

SCIENTIFIC PAPERS  
OF THE UNIVERSITY OF PARDUBICE  
Series B  
The Jan Perner Transport Faculty  
10 (2004)

## POUŽITÍ KALMANOVY FILTRACE PRO ŘEŠENÍ ÚLOH V DOPRAVĚ

Jiří KONEČNÝ

Katedra elektrotechniky, elektroniky a zabezpečovací techniky v dopravě

### Úvod

Kalmanova filtrace je od doby svého zveřejnění, [1], velmi používanou metodou pro sledování chování nejrůznějších dynamických systémů, zejména pokud na ně působí náhodné vlivy. Pravděpodobně nejnámější je její použití v radarové technice pro sledování polohy cílů, např. [2], [3]. Používá se ale pro sledování parametrů v jakýchkoliv systémech, jejichž činnost je rušena náhodnými vlivy (procesy) způsobujícími, že sledované veličiny jsou zarušené, pořípadě jejichž měření se navíc provádí zprostředkovaně.

Sledování polohy cílů radary vlastně patří také do dopravy (zvláště letecké). Kalmanova filtrace se ale úspěšně používá např. i pro sledování polohy vlaků, [4], nebo vozidel na silnici. Pro sledování a řízení dopravních prostředků a systémů se kromě radarových a nejrůznějších dalších (nejčastěji rádiových) prostředků používají stále častěji optické systémy (kamery). Kalmanova filtrace i zde nachází časté uplatnění, např. [5], [6]. Použití optických systémů pro sledování a řízení dopravy a dopravních prostředků lze pokládat za velmi perspektivní a lze očekávat, že mnohé problémy budou řešeny také Kalmanovou filtrací. V současné době se klasická Kalmanova filtrace využívá v nejrůznějších nových variantách a ve spojení se systémy využívajícími znalostníchází a umělé inteligence, [7].

## Kalmanův filtr pro sledování dráhy ujeté vlakem

Skutečná dráha ujetá vlakem je běžně velmi komplikovanou funkcí času. Tuto funkci neznáme a pohyb vlaku sledujeme pomocí měření zatížených chybami. Abychom mohli vyhodnocovat účinnost Kalmanova filtru při zpracování měření, potřebujeme vycházet z nějakého konkrétního (i když idealizovaného) časového průběhu dráhy ujeté vlakem. Předpokládejme, že pohyb vlaku po kolejích je dán vztahem pro ujetou dráhu

$$x(t) = x_0 + v \cdot t + (1/2) \cdot a \cdot t^2 \quad (1)$$

Volbou tří konstant:  $x_0$  - vzdálenost vlaku v okamžiku  $t=0$ ,

$v$  - rychlost pohybu vlaku v okamžiku  $t=0$ ,

$a$  - zrychlení vlaku nezávislé na čase,

můžeme zadat jakýkoliv zrychlený pohyb vlaku.

Předpokládejme, že pohyb vlaku budeme sledovat pro vektor časových okamžiků

$$\mathbf{t} = \begin{bmatrix} t_1 \\ t_2 \\ \vdots \\ t_N \end{bmatrix}. \quad (2)$$

Potom vektor vzdáleností odpovídajících daným okamžikům bude

$$\begin{aligned} \mathbf{xm} &= \begin{bmatrix} xm_1 \\ xm_2 \\ \vdots \\ xm_N \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_0 + v \cdot t_1 + (1/2) \cdot a \cdot t_1^2 \\ x_0 + v \cdot t_2 + (1/2) \cdot a \cdot t_2^2 \\ \vdots \\ x_0 + v \cdot t_N + (1/2) \cdot a \cdot t_N^2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_0 \\ x_0 \\ \vdots \\ x_0 \end{bmatrix} + v \cdot \begin{bmatrix} t_1 \\ t_2 \\ \vdots \\ t_N \end{bmatrix} + (1/2) \cdot a \cdot \begin{bmatrix} t_1^2 \\ t_2^2 \\ \vdots \\ t_N^2 \end{bmatrix} = \\ &= x_0 \cdot \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ \vdots \\ 1 \end{bmatrix} + v \cdot \begin{bmatrix} t_1 \\ t_2 \\ \vdots \\ t_N \end{bmatrix} + (1/2) \cdot a \cdot \begin{bmatrix} t_1 \\ t_2 \\ \vdots \\ t_N \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} t_1 \\ t_2 \\ \vdots \\ t_N \end{bmatrix} = \mathbf{x}_0 + v \cdot \mathbf{t} + (1/2) \cdot a \cdot \mathbf{t} \cdot \mathbf{t}. \quad (3) \end{aligned}$$

Skutečnou dráhu vlaku (tedy tu ideální) máme podchycenou vektorem  $\mathbf{xm}$ , vztah [3]. Měřením (ať už provedeným ve vlaku nebo prostředky mimo vlak) zjistíme vzdálenosti vlaku pro okamžiky dané vektorem  $\mathbf{t}$ . Pro simulační výpočty chování Kalmanova filtru použijeme vektor naměřených vzdáleností určený následujícím vztahem.

$$\mathbf{ym} = \begin{bmatrix} ym_1 \\ ym_2 \\ \vdots \\ ym_N \end{bmatrix} = smx \cdot randn(N,1) + \begin{bmatrix} xm_1 \\ xm_2 \\ \vdots \\ xm_N \end{bmatrix} = smx \cdot randn(N,1) + \mathbf{xm}. \quad (4)$$

Jiří Konečný:

$randn$  .....je náhodná proměnná s normovanou normální hustotou pravděpodobnosti,  
 $randn(N, 1)$  .....je celý vektor o  $N$  prvcích normovaných normálních náhodných proměnných,  
 $smx$  .....je standardní odchylka měření vzdálenosti.

Skutečnou dráhu vlaku neznáme, musíme ji zjišťovat jen podle měření zatížených chybami. Můžeme se pokusit zjišťovat ji např. tak, že za polohu vlaku budeme považovat polohu naměřenou. Lepší výsledky můžeme ale dosáhnout zpracováním naměřených vzdáleností z více okamžiků – filtrací. Velmi vhodná a často užívaná je filtrace Kalmanova.

Pro Kalmanovu filtraci polohy vlaku sestavíme rovnice

$$\begin{aligned} \mathbf{x}(t+1) &= \mathbf{A} \cdot \mathbf{x}(t) + \mathbf{B} \cdot \mathbf{u}(t) + \mathbf{v}(t) \\ \mathbf{y}(t) &= \mathbf{C} \cdot \mathbf{x}(t) + \mathbf{D} \cdot \mathbf{u}(t) + \mathbf{e}(t) \end{aligned} \quad (5)$$

$\mathbf{x}(t)$  .....je stavový vektor sledovaného systému v kroku  $t$ , v našem případě zahrnující (mimo jiné) informaci o vzdálenosti vlaku,  
 $\mathbf{y}(t)$  .....je vektor měření v kroku  $t$ , předpokládáme, že jednou z položek je naměřená vzdálenost v kroku  $t$ ,  
 $\mathbf{u}(t)$  .....je vektor řídicích veličin,  
 $\mathbf{v}(t)$  .....je vektor šumu procesu,  
 $\mathbf{e}(t)$  .....je vektor šumu měření,  
 $\mathbf{A}, \mathbf{B}, \mathbf{C}, \mathbf{D}$  .....jsou matice zprostředkující souvislost mezi vektory v rovnicích, jsou dány chováním systému.

První z rovnic udává stavový vektor sledovaného systému v příštím kroku, druhá vektor měření v současném kroku. Protože nepředpokládáme znalost ovlivňování systému řídicími signály, rovnice (5) se zjednoduší na

$$\begin{aligned} \mathbf{x}(t+1) &= \mathbf{A} \cdot \mathbf{x}(t) + \mathbf{v}(t) \\ \mathbf{y}(t) &= \mathbf{C} \cdot \mathbf{x}(t) + \mathbf{e}(t) \end{aligned} \quad (6)$$

Chování našeho systému pro zjišťování vzdálenosti ujeté vlakem charakterizujeme velmi jednoduchým stavovým vektorem složeným jen ze vzdálenosti a rychlosti vlaku (derivace vzdálenosti podle času)

$$\mathbf{x}(t) = \begin{bmatrix} x(t) \\ \dot{x}(t) \end{bmatrix}. \quad (7)$$

Udáme-li, jak závisí stavový vektor v následujícím kroku na stavovém vektoru v současném kroku, získáme matici přechodu stavu  $\mathbf{A}$ . Vybereme následující model pro chování systému.

$$\mathbf{x}(t+1) = \begin{bmatrix} x(t+1) \\ \dot{x}(t+1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x(t) + \dot{x}(t) \cdot T \\ \dot{x}(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & T \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x(t) \\ \dot{x}(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & T \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \mathbf{x}(t) = \mathbf{A} \cdot \mathbf{x}(t). \quad (8)$$

Takový model chování systému se vyznačuje tím, že dráha v následujícím kroku je rovna dráze v kroku současném zvětšená o přírůstek daný součinem rychlosti v současném kroku a přírůstku času mezi následujícím a současným krokem, rychlost v následujícím kroku je stejná jako v současném. Je zřejmé, že takový model (dráha narůstající rovnoměrně s časem) příliš neodpovídá dráze narůstající se zrychlením. Předpokladem nenulového šumu procesu dosáhneme dobrého sledování skutečné dráhy i při takto jednoduchém modelu chování systému. Dál budeme předpokládat, že vektor měření má jen jediný prvek a že měřená hodnota je až na chybu určena hodnotou skutečnou.

$$\mathbf{y}(t) = [y(t)] = [1 \cdot x(t) + 0 \cdot \dot{x}(t)] = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x(t) \\ \dot{x}(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix} \cdot \mathbf{x}(t) = \mathbf{C} \cdot \mathbf{x}(t). \quad (9)$$

V soustavě rovnic (6) jsme zatím neurčili  $\mathbf{v}(t)$  a  $\mathbf{e}(t)$ .  $\mathbf{v}(t)$  je vektor šumu procesu. Protože uvažujeme stavový vektor o dvou složkách (vzdálenost a rychlost), má vektor šumu procesu také dvě složky, chybu určení vzdálenosti a chybu určení rychlosti.  $\mathbf{e}(t)$  je vektor šumu měření. Vektor měření uvažujeme o jediné složce (měřená vzdálenost), proto je také vektor šumu měření jednosložkový a představuje odchylku naměřené vzdálenosti od skutečné. Všechny šumové složky předpokládáme náhodné s nulovou střední hodnotou.

$$\mathbf{v}(t) = \begin{bmatrix} v_x(t) \\ v_{\dot{x}}(t) \end{bmatrix}, \quad \mathbf{e}(t) = [e_y(t)]. \quad (10)$$

Pro Kalmanovu filtraci potřebujeme varianční matici šumu procesu  $\mathbf{Q}$  a varianční matici šumu měření  $\mathbf{R}$ .

$$\mathbf{Q} = \text{var}(\mathbf{v}(t)) = \begin{bmatrix} \text{var}(v_x) & \text{cov}(v_x, v_{\dot{x}}) \\ \text{cov}(v_{\dot{x}}, v_x) & \text{var}(v_{\dot{x}}) \end{bmatrix}, \quad \mathbf{R} = \text{var}(\mathbf{e}(t)) = [\text{var}(e_y)]. \quad (11)$$

V soustavě rovnic (6) je to stavový vektor  $\mathbf{x}(t)$ , který potřebujeme řešením nalézt. Do stavového vektoru jsme zahrnuli veličiny, které nás z hlediska vývoje procesu zajímají. Rovnice měření nám umožňuje na základě souvislosti měření a stavového vektoru korigovat stavový vektor tak, aby vývoj procesu probíhal v souladu se skutečně naměřenými hodnotami. V rovnicích (6) vystupuje celá řada náhodných proměnných, řešení  $\mathbf{x}(t)$  je proto také náhodnou proměnnou a nelze je nalézt běžným způsobem. Hledáme takové konkrétní řešení  $\mathbf{x}(t)$ , které je v určitém smyslu optimální. Takové řešení se označuje jako  $\hat{\mathbf{x}}(t)$  a je to v určitém smyslu nejlepší odhad  $\mathbf{x}(t)$ . Řešení Kalmanovou filtrací minimalizuje střední hodnotu stopy korelační matice chyb odhadu, tedy matice

$$\mathbf{P}(t) = E[(\mathbf{x}(t) - \hat{\mathbf{x}}(t)) \cdot (\mathbf{x}(t) - \hat{\mathbf{x}}(t))^T]. \quad (12)$$

Minimalizuje se střední hodnota veličiny

$$J = (\mathbf{x}(t) - \hat{\mathbf{x}}(t))^T \cdot (\mathbf{x}(t) - \hat{\mathbf{x}}(t)), \quad (13)$$

sumy druhých mocnin odchylek odhadu od skutečných hodnot. Kalmanův filtr používá lineární odhad, který vyžaduje znalost několika základních parametrů náhodných veličin. Odvození následujících vztahů pomocí teorie odhadu by bylo zdlouhavé, proto odkazujeme např. na [8].

Kalmanova filtrace daná řešením soustavy rovnic (6) probíhá jako sled opakujících se dvou kroků. Datového krouku, v němž na základě měření v kroku  $t$ ,  $\mathbf{y}(t)$ , zpřesníme odhad stavového vektoru a korelační matici chyb odhadu nalezené z dat (informace) až do předchozího kroku  $t-1$  a získáme tak tyto dvě veličiny určené na základě znalosti dat až do krouku  $t$ ,

$$\begin{aligned} \mathbf{P}(t/t) &= \mathbf{P}(t/t-1) - \mathbf{P}(t/t-1) \cdot \mathbf{C}^T \cdot (\mathbf{C} \cdot \mathbf{P}(t/t-1) \cdot \mathbf{C}^T + \mathbf{R})^{-1} \cdot \mathbf{C} \cdot \mathbf{P}(t/t-1) \\ \hat{\mathbf{x}}(t/t) &= \hat{\mathbf{x}}(t/t-1) + \mathbf{P}(t/t-1) \cdot \mathbf{C}^T \cdot (\mathbf{C} \cdot \mathbf{P}(t/t-1) \cdot \mathbf{C}^T + \mathbf{R})^{-1} \cdot (\mathbf{y}(t) - \mathbf{C} \cdot \hat{\mathbf{x}}(t/t-1)) \end{aligned} \quad (14)$$

a krouku predikčního, v němž na základě znalosti odhadu stavového vektoru a korelační matice chyby v kroku  $t$  určených ze znalosti dat až do kroku  $t$  v souladu s dynamickými vlastnostmi systému určíme odhad stavového vektoru a korelační matici chyb v kroku  $t+1$  z dat až do kroku  $t$ ,

$$\begin{aligned} \mathbf{P}(t+1/t) &= \mathbf{A} \cdot \mathbf{P}(t/t) \cdot \mathbf{A}^T + \mathbf{Q} \\ \hat{\mathbf{x}}(t+1/t) &= \mathbf{A} \cdot \hat{\mathbf{x}}(t/t) \end{aligned} \quad (15)$$

Rovnice (14) a (15) (pro něž jsme již určili všechny parametry, které v nich vystupují) umožňují rekursivní řešení soustavy rovnic (6). Pro řešení potřebujeme ještě výchozí odhad stavového vektoru a korelační matice chyb a konkretizovat prvky variančních matic šumů procesu a měření. Běžně se vychází z odhadu stavového vektoru a korelační matice chyb v kroku 0 provedených na základě znalosti dat až do kroku  $-1$ ,  $\hat{\mathbf{x}}(0/-1)$  a  $\mathbf{P}(0/-1)$ . Tyto dvě veličiny ale určíme na základě apriorních znalostí o systému. Podle vztahu (1) jsou dráha a rychlost v okamžiku 0 (krok 0) rovny  $x_0$  a  $v$ ,

proto počáteční odhad stavového vektoru bude  $\hat{\mathbf{x}}(0/-1) = \begin{bmatrix} x(0/-1) \\ \dot{x}(0/-1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_0 \\ v \end{bmatrix}$ . Pro

počáteční korelační matici chyb odhadu stavového vektoru potřebujeme znát variance a vzájemné kovariance jednotlivých prvků chybového vektoru, pro začátek můžeme vycházet z toho, že z těchto veličin známe jen varianci chyby odhadu vzdálenosti  $\text{var}(x(0/-1) - \hat{x}(0/-1))$ , kterou položíme rovnu  $(smx)^2$ . Počáteční matice chyby odhadu

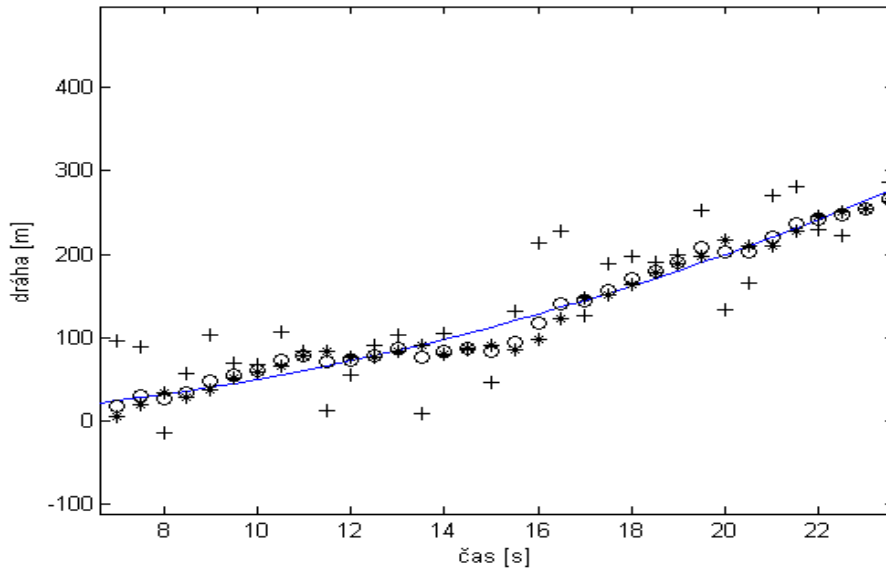
pak bude  $\mathbf{P}(0/-1) = \begin{bmatrix} (smx)^2 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$ . Pokud prvky pro počáteční odhad vektoru stavu a

korelační matice neurčíme zcela správně, můžeme předpokládat, že v průběhu výpočtů vliv počátečních hodnot odezní. Ve varianční matici šumu procesu můžeme pro první simulace uvažovat všechny prvky nulové, chceme-li ale aby filtr správně sledoval skutečný pohyb vlaku musíme připustit alespoň varianci rychlosti nenulovou. Varianční matice šumu měření má jediný prvek, a budeme předpokládat, že je rovný varianci měření vzdálenosti  $(smx)^2$ .

Podle vztahů (14) a (15) můžeme nyní ze známých  $\hat{\mathbf{x}}(0/-1)$  a  $\mathbf{P}(0/-1)$  vypočítat  $\hat{\mathbf{x}}(0/0)$  a  $\mathbf{P}(0/0)$ , z nich pak  $\hat{\mathbf{x}}(1/0)$  a  $\mathbf{P}(1/0)$ , a takto pokračovat stále dál. První výpočty byly prováděny pro konstantní časový interval mezi kroky,  $T$ . Do grafu se vynášela závislost ideální dráhy ujeté vlakem (tu v reálném případě neznáme, hodnoty matice  $\mathbf{xm}$ ) a měřené hodnoty ujeté dráhy (z matice  $\mathbf{ym}$ ) na čase (daném okamžiky v matici  $\mathbf{t}$ ). Dál ke každému okamžiku byly vynášeny hodnoty ujeté dráhy určené v datovém a predikčním kroku. Hodnoty dráhy určené v datovém kroku jsou prvky vektoru  $\mathbf{xdk}$  a hodnoty určené v predikčním kroku prvky vektoru  $\mathbf{xpk}$ . Pro Kalmanovu filtraci dráhy vlaku byl sestaven program v jazyku Matlab. Změnami v programu je možné provádět Kalmanovu filtraci dráhy ujeté vlakem za nejrůznějších podmínek a posoudit tak vlastnosti Kalmanovy filtrace dráhy za všech žádaných předpokladů.

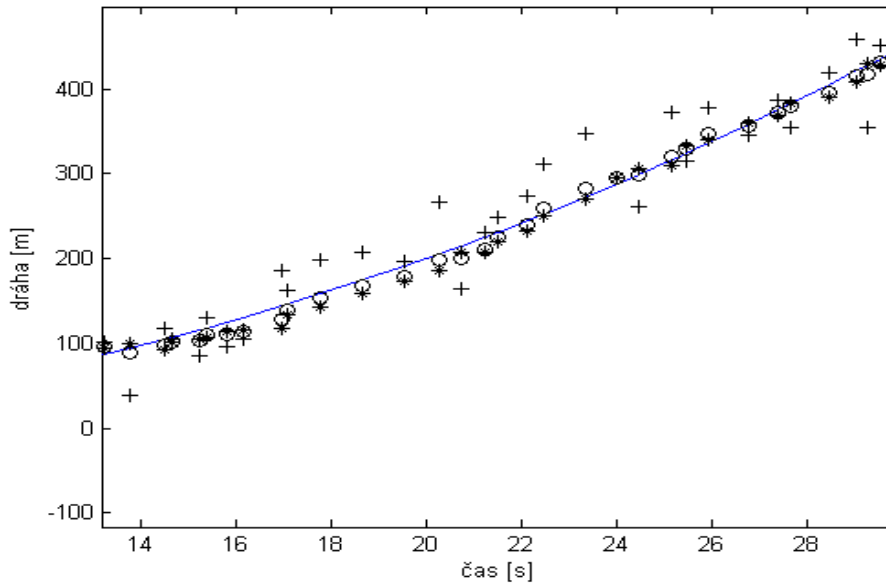
Častým případem při zjišťování dráhy ujeté vlakem může být měření vzdálenosti prováděné v nerovnoměrně rozložených okamžicích. V takovém případě je nutno uvažovat matici přechodu  $\mathbf{A}$  závislou na čase. Pro zjištění vlastností Kalmanovy filtrace za takových podmínek byl původní program modifikován a to v části “% zadání vektoru času” a v části “% vlastní filtrace”. Pro simulační účely uvažuje program časový krok složený ze stálé složky a rovnoměrně rozložené náhodné složky. (Aby úpravy vnesené do programu byly co nejmenší, program odhad vzdálenosti v posledním predikčním a datovém datovém kroku  $N$ , nepočítá a přiřazuje jim nulovou hodnotu.)

Program a jeho upravované části jsou uvedeny dále v článku. Pomocí těchto programů bylo provedeno množství simulačních výpočtů a zjištěno chování Kalmanova filtru pro nejrůznější předpoklady o pohybu vlaku, varianci šumových proměnných, výchozích odhadech stavového vektoru a korelačních matic chyb odhadu. Zde uvádíme jen dvě ukázky závislosti dráhy vlaku, měřené vzdálenosti a odhadu vzdálenosti určené v predikčním a datovém kroku na čase. Jednu pro konstantní časový interval mezi kroky, **obr. 1**, a jednu pro proměnný časový interval mezi kroky, **obr. 2**. Konstantní časový interval mezi kroky byl 0.5 [s], průměrná hodnota proměnného časového intervalu byla také 0.5 [s]. V obou případech počáteční vzdálenost, počáteční rychlost a zrychlení činily  $x_0 = 0$  [m],  $v = 0$  [m/s],  $a = 1$  [m/s<sup>2</sup>], standardní odchylka měření vzdálenosti činila  $smx = 40$  [m]. V počáteční korelační matici chyb odhadu jsme uvažovali nenulovou jen varianci vzdálenosti rovnou druhé mocnině standardní odchylky měření vzdálenosti a stejnou hodnotu měla i variance vzdálenosti ve varianční matici měření. Ve varianční matici šumu procesu jsme uvažovali nenulovou pouze varianci pro rychlost, kterou jsme položili rovnou 2 [m<sup>2</sup>/s<sup>2</sup>].



**Obr. 1** Kalmanova filtrace dráhy pro konstantní časový interval mezi kroky

**Fig. 1** Kalmans filtering with constant time interval



**Obr. 2** Kalmanova filtrace dráhy pro proměnný časový interval mezi kroky

**Fig. 2** Kalmans filtering with varying time interval

## Kalmanův filtr pro konstantní časový krok měření

```
% zadani vektoru casu
t1=0;
tN=30;
T=1;
t=[t1:T:tN]; t=t';
N=size(t,1);

% parametry pro vypocet ujete vzdalenosti vlaku
x0=0;
v=0;
a=1;

% vektor vzdalenosti vlaku odpovidajici vektoru
casu
jed=ones(N,1);
xm=x0*jed+v*t+0.5*a*t.*t;
plot(t,xm);
hold on;

% standardni odchylna mereni vzdalenosti
smx=20;

% vektor merenych vzdalenosti odpovidajici
vektoru casu
ym=xm+smx*randn(N,1);
plot(t,ym,'k+');

% matice prechodu a mereni
A=[1,T,0,1];
C=[1,0];

% pocatecni odhad stavoveho vektoru
xp=[x0;v];

% variance vzdalenosti, kovariance vzdalenosti
% a rychlosti, kovariance rychlosti a vzdalenosti,
% variance rychlosti
vax=smx*smx;
kovx=0;
kovv=0;
vav=0;

% pocatecni korelacni matice chyby odhadu
Pp=[vax,kovx;kovv,vav];

% variance merene vzdalenosti
vay=smx*smx;

% variancni matice mereni
R=vay;

% variancni matice sumu procesu
vapx=0;
kopxv=0;
kopvx=0;
```

```
vapv=2;
Q=[vapx,kopxv;kopvx,vapv];

% vlastni filtrace
for i=1:N;

    xpk(i,1)=xp(1,1);
    xd=xp+Pp*C'*inv(C*Pp*C'+R)*(ym(i)-C*xp);
    Pd=Pp-Pp*C'*inv(C*Pp*C'+R)*C*Pp;
    xdk(i,1)=xd(1,1);
    xp=A*xd;
    Pp=A*Pd*A'+Q;

end;

plot(t,xpk,'k*');
plot(t,xdk,'ko');
```

## Úpravy v programu pro Kalmanovu filtraci při nerovnoměrně rozložených měřeních

```
% zadani vektoru casu
t1=0;T=1;k1=0.2; dT=k1*T; dT2=2*(1-k1)*T; N=10;
t(1,1)=t1;
for i=2:N; t(i,1)=t((i-1),1)+dT+dT2*rand; end;

% vlastni filtrace
for i=1:N-1;

    xpk(i,1)=xp(1,1);
    xd=xp+Pp*C'*inv(C*Pp*C'+R)*(ym(i)-C*xp);
    Pd=Pp-Pp*C'*inv(C*Pp*C'+R)*C*Pp;
    xdk(i,1)=xd(1,1);
    T=t((i+1),1)-t(i,1);
    xp=A*xd;
    Pp=A*Pd*A'+Q;

end;

xpk(N,1)=0;
xdk(N,1)=0;

plot(t,xpk,'k*');
plot(t,xdk,'ko');
```

Jiří Konečný:

**Použití Kalmanovy filtrace pro řešení úloh v dopravě**



V **obr. 1** a **obr. 2** jsou vyneseny v závislosti na čase čtyři veličiny:

spojitá čára – ideální dráha vlaku,

+ - měřené hodnoty vzdálenosti,

\* - odhad vzdálenosti určený v predikčním kroku,

o - odhad vzdálenosti určený v datovém kroku.

Obrázky ukazují jen části hodnot získaných simulací, proto na časové ose není zachycen počátek času. Z průběhů lze vidět, že rozptyl měřených vzdáleností je podstatně větší než rozptyl odhadů vzdálenosti v predikčním a datovém kroku, Kalmanovou filtrací získáme odhady vzdálenosti lépe vystihující skutečnou dráhu vlaku.

### Závěr

V článku jsme ukázali použití Kalmanovy filtrace na sledování pohybu vlaku v jednom rozměru. Pohyb vlaku můžeme ovšem sledovat ve všech třech prostorových souřadnicích, součástí sledovaných parametrů kromě prostorových souřadnic mohou být i rychlosti, zrychlení a mnoho dalších veličin. Také vektor měření obecně bude mít více prvků, a mohou to být i prvky, které nejsou přímo vzdálenosti, rychlosti nebo zrychlení, ale např. dopplerovský kmitočet, počty otáček nebo parametry získané z optických čidel.

Kalmanova filtrace je určitě velmi perspektivní metoda řešení úloh vznikajících při sledování dopravy a chování dopravních prostředků, zvláště v kombinaci s jinými náročnými metodami používanými např. při sledování dopravy optickými prostředky.

Lektoroval: Doc. Ing. Jiří Podlešák, CSc

Předloženo: 25.2.2005

### Literatura

- [1] KALMAN R. E. *A new approach to linear filtering and prediction problems*, *Journal of Basic Eng.*, Trans ASME, Ser. D, Vol. 82, No.1, pp. 35-45, (1960)
- [2] BROOKNER E. *Tracking and Kalman Filtering Made Easy*, Wiley Interscience, (1998)
- [3] RAMACHANDRA K. V. *Kalman Filtering Techniques for Radar Tracking*, Marcel Dekker, New York, Basel, (2000)
- [4] FILIP A., BAŽANT L., TAUFER J., MAIXNER V., MOCEK H. *Train-borne position integrity monitoring for GNSS/INS Based Signalling, International Symposium on Speed-up and Service Technology for Railway and Maglev Systems*, (2003) (STech'03)
- [5] PEIHNA L., TIANWEN ZHANG B. M. *Unscented Kalman filter for visual curve tracking*, *Image and Vision Computing* 22 (2004), pp. 157-164
- [6] JEN-CHAO T., SHUNG-TSANG TSENG, CHING-PO LIN, KAI-TAI SONG. *Real-time image tracking for automatic traffic monitoring and enforcement applications*, *Image and Vision Computing* 22 (2004), pp. 485-501
- [7] *RTO Lecture Series 233, Knowledge-Based Radar Signal and Data Processing*, Hungary, Budapest, 10-11 November, (2003)
- [8] HAVLENA V., ŠTECHA J. *Moderní teorie řízení*, ČVUT, (1994)

## **Resumé**

### **POUŽITÍ KALMANOVY FILTRACE PRO ŘEŠENÍ ÚLOH V DOPRAVĚ**

Jiří KONEČNÝ

Příspěvek na příkladu uvádí použití Kalmanovy filtrace pro sledování polohy vlaku na trati. Ukázky výsledků simulace dokumentují dobrou činnost Kalmanovy filtrace jak při konstantním tak při proměnném časovém intervalu mezi měřeními. Za velmi perspektivní lze pokládat použití Kalmanovy filtrace pro sledování a řízení dopravy a dopravních prostředků pomocí optických systémů.

## **Summary**

### **APPLICATION OF KALMAN FILTERING FOR TRANSPORT PROBLEMS SOLUTION**

Jiří KONEČNÝ

From the time, the Kalman filtering was published, it is a very useful method for solving problems of dynamic systems with random signals. Probably the most known is the using of Kalman filtering for tracking of air targets by radars, [2,3]. It is one of very often used methods of air targets tracking. Of course, it is possible to use it in many other systems, e.g. systems for tracking of land transportation means ( bicycles, cars, trucks, trains, ...), systems for tracking of people motion, and others. At present time very promising means for monitoring, supervision and tracking of transportation vehicles are optical systems (mainly cameras). New very interesting applications of Kalman filter and its variants for transportation problems solution with help of optical systems, knowledge-based signal and data processing and artificial intelligence systems, can be expected.

In the paper we show an application of Kalman filter for tracking of train. In the first part of the paper there is defined a vector of time instants in which we measure the distance of train and calculate the distance before and after getting a measurement, a vector of real distances of train (not available by measurement, used for simulation calculations only), and a vector of measured distances. After introducing of equations of the system, the parameters of the equations are defined (a vector of state variables, vectors of measurement and process noises, transition and measurement matrices). After defining of some other values needed for Kalman filtering (variance matrices and their elements) the equations for Kalman filtering for data and prediction steps are introduced and a program for their solution is shown.

Two simulation examples of Kalman filtering results show the good function of the filter in two cases. In first case the time intervals between measurements are constant, in the second case the time intervals between measurements are varying.

## **Zusammenfassung**

### **DIE ANWENDUNG DES KALMAN FILTERS FÜR LÖSUNG DER VERKEHRSPROBLEME**

Jiří KONEČNÝ

Die Kalman Filterung ist eine Methode für die Zielsverfolgung des Flugverkehrs oft verwendet. In diesem Artikel beschreiben wir die Verwendung des Kalman Filters für Bahnzugsverfolgung. Zwei Fälle des Simulationsresultats (mit konstanten und variablen Zeitschritt) weisen korrekte Funktion vom Kalman Filter nach.

Jiří Konečný: