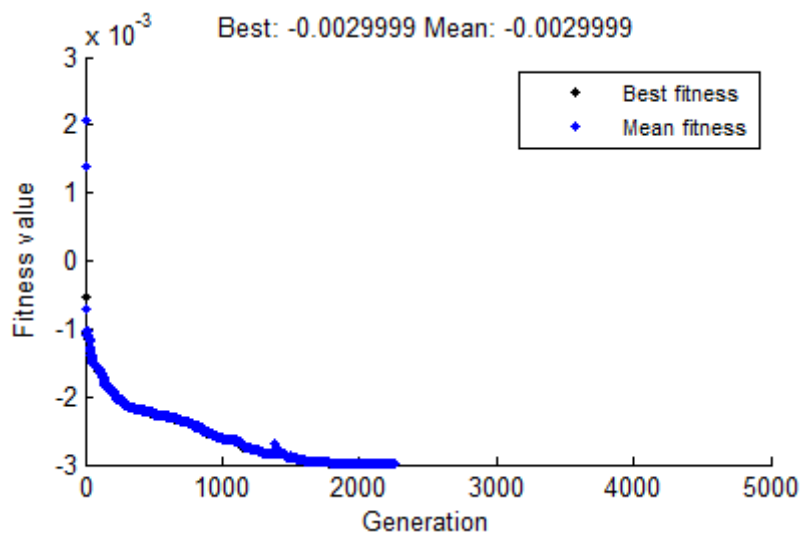
V následujících podkapitolách budou prezentovány výsledky optimalizace pro tři různé investory. Jednak investora s nízkou averzí k riziku, dále investora se střední averzí k riziku a nakonec investora s vysokou averzí k riziku.

7.7.1 Hodnota účelové funkce

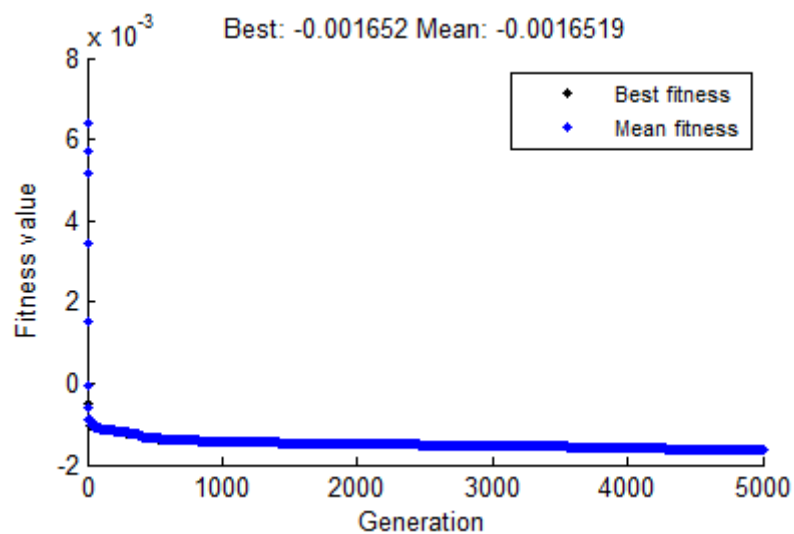
Z Grafů 7 - 9 je patrné, jak se vyvíjela hodnota účelové funkce v rámci procesu optimalizace, tedy při vykonávání genetického algoritmu u jednotlivých investorů. Podmínka pro ukončení genetického algoritmu byla nastavena tak, aby došlo k jeho ukončení, pokud bude průměrná změna účelové funkce za posledních 100 generací menší než tolerance nastavená na hodnotu 10^{-15} .



Graf 7: Účelová funkce pro investora s nízkou averzí k riziku (DJIA).



Graf 8: Účelová funkce pro investora se střední averzí k riziku (DJIA).

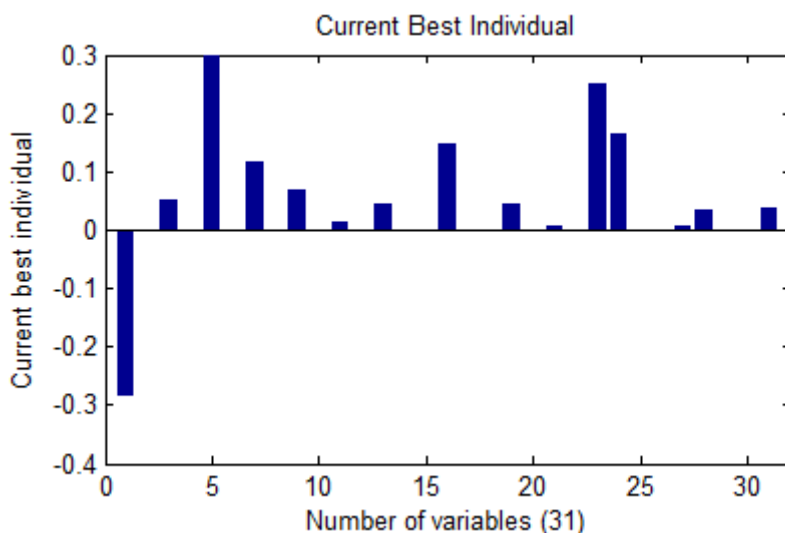


Graf 9: Účelová funkce pro investora s vysokou averzí k riziku (DJIA).

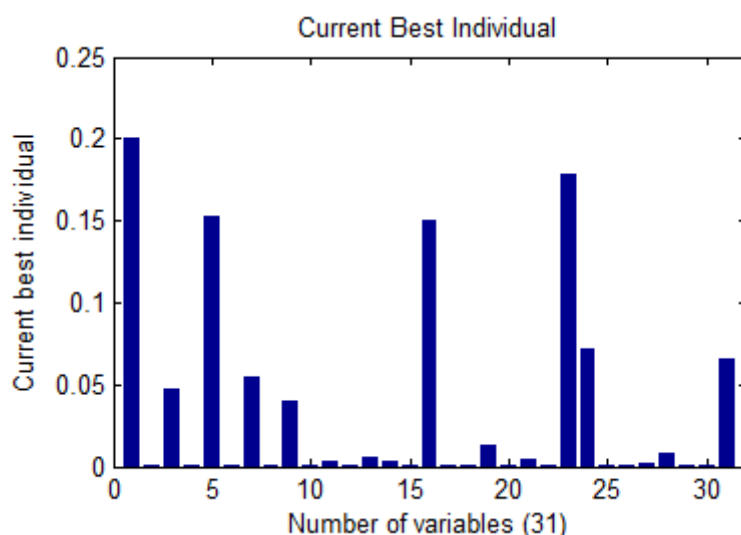
7.7.2 Váhy cenných papírů a bezrizikového aktiva

Nejdůležitější informací jsou pro investora váhy jednotlivých aktiv v portfoliu. Kromě informace, kolik finančních prostředků, a do kterého aktiva investovat, slouží tyto váhy i pro výpočet očekávaného výnosu a rizika pro celé portfolio.

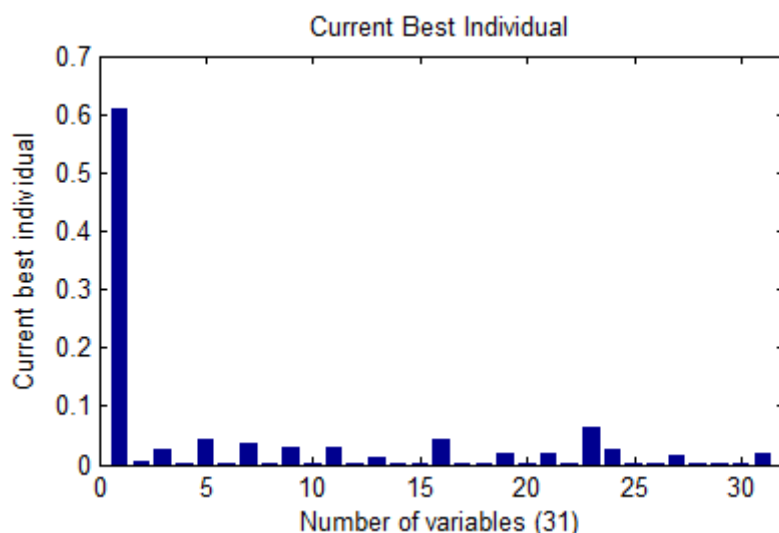
Grafy 10 - 12 reprezentují skladbu portfolia pro jednotlivé investory podle jejich stupně averze k riziku. Pro lepší porovnání je součástí přílohy této práce graf, který obsahuje váhy jednotlivých aktiv v portfoliu pro všechny tři investory současně, viz Příloha D.



Graf 10: Váhy aktiv v portfoliu pro investora s nízkou averzí k riziku (DJIA).



Graf 11: Váhy aktiv v portfoliu pro investora se střední averzí k riziku (DJIA).



Graf 12: Váhy aktiv v portfoliu pro investora s vysokou averzí k riziku (DJIA).

Z Grafů 10 - 12 je zřejmé, že investor s nízkou averzí k riziku využívá možnosti čerpání úvěru pro získání dodatečných finančních prostředků na nákup cenných papírů. S tím jak stupeň averze k riziku roste, klesá i výše čerpaného úvěru a investor naopak preferuje vklad finančních prostředků na spořicí účet. Patrné je také to, že všichni tři investoři by se měli zaměřit zejména na akcie společností Alcoa, AT&T, Boeing, Chevron, Hewlett Packard, IBM, Macdonald's, Merck a Walt Disney.

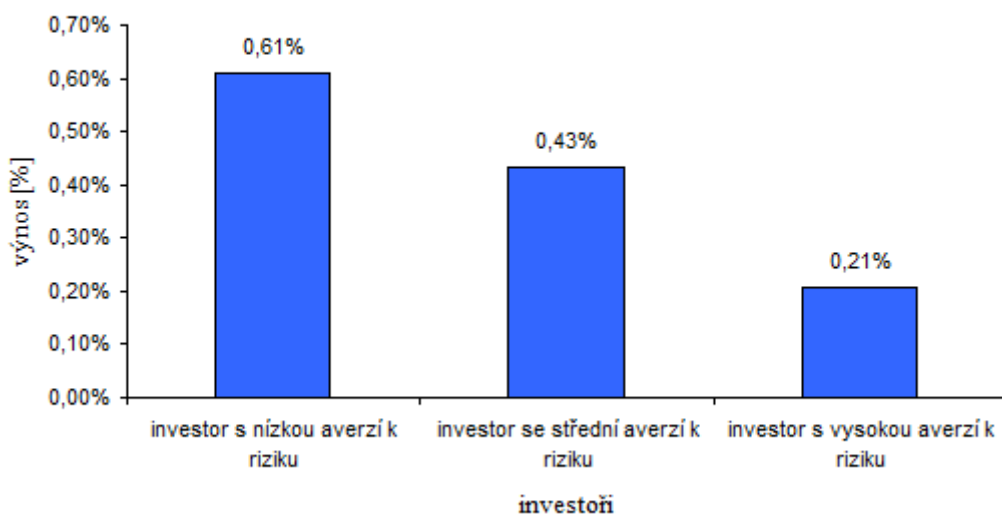
7.7.3 Výnos portfolia

Jak již bylo řečeno, očekávaný výnos portfolia po jednom týdnu lze spočítat na základě vynásobení vah jednotlivých aktiv portfolia s jejich očekávanou týdenní výnosností. Tento výnos lze tedy stanovit již v době realizace portfolia.

Po jednom týdnu je pak možnost porovnat očekávaný výnos portfolia s jeho skutečným výnosem. Grafy 13 a 14 reprezentují očekávaný týdenní výnos portfolia pro jednotlivé investory a jeho porovnání se skutečným výnosem po jednom týdnu.

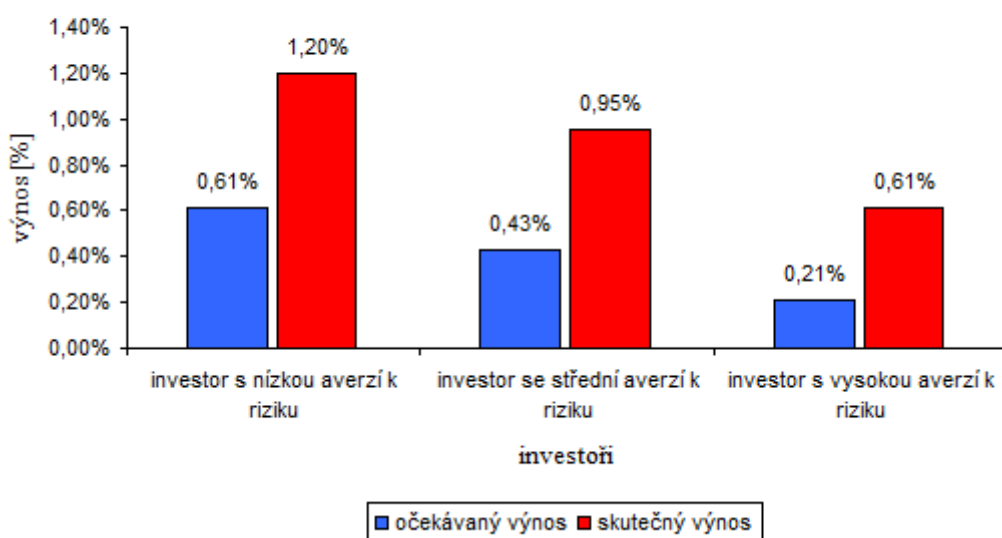
Nejvyšší hodnoty očekávaného výnosu dosahuje investor s nízkým stupněm averze k riziku. Důvod je zřejmý, neboť tento investor na základě čerpání úvěru investuje větší částku než zbylí dva investoři. V případě porovnání očekávaného výnosu portfolia s jeho skutečnou hodnotou, je zřejmé, že při respektování výsledků genetického algoritmu by investor dosáhl vyššího výnosu, než který původně očekával, a to v případě všech zkoumaných investorů.

Očekávaný týdenní výnos portfolia



Graf 13: Očekávaný týdenní výnos portfolia pro jednotlivé investory (DJIA).

Srovnání očekávaného a skutečného výnosu portfolia



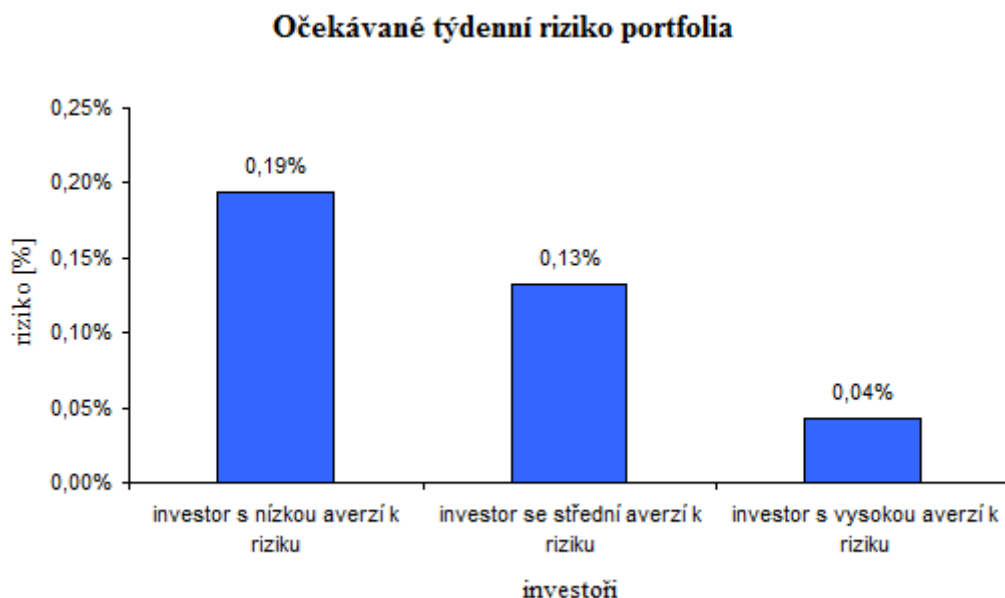
Graf 14: Porovnání očekávaného a skutečného výnosu po jednom týdnu (DJIA).

7.7.4 Riziko portfolia

Stejně jako očekávaný výnos lze na základě získaných výsledků optimalizace dopočítat očekávané riziko portfolia pro jednotlivé investory. Pro výpočet této hodnoty se použijí váhy jednotlivých aktiv v portfoliu, dále kovariance mezi výnosností jednotlivých aktiv a hodnota, která reprezentuje stupeň averze investora k riziku.

Očekávané riziko portfolia potom představuje pravděpodobnost, že nebude dosaženo očekávaného výnosu portfolia. Graf 15 reprezentuje očekávané riziko pro

jednotlivé investory. Z tohoto grafu je patrné, že nejvyšší hodnoty očekávaného rizika dosahuje investor s nízkým stupněm averze k riziku, což je ovšem spojeno i s vyšší hodnotou očekávaného výnosu pro tohoto investora.



Graf 15: Očekávané týdenní riziko portfolia pro jednotlivé investory (DJIA).

7.8 Analýza výsledků

Podstatou analýzy výsledků modelu je zejména pomoci při modifikaci parametrů genetického algoritmu. Slouží tedy jako zpětná vazba. Ukázky grafů, na základě nichž dochází ke změně hodnot některých parametrů genetického algoritmu, byly prezentovány v podkapitole 7.6.

Na základě analýzy výsledků modelu je také možné popsat další výstupy optimalizace portfolia cenných papírů z pohledu jednotlivých investorů. Je zřejmé, že investor s nízkou averzí k riziku využívá možnosti čerpání úvěru pro získání dodatečných finančních prostředků na nákup cenných papírů. S tím jak stupeň averze k riziku roste, klesá i výše čerpaného úvěru a investor naopak preferuje vklad finančních prostředků na spořicí účet.

Změna stupně averze k riziku s sebou přináší také změnu vah jednotlivých aktiv v portfoliu. Při pohledu na graf (viz Příloha D), který reprezentuje právě váhy jednotlivých aktiv v portfoliu pro různé investory ovšem nelze vyčíst žádnou závislost mezi skladbou aktiv a stupněm averze k riziku. Nelze tedy tvrdit, že investor s určitým stupněm averze k riziku preferuje například akcie z určitého odvětví, nebo tzv.

dividendové tituly. Patrné je ovšem to, že všichni tři investoři by se měli zaměřit zejména na akcie společností Alcoa, AT&T, Boeing, Chevron, Coca-Cola, Exxon Mobile, Hewlett Packard, IBM, JPMorgan Chase, Macdonald`s, Merck, Procter & Gamble, United Technologies a Walt Disney a naopak se vyhnout firmám 3M, American Express, Bank of America, Caterpillar, Citigroup, DuPont, General Electrics, General Motors, Home Depot, Intel, Johnson & Johnson, Kraft Foods, Microsoft, Pfizer, Verizon Communications a Wal-Mart.

Co se týče výnosu portfolia, v tomto případě dosahuje největšího výnosu investor s nízkým stupněm averze k riziku. Důvod je zřejmý, neboť tento investor na základě čerpání úvěru investuje vyšší částku než zbylí dva investoři. To je ovšem spojeno s větší hodnotou rizika, která reprezentuje pravděpodobnost, že nebude dosaženo vypočtené hodnoty očekávaného výnosu. V případě poklesu kurzu cenných papírů, potom tento investor dosáhne nejvyšší ztráty. Pokud je porovnán očekávaný výnos portfolia s jeho skutečnou hodnotou, je zřejmé, že při respektování výsledků genetického algoritmu by investor dosáhl většího výnosu, než který původně očekával, a to v případě všech zkoumaných investorů.

7.9 Dílčí závěry

V této kapitole byl popsán postup optimalizace portfolia cenných papírů, které jsou součástí burzovního indexu Dow Jones Industrial Average pomocí genetických algoritmů. Optimální portfolio bylo hledáno pro tři různé investory na základě jejich postoje k riziku. Výsledkem je pak hodnota účelové funkce, váhy cenných papírů a bezrizikového aktiva, hodnota očekávaného týdenního výnosu a rizika pro každého investora zvlášť. Nejvyšší hodnoty očekávaného výnosu dosáhl investor s nízkým stupněm averze k riziku, což je ovšem spojeno i s nejvyšší hodnotou očekávaného rizika.

8 Optimalizace portfolia (index PX)

Součástí této kapitoly bude shrnutí a prezentace výsledků optimalizace portfolia cenných papírů, které jsou součástí indexu PX pražské burzy. Pro samotnou optimalizaci budou opět využity genetické algoritmy. Stejně jako v předcházejícím případě, i zde bude postupováno v souladu s navrženým modelem pro optimalizaci portfolia cenných papírů. Cílem této kapitoly je prezentovat využití navrženého modelu v průběhu času. Výsledkem budou optimalizovaná portfolia cenných papírů po dobu čtyř měsíců a průběžné sledování změn výstupu, ke kterým dochází vždy po jednom měsíci, tedy v době realizace portfolia.

8.1 Vstupní data

Jako vstupní data do modelu jsou použity historické kurzy cenných papírů, které jsou součástí indexu PX. Velikost úroku při zapůjčení a vypůjčení bezrizikového aktiva zůstává stejná jako v kapitole 7, tedy 2.7 % při zapůjčení bezrizikového aktiva, 8.7 % při vypůjčení bezrizikového aktiva.

Ze stejného důvodu, jako v předcházejícím případě, jsou historické kurzy cenných papírů reprezentovány závěrečnými cenami akcií v období od 4. července 2005 do 29. června 2007. Následkem posunutí se zhruba o čtyři roky zpět, došlo i k zúžení počtu cenných papírů v indexu PX. Důvod je ten, že některé z titulů byly na pražské burze upsány později a nebylo by tak možné získat jejich historické závěrečné ceny. Samotná optimalizace portfolia se tak týká pouze 9 titulů cenných papírů, mezi které patří akcie CETV, ČEZ, ERSTE BANK, KOMERČNÍ BANKA, ORCO, PHILIP MORRIS, TELEFONICA O2, UNIPETROL a ZENTIVA.

Historické kurzy cenných papírů, které tvoří index PX jsou čerpány z následujícího zdroje [27] a soubor obsahující tato data je součástí přiloženého CD. Ukázka časových řad je uvedena v příloze této práce, viz Příloha E.

8.2 Předzpracování dat

Místo historického týdenního výnosu bude počítán historický měsíční výnos u každého cenného papíru, který pak slouží pro výpočet dalších parametrů modelu. Volba měsíčního výnosu namísto původního týdenního výnosu je dána tím, že cílem je

sledovat vývoj optimalizovaného portfolia v čase. Změny v portfoliu po jednom měsíci budou výraznější než po jednom týdnu a výsledky tak budou lépe názorné. Ukázka časových řad obsahující měsíční výnosy cenných papírů je uvedena v příloze této práce, viz Příloha F.

Podstatnou změnou oproti předchozímu příkladu je ta skutečnost, že je nutné počítat hodnoty očekávaného výnosu jednotlivých cenných papírů a kovarianci mezi výnosnostmi cenných papírů čtyřikrát, a to vždy po každém měsíci. Tabulky 3 - 6 reprezentují očekávaný výnos jednotlivých akcií tvořících index PX, a to v prvním až čtvrtém měsíci. Hodnoty kovariance mezi výnosnostmi jednotlivých aktiv portfolia indexu PX v prvním až čtvrtém měsíci jsou součástí přílohy, viz Příloha G - J.

Název akcie	CETV	CEZ	ERSTE	KB	ORCO	PM	O2	UNIPETROL	ZENTIVA
Oček. výnos [%]	2.27	3.11	1.37	0.77	4.48	-2.38	0.95	2.72	2.50

Tabulka 3: Očekávaný výnos cenných papírů v prvním měsíci (PX).

Název akcie	CETV	CEZ	ERSTE	KB	ORCO	PM	O2	UNIPETROL	ZENTIVA
Oček. výnos [%]	2.38	3.37	1.39	1.12	4.38	-2.35	1.40	2.74	2.54

Tabulka 4: Očekávaný výnos cenných papírů ve druhém měsíci (PX).

Název akcie	CETV	CEZ	ERSTE	KB	ORCO	PM	O2	UNIPETROL	ZENTIVA
Oček. výnos [%]	2.29	3.54	1.28	1.09	4.12	-1.87	1.20	2.98	2.34

Tabulka 5: Očekávaný výnos cenných papírů ve třetím měsíci (PX).

Název akcie	CETV	CEZ	ERSTE	KB	ORCO	PM	O2	UNIPETROL	ZENTIVA
Oček. výnos [%]	2.40	3.38	1.32	1.07	4.00	-1.83	1.16	3.18	2.20

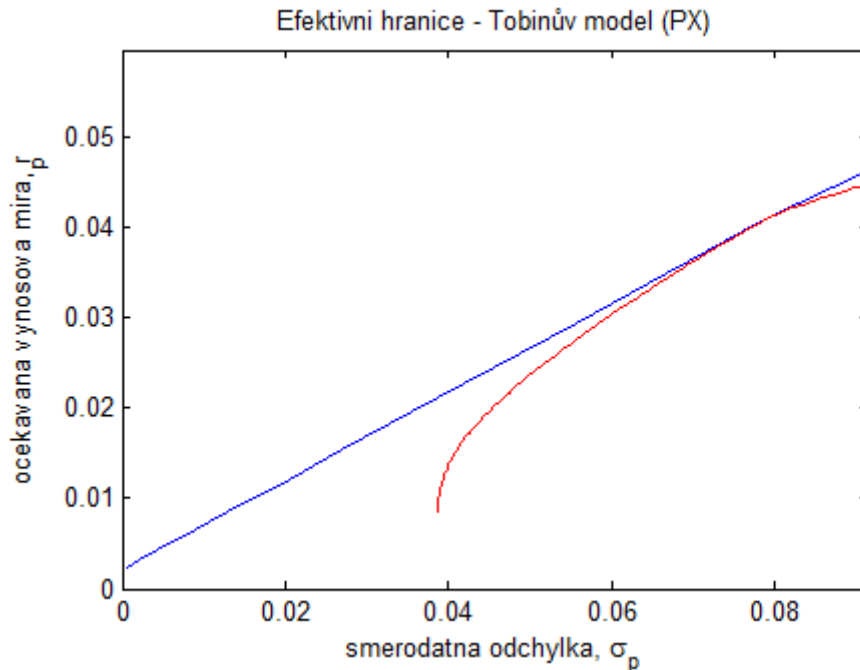
Tabulka 6: Očekávaný výnos cenných papírů ve čtvrtém měsíci (PX).

Další změnou oproti předchozímu příkladu je velikost úroku při zapůjčení a vypůjčení bezrizikového aktiva. Oproti jejich týdenní výši je nutné v tomto případě spočítat hodnotu, která reprezentuje jejich velikost za jeden měsíc. Velikost úroku při zapůjčení bezrizikového aktiva potom činí měsíčně 0.21 % a velikost úroku při vypůjčení bezrizikového aktiva 0.67 %.

8.3 Postoj investora k riziku

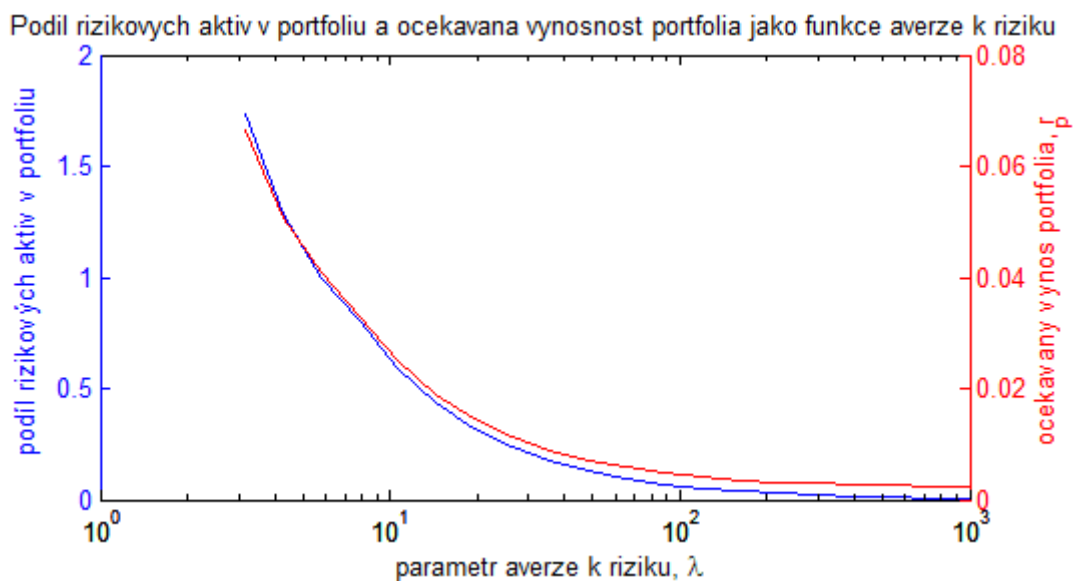
V tomto případě bude opět výsledkem optimalizace portfolio cenných papírů pro konkrétního investora. Sledovány budou výstupy, stejně jako v předchozím případě pro tři různé investory podle stupně jejich averze k riziku. Po dobu čtyř měsíců bude sledován vývoj portfolia u investora s nízkou, střední a vysokou averzí k riziku.

Opět je k dispozici možnost zobrazit efektivní hranici Tobinova modelu, nebo závislost očekávaného výnosu na stupni averze k riziku u jednotlivých investorů. Graf 16 reprezentuje efektivní hranici Tobinova modelu vytvořenou na základě použití dat z prvního měsíce.



Graf 16: Efektivní hranice - Tobinův model (PX).

Graf 17 reprezentuje závislost očekávaného výnosu na stupni averze k riziku pro jednotlivé investory a zároveň závislost mezi podílem rizikových aktiv v portfoliu a stupněm averze k riziku na základě použití dat z prvního měsíce.



Graf 17: Podíl rizikových aktiv v portfoliu a očekávaná výnosnost portfolia jako funkce averze k riziku (PX).

8.4 Definování účelové funkce

Účelová funkce je opět definována tak, aby v rámci optimalizace docházelo zároveň k minimalizaci rizika a ztráty výsledného portfolia. Účelová funkce je uložena v souboru, který je součástí přiloženého CD.

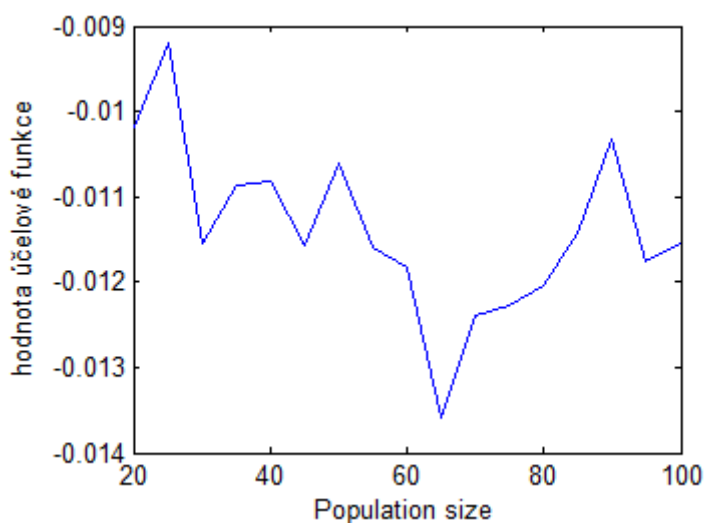
8.5 Definování omezujících podmínek

Omezující podmínky jsou opět stanoveny tak, aby součet vah jednotlivých cenných papírů a bezrizikového aktiva byl roven 1 a dále pak, aby váhy jednotlivých cenných papírů kromě váhy bezrizikového aktiva byly kladné.

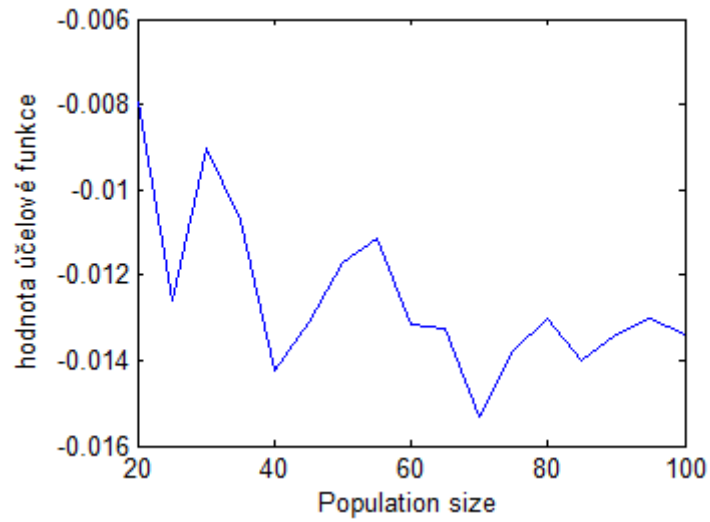
8.6 Nastavení parametrů genetického algoritmu

Na základě analýzy výsledné hodnoty účelové funkce dochází i v tomto případě k nastavení jednotlivých parametrů genetického algoritmu. Stejně jako v předchozí případě, i zde je využit speciální algoritmus, který na základě hodnot zkoumaného parametru zadaných jako interval, sestrojí graf závislosti hodnot účelové funkce na daném parametru.

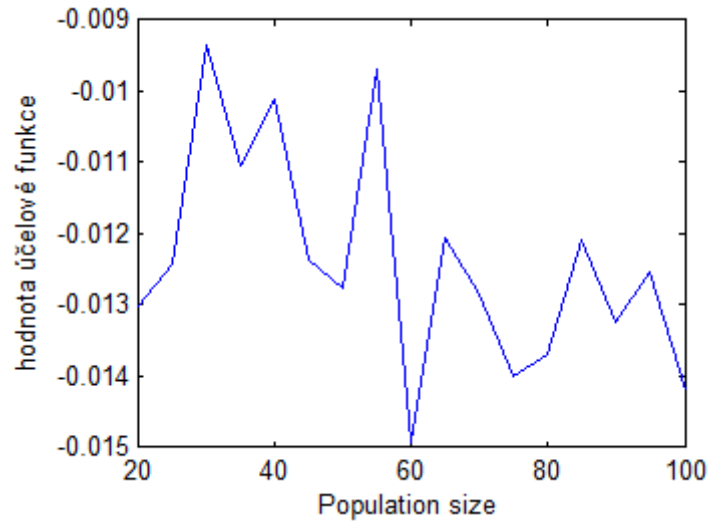
Grafy 18 - 21 znázorňují, jak dochází ke změně hodnoty parametru genetického algoritmu (Population size), při níž je dosaženo minimální hodnoty účelové funkce v případě investora se střední averzí k riziku v průběhu čtyř měsíců.



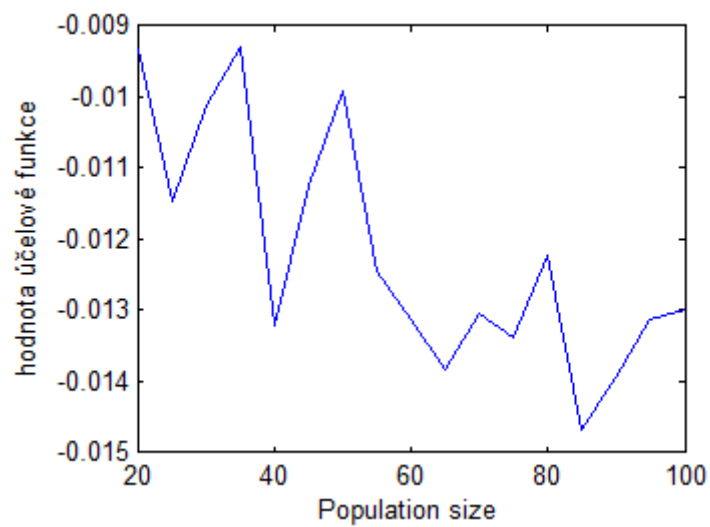
Graf 18: Hodnota parametru Population size (první měsíc).



Graf 19: Hodnota parametru Population size (druhý měsíc).



Graf 20: Hodnota parametru Population size (třetí měsíc).



Graf 21: Hodnota parametru Population size (čtvrtý měsíc).

Tabulka 7 ukazuje přednastavené hodnoty zkoumaných parametrů a jejich modifikovanou hodnotu pro jednotlivé investory během čtyř měsíců, při níž bylo dosaženo minimální hodnoty účelové funkce.

		Tournament size	Ratio	Crossover fraction	Population size
přednastavené hodnoty		4	1	0.8	20
1 měsíc	investor s nízkou averzí k riziku	11	0.5	0	85
	investor se střední averzí k riziku	6	0.75	0.1	65
	investor s vysokou averzí k riziku	8	0.8	0.05	45
2 měsíc	investor s nízkou averzí k riziku	9	0.7	0.05	55
	investor se střední averzí k riziku	4	0.85	0.05	70
	investor s vysokou averzí k riziku	15	0.5	0	90
3 měsíc	investor s nízkou averzí k riziku	15	0.5	0	75
	investor se střední averzí k riziku	6	0.65	0.15	60
	investor s vysokou averzí k riziku	4	0.3	0	75
4 měsíc	investor s nízkou averzí k riziku	2	0.1	0.35	75
	investor se střední averzí k riziku	9	0.75	0.05	85
	investor s vysokou averzí k riziku	15	0.6	0	95

Tabulka 7: Nastavení parametrů genetického algoritmu (PX).

Na základě modifikace předcházejících parametrů genetického algoritmu bylo například dosaženo zlepšení hodnoty účelové funkce u investora se střední averzí k riziku v prvním měsíci, a to z počáteční hodnoty -0.0101, při původním nastavení parametrů až na hodnotu -0.0158, která odpovídá výsledku po modifikaci parametrů na základě analýzy získaných grafů. Dalšího zlepšení hodnoty účelové funkce lze dosáhnout modifikací podmínek pro ukončení algoritmu.

8.7 Výstupní data

V této části budou prezentovány výsledky optimalizace portfolia cenných papírů indexu PX, které jsou získány na základě provedení genetického algoritmu nad vstupními daty. Výsledky optimalizace se vztahují, stejně jako v předchozím případě, ke třem různým investorům, které od sebe odlišuje různá hodnota stupně jejich averze k riziku. Jak již bylo uvedeno v úvodu kapitoly, cílem tohoto modelu je optimalizace portfolia cenných papírů v průběhu čtyř měsíců. Získané výsledky je tedy nutné odlišovat nejenom na základě postoje investora k riziku, ale také na základě času.

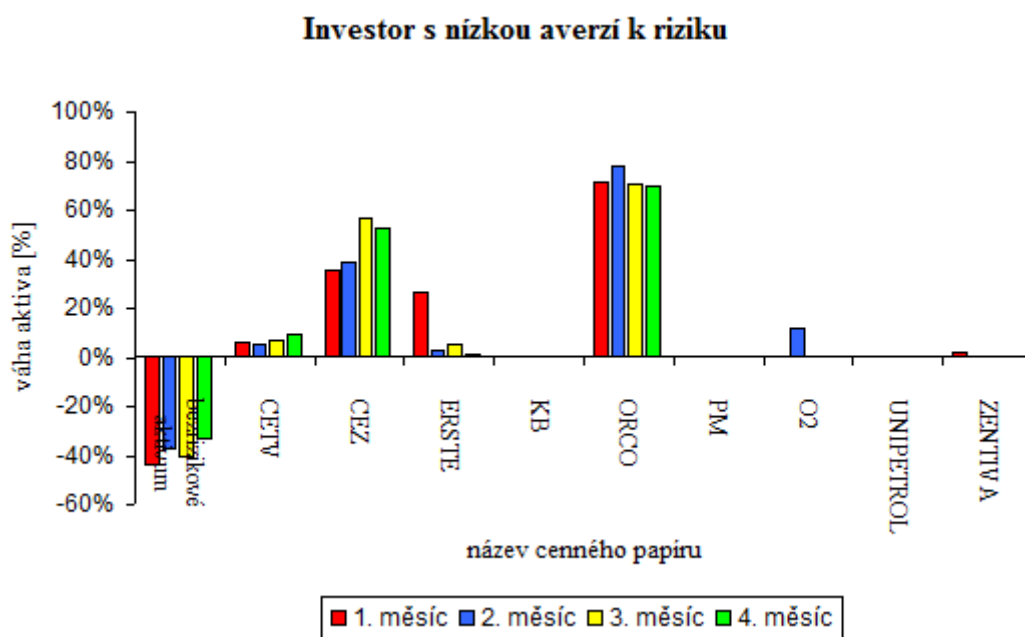
8.7.1 Hodnota účelové funkce

Z grafů, které jsou součástí přílohy této práce (viz Příloha K - V), je patrné, jak se vyvíjela hodnota účelové funkce v rámci procesu optimalizace, tedy při vykonávání genetického algoritmu u jednotlivých investorů během čtyř měsíců. Podmínka pro ukončení genetického algoritmu byla nastavena tak, aby došlo k jeho ukončení, pokud bude průměrná změna účelové funkce za posledních 100 generací menší než tolerance nastavená na hodnotu 10^{-16} .

8.7.2 Váhy cenných papírů a bezrizikového aktiva

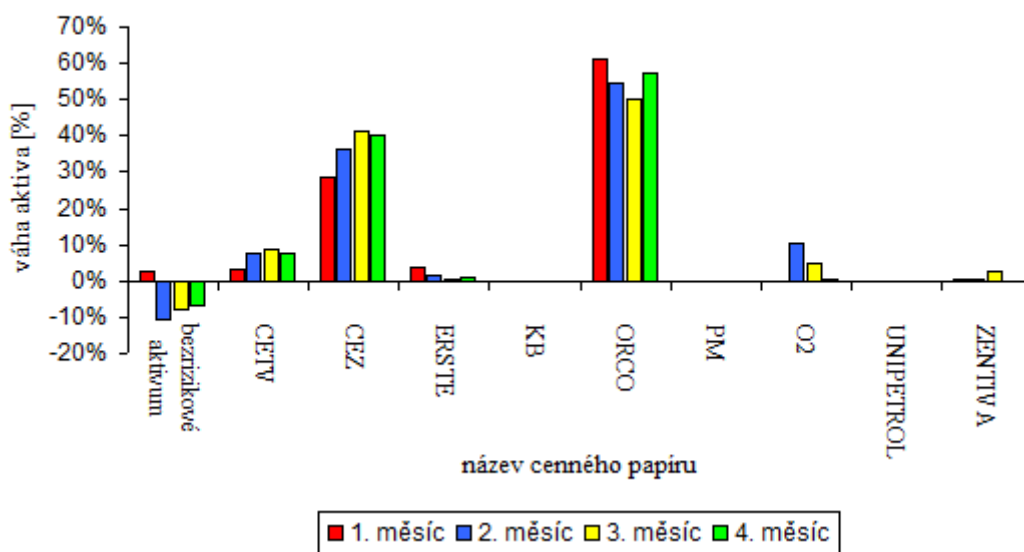
Grafy 22 - 24 reprezentují skladbu portfolia pro jednotlivé investory podle jejich stupně averze k riziku. U každého investora je navíc zahrnuto hledisko času, tedy různá skladba jeho portfolia v jednotlivých měsících.

Skladba portfolia se výrazně mění v závislosti na stupni averze k riziku u jednotlivých investorů. Pokud je odhlédnuto od váhy bezrizikového aktiva, která je do značné míry závislá právě na postoji investora k riziku, je vidět, že v optimálním portfoliu všech tří investorů dominují zejména dva tituly. A to akcie společností ČEZ a ORCO. Investoři by měli část finančních prostředků investovat i do akcií společností CETV, ERSTE BANK, TELEFONICA O2 a ZENTIVA. Naopak, měli by se vyhnout investici do společností KOMERČNÍ BANKA, PHILIP MORRIS a UNIPETROL.



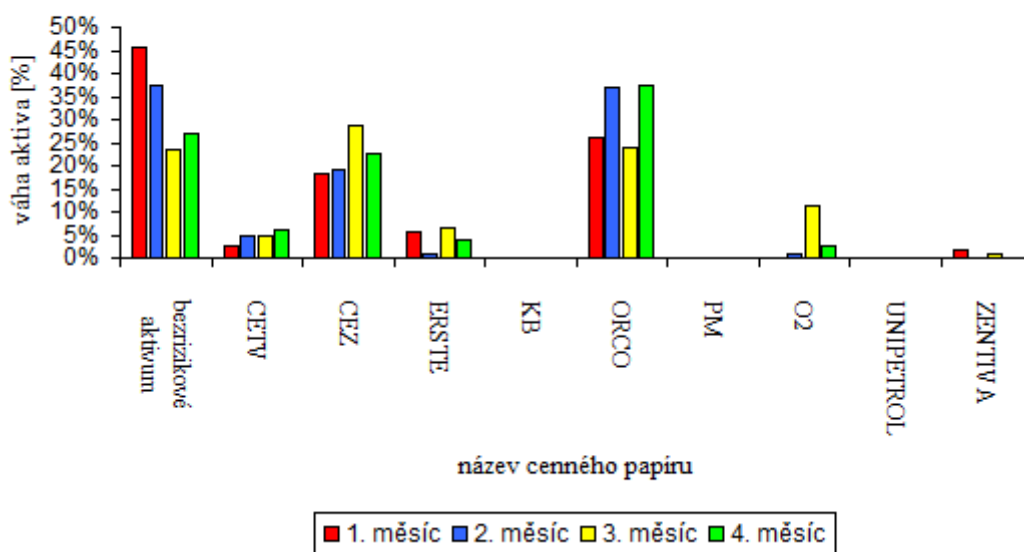
Graf 22: Váhy aktiv v portfoliu pro investora s nízkou averzí k riziku (PX).

Investor se střední averzí k riziku



Graf 23: Váhy aktiv v portfoliu pro investora se střední averzí k riziku (PX).

Investor s vysokou averzí k riziku

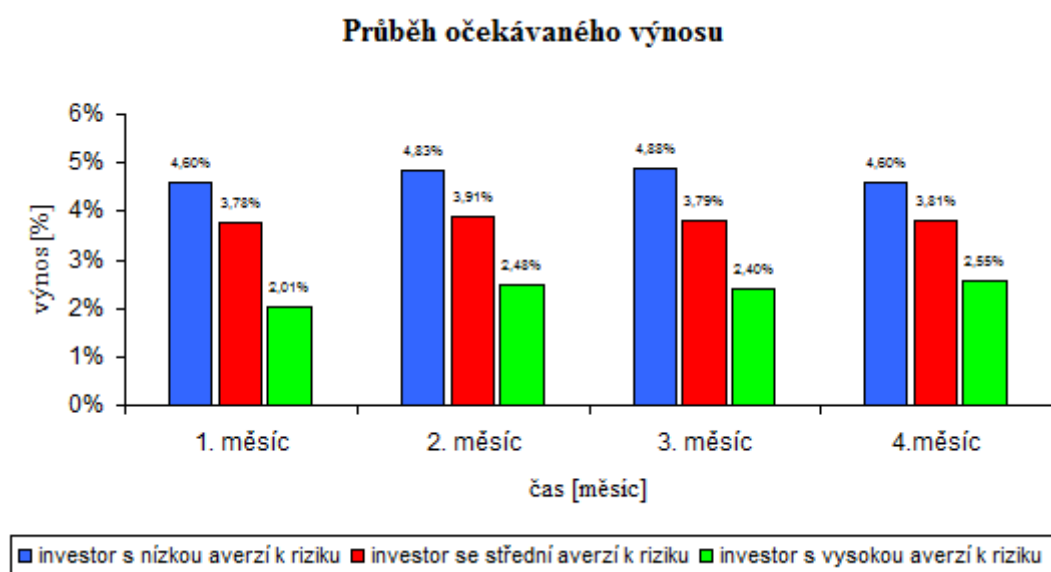


Graf 24: Váhy aktiv v portfoliu pro investora s vysokou averzí k riziku (PX).

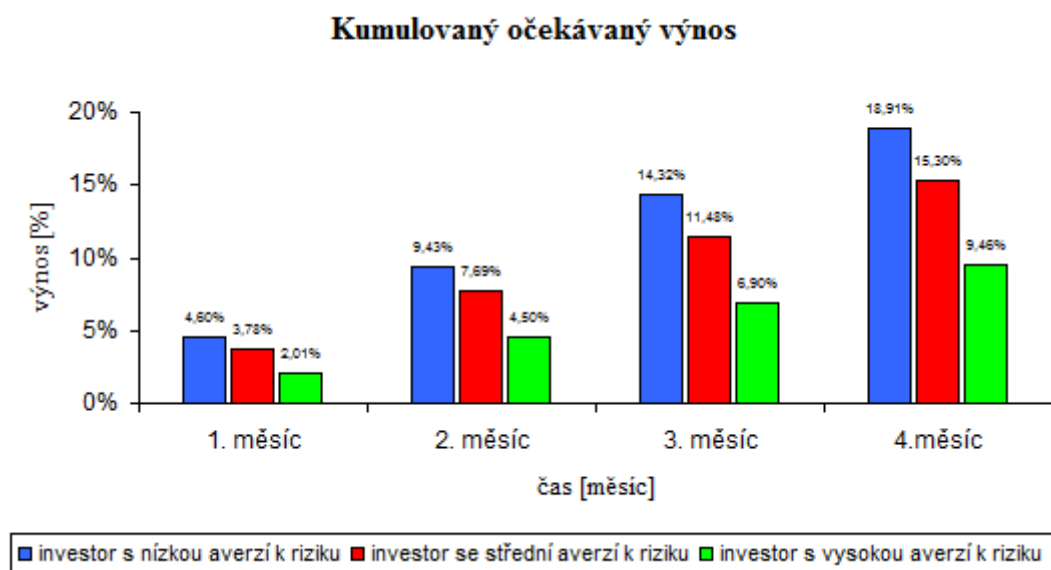
8.7.3 Výnos portfolia

Celkový výnos portfolia je nejprve nutné vypočítat na základě využití hodnot reprezentujících váhy jednotlivých aktiv portfolia a hodnot, které vyjadřují očekávanou, případně skutečnou měsíční výnosnost cenných papírů a bezrizikového aktiva.

Graf 25 reprezentuje vývoj očekávaného výnosu portfolia pro jednotlivé investory během čtyř měsíců. Z tohoto grafu je zřejmé, že nejvyšší hodnoty očekávaného výnosu v jednotlivých měsících dosahuje investor s nízkým stupněm averze k riziku. Další Graf 26 znázorňuje kumulovaný očekávaný výnos portfolia, který je tvořen jako součet očekávaných výnosů portfolia za dosud uplynulé měsíce. Z tohoto grafu lze snadno odečíst například to, že investor s nízkou averzí k riziku dosáhne po čtyřech měsících očekávaného výnosu ve výši zhruba 19 % z investované částky. Zbylí dva investoři dosahují také kladných hodnot očekávaného výnosu přesahujících v obou případech 9% z investované částky.

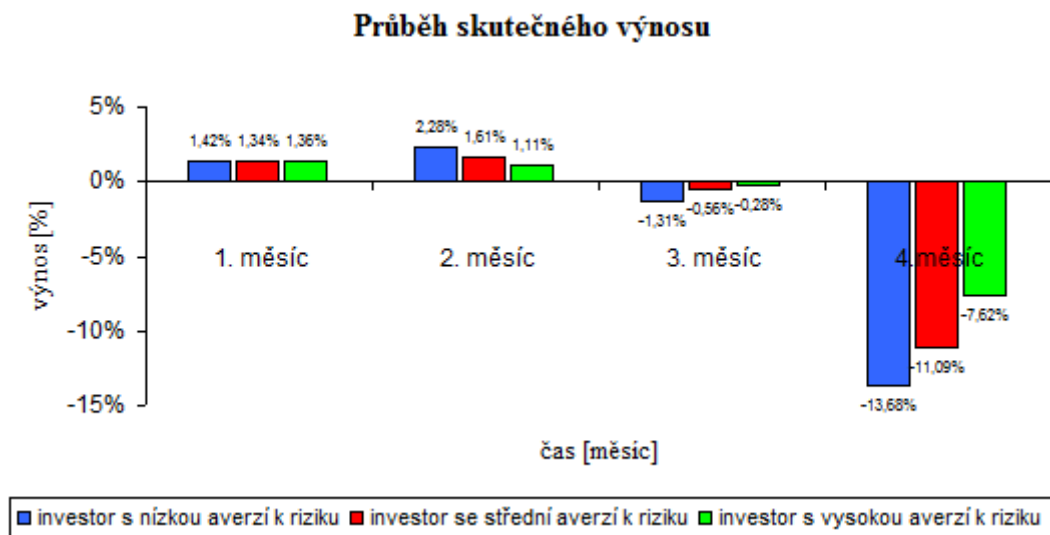


Graf 25: Průběh očekávaného výnosu portfolia pro jednotlivé investory (PX).

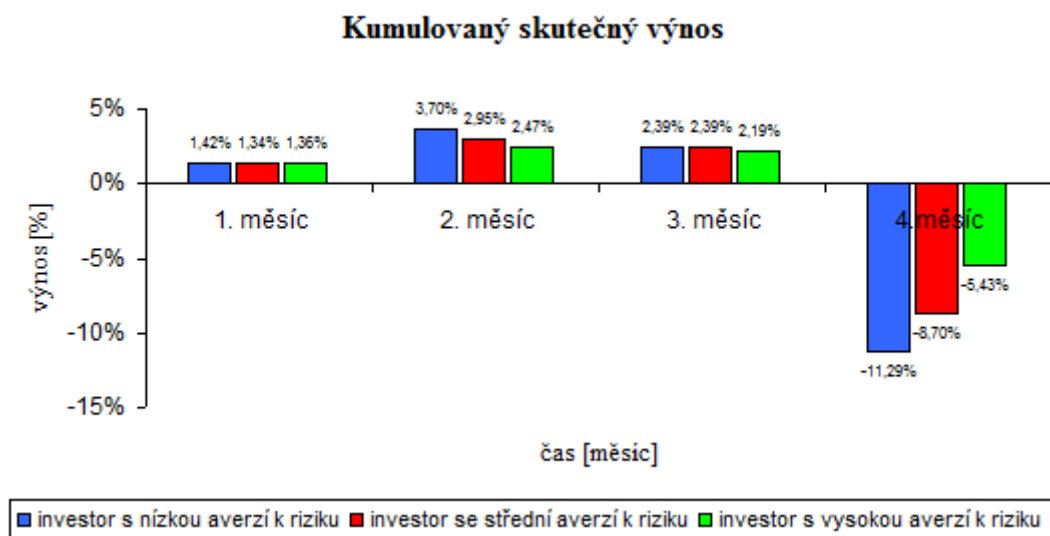


Graf 26: Kumulovaný očekávaný výnos portfolia pro jednotlivé investory (PX).

Pro srovnání výsledků modelu s realitou je zde také uveden Graf 27, který reprezentuje vývoj skutečného výnosu portfolia a Graf 28 znázorňující kumulovaný skutečný výnos portfolia. V případě, kdy jsou porovnány hodnoty očekávaného výnosu portfolia jednotlivých investorů se skutečnou hodnotou výnosu portfolia, je patrné, že se tyto dvě hodnoty poměrně výrazně rozcházejí. V prvních dvou měsících sice všichni tři investoři dosahují skutečného výnosu, který je však nižší než v případě hodnoty očekávaného výnosu. Ovšem ve zbylých dvou měsících se již všichni investoři dostávají do ztráty, která je především ve čtvrtém měsíci poměrně výrazná. To je způsobeno tím, že výsledky optimalizace kladly příliš velký důraz pouze na dva tituly, které v posledním měsíci stáhly výnos portfolia do záporných hodnot.



Graf 27: Průběh skutečného výnosu portfolia pro jednotlivé investory (PX).

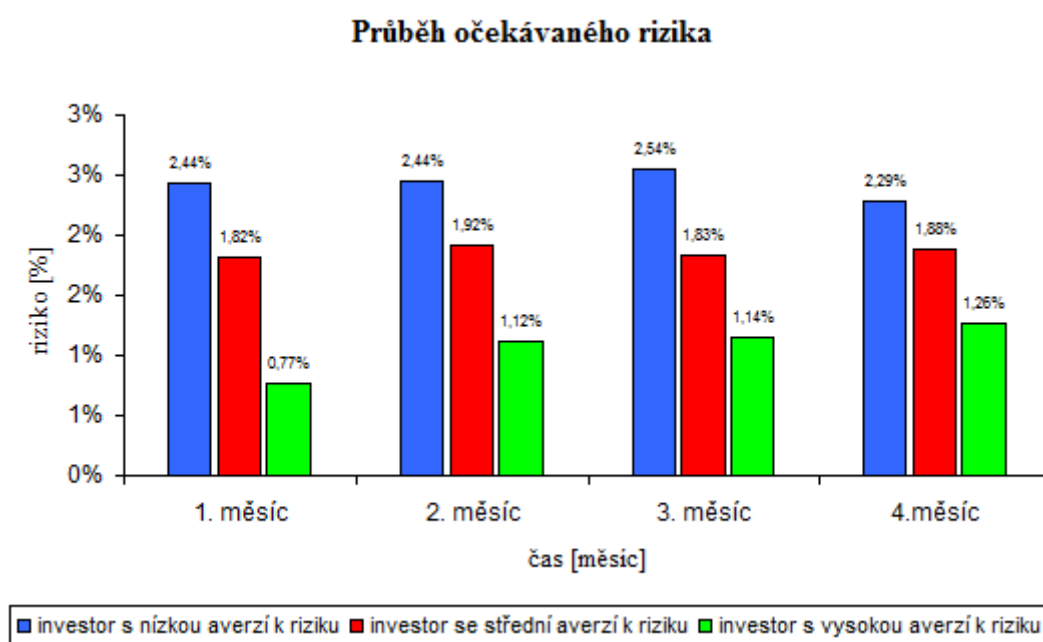


Graf 28: Kumulovaný skutečný výnos portfolia pro jednotlivé investory (PX).

8.7.4 Riziko portfolia

Stejně jako celkový výnos lze na základě získaných výsledků optimalizace dopočítat i celkové riziko portfolia pro jednotlivé investory. Pro výpočet této hodnoty se použijí váhy jednotlivých aktiv v portfoliu, dále kovariance mezi výnosnostmi jednotlivých aktiv a hodnota, která reprezentuje stupeň averze investora k riziku.

Graf 29 znázorňuje průběh hodnoty očekávaného rizika pro jednotlivé investory během čtyř měsíců. Z tohoto grafu je patrné, že nejvyšší hodnoty očekávaného rizika dosahuje investor s nízkým stupněm averze k riziku, a to ve všech čtyřech měsících. To je ovšem spojeno i s vyšší hodnotou očekávaného výnosu pro tohoto investora.



Graf 29: Průběh očekávaného rizika portfolia pro jednotlivé investory (PX).

8.8 Analýza výsledků

Analýza výsledků modelu slouží stejně jako v předchozím případě zejména pro modifikaci parametrů genetického algoritmu. Na základě výsledné hodnoty účelové funkce dochází ke změně parametrů genetického algoritmu, s cílem zlepšit výslednou hodnotu účelové funkce a dosáhnout tak přesnějších výsledků.

Skladba portfolia se výrazně mění v závislosti na stupni averze k riziku u jednotlivých investorů. Pokud je odhlédnuto od váhy bezrizikového aktiva, která je do značné míry závislá právě na postoji investora k riziku, je vidět, že v optimálním portfoliu všech tří investorů dominují zejména dva tituly. A to akcie společností ČEZ

a ORCO. To je způsobeno tím, že tyto dva tituly dosahovaly největších měsíčních výnosů v období, které bylo použito jako vstup do navrženého modelu. Investoři by měli část finančních prostředků investovat i do akcií společností CETV, ERSTE BANK, TELEFONICA O2 a ZENTIVA. Naopak, měli by se vyhnout investici do společností KOMERČNÍ BANKA, PHILIP MORRIS a UNIPETROL. Výsledek optimalizace ovšem příliš nerespektuje zásadu diverzifikace portfolia, neboť jak již bylo uvedeno, portfolio je z velké části tvořeno pouze dvěma tituly. Zásadu diverzifikace portfolia splňuje do jisté míry pouze optimální portfolio pro investora s vysokou averzí k riziku.

Váhy všech cenných papírů včetně váhy bezrizikového aktiva mění svoje hodnoty v závislosti na čase. Jako příklad lze uvést, že portfolio investora s nízkou averzí k riziku by mělo být v prvním měsíci tvořeno zhruba 27 % akcií společnosti ERSTE BANK, kdežto ve čtvrtém měsíci by váha této akcie měla dosahovat pouze 1.5 % z celkového portfolia. Dalším příkladem je třeba to, že by investor se střední averzí k riziku na základě výsledků optimalizace měl v prvním měsíci část finančních prostředků uložit na spořicí účet, kdežto ve čtvrtém měsíci by naopak měl čerpat úvěr na nákup cenných papírů. Takovýchto příkladů je celá řada a jsou snadno odvoditelné z Grafů 22 - 24.

Pokud je pozornost zaměřena na samotný výnos portfolia, je zřejmé, že největšího očekávaného výnosu v jednotlivých měsících dosahuje investor s nízkým stupněm averze k riziku. Z Grafu 26, který reprezentuje kumulovaný očekávaný výnos portfolia lze snadno odečíst, že investor s nízkou averzí k riziku dosáhne po čtyřech měsících očekávaného výnosu ve výši zhruba 19 % z investované částky. Vyšší hodnota očekávaného výnosu je ovšem spojena s vyšší hodnotou očekávaného rizika, která představuje pravděpodobnost, že nebude dosaženo vypočtené hodnoty očekávaného výnosu. Zbylí dva investoři dosahují také kladných hodnot očekávaného výnosu přesahujících v obou případech 9 % z investované částky.

V případě, kdy jsou porovnány hodnoty očekávaného výnosu portfolia jednotlivých investorů se skutečnou hodnotou výnosu portfolia, je patrné, že se tyto dvě hodnoty poměrně výrazně rozcházejí. V prvních dvou měsících sice všichni tři investoři dosahují skutečného výnosu, který je ovšem nižší než v případě hodnoty očekávaného výnosu. Ovšem ve zbylých dvou měsících se již všichni investoři dostávají do ztráty, která je především ve čtvrtém měsíci poměrně výrazná. To je způsobeno tím, že výsledky optimalizace kladly příliš velký důraz pouze na dva tituly, které v posledním

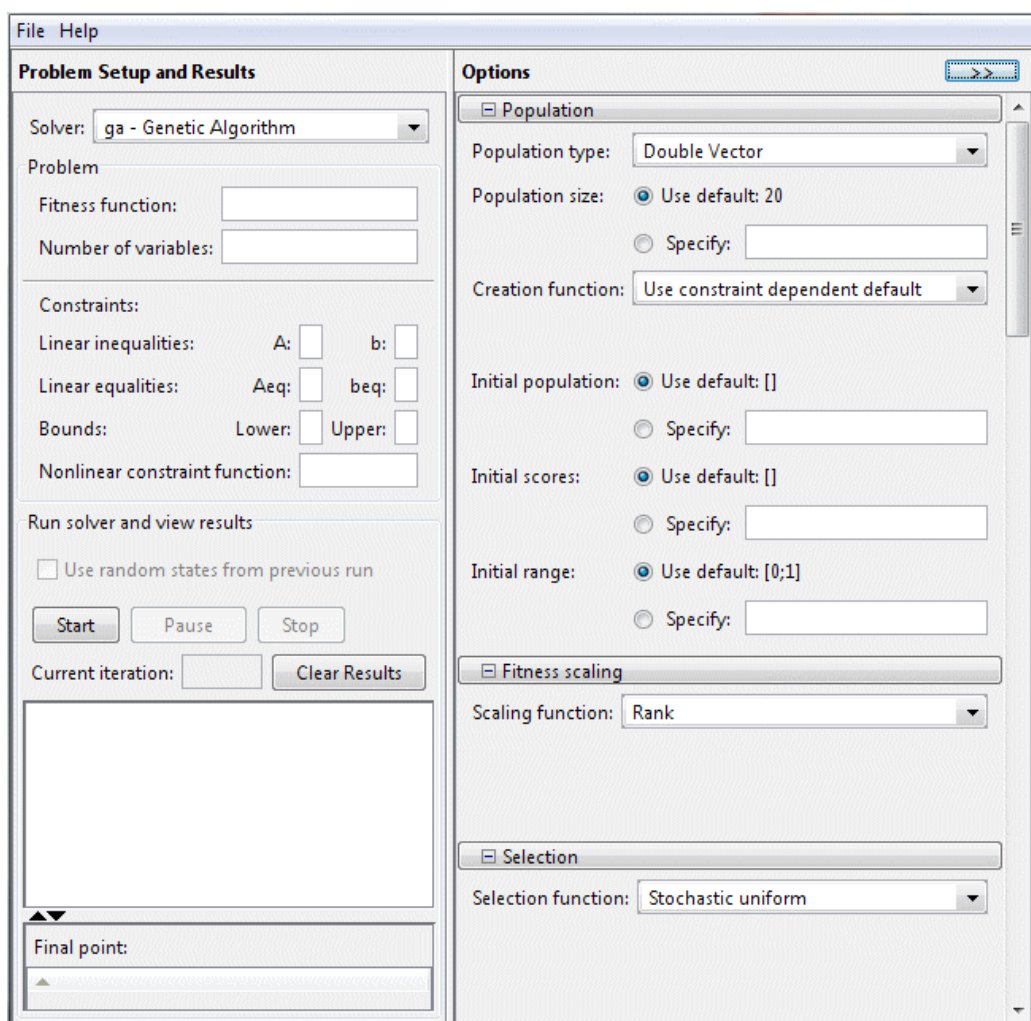
měsíci stáhly výnos portfolia do záporných hodnot vlivem výrazného poklesu jejich cen. Investor s nízkou averzí k riziku, tak namísto největšího očekávaného výnosu zhruba ve výši 19 %, procent dosahuje ve skutečnosti nejvyšší ztráty okolo 11 % z investované částky.

8.9 Dílčí závěry

V této kapitole byl popsán postup optimalizace portfolia cenných papírů, které jsou součástí burzovního indexu PX pomocí genetických algoritmů. Optimální portfolio bylo hledáno pro tři různé investory na základě jejich postoje k riziku, a to během čtyř měsíců. Výsledkem je pak hodnota účelové funkce, váhy cenných papírů a bezrizikového aktiva, hodnota očekávaného měsíčního výnosu a rizika pro každého investora zvlášť. Ve všech čtyřech měsících dosáhl nejvyšší hodnoty očekávaného výnosu investor s nízkým stupněm averze k riziku, což bylo ovšem spojeno i s nejvyšší hodnotou očekávaného rizika.

9 Uživatelská příručka

Tato kapitola bude věnována nastavení parametrů genetického algoritmu v rámci Genetic Algorithm and Direct Search Toolbox v programovém prostředí Matlab 7.7. Po spuštění Matlabu lze vyvolat toolbox genetického algoritmu zapsáním příkazu „`optimtool('ga')`“ do příkazového řádku nebo přes nabídku start v Matlabu. Na následujícím obrázku je vidět, jak vypadá grafická podoba toolboxu pro práci s genetickým algoritmem.



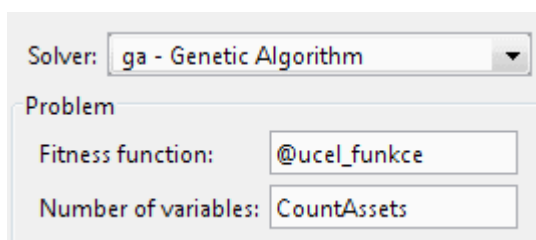
Obrázek 19: Toolbox genetického algoritmu [30].

Samotné okno toolboxu lze rozdělit na 4 části, mezi které patří:

- zadání účelové funkce,
- definování omezujících podmínek,
- zobrazení výsledku a
- nastavení parametrů.

9.1 Zadání účelové funkce

V této části je nutné nejprve zkontrolovat, jestli se skutečně pracuje s genetickým algoritmem, případně vybereme tuto možnost z příslušné nabídky optimalizačních nástrojů. Následně lze zadat odkaz na účelovou funkci, která má být minimalizována. Do příslušného pole se zadá název souboru, ve kterém je předem definovaná účelová funkce uložena (před názvem musí být uveden znak @). Důležité je také dopředu nastavit cestu k tomuto souboru. Nakonec se ještě zadá počet nezávislých proměnných, jejichž hodnoty jsou při průběhu genetického algoritmu modifikovány, viz Obr. 20.



Solver: ga - Genetic Algorithm

Problem

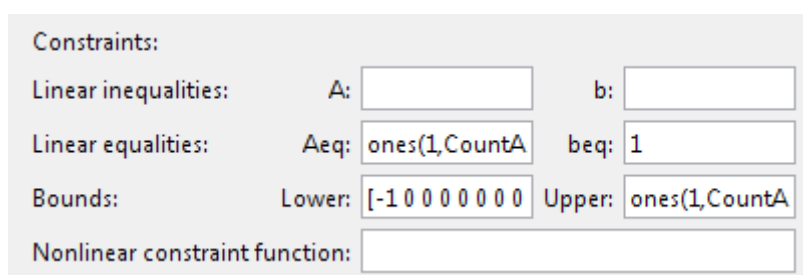
Fitness function: @ucel_funkce

Number of variables: CountAssets

Obrázek 20: Zadání účelové funkce.

9.2 Definování omezujících podmínek

V další části lze nadefinovat omezující podmínky řešené úlohy. Jedná se o podmínky, které jsou založeny na nerovnosti nebo rovnosti výsledku při násobení zadané matice s vektorem vah nezávislé proměnné s definovanou hodnotou. Zde je možné nastavit i podmínku pro dolní a horní omezení výsledku optimalizace. Na Obr. 21 jsou nastaveny omezující podmínky pro úlohy, které byly řešeny v předchozích kapitolách. Jedná se o tyto podmínky, součet vah jednotlivých aktiv portfolia musí být roven 1 a jednotlivá aktiva kromě bezrizikového aktiva nesmějí mít záporné váhy.



Constraints:

Linear inequalities: A: b:

Linear equalities: Aeq: ones(1, CountA) beq: 1

Bounds: Lower: [-1 0 0 0 0 0 0] Upper: ones(1, CountA)

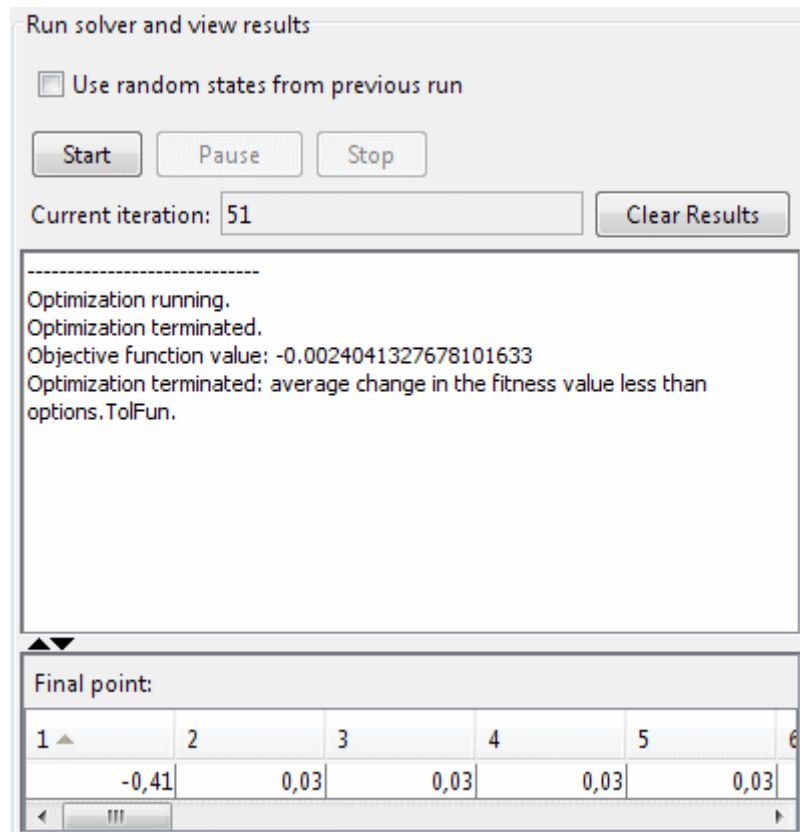
Nonlinear constraint function:

Obrázek 21: Definování omezujících podmínek.

9.3 Zobrazení výsledku

Tato část toolboxu slouží pro spuštění genetického algoritmu a pro zobrazení výsledku optimalizace, viz Obr. 22. Po spuštění algoritmu existuje možnost jeho pozastavení

nebo úplného zastavení. Po ukončení algoritmu lze získat informaci o výsledné hodnotě účelové funkce a o důvodu, proč došlo k ukončení genetického algoritmu. Je možné zde nalézt také informaci o výsledné váze jednotlivých aktiv portfolia. Při opětovném spuštění genetického algoritmu se stejnými parametry se výsledky optimalizace mohou lišit. Pokud tomu chce uživatel zabránit, je nutné v tomto okně zatrhnout možnost „use random states from previous run“.



Obrázek 22: Zobrazení výsledku.

9.4 Nastavení parametrů

Poslední částí toolboxu je část, která slouží pro nastavení parametrů genetického algoritmu. Je tvořena několika oddělenými okny, které budou stručně popsány.

9.4.1 Population (Populace)

Tato část slouží pro nastavení parametrů týkajících se populace genetického algoritmu, viz Obr. 23. Je možné zde nastavit typ dat vstupujících do účelové funkce. Pokud je vybrána možnost nastavení uživatelem, je třeba nadefinovat funkce (creation, mutation a crossover). Dále je zde možné nastavit velikost populace, tedy počet jedinců v populaci. Větší hodnota tohoto parametru prodlužuje dobu výpočtu, ale snižuje

možnost toho, že algoritmus nám vrátí pouze lokální minimum namísto minima globálního.

Důležité je také nastavení funkce, která slouží pro tvorbu počáteční populace. Pro její volbu je rozhodující to, zda jsou nastaveny omezující podmínky účelové funkce. Počáteční populaci můžeme také zadat sami v podobě vektoru, jehož velikost nesmí přesáhnout počet jedinců v populaci a počet nezávislých proměnných účelové funkce. V této části je ještě možné zadat skóre počáteční populace a definovat rozsah (dolní a horní hranici) hodnot, které jsou součástí vektoru počáteční populace.

The image shows a software dialog box titled "Population". It contains several configuration options:

- Population type:** A dropdown menu set to "Double Vector".
- Population size:** Two radio buttons. "Use default: 20" is unselected, and "Specify:" is selected with a text input field containing the number "50".
- Creation function:** A dropdown menu set to "Feasible population".
- Initial population:** Two radio buttons. "Use default: []" is selected, and "Specify:" is unselected with an empty text input field.
- Initial scores:** Two radio buttons. "Use default: []" is selected, and "Specify:" is unselected with an empty text input field.
- Initial range:** Two radio buttons. "Use default: [0;1]" is selected, and "Specify:" is unselected with an empty text input field.

Obrázek 23: Population.

9.4.2 Fitness scaling (Škálování účelové funkce)

Zde je možné nastavit funkci, která přepočítá skóre jedinců vrácené účelovou funkcí na hodnotu v rozsahu, který lépe vyhovuje funkci určené pro selekci jedinců. První možnost slouží pro přepočet skóre jedinců, které je reprezentováno v podobě pořadí jedinců podle jejich vhodnosti. Další možností je výpočet tzv. proporcionálního skóre, případně lze vybrat funkci, která nejvhodnějším jedincům přiřadí stejné skóre, viz Obr. 24.

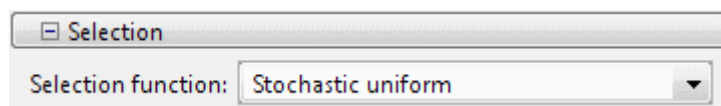
The image shows a software dialog box titled "Fitness scaling". It contains one configuration option:

- Scaling function:** A dropdown menu set to "Rank".

Obrázek 24: Fitness scaling.

9.4.3 Selection (Selekcce)

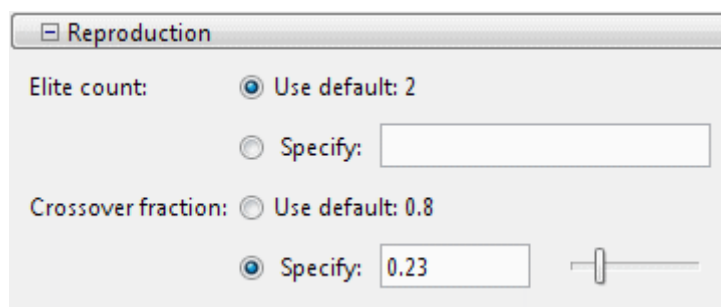
Zde existuje možnost specifikovat funkci, která následně provede selekci. Za pomoci této funkce dojde k výběru rodičů na základě jejich skóre získaného v předešlém kroku. Na výběr je hned několik možností. Pro určení rodičů, kteří slouží pro získání nových jedinců lze použít náhodný výběr, turnajovou selekci nebo výběr rodičů na základě použití rulety, viz Obr. 25.



Obrázek 25: Selection.

9.4.4 Reproduction (Reprodukce)

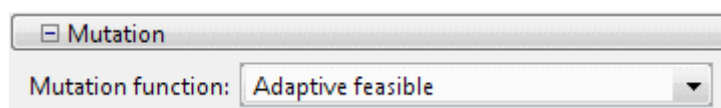
V tomto okně lze nastavit parametry určující to, jak genetický algoritmus vytváří nové potomky, kteří následně postoupí do další generace. Je možné zde nastavit počet jedinců, kteří zaručeně postoupí do další generace a také kolik procent z následující generace bude vytvořeno pomocí operace křížení, viz Obr. 26.



Obrázek 26: Reproduction.

9.4.5 Mutation (Mutace)

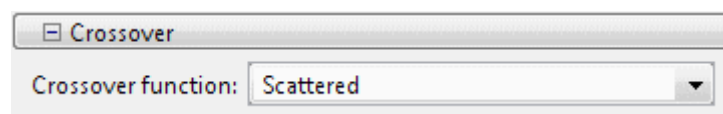
Zde je možnost ovlivnit, jak bude genetický algoritmus provádět změnu jedinců v populaci za účelem vytvoření mutovaných potomků. Na výběr je hned několik možností. Volba konkrétní možnosti závisí na tom, jestli jsou definovány omezující podmínky účelové funkce, případně některé další parametry z předchozích kroků, viz Obr. 27.



Obrázek 27: Mutation.

9.4.6 Crossover (Křížení)

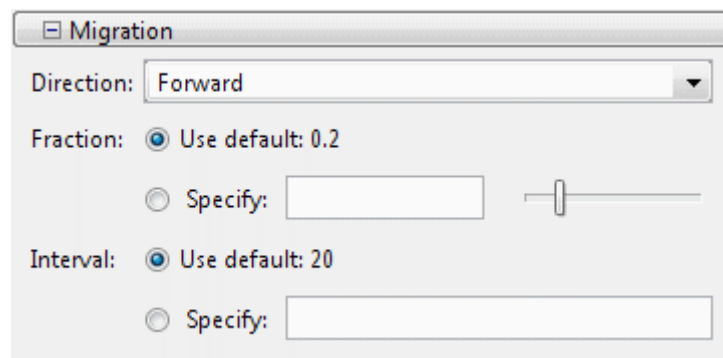
Součástí tohoto okna je možnost nastavení operace křížení, která vytvoří za pomoci dvou rodičů nového potomka, viz Obr. 28. Takto vytvořený potomek v sobě nese vlastnosti obou rodičů. Lze volit mezi několika funkcemi provádějícími křížení. První funkce používá pro křížení náhodně vygenerovaný vektor obsahující binární čísla. Další náhodně vygenerované celé číslo větší než 1 a menší než počet nezávislých proměnných účelové funkce. Je zde i funkce, která pro křížení používá dvou náhodně generovaných celých čísel, opět ze stanoveného intervalu. Další funkce stanovují potomka podle váženého průměru jeho rodičů nebo podle vzdálenosti potomka od lepšího z rodičů.



Obrázek 28: Crossover.

9.4.7 Migration (Migrace)

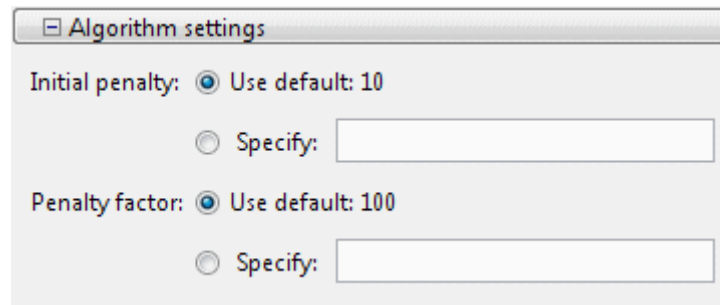
Tato část se zabývá tím, jak dochází k přesunu jedinců mezi subpopulacemi. Použije se pouze v případě, že je zadána velikost populace jako vektor délky větší jak jedna. Většinou dochází k tomu, že nejlepší jedinec z jedné subpopulace nahradí nejhoršího jedince z druhé subpopulace. Jednou z voleb je nastavení směru, ve kterém dochází k migraci jedinců. Buď se postupuje směrem k poslední subpopulaci nebo současně do obou stran. Dále je zde možné nastavit počet jedinců, kteří se účastní migrace jako procentuální velikost menší z obou subpopulací. Poslední volbou je nastavení, jak často bude v rámci genetického algoritmu k migraci docházet, viz Obr. 29.



Obrázek 29: Migration.

9.4.8 Algorithm settings (Nastavení algoritmu)

Slouží pro nastavení specifických parametrů genetického algoritmu, viz Obr. 30. Je možné zde zadat hodnotu trestného parametru, který genetický algoritmus používá, a také hodnotu o kterou se tento parametr zvýší, pokud není dosaženo dostatečně přesné řešení. Tyto hodnoty se nastavují, pouze pokud byly na začátku definovány nelineární podmínky genetického algoritmu.



Algorithm settings

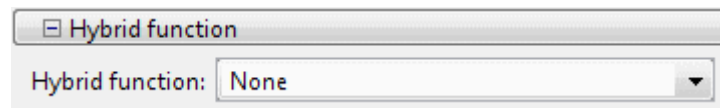
Initial penalty: Use default: 10
 Specify:

Penalty factor: Use default: 100
 Specify:

Obrázek 30: Algorithm settings.

9.4.9 Hybrid function (Hybridní funkce)

Jedná se o funkci, která umožňuje specifikovat další minimalizační funkce, které poběží po dokončení genetického algoritmu. Na výběr je mezi několika minimalizačními funkcemi (např. patternsearch), viz Obr. 31.



Hybrid function

Hybrid function:

Obrázek 31: Hybrid function.

9.4.10 Stopping criteria (Ukončovací podmínky)

V této části lze nastavit podmínky pro ukončení genetického algoritmu, viz Obr. 32. Mezi tyto podmínky patří maximální počet opakování genetického algoritmu, tedy maximální počet generací. Další podmínkou je stanovení maximální doby, po kterou může být algoritmus vykonáván. Algoritmus může být také ukončen, pokud hodnota účelové funkce poklesne pod námi zadanou hodnotu. Vhodnou podmínkou pro ukončení je, ukončit algoritmus, pokud průměrná změna účelové funkce za stanovený počet generací je menší než stanovená hodnota tolerance. Algoritmus lze také ukončit, pokud během nastaveného časového úseku nedochází ke zlepšení hodnoty účelové funkce.

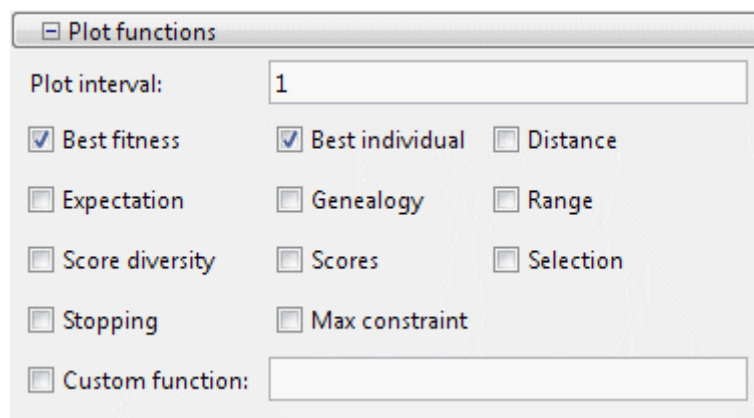
Parameter	Selected Option	Value
Generations:	Specify	10000
Time limit:	Use default	Inf
Fitness limit:	Use default	-Inf
Stall generations:	Specify	100
Stall time limit:	Use default	Inf
Function tolerance:	Specify	1e-16
Nonlinear constraint tolerance:	Use default	1e-6

Obrázek 32: Stopping criteria.

9.4.11 Plot functions (Grafy)

Možností prezentace výsledků je získat hodnoty, které jsou genetickým algoritmem modifikovány v podobě grafu, viz Obr. 33. Jednotlivé grafy jsou vykreslovány již v průběhu genetického algoritmu a na výběr máme z velké škály grafů.

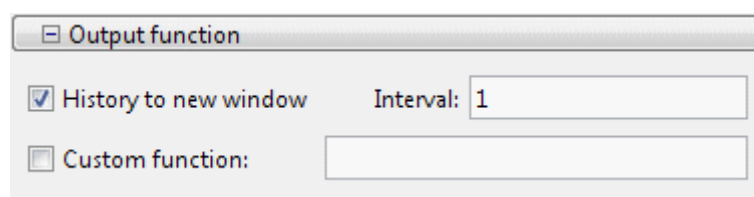
Nejprve je nutné nastavit hodnotu, která reprezentuje počet generací, po kterých dojde k aktualizaci grafu. Je možné si nechat vykreslit graf, který znázorňuje průběh hodnoty účelové funkce po jednotlivých generacích. Stejně tak lze zobrazit vývoj nezávislých proměnných účelové funkce. Další graf reprezentuje průměrnou vzdálenost mezi jedinci v každé generaci. K dispozici je i graf, který zobrazuje genealogii jedinců při přechodu z jedné generace do druhé pomocí barevně odlišných čar. Lze použít i graf, který zobrazuje minimum, maximum a průměr hodnoty účelové funkce. Dále lze zobrazit skóre jedinců v každé generaci, histogram skóre každé generace nebo histogram jednotlivých rodičů.



Obrázek 33: Plot functions.

9.4.12 Output function (Výstupní funkce)

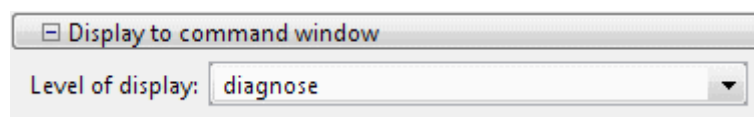
Pomocí tohoto okna lze vybrat možnost, aby se výsledky účelové funkce v jednotlivých krocích výpočtu genetického algoritmu zobrazily v samostatném okně. Je možné zde definovat, ve kterých krocích bude výsledek zobrazen, případně definovat vlastní výstupní funkci, viz Obr. 34.



Obrázek 34: Output function.

9.4.13 Display to command window (Zobrazení do příkazové řádky)

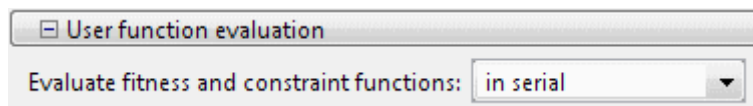
Zde je možné nastavit způsob prezentace výsledku genetického algoritmu v příkazovém okně Matlabu. Na výběr je několik možností prezentace výsledků. První možností je výsledky genetického algoritmu vůbec nezobrazovat. Dalšími možnostmi potom jsou, zobrazit výsledky každého kroku algoritmu, zobrazit výsledky každého kroku s informací, které parametry jsou nastaveny samostatně nebo zobrazit informaci o tom, proč došlo k ukončení výpočtu, viz Obr. 35.



Obrázek 35: Display to command window.

9.4.14 User function evaluation (Ohodnocení účelové funkce uživatelem)

Poslední volbou je nastavení, jak bude vyhodnocována účelová funkce a funkce omezujících podmínek. Je možné zde nastavit, že jednotlivé funkce budou vyhodnocovány odděleně nebo dohromady pro každou populaci, viz Obr. 36.



Obrázek 36: User function evaluation.

Závěr

Problematika optimalizace portfolia je již po dlouhou dobu předmětem matematických či technických publikací [12]. Z počátku byla tato problematika řešena klasickým matematickým aparátem, který umožňoval a stále umožňuje nalezení globálních extrémů pro jednodušší problémy optimalizace, případně extrémů lokálních pro problémy složitější [6]. Nevýhodou klasických optimalizačních metod je jejich výpočetní náročnost, která se zvyšuje se složitostí řešeného problému.

Tento problém efektivně řeší množina nového typu algoritmů (tzv. evolučních algoritmů), která vznikla v nedávné době [13]. Výhodou těchto algoritmů je, že řešitel daného problému nemusí znát klasické optimalizační metody, ale stačí mu pouze dobrá znalost optimalizované problematiky a schopnost správně nadefinovat účelovou funkci, jejíž optimalizace vede k řešení daného problému. Mezi další výhody evolučních algoritmů patří také to, že vždy hledají pouze globální extrém a po svém ukončení neposkytují pouze jedno řešení, ale hned několik. Jako nevýhodu lze uvést, že tyto algoritmy pracují s náhodou a výsledek tak nelze dopředu předvídat [24].

Dílními cíly této diplomové práce bylo shrnout současný stav problematiky související s teorií portfolia, jeho optimalizací a dále návrh modelu na optimalizaci portfolia cenných papírů s využitím genetických algoritmů a jeho verifikace na reálných finančních datech. Cíl shrnutí současného stavu v oblasti teorie portfolia a jeho optimalizace je realizován v kapitolách 1 až 4. Cíl návrh modelu pro optimalizaci portfolia cenných papírů je uveden v kapitole 6. Výsledkem je návrh modelu, který obsahuje předzpracování dat, nastavení parametrů genetického algoritmu, optimalizaci účelové funkce a analýzu výsledků. Poslední cíl verifikace navrženého modelu je splněn v kapitolách 7 a 8. Model je verifikován na reálných finančních datech, která jsou reprezentována v podobě cenných papírů obchodovaných na pražské a newyorské burze cenných papírů. Pozornost je věnována jednak určení optimálního portfolia pro různé investory podle jejich postoje k riziku, tak k zachycení změn, ke kterým dochází v optimálním portfoliu v průběhu času. Práce je doplněna o uživatelskou příručku pro programové prostředí Matlab - Genetic Algorithm and Direct Search Toolbox. V této kapitole je popsána problematika nastavení jednotlivých parametrů genetického algoritmu.

Z výsledků modelu je zřejmé, že investor s nízkou averzí k riziku využívá možnosti čerpání úvěru pro získání dodatečných finančních prostředků na nákup cenných papírů. S tím jak stupeň averze k riziku roste, klesá i výše čerpaného úvěru a investor naopak preferuje vklad finančních prostředků na spořicí účet. Změna stupně averze k riziku s sebou přináší také změnu vah jednotlivých aktiv v portfoliu. V případě optimalizace portfolia cenných papírů, které jsou součástí burzovního indexu Dow Jones Industrial Average je patrné to, že všichni tři investoři by se měli zaměřit zejména na akcie společností Alcoa, AT&T, Boeing, Chevron, Coca-Cola, Exxon Mobile, Hewlett Packard, IBM, JPMorgan Chase, Macdonald's, Merck, Procter & Gamble, United Technologies a Walt Disney a naopak se vyhnout firmám 3M, American Express, Bank of America, Caterpillar, Citigroup, DuPont, General Electrics, General Motors, Home Depot, Intel, Johnson & Johnson, Kraft Foods, Microsoft, Pfizer, Verizon Communications a Wal-Mart. Co se týče výnosu portfolia, v tomto případě dosahuje nejvyššího očekávaného výnosu investor s nízkým stupněm averze k riziku, což je ovšem spojeno i s vyšší hodnotou očekávaného rizika. V případě optimalizace portfolia cenných papírů, které jsou součástí burzovního indexu PX je patrné to, že v optimálním portfoliu všech tří investorů dominují zejména dva tituly. A to akcie společností ČEZ a ORCO. To je způsobeno tím, že tyto dva tituly dosahovaly nejvyšších měsíčních výnosů v období, které bylo použito jako vstup do navrženého modelu. Investoři by měli část finančních prostředků investovat i do akcií společností CETV, ERSTE BANK, TELEFONICA O2 a ZENTIVA. Naopak, měli by se vyhnout investici do společností KOMERČNÍ BANKA, PHILIP MORRIS a UNIPETROL. Váhy všech cenných papírů včetně váhy bezrizikového aktiva mění svoje hodnoty v závislosti na čase. Pokud je pozornost zaměřena na samotný výnos portfolia, je zřejmé, že největšího očekávaného výnosu v jednotlivých měsících dosahuje investor s nízkým stupněm averze k riziku. Vyšší hodnota očekávaného výnosu je ovšem spojena s vyšší hodnotou očekávaného rizika, která představuje pravděpodobnost, že nebude dosaženo vypočtené hodnoty očekávaného výnosu.

Do budoucna by bylo vhodné model podrobit ještě důkladnému testování na dalších reálných datech, s cílem dosáhnout co nejmenší odchylky mezi výsledky modelu a realitou. K dosažení vyšší přesnosti modelu je nezbytné rozšířit účelovou funkci o další parametry, které významně ovlivňují tržní kurz jednotlivých cenných papírů. Navržený model je v tomto případě založen pouze na historických kurzech

cenných papírů. To ovšem znamená, že nereflektuje ostatní vlivy, které následně zkreslují jeho výsledky. Účelová funkce je sice rozšířena o parametr, který představuje stupeň averze investora k riziku a model tak poskytuje rozdílné výsledky pro různé investory, ovšem to je pouze první krok. Jak již bylo popsáno, nadefinování účelové funkce je jedním z klíčových kroků v rámci optimalizačního procesu a jeho správné provedení může zásadně ovlivnit kvalitu výsledků. Proto doporučuji vylepšit účelovou funkci ještě o některé další parametry, jako například indikátory technické analýzy. Dalšími parametry potom mohou být například cílové ceny k jednotlivým cenným papírům, které průběžně vydávají různí finanční analytici spolu s investičním doporučením. Nezbytné bude také zahrnout do účelové funkce vývoj různých makroekonomických ukazatelů, a to jak domácí, tak především světové ekonomiky. V neposlední řadě bude také důležité zaměřit pozornost přímo na jednotlivé společnosti, do kterých chceme investovat naše finanční prostředky. Tedy průběžně sledovat hospodářské výsledky těchto firem a zejména pak jejich prognózu hospodaření na příští rok, s cílem zanást tyto údaje rozumným způsobem do účelové funkce. Nakonec bude důležité vybrat takové parametry, které by spíše než historii zohledňovaly budoucí vývoj chování jednotlivých cenných papírů, neboť jak je vidět v současné době, kdy celý svět zažívá výraznou ekonomickou krizi, pohledy všech investorů směřují právě k budoucímu vývoji světové ekonomiky.

Literatura

- **Klasické zdroje informací**

- [1] BENEŠ, Václav, MUSÍLEK, Petr. *Cenné papíry a burzy*. 1. vyd. Praha : Aleko, 1990. 90 s. ISBN 80-85341-01-8.
- [2] BENEŠ, Václav, MUSÍLEK, Petr. *Burzy a burzovní obchody*. 1. vyd. Praha : INFORMATORIUM, 1991. 229 s. ISBN 80-85427-00-1.
- [3] BLAKE, David. *Analýza finančních trhů*. 1. vyd. Praha : Grada, 1995. 624 s. ISBN 80-7169-201-8.
- [4] BRADA, Jaroslav. *Teorie portfolia*. 1. vyd. Praha : Vysoká škola ekonomická, 1996. 160 s. ISBN 80-7079-259-0.
- [5] COTTLE, Sidney. *Analýza cenných papírů*. Praha : Victoria Publishing, 1993. 513 s. ISBN 80-85605-74-0.
- [6] ČAMSKÝ, František. *Teorie portfolia*. 1. vyd. Brno : Masarykova Univerzita, 2001. 138 s. ISBN 80-210-2509-3.
- [7] DĚDIČ, Jan, PAULY, Jan. *Cenné papíry*. Praha : Prospektrum, 1994. 220 s. ISBN 80-85431-98-X.
- [8] DUSPIVA, Pavel, TETŘEVOVÁ, Liběna. *Kapitálové trhy*. 3. vyd. Pardubice : Univerzita Pardubice, 2006. 186 s. ISBN 80-7194-869-9.
- [9] FANTA, Jiří. *Počítačové technologie na kapitálových trzích*. 1. vyd. Praha : Computer Press, 1998. 225 s. ISBN 80-7226-073-1.
- [10] GOBRY, Pascal. *Burzovní indexy a trhy burzovních indexů*. Praha : HZ Praha, 1997. 109 s. ISBN 80-901495-9-6.
- [11] HAYKIN, Simon. *Neural networks : a comprehensive foundation*. 2nd edition. New Jersey : Prentice Hall, 1999. 842 s. ISBN 0-13-273350-1.
- [12] HOWE, Brian. *Portfolio*. Harlow : Longman, 1989. 86 s. ISBN 0-582-85246-3.
- [13] HYNEK, Josef. *Genetické algoritmy a genetické programování*. 1. vyd. Praha : Grada, 2008. 182 s. ISBN 978-80-247-2695-3.
- [14] MAŇAS, Miroslav. *Optimalizační metody pro podnik, finance a trh*. 1. vyd. Praha : Vysoká škola ekonomická, 1995. 110s. ISBN 80-7079-533-6.

- [15] MAŘÍK, Vladimír, ŠTĚPÁNKOVÁ, Olga, LAŽANSKÝ, Jiří. *Umělá inteligence (4)*. 1. vyd. Praha : Academia, 2003. 475 s. ISBN 80-200-1044-0.
- [16] MUSÍLEK, Petr. *Finanční trhy a investiční bankovníctví*. Praha : ETC Publishing, 1999. 852 s. ISBN 80-86006-78-6.
- [17] OLEJ, Vladimír. *Modelovanie ekonomických procesov na báze výpočtovej inteligencie*. 1. vyd. Hradec Králové : Miloš Vognar - M&V, 2003. 160 s. ISBN 80-90324-9-1.
- [18] PAVLÁT, Vladislav. *Kapitálové trhy a burzy ve světě*. Praha : Grada, 1992. 389 s. ISBN 80-85424-90-8.
- [19] ŘÍHA, Jaromír. *Technická analýza cenných papírů*. Praha : Comenia Nova, 1994. 103 s. ISBN 80-901784-0-5.
- [20] SHARPE, William F., ALEXANDER, Gordon J. *Investice*. 4. vyd. Praha : Victoria Publishing, 1994. 810 s. ISBN 80-85605-47-3.
- [21] TREGLER, Karel. *Oceňování akciových trhů*. 1. vyd. Praha : C.H. Beck, 2005. 164 s. ISBN 80-7179-439-2.
- [22] TUREK, Ludvík. *První kroky na burze*. 1. vyd. Brno : Computer Press, 2008. 154 s. ISBN 978-80-251-1915-0.
- [23] VESELÁ, Jitka. *Analýzy trhu cenných papírů : I. díl*. 2. vyd. Praha : Vysoká škola ekonomická, 1999. 522 s. ISBN 80-7079-563-8.
- [24] ZELINKA, Ivan. *Umělá inteligence v problémech globální optimalizace*. 1. vyd. Praha : BEN - technická literatura, 2002. 192s. ISBN 80-7300-069-5.
- [25] ZELINKA, Ivan. *Umělá inteligence I: Neuronové sítě a genetické algoritmy*. 1. vyd. Brno : VUTIUM, 1998. 126 s. ISBN 80-214-1163-5.
- [26] ZMEŠKAL, Zdeněk. *Finanční modely*. 2. vyd. Praha : EKOPRESS, 2004. 236 s. ISBN 80-86119-87-4.

- **Virtuální zdroje informací**

- [27] FIO. *Akcie.cz - zpravodajství, burza, RM-SYSTÉM, kurzy, akcie online* [online]. 2007, 2009-03-17 [cit. 2009-03-17]. Čeština. Dostupný z WWW: <<http://www.akcie.cz/>>.
- [28] INTERCON. *MBank* [online]. 2008, 2009-02-26 [cit. 2009-02-28]. Čeština. Dostupný z WWW: <<http://www.mbank.cz/>>.
- [29] PATRIA DIRECT, A.S.. *Patria Direct* [online]. 2006, 2009-02-28 [cit. 2009-02-28]. Čeština. Dostupný z WWW: <<https://www.patria-direct.cz/HomeAkademie.aspx>>.

- [30] THE MATHWORKS, INC.. *Genetic Algorithm and Direct Search Toolbox* [online]. 1984, 2009-03-04 [cit. 2009-03-04]. Angličtina Dostupný z WWW: <<http://www.mathworks.com/access/helpdesk/help/toolbox/gads/>>.
- [31] YAHOO! INC.. *Historical Prices* [online]. 2009, 2009-03-09 [cit. 2009-03-09]. Angličtina. Dostupný z WWW: <<http://finance.yahoo.com/q/hp>>.

Seznam obrázků

Obrázek 1: Vztah mezi vnitřní hodnotou a kurzem akcie.....	18
Obrázek 2: Štěpení akcie.....	19
Obrázek 3: Pohyb výnosových měř perfektně pozitivně korelovaných instrumentů....	37
Obrázek 4: Pohyb výnosových měř perfektně negativně korelovaných instrumentů...	38
Obrázek 5: Pohyb výnosových měř dvou neutrálně korelovaných instrumentů.....	38
Obrázek 6: Magický investorský trojúhelník.....	39
Obrázek 7: „Deštníkový tvar“ přípustné množiny všech portfolií.....	42
Obrázek 8: Investor s umírněnou averzí vůči riziku.....	42
Obrázek 9: Investor s vysokou averzí vůči riziku.....	42
Obrázek 10: Investor s nízkou averzí vůči riziku.....	43
Obrázek 11: Neutrální investor vůči riziku.....	43
Obrázek 12: Investor vyhledávající riziko.....	43
Obrázek 13: Optimální portfolio.....	44
Obrázek 14: Efektivní hranice (zapůjčení bezrizikového aktiva).....	45
Obrázek 15: Efektivní hranice (zapůjčení i vypůjčení bezrizikového aktiva).....	46
Obrázek 16: Uspořádání optimalizačních algoritmů.....	50
Obrázek 17: Operace křížení.....	53
Obrázek 18: Struktura modelu.....	57
Obrázek 19: Toolbox genetického algoritmu.....	94
Obrázek 20: Zadání účelové funkce.....	95
Obrázek 21: Definování omezujících podmínek.....	95
Obrázek 22: Zobrazení výsledku.....	96
Obrázek 23: Population.....	97
Obrázek 24: Fitness scaling.....	97
Obrázek 25: Selection.....	98
Obrázek 26: Reproduction.....	98
Obrázek 27: Mutation.....	98
Obrázek 28: Crossover.....	99
Obrázek 29: Migration.....	99
Obrázek 30: Algorithm settings.....	100
Obrázek 31: Hybrid function.....	100
Obrázek 32: Stopping criteria.....	101
Obrázek 33: Plot functions.....	102
Obrázek 34: Output function.....	102
Obrázek 35: Display to command window.....	102
Obrázek 36: User function evaluation.....	103

Seznam tabulek

Tabulka 1: Očekávaný výnos cenných papírů (DJIA).	68
Tabulka 2: Nastavení parametrů genetického algoritmu (DJIA).	74
Tabulka 3: Očekávaný výnos cenných papírů v prvním měsíci (PX).	82
Tabulka 4: Očekávaný výnos cenných papírů ve druhém měsíci (PX).	82
Tabulka 5: Očekávaný výnos cenných papírů ve třetím měsíci (PX).	82
Tabulka 6: Očekávaný výnos cenných papírů ve čtvrtém měsíci (PX).	82
Tabulka 7: Nastavení parametrů genetického algoritmu (PX).	86

Seznam grafů

Graf 1: Efektivní hranice - Tobinův model (DJIA).....	69
Graf 2: Podíl rizik. aktiv a očekávaná výnosnost jako fce. averze k riziku (DJIA).	70
Graf 3: Hodnota účelové funkce při změně (Tournament size).	72
Graf 4: Hodnota účelové funkce při změně (Crossover - Intermediate).	72
Graf 5: Hodnota účelové funkce při změně (Crossover fraction).....	73
Graf 6: Hodnota účelové funkce při změně (Population size).....	73
Graf 7: Účelová funkce pro investora s nízkou averzí k riziku (DJIA).....	75
Graf 8: Účelová funkce pro investora se střední averzí k riziku (DJIA).....	75
Graf 9: Účelová funkce pro investora s vysokou averzí k riziku (DJIA).	75
Graf 10: Váhy aktiv v portfoliu pro investora s nízkou averzí k riziku (DJIA).	76
Graf 11: Váhy aktiv v portfoliu pro investora se střední averzí k riziku (DJIA).....	76
Graf 12: Váhy aktiv v portfoliu pro investora s vysokou averzí k riziku (DJIA).....	77
Graf 13: Očekávaný týdenní výnos portfolia pro jednotlivé investory (DJIA).	78
Graf 14: Porovnání očekávaného a skutečného výnosu po jednom týdnu (DJIA).....	78
Graf 15: Očekávané týdenní riziko portfolia pro jednotlivé investory (DJIA).	79
Graf 16: Efektivní hranice - Tobinův model (PX).....	83
Graf 17: Podíl rizik. aktiv a očekávaná výnosnost jako funkce averze k riziku (PX)...	83
Graf 18: Hodnota parametru Population size (první měsíc).....	84
Graf 19: Hodnota parametru Population size (druhý měsíc).	85
Graf 20: Hodnota parametru Population size (třetí měsíc).	85
Graf 21: Hodnota parametru Population size (čtvrtý měsíc).	85
Graf 22: Váhy aktiv v portfoliu pro investora s nízkou averzí k riziku (PX).....	87
Graf 23: Váhy aktiv v portfoliu pro investora se střední averzí k riziku (PX).	88
Graf 24: Váhy aktiv v portfoliu pro investora s vysokou averzí k riziku (PX).	88
Graf 25: Průběh očekávaného výnosu portfolia pro jednotlivé investory (PX).	89
Graf 26: Kumulovaný očekávaný výnos portfolia pro jednotlivé investory (PX).....	89
Graf 27: Průběh skutečného výnosu portfolia pro jednotlivé investory (PX).	90
Graf 28: Kumulovaný skutečný výnos portfolia pro jednotlivé investory (PX).	90
Graf 29: Průběh očekávaného rizika portfolia pro jednotlivé investory (PX).....	91

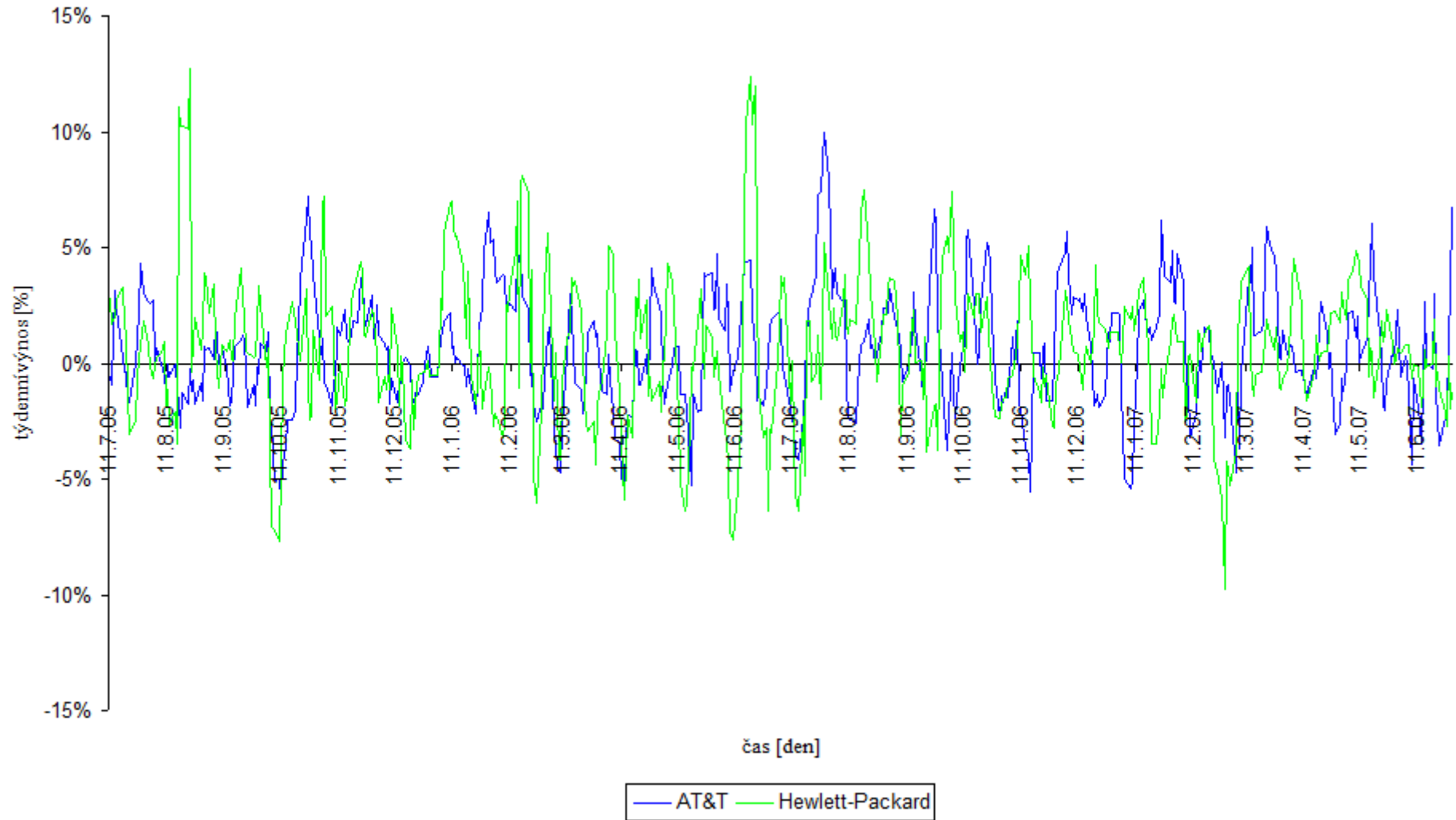
Přílohy

Historické kurzy cenných papírů



Příloha A: Historické kurzy vybraných cenných papírů (DJIA).

Historický týdenní výnos cenných papírů



Příloha B: Historický týdenní výnos vybraných cenných papírů (DJIA).

	3M	Alcoa	American Express	AT&T	Bank of America	Boeing	Caterpillar	Chevron	Citigroup	Coca-Cola
3M	0.000608	0.000341	0.000179	0.000071	0.000143	0.000152	0.000154	0.000045	0.000153	0.000105
Alcoa	0.000341	0.001356	0.000234	0.000202	0.000142	0.000199	0.000416	0.000311	0.000151	0.000093
American Express	0.000179	0.000234	0.000552	0.000208	0.000186	0.000138	0.000305	0.000199	0.000224	0.000136
AT&T	0.000071	0.000202	0.000208	0.000627	0.000113	0.000063	0.000137	0.000181	0.000144	0.000132
Bank of America	0.000143	0.000142	0.000186	0.000113	0.000324	0.000108	0.000099	0.000074	0.000235	0.000092
Boeing	0.000152	0.000199	0.000138	0.000063	0.000108	0.000661	0.000372	0.000083	0.000127	0.000078
Caterpillar	0.000154	0.000416	0.000305	0.000137	0.000099	0.000372	0.003551	0.000340	0.000263	0.000005
Chevron	0.000045	0.000311	0.000199	0.000181	0.000074	0.000083	0.000340	0.000735	0.000106	0.000089
Citigroup	0.000153	0.000151	0.000224	0.000144	0.000235	0.000127	0.000263	0.000106	0.000400	0.000108
Coca-Cola	0.000105	0.000093	0.000136	0.000132	0.000092	0.000078	0.000005	0.000089	0.000108	0.000253
DuPont	0.000266	0.000388	0.000226	0.000115	0.000209	0.000210	0.000186	0.000104	0.000188	0.000089
ExxonMobil	0.000076	0.000374	0.000280	0.000204	0.000119	0.000080	0.000471	0.000585	0.000151	0.000067
General Electric	0.000191	0.000076	0.000165	0.000030	0.000158	0.000135	0.000042	0.000019	0.000202	0.000058
General Motors	0.000191	0.000321	0.000235	0.000392	0.000216	0.000071	0.000089	0.000332	0.000089	0.000312
Hewlett-Packard	0.000184	0.000111	0.000215	0.000134	0.000122	0.000204	0.000271	0.000118	0.000137	0.000111
Home Depot	0.000223	0.000203	0.000209	0.000188	0.000159	0.000198	0.000097	0.000051	0.000166	0.000142
Intel	0.000339	0.000353	0.000288	0.000204	0.000210	0.000214	0.000286	0.000115	0.000264	0.000172
IBM	0.000238	0.000209	0.000152	0.000117	0.000114	0.000158	-0.000034	0.000068	0.000151	0.000161
Johnson & Johnson	0.000105	-0.000039	0.000119	0.000072	0.000087	0.000044	-0.000060	0.000034	0.000104	0.000105
JPMorgan Chase	0.000163	0.000264	0.000258	0.000243	0.000281	0.000134	0.000246	0.000108	0.000289	0.000137
Kraft Foods	0.000086	0.000015	0.000175	0.000106	0.000137	0.000112	0.000113	0.000116	0.000146	0.000086
McDonald's	0.000144	0.000250	0.000169	0.000138	0.000086	0.000179	-0.000061	0.000137	0.000092	0.000080
Merck	0.000086	0.000175	0.000194	0.000230	0.000131	-0.000004	0.000060	0.000100	0.000126	0.000145
Microsoft	0.000173	0.000312	0.000195	0.000158	0.000110	0.000143	0.000153	0.000124	0.000105	0.000125
Pfizer	0.000093	0.000182	0.000171	0.000131	0.000227	0.000092	0.000235	0.000091	0.000185	0.000113
Procter & Gamble	0.000017	0.000019	0.000102	0.000137	0.000097	0.000077	0.000006	0.000051	0.000104	0.000075
United Technologies	0.000208	0.000337	0.000197	0.000144	0.000161	0.000251	0.000402	0.000103	0.000160	0.000099
Verizon Comm.	0.000167	0.000156	0.000241	0.000379	0.000163	0.000058	0.000163	0.000136	0.000216	0.000157
Wal-Mart	0.000164	0.000075	0.000117	0.000122	0.000119	0.000145	0.000171	-0.000040	0.000129	0.000132
Walt Disney	0.000112	0.000180	0.000144	0.000129	0.000147	0.000145	0.000016	0.000089	0.000181	0.000138

Příloha C: Kovariance mezi výnosností cenných papírů (DJIA).

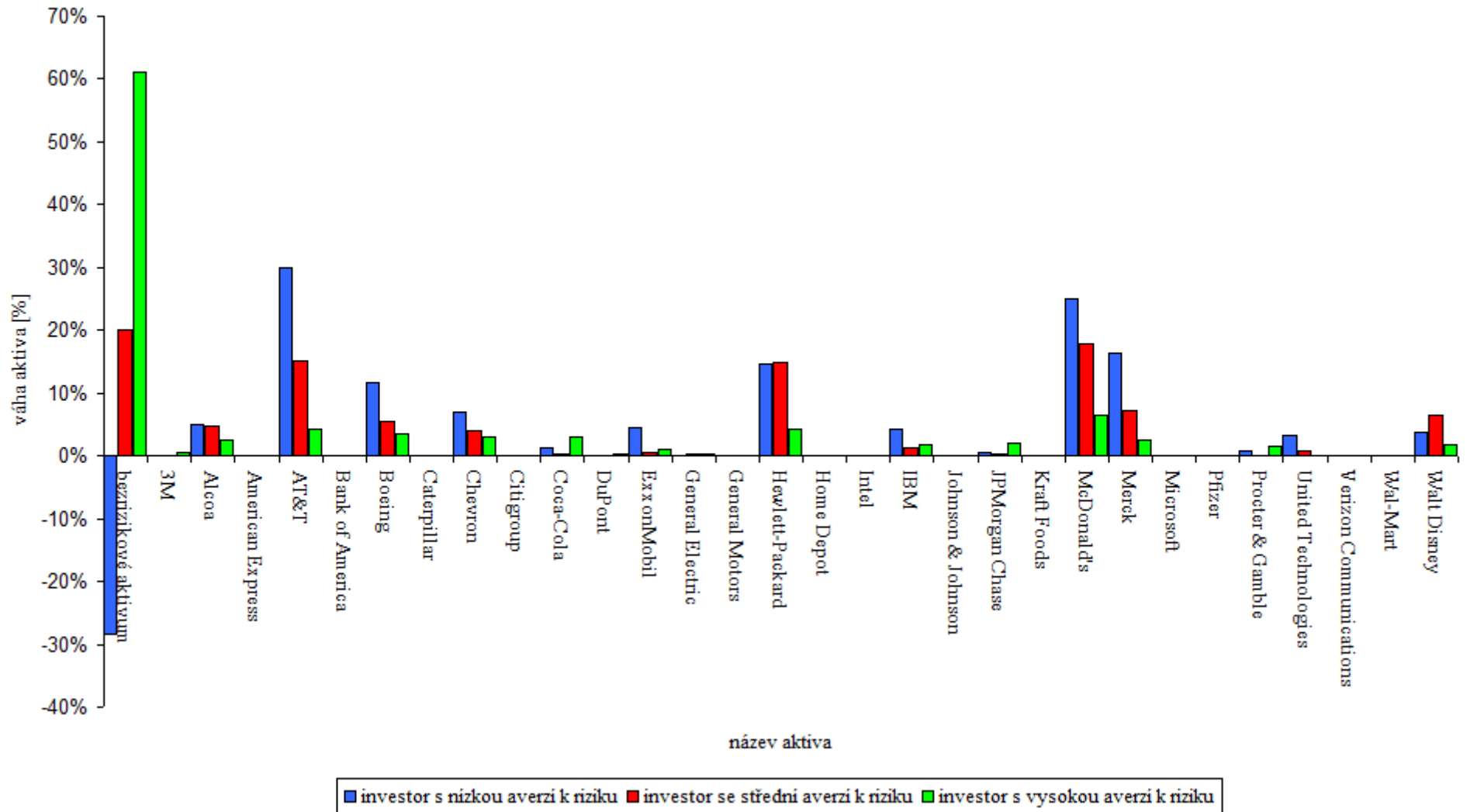
	DuPont	ExxonMobil	General Electric	General Motors	Hewlett-Packard	Home Depot	Intel	IBM	Johnson & Johnson	JPMorgan
3M	0.000266	0.000076	0.000191	0.000191	0.000184	0.000223	0.000339	0.000238	0.000105	0.000163
Alcoa	0.000388	0.000374	0.000076	0.000321	0.000111	0.000203	0.000353	0.000209	-0.000039	0.000264
American Express	0.000226	0.000280	0.000165	0.000235	0.000215	0.000209	0.000288	0.000152	0.000119	0.000258
AT&T	0.000115	0.000204	0.000030	0.000392	0.000134	0.000188	0.000204	0.000117	0.000072	0.000243
Bank of America	0.000209	0.000119	0.000158	0.000216	0.000122	0.000159	0.000210	0.000114	0.000087	0.000281
Boeing	0.000210	0.000080	0.000135	0.000071	0.000204	0.000198	0.000214	0.000158	0.000044	0.000134
Caterpillar	0.000186	0.000471	0.000042	0.000089	0.000271	0.000097	0.000286	-0.000034	-0.000060	0.000246
Chevron	0.000104	0.000585	0.000019	0.000332	0.000118	0.000051	0.000115	0.000068	0.000034	0.000108
Citigroup	0.000188	0.000151	0.000202	0.000089	0.000137	0.000166	0.000264	0.000151	0.000104	0.000289
Coca-Cola	0.000089	0.000067	0.000058	0.000312	0.000111	0.000142	0.000172	0.000161	0.000105	0.000137
DuPont	0.000611	0.000098	0.000186	0.000156	0.000172	0.000264	0.000278	0.000213	0.000066	0.000260
ExxonMobil	0.000098	0.000708	0.000067	0.000377	0.000171	0.000080	0.000167	0.000083	0.000058	0.000175
General Electric	0.000186	0.000067	0.000352	0.000066	0.000155	0.000191	0.000258	0.000203	0.000101	0.000130
General Motors	0.000156	0.000377	0.000066	0.003578	0.000249	0.000243	0.000437	0.000265	0.000130	0.000298
Hewlett-Packard	0.000172	0.000171	0.000155	0.000249	0.000935	0.000215	0.000363	0.000260	0.000122	0.000139
Home Depot	0.000264	0.000080	0.000191	0.000243	0.000215	0.000720	0.000347	0.000236	0.000100	0.000277
Intel	0.000278	0.000167	0.000258	0.000437	0.000363	0.000347	0.001327	0.000353	0.000155	0.000324
IBM	0.000213	0.000083	0.000203	0.000265	0.000260	0.000236	0.000353	0.000480	0.000124	0.000168
Johnson & Johnson	0.000066	0.000058	0.000101	0.000130	0.000122	0.000100	0.000155	0.000124	0.000312	0.000083
JPMorgan Chase	0.000260	0.000175	0.000130	0.000298	0.000139	0.000277	0.000324	0.000168	0.000083	0.000502
Kraft Foods	0.000090	0.000138	0.000126	0.000375	0.000156	0.000108	0.000210	0.000097	0.000058	0.000113
McDonald's	0.000178	0.000123	0.000102	0.000281	0.000127	0.000181	0.000281	0.000184	0.000073	0.000168
Merck	0.000105	0.000178	0.000067	0.000211	0.000082	0.000183	0.000274	0.000122	0.000204	0.000234
Microsoft	0.000216	0.000185	0.000141	0.000256	0.000285	0.000176	0.000297	0.000255	0.000064	0.000177
Pfizer	0.000119	0.000166	0.000155	0.000207	0.000130	0.000128	0.000277	0.000094	0.000155	0.000254
Procter & Gamble	0.000042	0.000090	0.000057	0.000179	0.000108	0.000081	0.000110	0.000068	0.000072	0.000100
United Technologies	0.000202	0.000172	0.000109	0.000443	0.000204	0.000227	0.000288	0.000139	0.000062	0.000253
Verizon Comm.	0.000198	0.000164	0.000129	0.000333	0.000284	0.000195	0.000276	0.000171	0.000101	0.000224
Wal-Mart	0.000196	-0.000009	0.000111	0.000335	0.000100	0.000317	0.000258	0.000160	0.000105	0.000179
Walt Disney	0.000185	0.000047	0.000122	0.000122	0.000191	0.000228	0.000188	0.000182	0.000055	0.000186

Kovariance mezi výnosností cenných papírů (DJIA - pokračování).

	Kraft Foods	McDonald's	Merck	Microsoft	Pfizer	Procter & Gamble	United Tech.	Verizon Comm.	Wal-Mart	Walt Disney
3M	0.000086	0.000144	0.000086	0.000173	0.000093	0.000017	0.000208	0.000167	0.000164	0.000112
Alcoa	0.000015	0.000250	0.000175	0.000312	0.000182	0.000019	0.000337	0.000156	0.000075	0.000180
American Express	0.000175	0.000169	0.000194	0.000195	0.000171	0.000102	0.000197	0.000241	0.000117	0.000144
AT&T	0.000106	0.000138	0.000230	0.000158	0.000131	0.000137	0.000144	0.000379	0.000122	0.000129
Bank of America	0.000137	0.000086	0.000131	0.000110	0.000227	0.000097	0.000161	0.000163	0.000119	0.000147
Boeing	0.000112	0.000179	-0.000004	0.000143	0.000092	0.000077	0.000251	0.000058	0.000145	0.000145
Caterpillar	0.000113	-0.000061	0.000060	0.000153	0.000235	0.000006	0.000402	0.000163	0.000171	0.000016
Chevron	0.000116	0.000137	0.000100	0.000124	0.000091	0.000051	0.000103	0.000136	-0.000040	0.000089
Citigroup	0.000146	0.000092	0.000126	0.000105	0.000185	0.000104	0.000160	0.000216	0.000129	0.000181
Coca-Cola	0.000086	0.000080	0.000145	0.000125	0.000113	0.000075	0.000099	0.000157	0.000132	0.000138
DuPont	0.000090	0.000178	0.000105	0.000216	0.000119	0.000042	0.000202	0.000198	0.000196	0.000185
ExxonMobil	0.000138	0.000123	0.000178	0.000185	0.000166	0.000090	0.000172	0.000164	-0.000009	0.000047
General Electric	0.000126	0.000102	0.000067	0.000141	0.000155	0.000057	0.000109	0.000129	0.000111	0.000122
General Motors	0.000375	0.000281	0.000211	0.000256	0.000207	0.000179	0.000443	0.000333	0.000335	0.000122
Hewlett-Packard	0.000156	0.000127	0.000082	0.000285	0.000130	0.000108	0.000204	0.000284	0.000100	0.000191
Home Depot	0.000108	0.000181	0.000183	0.000176	0.000128	0.000081	0.000227	0.000195	0.000317	0.000228
Intel	0.000210	0.000281	0.000274	0.000297	0.000277	0.000110	0.000288	0.000276	0.000258	0.000188
IBM	0.000097	0.000184	0.000122	0.000255	0.000094	0.000068	0.000139	0.000171	0.000160	0.000182
Johnson & Johnson	0.000058	0.000073	0.000204	0.000064	0.000155	0.000072	0.000062	0.000101	0.000105	0.000055
JPMorgan Chase	0.000113	0.000168	0.000234	0.000177	0.000254	0.000100	0.000253	0.000224	0.000179	0.000186
Kraft Foods	0.000554	0.000063	0.000158	0.000170	0.000174	0.000093	0.000164	0.000137	0.000138	0.000103
McDonald's	0.000063	0.000610	0.000112	0.000141	0.000131	0.000064	0.000154	0.000088	0.000095	0.000211
Merck	0.000158	0.000112	0.000866	0.000212	0.000445	0.000097	0.000186	0.000227	0.000211	0.000119
Microsoft	0.000170	0.000141	0.000212	0.000729	0.000201	0.000132	0.000180	0.000211	0.000147	0.000145
Pfizer	0.000174	0.000131	0.000445	0.000201	0.000913	0.000135	0.000225	0.000201	0.000188	0.000169
Procter & Gamble	0.000093	0.000064	0.000097	0.000132	0.000135	0.000297	0.000103	0.000138	0.000060	0.000063
United Technologies	0.000164	0.000154	0.000186	0.000180	0.000225	0.000103	0.000553	0.000135	0.000204	0.000103
Verizon Comm.	0.000137	0.000088	0.000227	0.000211	0.000201	0.000138	0.000135	0.000554	0.000164	0.000158
Wal-Mart	0.000138	0.000095	0.000211	0.000147	0.000188	0.000060	0.000204	0.000164	0.000629	0.000139
Walt Disney	0.000103	0.000211	0.000119	0.000145	0.000169	0.000063	0.000103	0.000158	0.000139	0.000556

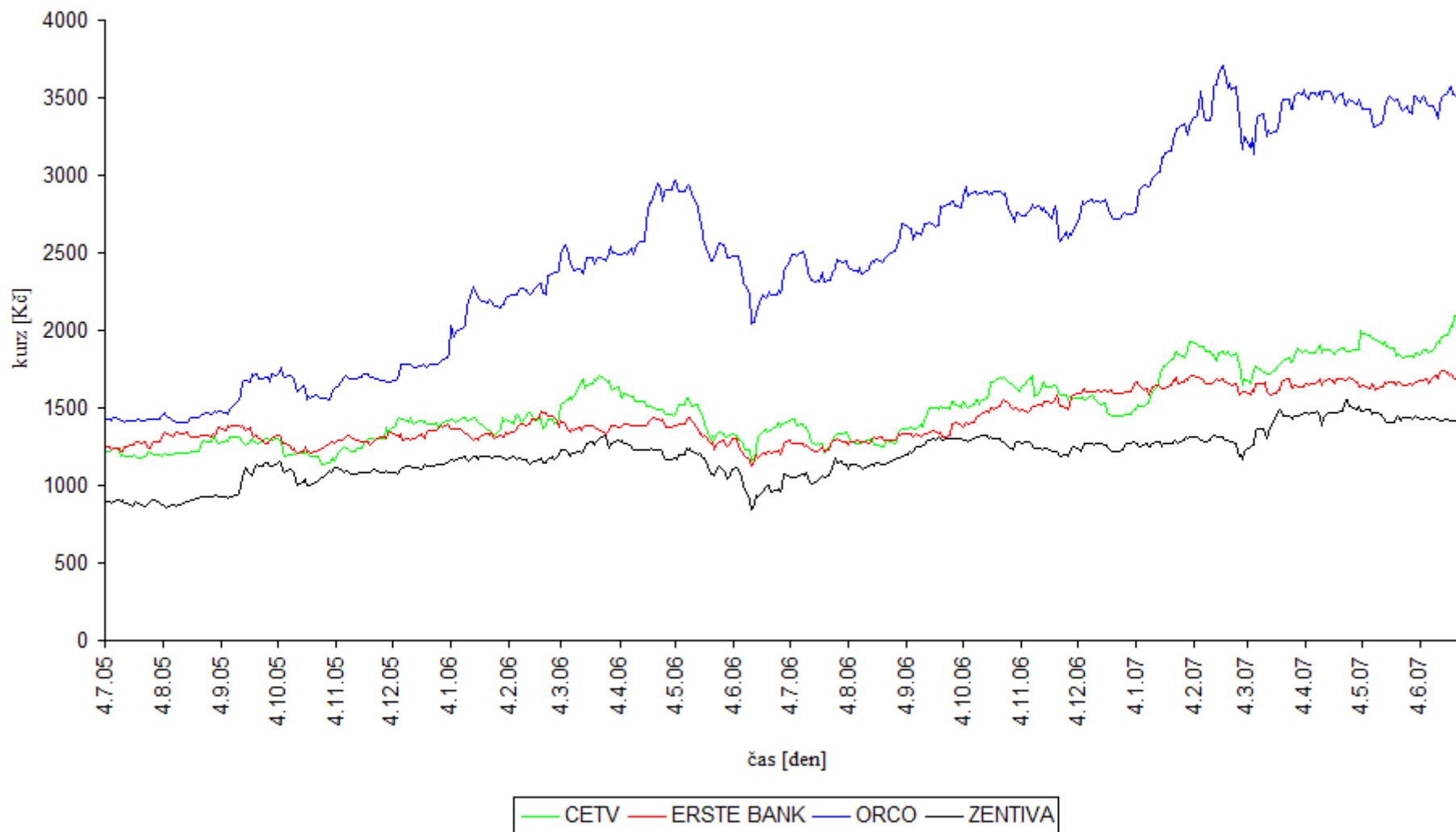
Kovariance mezi výnosností cenných papírů (DJIA - pokračování).

Váhy aktiv v portfoliu pro různé investory



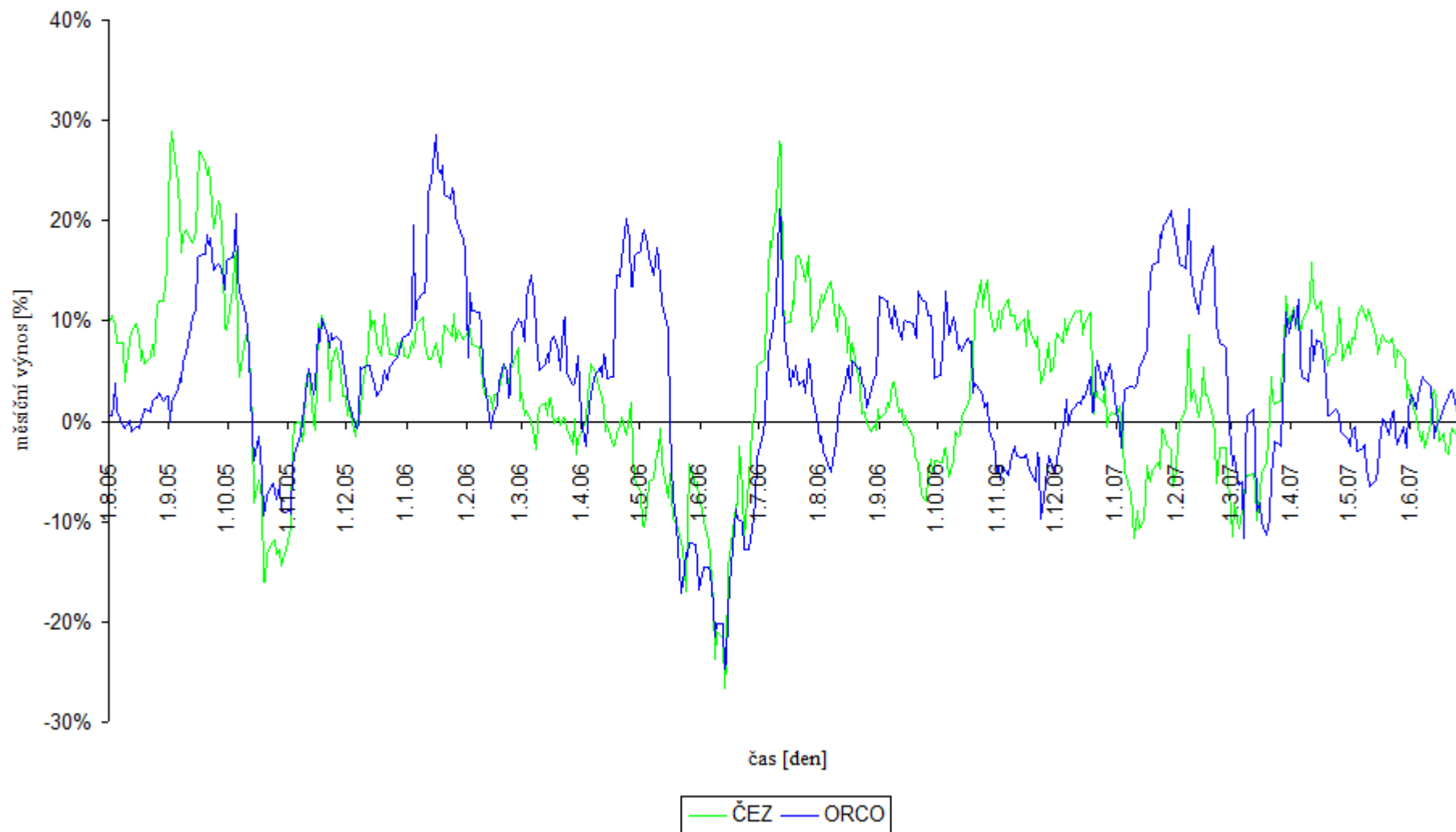
Příloha D: Váhy jednotlivých aktiv v portfoliu pro různé investory (DJIA).

Historické kurzy cenných papírů



Příloha E: Historické kurzy vybraných cenných papírů (PX).

Historický měsíční výnos cenných papírů



Příloha F: Historický měsíční výnos vybraných cenných papírů (PX).

	CETV	CEZ	ERSTE	KB	ORCO	PM	O2	UNIPETROL	ZENTIVA
CETV	0.00902	0.00193	0.00191	0.00176	0.00380	0.00180	0.00151	0.00203	0.00294
CEZ	0.00193	0.00794	0.00231	0.00266	0.00316	0.00219	0.00175	0.00816	0.00433
ERSTE	0.00191	0.00231	0.00274	0.00144	0.00179	0.00149	0.00047	0.00242	0.00111
KB	0.00176	0.00266	0.00144	0.00388	0.00334	0.00094	0.00123	0.00339	0.00249
ORCO	0.00380	0.00316	0.00179	0.00334	0.00835	0.00044	0.00186	0.00526	0.00421
PM	0.00180	0.00219	0.00149	0.00094	0.00044	0.00709	0.00046	0.00266	0.00007
O2	0.00151	0.00175	0.00047	0.00123	0.00186	0.00046	0.00267	0.00197	0.00138
UNIPETROL	0.00203	0.00816	0.00242	0.00339	0.00526	0.00266	0.00197	0.01311	0.00507
ZENTIVA	0.00294	0.00433	0.00111	0.00249	0.00421	0.00007	0.00138	0.00507	0.00648

Příloha G: Kovariance mezi výnosností cenných papírů v prvním měsíci (PX).

	CETV	CEZ	ERSTE	KB	ORCO	PM	O2	UNIPETROL	ZENTIVA
CETV	0.00870	0.00194	0.00184	0.00177	0.00365	0.00168	0.00154	0.00196	0.00284
CEZ	0.00194	0.00779	0.00223	0.00275	0.00300	0.00208	0.00194	0.00782	0.00420
ERSTE	0.00184	0.00223	0.00265	0.00142	0.00173	0.00141	0.00049	0.00233	0.00107
KB	0.00177	0.00275	0.00142	0.00405	0.00315	0.00089	0.00155	0.00329	0.00239
ORCO	0.00365	0.00300	0.00173	0.00315	0.00807	0.00034	0.00170	0.00504	0.00403
PM	0.00168	0.00208	0.00141	0.00089	0.00034	0.00694	0.00044	0.00253	0.00007
O2	0.00154	0.00194	0.00049	0.00155	0.00170	0.00044	0.00304	0.00192	0.00138
UNIPETROL	0.00196	0.00782	0.00233	0.00329	0.00504	0.00253	0.00192	0.01256	0.00485
ZENTIVA	0.00284	0.00420	0.00107	0.00239	0.00403	0.00007	0.00138	0.00485	0.00626

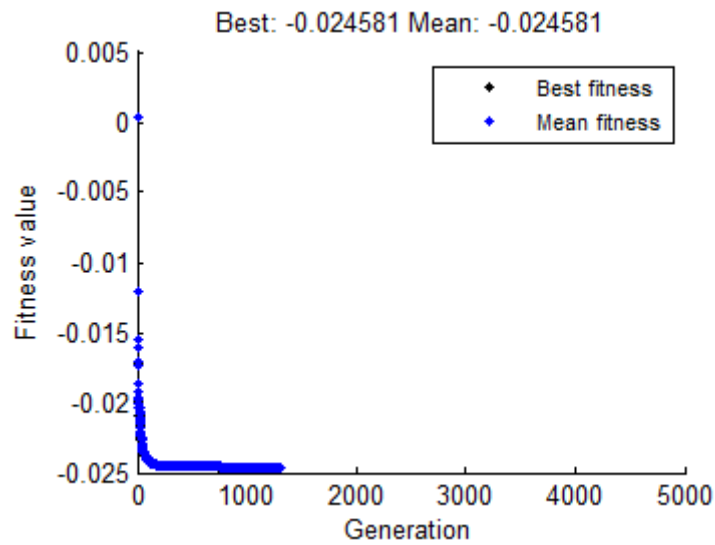
Příloha H: Kovariance mezi výnosností cenných papírů ve druhém měsíci (PX).

	CETV	CEZ	ERSTE	KB	ORCO	PM	O2	UNIPETROL	ZENTIVA
CETV	0.00842	0.00186	0.00178	0.00172	0.00353	0.00155	0.00152	0.00175	0.00280
CEZ	0.00186	0.00756	0.00209	0.00264	0.00275	0.00220	0.00178	0.00754	0.00397
ERSTE	0.00178	0.00209	0.00257	0.00137	0.00173	0.00122	0.00052	0.00218	0.00108
KB	0.00172	0.00264	0.00137	0.00391	0.00303	0.00081	0.00152	0.00311	0.00233
ORCO	0.00353	0.00275	0.00173	0.00303	0.00792	0.00002	0.00174	0.00473	0.00397
PM	0.00155	0.00220	0.00122	0.00081	0.00002	0.00725	0.00018	0.00264	-0.00017
O2	0.00152	0.00178	0.00052	0.00152	0.00174	0.00018	0.00302	0.00172	0.00144
UNIPETROL	0.00175	0.00754	0.00218	0.00311	0.00473	0.00264	0.00172	0.01234	0.00447
ZENTIVA	0.00280	0.00397	0.00108	0.00233	0.00397	-0.00017	0.00144	0.00447	0.00615

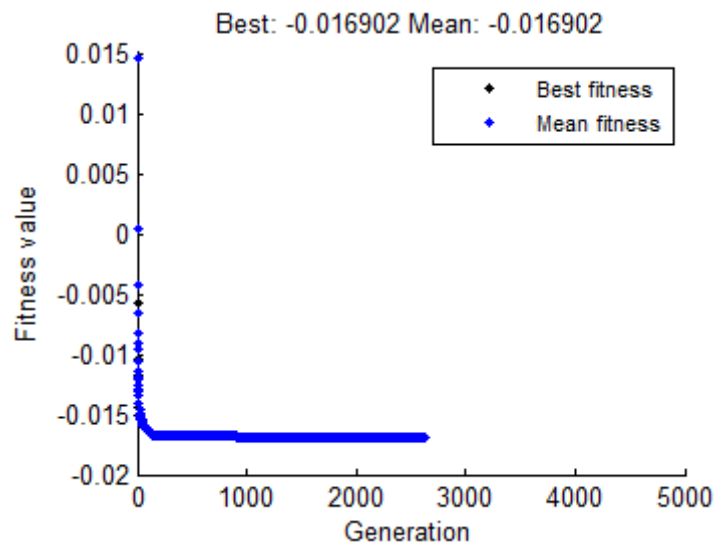
Příloha I: Kovariance mezi výnosností cenných papírů ve třetím měsíci (PX).

	CETV	CEZ	ERSTE	KB	ORCO	PM	O2	UNIPETROL	ZENTIVA
CETV	0.00835	0.00174	0.00169	0.00169	0.00332	0.00154	0.00141	0.00157	0.00266
CEZ	0.00174	0.00733	0.00199	0.00254	0.00268	0.00209	0.00173	0.00717	0.00386
ERSTE	0.00169	0.00199	0.00248	0.00131	0.00166	0.00116	0.00050	0.00213	0.00102
KB	0.00169	0.00254	0.00131	0.00378	0.00292	0.00080	0.00145	0.00293	0.00224
ORCO	0.00332	0.00268	0.00166	0.00292	0.00766	-0.00001	0.00169	0.00451	0.00384
PM	0.00154	0.00209	0.00116	0.00080	-0.00001	0.00700	0.00016	0.00253	-0.00018
O2	0.00141	0.00173	0.00050	0.00145	0.00169	0.00016	0.00292	0.00166	0.00140
UNIPETROL	0.00157	0.00717	0.00213	0.00293	0.00451	0.00253	0.00166	0.01205	0.00421
ZENTIVA	0.00266	0.00386	0.00102	0.00224	0.00384	-0.00018	0.00140	0.00421	0.00596

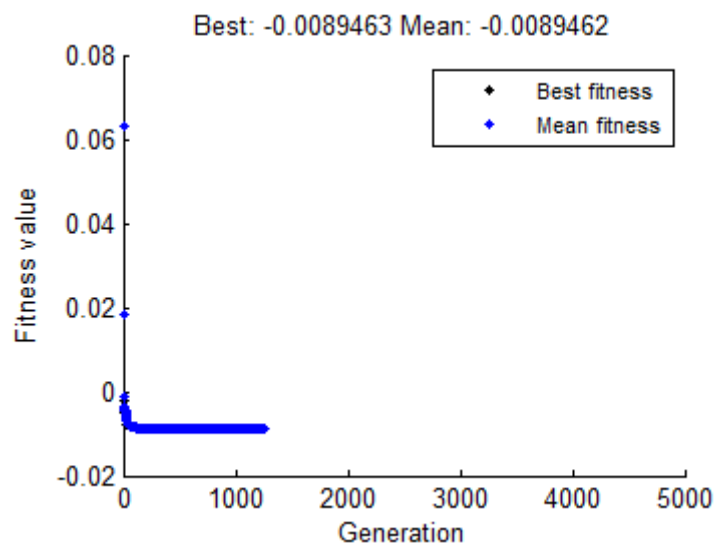
Příloha J: Kovariance mezi výnosností cenných papírů ve čtvrtém měsíci (PX).



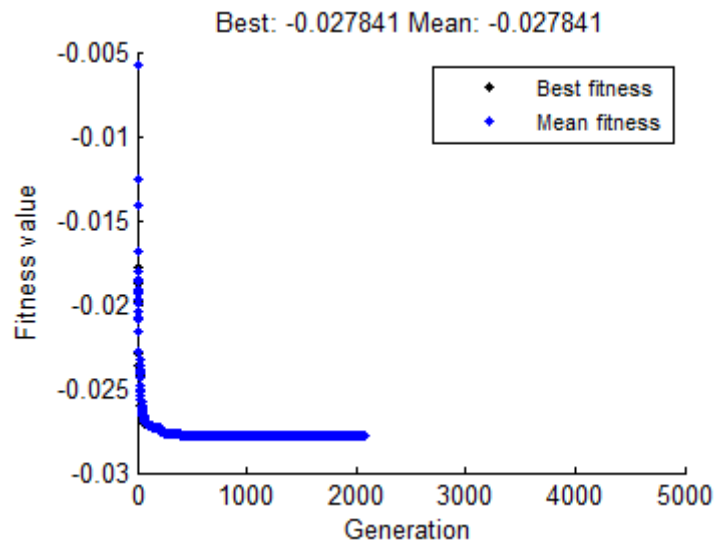
Příloha K: Účelová funkce pro investora s nízkou averzí k riziku v prvním měsíci (PX).



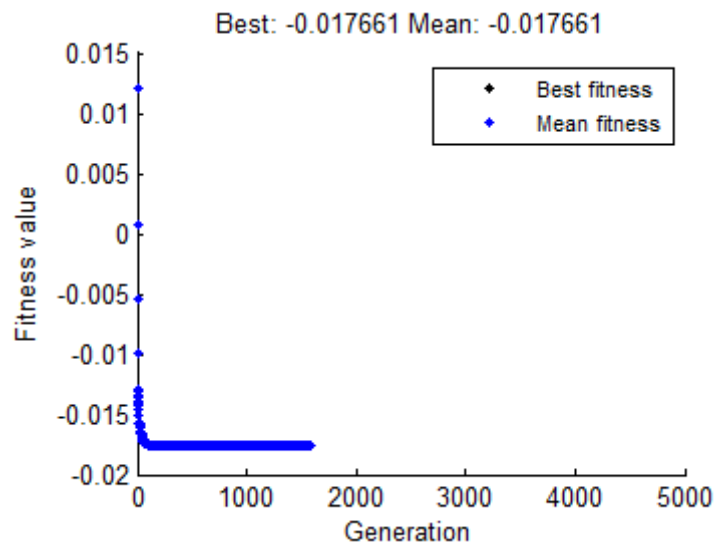
Příloha L: Účelová funkce pro investora se střední averzí k riziku v prvním měsíci (PX).



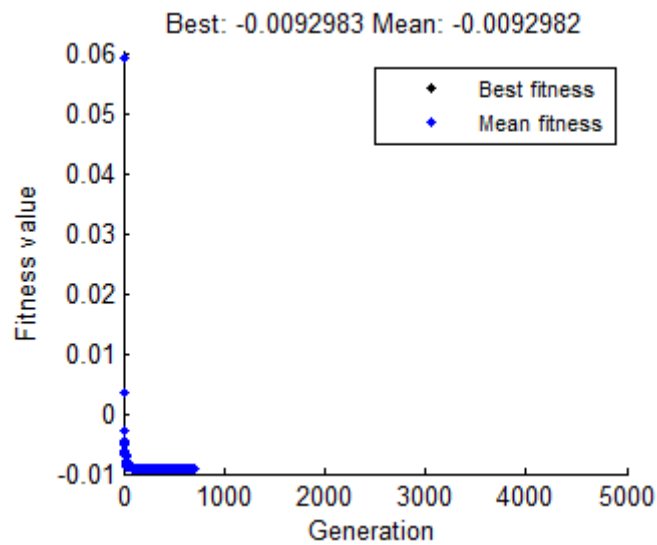
Příloha M: Účelová funkce pro investora s vysokou averzí k riziku v prvním měsíci (PX).



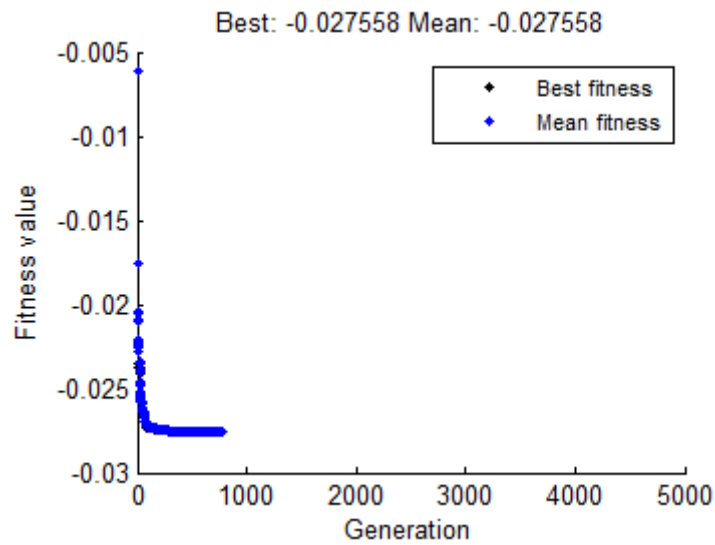
Příloha N: Účelová funkce pro investora s nízkou averzí k riziku ve druhém měsíci (PX).



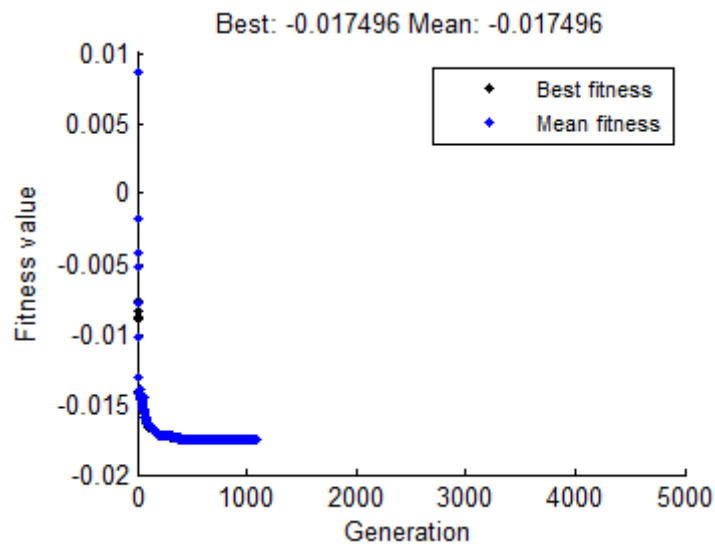
Příloha O: Účelová funkce pro investora se střední averzí k riziku ve druhém měsíci (PX).



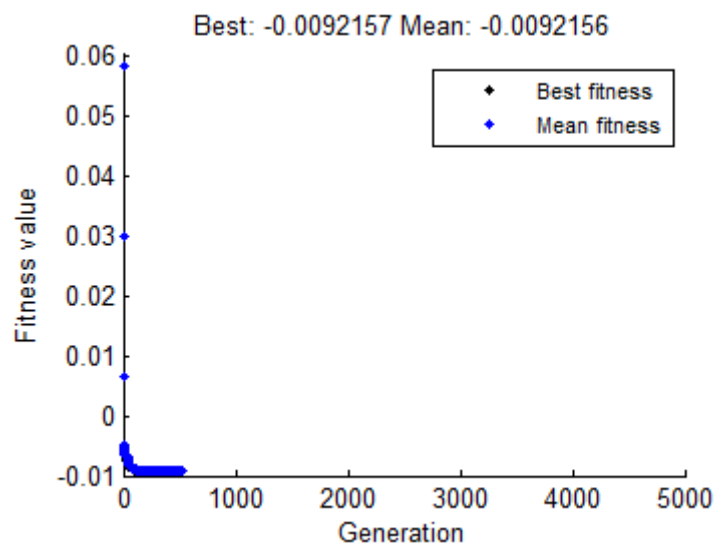
Příloha P: Účelová funkce pro investora s vysokou averzí k riziku ve druhém měsíci (PX).



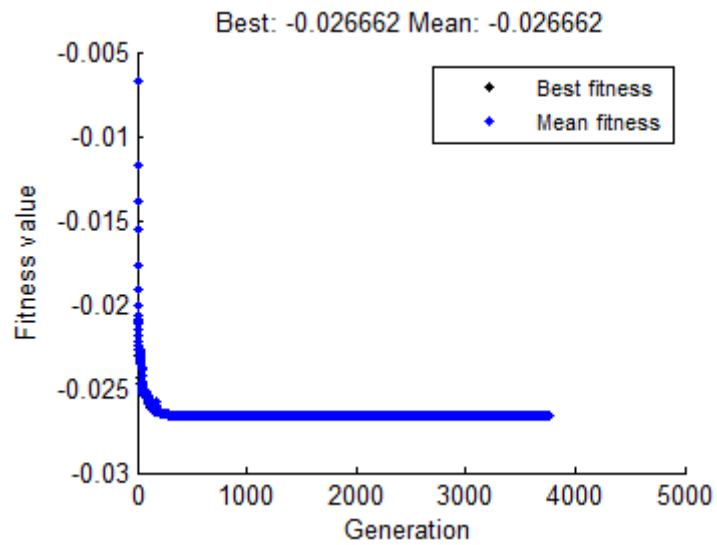
Příloha Q: Účelová funkce pro investora s nízkou averzí k riziku ve třetím měsíci (PX).



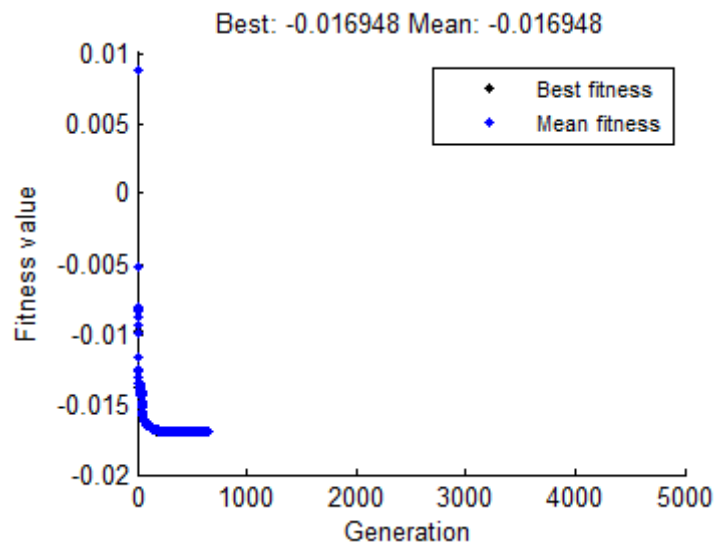
Příloha R: Účelová funkce pro investora se střední averzí k riziku ve třetím měsíci (PX).



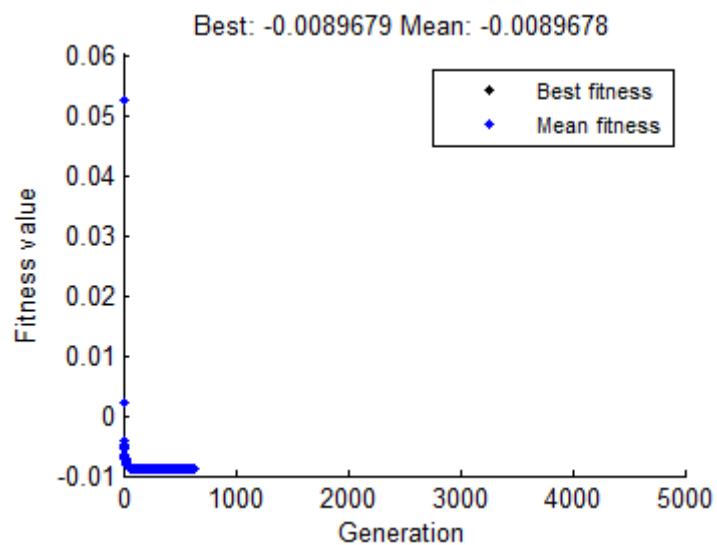
Příloha S: Účelová funkce pro investora s vysokou averzí k riziku ve třetím měsíci (PX).



Příloha T: Účelová funkce pro investora s nízkou averzí k riziku ve čtvrtém měsíci (PX).



Příloha U: Účelová funkce pro investora se střední averzí k riziku ve čtvrtém měsíci (PX).



Příloha V: Účelová funkce pro investora s vysokou averzí k riziku ve čtvrtém měsíci (PX).