

## TEORETICKÝ ROZBOR TEČNÝCH A INTERAKTIVNÍCH SIL VE STYKU KOLO KOLEJNICE

Jaroslav ČÁP

Katedra dopravních prostředků

### Úvod

Tečné silové působení ve stykové plošce mezi jízdním obrysem a temenem kolejnice je možné jen při existenci interaktivních sil.

Vlastní tečné silové toky označujeme jako adhezní mechanismus, čímž rozumíme souhrn fyzikálních vlastností plošky umožňující, při působení normálové síly, přenášet tečné vazby.

V české terminologii neexistuje přesné normativní označení veličin a vlivů ovlivňujících adhezní mechanismus styku železničního kola s kolejnicí. Poměrně vhodné definice obsahuje německá norma DIN 50 281, v ČR pak pojmově blízká norma ČSN 015 50, týkající se opotřebení. Problematiky se též dotýká tribologie – zabývající se vzájemným působením povrchů při jejich relativním pohybu.

Adhezním mechanismem v širším slova smyslu nerozumíme jen silové vazby v efektivní větvi adhezní charakteristiky, kdy ještě část plošky přenáší tečné působení vzájemně deformovanými, ale neposunujícími se povrchy, ale i při existenci úplného prokluzu povrchů, tedy třecího procesu.

V adhezním přenosu jde tedy o poměrně složitý proces, odehrávajícím se v malé stykové plošce mezi kolem a kolejnicí, při souběžném působení různých vazebních a třecích fenoménů a jejich statických i kinematických složek.

Pokud se týká třecích vazeb pevných těles, za základní druhy považujeme tření smykové (kluzné), tření valivé (správně: odpor proti valení) a tření vrtné (spinové).

Smykovým třením označujeme tangenciální posuv dotýkajících se ploch. Třením valivým označujeme cyklické přibližování a vzdalování dotykových ploch při posunutí normály reakce podložky oproti zátěžové síle ve směru pohybu. Vrtným třením označujeme rotaci stykových ploch okolo normály. Je samozřejmé, že existují smíšené formy jako kombinace základních druhů, tedy – tření smykové/valivé, valivé/vrtné a smykové/vrtné.

Ve styku kola s kolejnicí můžeme konstatovat přítomnost všech základních druhů a jejich případných kombinací. Rezultující tečné síly jsou vyvolány skluzovými rychlostmi opačných směrů a vzájemnými deformacemi stýkajících se a neprokluzujících povrchů s tečným napětím na povrchu jízdní plochy kola; v souvislosti se zdržovým brzděním, působí tečná smyková vazba kola a zdrže.

Při teoretickém rozboru tečných a interaktivních sil musíme vzít v úvahu všechny působící vlivy, stanovit jejich působení. Ve zjednodušených modelech lze zanedbat méně významné, ovšem tak aby nedošlo ke zkreslení modelovaného, nebo experimentálně zjišťovaného děje.

### **Historický přehled**

Tečná síla ve styku kola s kolejnicí v procesu trakce i brzdění je speciálně zkoumána již zhruba 75 let a to jak teoreticky, tak experimentálně. V podstatě základem všech teoretických rozborů, vyšetřujících styk kola s kolejnicí, je ještě starší klasické Hertzovo řešení styku pevných elastických těles za přítomnosti normálového zatížení mezi povrchy. Jeho původní práce vznikla v r. 1881. K této práci se dodnes většina badatelů vrací i přes výhrady k předpokladům, za kterých bylo řešení provedeno. Hertzova teorie umožňuje stanovení velikosti stykové plošky i rozdělení tlaků, napětí a deformací ve stýkajících se tělesech bez přítomnosti tečných sil.

Teorii styku kola s kolejnicí, za přítomnosti třecích sil mezi povrchy, jako první podává v roce 1926 Carter s aplikací na lokomotivní kolo. První také uvádí hypotézu rozdělení dotykové plošky na oblast lpění a oblast skluzu. V oblasti lpění se přemísťování děje na deformovaných površích, bez vzájemného posuvu povrchů. V oblasti skluzu dochází již k vzájemnému posuvu povrchů, tedy skluzu mezi povrchy.

V následujících dvou letech přicházejí studie Fromma řešící otázky skluzu, ztráty energie a deformačních změn na poháněných a brzděných kolech. Téměř současně řeší, poněkud jednodušeji, problém Lorenz. Následuje určitá přestávka a práce Léviho, Föpla, Cattanea a Levena vznikají koncem 30-tých let.

Válečné události přerušují možnosti výzkumu a teprve po ukončení II.světové války dochází k výraznému oživení.

Na počátku 50-tých let Poritsky řeší dvojdimenzionální rovnice napětí kontaktu odvalujících se cylindrických těles za přítomnosti normálových a tečných sil. Love studuje souvislosti mezi napětími povrchových vrstev a příslušnými posuvy a obdobné práce uveřejňují Lubkin a M'Ewen. V té době též vznikají práce Mindlinovy, později téhož s Deresiewiczem. Smith a Liu naznačují dvojdimenzionální přístup s použitím variačních metod pro Hertzovu teorii.

Počátkem 60-tých let vzniká důležitá práce Hainese a Ollertona dávající přibližný teoretický vztah o rozdělení dotykové plošky ve valivém kontaktu s použitím fotoelasticimetrie. Velkým rozsahem významných publikací se do tohoto období zařazuje Johnson, který jako jeden z prvních sleduje i vliv spinu. Případy s velkým skluzem a spinem se zabývá Wernitz.

V tomto období přicházejí také studie ze SSSR. Jsou to jednak obsáhlé práce Kragelského zabývající se třením, které pojednávají o adhezni problematice kolejových vozidel a potom zejména práce Menšutina a mnoho prací Minova shrnujících otázky adhezních vlastností elektrických lokomotiv.

Významně přispívají k řešení adhezních vlastností specialisté na tření Bowden a Tabor. V té době je také vydána publikace Adhesion shrnující některé dosavadní poznatky aplikačního charakteru; zejména pak práce Barwella s Woolacottem, Ollertona a Andrewse.

Velkým přínosem je poznamenáno období přelomu 60-tých a 70-tých let. Za jednu z nejvýznamnějších prací tu lze považovat Kalkerovu disertaci vycházející z Hertzovy i Carterovy teorie. Kalker podává souhrnné řešení pro kruhovou i eliptickou plošku, pro libovolný skluz a spin, ze předpokladu konstantního součinitele tření. Předpokládá, že tangenciální napětí neovlivní velikost plošky i normálové napětí a že rozdělení normálových napětí neovlivňuje velikost posuvů povrchů. Poslední dva předpoklady již dříve vyslovil Mindlin a De Pater dokázal jejich platnost pro malé hodnoty posuvů.

Kalker publikuje ještě zjednodušenou teorii a výsledky obou prací porovnává s experimenty Johnsona a Hainese s Ollertonem. Protože však tyto pokusy nejsou v souladu s většinou jiných experimentů, doplňuje Kalker svoji teorii úvahou o skluzu způsobeném nečistotami povrchů. Je nutné konstatovat, že úvahy Kalkera velmi silně ovlivnily teoretickou oblast zkoumání problému, bohužel jejich praktické uplatnění, při užití absolutních hodnot udaných charakteristik (koeficientů), se neukázalo zcela vhodné.

S odlišným názorem na mechanismus přenosu tečných sil v plošce přichází Frederich, který oblast skluzu předpokládá v celé ploše, s nekonstantním součinitelem tření v plošce – proměnným podle tlaku a skluzu v plošce. Tato hypotéza odporovala experimentům jednoznačně potvrzujícím přítomnost oblasti lpění i skluzu (Haines, Ollerton apod.) a navíc se v dalším výzkumu adheze nepotvrdila, ale přinesla významné experimentální poznatky.

Klasickou teorii naopak potvrzují práce Andrewse. Zajímavý pohled přináší Nayak zabývající se otázkou vibrace povrchových nerovností v kontaktu, čemuž dříve předcházely práce Rabinowicze; zejména a nyní rozvíjené dalšími pracemi, např. Elkinse.

Dále vznikají práce z oblasti statistického náhledu např. S. Johnsona, ale zejména sovětská monografie Isajeva. Na tuto oblast se orientuje i Krettek, kde mimo jiné uvádí i výsledky autora této studie, později popularizující práce Kalkera, Andrewse. Zajímavá je sumarizující studie Kraffa, i když s některými jeho vývody nelze souhlasit.

Cenné byly i studie Krauseho, později s dalšími spolupracovníky Senumem, Pollem, řešící sice hlavně materiálové otázky, ale se zřetelem na kontakt kola s kolejnicí.

Na přelomu 70-tých a 80-tých let, nacházíme přesun řešení do oblasti tribologie např. u Barwella, Beagleye, zintenzivnění studia otázek plastizace povrchových vrstev např. Ananda se Shawem, Collinse; využití počítačů, např. Jaschinski a metod konečných elementů, např. Mondry. Z novějších jsou to pak studie Knotheho se spolupracovníky, sledující otázky tvaru plošky ve vztahu k novým jízdním obrysům a otázky vysokofrekvenčních kmitů ve styku. Další jsou i sovětské studie, např. Isajeva se spolupracovníky.

Řešení dynamiky pohonu má nutnou souvislost s vlastnostmi stykové plošky mezi kolem a kolejnicí. Jde zejména o řešení otázek tzv. pevné a volné vazby. Problematikou se zabývala řada badatelů. Na počátku to byly studie o suchém tření Watariho a Sugimota a práce o tzv. stick-slip pohybu Hunta se spolupracovníky i další aplikační práce Kilba, Onody, Hirotsku a Tsuboi, Koleruse, Dopplera, Madeje, Körnera i opět Hirotsu a Ishidy. V SSSR pak vznikly významné studie Birjukova.

V oblasti experimentální byl vývoj následující. Za první systematické pokusy lze považovat pokusy Jahna provedené na modelu. Jahn (1918) první konstatuje existenci relativního pohybu ve styku při valivém pohybu. Následují rovněž modelové zkoušky Sachse v r. 1924, ale již v r. 1928 začíná Lipetz s měřením na parních lokomotivách a Müller u elektrických lokomotiv (15 kV, 16 2/3 Hz). Velmi rozsáhlé byly experimenty provedené ve třicátých letech Metzkowem, který vyšetřoval adhezní vlastnosti kolejových vozidel při procesu brzdění.

Shrnutí dosavadních výsledků Kotherem a zvláště pak měření Curtiuse a Knifflera z r. 1944 na lokomotivě E 19 německých drah se stala základem pro trakční výpočty na řadu dalších let, prakticky dodnes. Je třeba říci, že výsledky sice neinterpretují úplně fyzikální podstatu mechanismu adheze, ale staly se vhodnou pomůckou pro praktickou potřebu železnic.

V poválečném období, s nárůstem požadavků na kolejovou dopravu, zájem o problematiku vzrůstá. Přichází měření Pflanze, později Trosse, ale zvláště pak modelové zkoušky Barwella z r. 1957, které mimo dosažených pozitivních výsledků, ovlivnily i názorem o diskontinuitě adhezní charakteristiky. Do experimentálního výzkumu ve Velké Británii se začíná zapojovat Andrews.

V SSSR vzniká významná práce Menšutina s experimenty provedenými na lokomotivě VL 22.

Ve Francii jsou to experimenty Nouviona a Bernarda, kdy u zkoušky na vozidlech mají cíl zjistit adhezní vlastnosti v podélném směru.

Současně se však začíná projevovat zájem i o příčný směr a jsou to experimenty zejména C.Th.Müllera, prozatím bez působení tažné síly a měření Lipsiuse, používajícího speciální zařízení simulující pohyb dvojkolí po krátkém úseku koleje.

Provádějí se i další výzkumy jednak jednotlivých železničních správ skutečně např. Weberem, na švýcarských drahách s lokomotivou Re 4/4 II, který měří součinitel adheze v podélném i příčném směru, jednak mezinárodní organizace UIC-ORE, na kterých se podílely i železnice tzv. „socialistických států“.

Rozsáhlé experimenty podnikají i jednotlivci, zejména Frederich, který k měření adheze v podélném i příčném směru používá speciální elektrický motorový vůz doplněný o měřící podvozek.

Do experimentální oblasti se v 70-tých letech, v souvislosti s výstavbou rychlých tratí, intenzivně zapojují japonští výzkumníci, např. Maruyama, Ohyama, Yokose, vesměs využívající modelových zařízení.

Také v Evropě vznikají speciální experimentální zařízení a výsledkem jsou práce Andrewse na upraveném podvozku pojíždějícím po speciální 15m dráze a Bugarcice na modelovém zařízení s malými válečky. Vznikají úvahy o správných parametrech modelových zařízení, např. Coxe a Nicolonioho a jsou stavěna nová zařízení, např. SRN – Thyssen – Henschel, v Japonsku Ohyama a USA Kumar.

Pokračují ovšem i další zkoušky na vozidlech; např. v Itálii Bonadero určuje rozdělení tažných sil při rozdílných parametrech na podvozku se skupinovým pohonem. Zeevenhooven provádí srovnání různých systémů ovládní el.lokomotiv a později s Fiehmem a Weinhardtem realizují rozsáhlá adhezní měření na speciálním zkušebním vozidle 1600 P, s asynchronním motorem, postaveným pro holandské železnice (NS).

Také v Československu byla již v 50-tých letech adhezní problematice věnována pozornost. Při běžných trakčních zkouškách prováděných na nových vozidlech se této záležitosti věnoval Stejskal, později další pracovníci VÚŽ. V teoretické i experimentální oblasti to byli v 60-tých letech pracovníci tehdejší katedry kolejových vozidel VŠŽ. Švejnoch – autor původního návrhu zkušebního adhezního zařízení VŠDS – se později spíše věnuje primárním otázkám adhezního mechanismu, kde čerpá ze své disertace a Šíba vlivu adheze na dynamiku pohonu.

Začátkem 70-tých let se adhezí intenzivněji zabývá i výzkumné pracoviště závodu El.lokomotivy ŠKODA. Je to zejména disertace Čejky, obsahující nové poznatky o adhezních vlastnostech elektrických lokomotiv na střídavý proud, vzniklá z rozsáhlých experimentů na lokomotivě S 489.0085. Významné jsou studie Šíby zabývající se některými statistickými souvislostmi druhu pohonu a adhezními vlastnostmi vozidel

a práce o stabilitě pohonu dvojkolí na mezi adheze; v širších souvislostech jsou souhrnně uvedené v doktorské disertaci. V závodě ČKD Sokolovo k řešení otázek torzní dynamiky pohonu dvojkolí i adhezních vlastností dieselelektrických lokomotiv podstatně přispívá Zahrádka.

Po přesídlení VŠD do Žiliny je z podnětu autora budováno na katedře kolejových vozidel pracoviště systematicky se zabývajícím výzkumem adheze. Postupně se zde vytvořil menší kolektiv pedagogů, technických pracovníků i řemeslníků, řešící tyto otázky. Z nejpodstatnějších prací prvního období je třeba jmenovat disertaci Skalického, zaměřenou na chování elektromechanického systému pohonu dvojkolí ve vztahu k adhezní vazbě.

V dalším období se činnost pracoviště obracela na řešení vlivu zdržového brzdění na celistvá kola a strukturní změny na jízdním povrchu kol. V 80-tých letech kolektiv pokračoval ve výzkumu adheze a tehdy se do problematiky zapojuje podnětnými náměty Freibauer, které byly dále v rámci výzkumného úkolu rozpracovávány.

Z dalších prací autora této studie je to prohlubování teoretických poznatků navazujících na příspěvky z konce 80-tých let a přelomu 90-tých let zpracovaných již na novém působišti na Dopravní fakultě Jana Pernera v Pardubicích.

Sem patří zejména práce zabývající se jednak jednotným výkladem adhezního mechanismu a jeho promítnutí v modernizaci výkonných trakčních vozidel. Dále pak studie o orientovaných adhezních charakteristikách, možnostech podobnostního modelování adheze a o vlivu proměnné nápravové síly na deformaci adhezních charakteristik, kde část z nich vzešla ze spolupráce s ing. Poláchem, pozdějším docentem, který i po odchodu do zahraničí dále problematiku adheze významně rozvíjí.

Na experimentální a teoretické výsledky mohl autor navázat a navrhnout vyšší adhezní hranici výkonnosti vozidel. Teoretické a zejména experimentální poznatky z posledního období obdobně potvrdily naše poznatky o tendencích deformací adhezních charakteristik na zhoršeném stavu nerovností koleje a to jako vstupní parametr protiskluzové regulace moderních výkonných lokomotiv i potvrzení našich předpokladů o možnosti vyšší adhezní schopnosti při užití asynchronních motorů, zejména pak jejich potvrzení v praktických trakčních zkouškách, na americko-německých lokomotivách SD 70 (80 resp. 90) MAC, které dosahují max. součinitel adheze  $\mu_{\max} = 0,414 \div 0,467$ .

Poznámka:

Z prostorových důvodů nebylo možné uvést příslušné literární odkazy. Na katedře je však k dispozici konkrétní soubor 107 odkazů k výše uvedené problematice.

### Obecné řešení styku

Předpokladem vzniku tečného silového působení je existence svíslé kolové síly  $Q$  a relativní skluzové rychlosti  $w$  mezi povrchy, které vyvolají tečnou sílu  $T_i$ , podle vztahu

$$T_i = \mu_i \cdot Q, \quad (1.1)$$

Jaroslav Čáp:

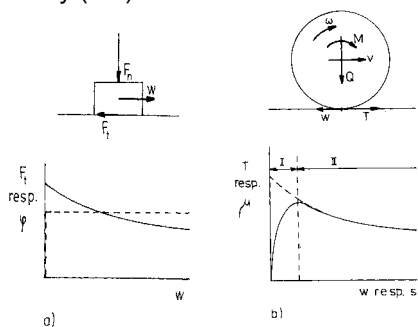
kde  $\mu_i$  je součinitel úměrnosti, který nazýváme součinitel adheze, v orientovaném směru  $i$  ( $x$  nebo  $y$ ).

Vztah (1.1) je formálně analogický s Amontons-Coulombovým zákonem smykového tření, kde pro třecí sílu  $F_t$  platí

$$F_t = \varphi \cdot F_N, \quad (1.2)$$

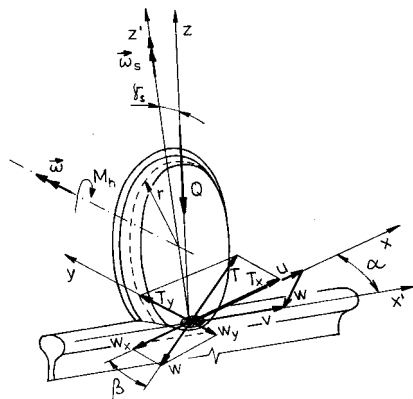
kde  $\varphi$  je součinitel smykového tření a  $F_N$  normálová síla.

Fyzikálně – alespoň v první fázi charakteristiky – jde u adheze o odlišný proces, jak plyne ze srovnání, zavedeme-li pojem kinematically definované vzájemné rychlosti  $w$  mezi povrchy (1.3).



**Obr. 1.1**

Na obr. 1.1 je schematicky (čárkovaně) zakreslen idealizovaný průběh  $F_t$  resp.  $\varphi$  jako funkce  $w$ , i průběh skutečný (plně), pro relativně nižší hodnoty  $w$ . V některých procesech se poukazuje na to, že při vzestupu  $w$  nad určité hodnoty dochází vlivem vibrací povrchových nerovností opět k následnému vzestupu  $F_t$ , resp.  $\varphi$ . Průběh skutečné závislosti  $F_t$  resp.  $\varphi$  dává již představu o rozdílu mezi statickým a kinetickým smykovým třením.



**Obr. 1.2**

existuje výsledná skluzová rychlost  $w$  se složkami  $w_x$  a  $w_y$ , které jsou definované

$$w_x = u - v \cdot \cos \alpha, \quad w_y = v \cdot \sin \alpha, \quad \text{přitom platí:}$$

$$w = \sqrt{w_x^2 + w_y^2}. \quad (1.3)$$

Dále je definován důležitý parametr nazývaný relativní skluz  $s$  se složkami  $s_x$  a  $s_y$ , kdy platí

$$s_x = \frac{w_x}{v} = \frac{u - v \cdot \cos \alpha}{v} \quad s_y = \frac{w_y}{v} = \frac{v \cdot \sin \alpha}{v} \quad s = \sqrt{s_x^2 + s_y^2} \quad (1.4)$$

Styk obecně kuželové plochy s kolejnici vyvolá rotační (spinový) pohyb  $\omega_s$  okolo osy  $z'$ , kdy platí

$$\omega_s = \omega \cdot \sin \gamma_s, \quad (1.5)$$

kde  $\gamma_s$  je úhel sklonu jízdní plochy a  $\omega$  je rotační pohyb kola v rovině  $x, z$ . Spin vyvolává v bodech dotykové plošky (se souřadnicemi  $x, y$ ) doplňkové skluzy  $w_{xsp} = -\omega_s \cdot y$  resp.  $w_{ysp} = \omega_s \cdot x$ . V zjednodušených řešeních je vliv spinu obvykle zanedbáván.

Povšimněme si nyní blíže vlastní stykové plošky. Styk jízdního obrysu kola s temenem kolejnice, za přítomnosti normálové síly  $Q$ , lze považovat za příklad styku dvou těles, kde každé těleso má dva hlavní poloměry  $r_{1x}, r_{1y}$  resp.  $r_{2x}, r_{2y}$ . S výhodou je možno používat Hertzovo řešení kontaktního problému ke stanovení základních parametrů.

Dotyková ploška je eliptická, daná rozměry poloos  $a; b$ , pro které platí

$$a = \xi \cdot \sqrt[3]{\frac{3 \cdot Q \cdot (1 - \nu^2)}{E' \left( \frac{1}{r_{1x}} + \frac{1}{r_{1y}} + \frac{1}{r_{2x}} + \frac{1}{r_{2y}} \right)}}, \quad b = \eta \cdot \sqrt[3]{\frac{3 \cdot Q \cdot (1 - \nu^2)}{E' \left( \frac{1}{r_{1x}} + \frac{1}{r_{1y}} + \frac{1}{r_{2x}} + \frac{1}{r_{2y}} \right)}}, \quad (1.6)$$

kde:

$Q$  ..... svislá kolová síla

$\nu$  ..... Poissonovo číslo

$E'$  ..... průměrný modul pružnosti obou materiálů, kdy platí:

$$\frac{1}{E'} = \frac{1}{2} \left( \frac{1}{E_1} + \frac{1}{E_2} \right), \quad \text{obvykle } E_1 = E_2 = E.$$

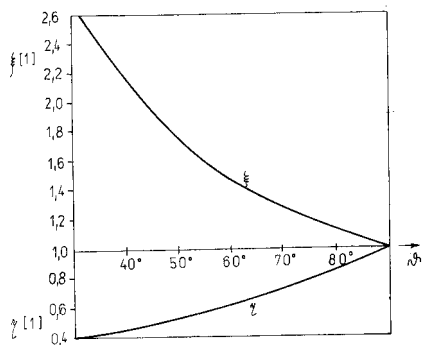
V současnosti je možno se setkat se dvěma druhy jízdního obrysu kola, a to s obrysem kuželovým a obrysem podle opotřebení (UIC-ORE).

U kuželového profilu platí  $r_{1y} = \infty$  a vzorec (1.6) lze zjednodušit a platí:

$$a = \xi \sqrt[3]{\frac{3 \cdot Q \cdot (1 - \nu^2)}{E \left( \frac{1}{r_{1x}} + \frac{1}{r_{2y}} \right)}} \quad b = \eta \sqrt[3]{\frac{3 \cdot Q \cdot (1 - \nu^2)}{E \left( \frac{1}{r_{1x}} + \frac{1}{r_{2y}} \right)}} \quad (1.7)$$

Konstanty  $\xi$  a  $\eta$  jsou dány grafem (obr. 1.3), kde pro pomocný úhel  $\vartheta$  platí:





$$\vartheta = \arccos \left| \frac{r_{1x} - r_{2y}}{r_{1x} + r_{2y}} \right| \quad (1.7a)$$

Pro výpočet úhlu  $\vartheta$  je důležitá jen absolutní hodnota poměru  $(r_{1x} - r_{2y}) / (r_{1x} + r_{2y})$ . Je-li poměr větší než nula, je větší poloosa orientovaná ve směru  $x$ ; v opačném případě je větší poloosa orientovaná ve směru  $y$ .

Eliptickou dotykovou plošku  $U$  při orientovaných souřadnicích  $x, y, z$  můžeme pro

$$\text{Obr. 1.3} \quad z = 0$$

definovat

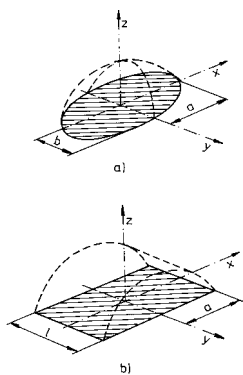
$$U = \left\{ x, y, z; \quad z = 0; \quad \left( \frac{x}{a} \right)^2 + \left( \frac{y}{b} \right)^2 \leq 1 \right\}. \quad (1.8)$$

Normálová síla  $Q$  vytváří elipsoid napětí (obr.1.4a), kdy normálový tlak  $p$  nad ploškou  $U$  je dán vztahem

$$p(x, y) = \frac{3 \cdot Q}{2 \delta a b} \sqrt{1 - \left( \frac{x}{a} \right)^2 - \left( \frac{y}{b} \right)^2}; \quad z = 0 \quad (1.9)$$

Velikost maximálního tlaku  $p_m$  je dána vztahem

$$p_m = \frac{3}{2} \cdot \frac{Q}{\delta \cdot a \cdot b}. \quad (1.10)$$

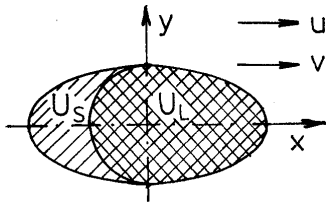


Obr. 1.4

V případě opotřebení kolejnice lze předpokládat v určitém rozmezí temeno kolejnice za rovinné a dotyková ploška získává přibližně obdélníkový tvar (obr. 1.4), který je také v řadě teoretických prací o adhezi uvažován.

Na obr. 1.1 je naznačen typický průběh vyhlazené adhezní charakteristiky. Skutečný průběh, tak jak jej naměříme na zkušebních zařízeních nebo na vozidlech, je zakreslen pod vyhlazeným průběhem. Část vzestupnou – I a sestupnou II také nazýváme efektivní a neefektivní. V dalším podrobíme hlubšímu rozboru vzestupnou větev adhezní charakteristiky.

Pro první fázi vzestupné části je typický extrémní nárůst  $T$  resp.  $\mu$ , při malém zvýšení  $\underline{s}$  resp.  $w$ . Tento trend se postupně zmírňuje a po dosažení vrcholu křivky  $s$  dalším růstem  $\underline{s}$  resp.  $w$  následuje pokles  $T$  resp.  $\mu$ .



**Obr. 1.5**

Závěrem si ještě povšimněme, k jakým změnám dochází v rozdělení dotykové plošky. Přenos tečné síly (její určité hodnoty) se projeví v rozdělení plošky U na oblast lpění U<sub>l</sub> a oblast skluzu U<sub>s</sub>. Schematicky je situace naznačena na obr. 1.5, kde pro zjednodušení předpokládáme přenos tečné síly pouze ve směru x. S nárůstem přenášené tečné síly se rozšiřuje oblast skluzu U<sub>s</sub> směrem k náběžné hraně dotykové plošky na úkor U<sub>l</sub>.

Označíme-li symbolem X tečnou sílu ve směru x, pak platí ve smyslu (1.2)

$$|X| \leq \varphi \cdot Z; \quad w_x = 0(\text{pro } U_l) \quad (1.11a)$$

$$X = \varphi \cdot Z \cdot \text{sign } w_x; \quad w_x \neq 0(\text{pro } U_s), \quad (1.11b)$$

kde:

Z ..... normálová síla a

$\varphi$  ..... součinitel tření mezi povrchy.

Představu lze rozšířit o příčný směr, kdy platí

$$|(X, Y)| \leq \varphi \cdot Z; \quad w_x = w_y = 0(\text{pro } U_l) \quad (1.12a)$$

$$(X, Y) = \varphi \cdot Z \cdot \left( \frac{w_x}{w}; \frac{w_y}{w} \right); \quad w_x \neq 0; w_y \neq 0(\text{pro } U_s) \quad (1.12b)$$

kde Y je tečná síla ve směru y a  $w_x, w_y$  jsou příslušné skluzové rychlosti a  $w = \sqrt{w_x^2 + w_y^2}$ . Obdobně lze zahrnout i vliv spinu, ten však v dalším nebude uvažován.

Předpokládáme-li nad obdélníkovou ploškou eliptické rozdělení normálového tlaku, přechází (1.9) do tvaru

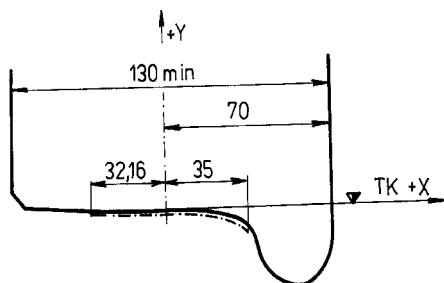
$$p(x) = \frac{2Q}{\delta \cdot a \cdot l} \sqrt{1 - \left(\frac{x}{a}\right)^2} \quad (1.13)$$

při čemž

$$a = \sqrt{\frac{8 \cdot Q \cdot r_{1x} (1 - \nu^2)}{E \cdot \delta \cdot l}}$$

a velikost maximálního tlaku je dána vztahem

$$p_m = \frac{2Q}{\delta \cdot a \cdot l} \quad (1.14)$$



**Obr. 1.6**

Komplikovanější je situace u jízdního obrysu UIC-ORE. Střední část profilu je definována souřadnicovou tabulkou pro rozmezí  $y = -32,6; +35$  mm, vztaženo k rovině styčných kružnic (obr. 1.6). Pro řešení je potom nutné stanovit alespoň přibližné hodnoty  $r_{1y}$ . Vydeme-li z toho, že pro interval  $y = -26; +32$  mm lze najít vyjádření tvaru křivky polynomem osmého stupně, kdy platí:

$$P(8) = z(y) = 2,646 \cdot 10^{-3} y^8 - 5,957 \cdot 10^{-12} y^7 + 5,309 \cdot 10^{-15} y^6 - 1,562 \cdot 10^{-8} y^5 + 5,84 \cdot 10^{-8} y^4 - 2,810 \cdot 10^{-5} y^3 + 1,565 \cdot 10^{-2} y^2 - 3,358 \cdot 10^{-2} y + 0 \quad (1.12)$$

a použijeme-li vztah

$$r_{1y} = \left| \frac{(1 + z'^2)^{3/2}}{z''} \right|,$$

pro zvolené hodnoty např.  $y = -8; 0; +8$  mm získáme:

$y = -8$  mm

$$z = 0,384 \text{ mm}$$

$$z' = -6,448 \cdot 10^{-2}$$

$$\Rightarrow r_{1y} = 1,926 \cdot 10^{-1} \text{ m}$$

$$z'' = 4,695 \cdot 10^{-3}$$

$y = 0$  mm

$$z = 0$$

$$z' = -3,358 \cdot 10^{-2}$$

$$\Rightarrow r_{1y} = 3,034 \cdot 10^{-1} \text{ m}$$

$$z'' = 3,131 \cdot 10^{-3}$$

$y = +8$  mm

$$z = 0,183$$

$$z' = -1,141 \cdot 10^{-2}$$

$$\Rightarrow r_{1y} = 5,886 \cdot 10^{-1} \text{ m}$$

$$z'' = 1,662 \cdot 10^{-3}$$

Z naznačeného vyplývají poměrně značné rozdíly hodnot  $r_{1y}$  pro příslušná posunutí. Navíc pak ve vzorcích (1.6) by byla nutná korekce  $r_{1y}$  pro okrajové části elipsy. Dále proto bude předpokládán pouze klasický kuželový obrus.

Stanovme ještě úhlovou odchylku  $\xi_1$  os dotykové eliptické plošky od směru hlavních rovin kola. Pro kolo odchylené o úhel náběhu  $\alpha$  se v literatuře udává vztah

$$\sin 2\xi_1 = \frac{\frac{1}{r_{1x}} - \frac{1}{r_{1y}}}{\frac{1}{r_{1x}} + \frac{1}{r_{1y}} + \frac{1}{r_{2x}} + \frac{1}{r_{2y}}} \cdot 2 \frac{\operatorname{tg} \alpha}{1 + \operatorname{tg}^2 \alpha},$$

který však lze zjednodušit na

$$\sin 2\xi_1 = \frac{\frac{1}{r_{1x}} - \frac{1}{r_{1y}}}{\frac{1}{r_{1x}} + \frac{1}{r_{1y}} + \frac{1}{r_{2x}} + \frac{1}{r_{2y}}} \cdot \sin 2\alpha \quad (1.15)$$

Pro běžný případ  $r_{1x} = 0,5 \text{ m}$  ;  $r_{1y} = \infty$  ;  $r_{2x} = \infty$  ;  $r_{2y} = 0,3 \text{ m}$  vychází hodnota  $\xi_1 \approx \frac{\alpha}{2}$

a lze ji vzhledem k absolutně malým hodnotám  $\alpha$  zanedbat.

Hlavním cílem teoretických prací, které se zabývají zkoumáním tečných adhezních vazeb dvojice kolo/ kolejnice, je co nejlépe popsat fyzikální podstatu funkčních závislostí tečné síly na skluzové rychlosti resp. relativním skluzu

$$T = f(w) \quad (1.16a)$$

$$T = f(s) \quad (1.16b)$$

a součinitele adheze ve vztahu k výše uvedeným parametrům

$$\mu = f(w) \quad (1.17a)$$

$$\mu = f(s) \quad (1.17b)$$

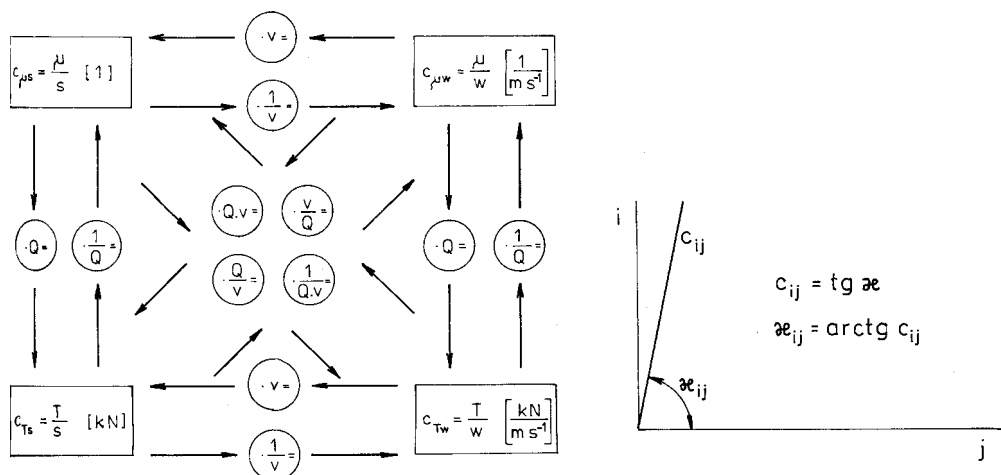
Závislosti lze vzájemně přepočítat např. podle schématu na obr. 2.1 z [3],

Terminologie není také tu zcela vyhraněna, ale můžeme přijmout:

1. pro závislosti  $T = f(w)$  resp.  $\mu = f(w)$  pojem rychlostní skluzové charakteristiky,
2. pro závislosti  $T = f(s)$  resp.  $\mu = f(s)$  pojem skluzové charakteristiky.

Obě formy pak můžeme zahrnout do jednotného názvu adhezní charakteristiky.

Správně bychom měli vztahy (1.16a resp. 1.16b) zapisovat  $T = -f(w)$  resp.  $T = -f(s)$ , nebo  $|T| = f(w)$  resp.  $|T| = f(s)$ , jak ostatně plyne ze vzorce (1.17). Zůstaneme však u způsobu běžně používaného v literatuře o adhezi.



Obr. 2.1

### Strmost vzestupné větve skluzové charakteristiky

Z hlediska využití adhezní charakteristiky je nejdůležitější využití vzestupné části a zejména její počáteční strmost. Stanovení strmosti počáteční fáze vzestupné větve skluzové charakteristiky je pro praktickou potřebu velmi důležité. Jde o významný charakterizační parametr, využitelný pro regulaci trakčního, resp. brzdného procesu realizovaného mezi kolem a kolejnici.

Jak bylo řešeno již v předchozí části, teoretické řešení, přesto že probíhá již 60 let, není dodnes jednoznačně ukončeno a stále jsou hledány vhodnější postupy, které by vystihly reálné podmínky a byly souhlasné s experimentálním ověřením. Přesné trojdimenzionální řešení je velmi komplikované a výsledky nejsou uspokojivé, jak ukazuje např. studie Saumwebera a Winkleho, kteří konstatují, že u firmy Knorr-Bremse GmbH se ukázala nepoužitelnost Kalkerovy adhezní elastické teorie pro návrh protiskluzových zařízení. Pokusím se proto nalézt vhodnější a relativně jednoduché vyjádření, které by současně bylo variabilně použitelné pro skutečné stavy povrchových vrstev stykových ploch kola i kolejnice. Současně byl hledán souhlas s provedenými experimenty jak na vozidlech, tak i na modelovém zařízení VŠDS.

Tečná síla mezi kolem a kolejnici  $T$  je obecně dána vztahem

$$T = \iint \tau(x, y) \cdot dx \cdot dy. \quad (2.1)$$

Řešení (2.1) pro eliptickou plošku provedl Freibauer [1] a získal vztah

$$T = 2 \cdot \frac{\varphi \cdot Q}{\delta} \cdot \left( \text{arc tg } \epsilon + \frac{\epsilon}{1 + \epsilon^2} \right). \quad (2.2)$$

kde:

$\varphi$  ..... součinitel tření

$Q$  ..... normálová síla

$\varepsilon$  ..... tangent nárůstu smykového napětí v oblasti lpění dotykové plošky.

Dá se prokázat a v dalším to bude využito, že vztah (2.2) platí i pro obdélníkovou plošku. Tento tvar plošky často uvažují v teoretických pracích např. Carter, Andrews nebo při experimentech na tenkých kotoučích (Fink, Krause apod.) Použitím definice  $\mu = T / Q$ , lze součinitel adheze vyjádřit jako

$$\mu = \frac{2}{\delta} \cdot \varphi \left( \operatorname{arc\,tg} \varepsilon + \frac{\varepsilon}{1 + \varepsilon^2} \right) . \quad (2.3)$$

V příspěvku [3] autor sledoval strmost charakteristiky, zejména její limitní hodnoty. Vyjdeme-li ze vztahu

$$c_{\mu ss} = \frac{d\mu}{ds} = \frac{d\mu}{d\varepsilon} \cdot \frac{d\varepsilon}{ds} \quad (2.4)$$

pak jednoduché řešení za předpokladu konstantního, nebo málo proměnného součinitele tření  $\varphi$  je:

$$\frac{d\mu}{d\varepsilon} = \frac{2\varphi}{\delta} \cdot \frac{2}{(1 + \varepsilon^2)^2} ; \quad \frac{d\varepsilon}{ds} = \frac{1}{\rho \cdot \varphi} ,$$

$\rho$  ..... konstanta styku kola s kolejnicí.

Dílčí derivace  $d\mu / d\varepsilon$  vzorce (2.3) má limitní hodnotu  $(d\mu / d\varepsilon)_{\max} = (4 / \pi) \cdot \varphi$  vyjadřující její počáteční sklon. Názornější je vyjádření (2.3) v poměrném tvaru

$$\frac{\mu}{\varphi} = \frac{2}{\delta} \left( \operatorname{arctg} \varepsilon + \frac{\varepsilon}{1 + \varepsilon^2} \right) \quad (2.5)$$

Průběh (2.5) lze v počáteční fázi nahradit přímkou  $\mu / \varphi = (4 / \pi) \cdot \varepsilon$ , která dosahuje hodnoty  $\mu / \varphi = 1$  pro  $\varepsilon = \frac{\delta}{4} \approx 0,785$ . Vlastní křivka samozřejmě limituje hodnoty  $\mu / \varphi = 1$  až pro  $\varepsilon \rightarrow \infty$ , kdy výraz v závorce u (2.5) se blíží  $\pi / 2$ .

Výsledná derivace  $d\mu / ds$  má pak vyjádření

$$c_{\mu ss} = \frac{d\mu}{ds} = \frac{2\varphi}{\delta} \left[ \frac{2}{(1 + \varepsilon^2)^2} \right] \cdot \frac{1}{\rho\varphi} = \frac{4}{\delta} \cdot \frac{1}{\rho} \left[ \frac{1}{(1 + \varepsilon^2)^2} \right] , \quad (2.6)$$

kde nejdůležitější je zjištění, že limitní hodnota strmosti (pro  $\varepsilon \rightarrow 0$ ) je nezávislá na součiniteli tření a mimo konstanty  $4 / \pi$  závisí jen na parametru styku kola s kolejnicí  $\rho$ . Uvážíme-li dříve uvedené alternativy, dotykové plošky jsou hodnoty strmosti funkcí  $\mu = f(s)$  pro plošku:

- eliptickou

$$c_{\mu ss} = \frac{4}{\delta} \cdot \frac{2\delta}{3} \cdot \frac{a^2 \cdot b \cdot K}{Q} \cdot \left[ \frac{1}{(1 + \varepsilon^2)^2} \right] = \frac{8}{3} \cdot \frac{1}{(1 + \varepsilon^2)^2} \cdot \frac{a^2 \cdot b \cdot K}{Q} \quad (2.7a)$$

- obdélníkovou

$$c_{\mu s} = \frac{4}{\delta} \cdot \frac{\delta}{2} \cdot \frac{a^2 \cdot l \cdot K}{Q} \cdot \frac{1}{(1+\varepsilon^2)^2} = 2 \cdot \frac{1}{(1+\varepsilon^2)^2} \cdot \frac{a^2 \cdot l \cdot K}{Q} \quad (2.7b)$$

Ze vzorců je zřejmé, že rozhodující jsou parametry dotykové plošky (a , b resp. l), normálové zatížení Q a velikost konstanty materiálu K. Člen [ 1 / (1+ε<sup>2</sup>)<sup>2</sup>] má význam korekčního faktoru a dovoluje sledovat postupný pokles c<sub>μs</sub> v závislosti na skluzu s.

Zajímavá je i další skutečnost. Ve svých pracích, vzniklých nezávisle na sobě, řešili Kalker [1] i Freibauer [2], obecný případ tečných sil T<sub>x</sub> , T<sub>y</sub> a spinového momentu M<sub>s</sub> v eliptické dotykové plošce a došli k závěrům vyjadřujícím limitní strmost a získali vztahy

$$c_{11} = c_{22} = \frac{T_x}{s_x} = \frac{T_y}{s_y} = \frac{8}{3} a^2 \cdot b \cdot K \quad (2.8a)$$

$$c_{23} = -c_{32} = \frac{T_y m}{\frac{\omega_s}{v}} = \frac{\pi}{4} a^3 \cdot b \cdot K \quad (2.8b)$$

$$c_{33} = \frac{M_s}{\frac{\omega_s}{v}} = \frac{8}{15} a^2 \cdot b^3 \cdot K \quad , \quad (2.8c)$$

kde:

T<sub>y</sub>m ..... je příčná síla rezultující ze spinu;

ω<sub>s</sub> ..... je spinová úhlová rychlost a

v ..... je postupná rychlost kola.

Vzorce vyjadřují strmost závislosti tečné síly, resp. momentu na skluzu, resp. spinovém skluzu. Vzorce získané Freibauerem i Kalkerem jsou identické, jen Kalker konstantu K zapisuje ve formě 1/S a nazývá ji poddajností povrchu.

Použijeme-li pojmy ekvivalentní síly X, Y a pro spinový moment ekvivalent Z , lze vzájemné vztahy z (2.8) vyjádřit maticově

$$\begin{bmatrix} c_{11} & 0 & 0 \\ 0 & c_{22} & c_{23} \\ 0 & c_{32} & c_{33} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} s_x \\ s_y \\ \omega_s/v \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix} \quad (2.9)$$

Použijeme-li vzorec (2.7a) a přepočítáme c<sub>Ts</sub> = Q · c<sub>μs</sub> na reálnou hodnotu směrnice vyvinutelné tečné (trakční) či brzděné síly (viz obr. 2.1), dostáváme pro obdélníkovou plošku vztah

$$c_{Ts} = \frac{8}{3} \cdot \frac{1}{(1+\varepsilon^2)^2} \cdot a^2 \cdot b \cdot K \quad , \quad (2.10)$$

a maximální hodnota (2.10) pro ε → 0, kdy [ 1/(1+ε<sup>2</sup>)<sup>2</sup> ] → 1, je

$$c_{Ts \max} = \frac{8}{3} \cdot a^2 \cdot b \cdot K = c_{11} \quad , \quad (2.11a)$$

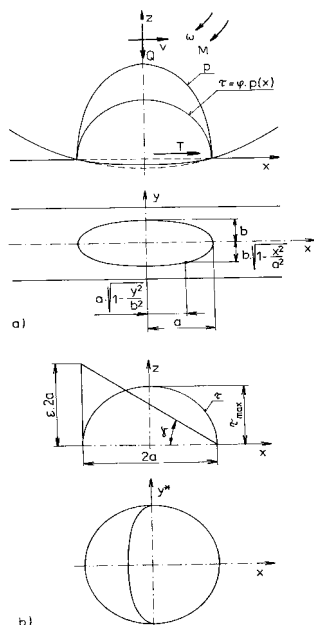
tedy vztahy (2.8a) a (2.11a) jsou identické.

Pro obdélníkovou plošku pak pro  $\varepsilon \rightarrow 0$  dostáváme

$$c_{Ts \max} = 2 \cdot a^2 \cdot l \cdot K \quad (2.11b)$$

Pokud by byla šířka  $l=2$ , dostáváme

$$c_{Ts \max} = 4 \cdot a^2 \cdot b \cdot K \quad (2.11c)$$



Konstanta 8/3 pro eliptickou plošku přechází na hodnotu 4 u plošky obdélníkové.

Tady nalézáme jednoduchý klíč k teoretickému řešení limitní strmosti  $dT/ds$  pracovní (efektivní) vzestupné větve adhezni charakteristiky typu  $T = f(s)$ . Rozměrové parametry styku plošky jsou poměrně zřejmé. Rozhodující otázkou je znalost konstanty materiálu  $K$  [ $N / m^3$ ]. Autor provedl řadu měření na modelovém zkušebním zařízení a jeho výsledkem je porovnání rozmezí teoretického intervalu  $K \in <15 \cdot 10^9 ; 25 \cdot 10^9 >$  s opakovaným měřením (obr. 2.2). Z výsledků je zřejmé, že pro základní hodnotu výpočtu lze přijmout konstantu materiálu  $K = 20 \cdot 10^9 N/m^3$ .

S přihlédnutím ke vztahům (1.6) resp. (1.7) a (2.11), tedy vztahu konstant  $\xi$  a  $\eta$ , k hodnotám  $\underline{a}$  i  $\underline{b}$ , při respektování obsahu třetí odmocniny (1.6) resp. (1.7) a konkrétní hodnoty  $K = 20 \cdot 10^9 N/m^3$  [3] je výsledný tvar

$$c_{Ts \max} = 7,38 \cdot 10^2 \cdot r_{1x} \cdot Q \left[ \frac{(0,3 r_{1x} / r_{1y} + 0,7)}{(r_{1x} / r_{1y} + 1)} \right] \cdot [\text{kN}; \text{m}; \text{kN}; \text{m}] \quad (2.12a)$$

Po dosazení konkrétních hodnot, normálové kolové síly  $Q$ , příslušných hlavních poloměrů kola  $r_{1x}$  resp. kolejnice  $r_{2y}$ , získáme příslušné hodnoty limitní strmosti vzestupné větve  $T = f(s)$ . Obdobný, ale složitější vztah bychom získali při respektování příčných poloměrů kola  $r_{1y}$  pro příslušné příčné posuny jízdního profilu UIC – ORE v koleji.

Velmi zjednodušený tvar (2.12a) lze získat pro reálné uvažování  $r_{1x} = 0,5 ; r_{2y} = 0,3$  [m] pro dosazení do závorky, kdy výsledkem je orientační vzorec

$$c_{Ts \max} \approx 333 \cdot r_{1x} \cdot Q, [\text{kN}; \text{m}; \text{kN}] \quad (2.12b)$$

Tady je nutné upozornit na obdobné vzorce Cartera

$$c_{Ts \max} = 1,46 \cdot 10^3 \sqrt{r_{1x} \cdot Q}, [\text{kN}; \text{m}; \text{kN}] \quad (2.13)$$

či Kalkera

$$c_{Ts \max} = E \cdot a \cdot b \left( 1,25 + 0,4 \frac{a}{b} \right), [\text{kN}, \text{m}] \quad (2.14a)$$

a zjednodušeně



$$C_{Ts \max} = 754 \cdot Q^{2/3} \quad (2.14b)$$

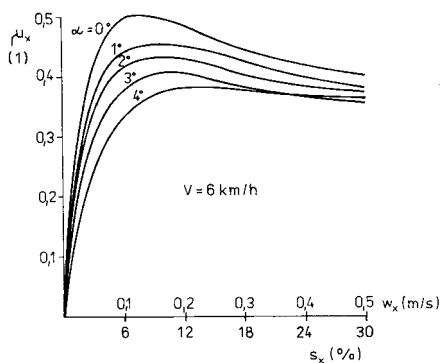
Pokud porovnáme výsledky pro srovnatelné podmínky  $Q = 100 \text{ kN}$  a  $r_{1x} = 0,5 \text{ m}$ , získáme hodnoty:

- (2.12a)  $\rightarrow C_{Ts \max} = 1,75 \cdot 10^4 \text{ kN}$
- (2.12b)  $\rightarrow C_{Ts \max} = 1,66 \cdot 10^4 \text{ kN}$
- (2.13)  $\rightarrow C_{Ts \max} = 1,03 \cdot 10^4 \text{ kN}$
- (2.14a)  $\rightarrow C_{Ts \max} = 1,55 \cdot 10^4 \text{ kN}$
- (2.14b)  $\rightarrow C_{Ts \max} = 1,64 \cdot 10^4 \text{ kN}$ ,

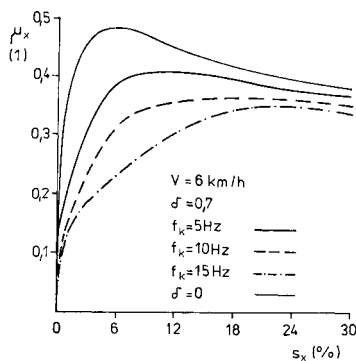
tedy poměrně dobrá vzájemná shoda a navíc shoda i s experimenty Bonadera na el. lokomotivě FS-445 a Zeevenhoovera na el. lokomotivě NS –1600 P.

### Závěr

Tolik tedy teoretický rozbor problému, kdy jsme stanovovali pouze limitní (počáteční) strmost vzestupné větve. Podstatně důležitější je však další průběh větve a to jak za ideálních podmínek, tak podmínek deformujících adhezní charakteristiky. Mezi ně patří vliv úhlu náběhu  $\alpha$ , i vliv dynamických změn normálové zátěžové síly a její frekvence.



**Obr. 2.3**

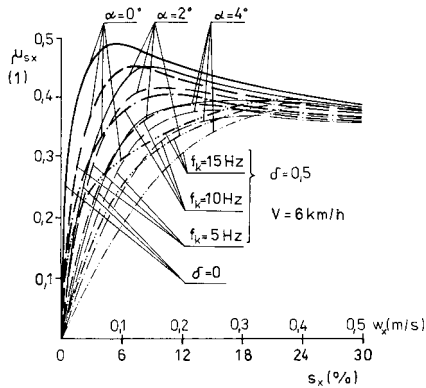


**Obr. 2.4**

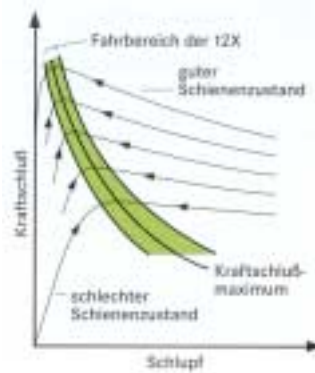
Tyto dva fenomény jsme zkoumali na modelovém zkušebním zařízení a výsledky jsou např. na obr. 2.3 a obr. 2.4. Jejich případná souhra má pak ještě významnější dopad na výslednou deformaci křivek jako ukazuje obr. 2.5.

K těmto zhoršeným podmínkám je třeba přihlížet při stanovování parametrů řídicích systémů trakčních i brzdových systémů reálných vozidel. Je jen potěšitelné, že předpokládané a modelově ověřené tendence deformací charakteristik jsou dnes již plně respektovány při návrhu zařízení regulujícího trakční sílu. Dokumentuje to obr. 2.6 pro návrh software řízení pohonu vysokovýkonného regulátoru na bázi 32bitového

mikro počítače, který garantuje rychlé přizpůsobení měnícím se adhezním podmínkám a který je použit u německé el. lokomotivy 12X [4].



**Obr. 2.5**



**Obr. 2.6**

Tato lokomotiva byla v podstatě prototyp nově zaváděné řady BR 101; 4nápravových německých lokomotiv o výkonu 6 400 kW, max. rychlosti 220 km/h a max. tažné síly 300 kN a hmotnosti 86 t. Obdobně konstruovaná, jen s menším výkonem, je zaváděna řada BR 145 i její dvouproudá alternativa 185. Tato vozidla, v počtu stovek kusů, znamenají nejvýznamnější generační výměnu inovace lokomotivního parku DBAG, kde právě jednou z nejpodstatnějších zadávacích podmínek (Lastenheft), byla podmínka co nejeefektivnějšího přenosu tečných sil mezi kolem a kolejnici.

*Lektoroval: Doc. Ing. Karel Sellner, CSc.*

Předloženo v lednu 2000.

### Literatura

- [1] Kalker, J.J.: On the contact of two elastic bodies in the presence of dry friction, Diss., TH Delft 1967
- [2] Freibauer, L.: Adheze kola vozidla na dráze, 7.věd.konference VŠDS Žilina 1983, s. 214-219
- [3] Čáp, J.: Některé otázky vztahu třecí a adhezní charakteristiky ve styku kola s kolejnici, Železniční technika 18/88, č. 2, s. 66-69
- [4] Segieth, Ch.: Die AEG Hochleistungslokomotive 12X – Basis einer neuen Lokomotivfamilie, ETR 44/1995, č. 1-2, s. 73-80.

## **Resumé**

### **Teoretický rozbor tečných a interaktivních sil ve styku kolo kolejnice**

Jaroslav ČÁP

Příspěvek nejprve objasňuje pojem adheze ve vztahu k formám tření. Přináší stručný historický přehled teoretického a experimentálního výzkumu adheze. Po obecném řešení styku kola s kolejnicí se zabývá stanovováním strmosti vzestupné větve adhezní charakteristiky a její limitní hodnoty.

## **Summary**

### **Theoretical analysis of tangential and interactive forces in railway wheel - rail contact.**

Jaroslav ČÁP

The contribution first clears up the term adhesion related to the forms of friction. Author gives the short historical survey of theoretical as well as experimental research of adhesion. After the general solution to the railway wheel - rail contact, the paper deals with the determination of sheerness of ascending branch of adhesion characteristic and its limit value.

## **Zusammenfassung**

### **Theoretische Analyse der Tangential- und Interaktivkräfte im Kontakt Rad/Schiene**

Jaroslav ČÁP

Der Beitrag erläutert zuerst den Begriff Adhäsion in Beziehung zu einzelnen Formen der Reibung. Er bringt einen kurzen historischen Überblick der theoretischen und experimentellen Adhäsionsforschung. Nach der allgemeinen Lösung der Berührung Rad-Schiene befasst er sich mit der Festlegung der Steilheit des aufsteigenden Zweiges der Adhäsionscharakteristik und ihres Grenzwertes.