

VYUŽITÍ TEORIE VÁZANÝCH MECHANICKÝCH SYSTÉMŮ K TVORBĚ SIMULAČNÍCH PROGRAMŮ

Pavel SÁLA

Katedra dopravních prostředků

1. Úvod

Průběh pohybu kolejových vozidel není jednoduchým fyzikálním dějem. Matematické metody, jež se pokoušejí zjednodušeně popsat chování vozidel, vedou příliš často k výsledkům značně se odchylicím od reálných výsledků měření. Díky rychlému pokroku výpočetní techniky se mohou v současné době modelovat složité dynamické děje, které vznikají při jízdě vozidla. Toto modelování jízdy vozidla po reálné koleji pomocí výpočetní techniky slouží k odhadnutí dynamického chování navrhovaného nebo existujícího vozidla.

Tento příspěvek se zabývá použitím teorie vázaných mechanických systémů k tvorbě simulačních programů využívaných na Dislokovaném pracovišti v České Třebové. Teorie vázaných mechanických systémů se užívá pro výpočet velikosti deformace ve vazbách (např. listových pružin a šroubovitých pružin) a výpočet velikosti rychlosti ve vazbách (např. tlumících prvků). Vazbou se rozumí svislé, příčné a podélné vypružení mezi dvojkolím a podvozkem, skříň a podvozkem. Počet a druh vazeb je určen na základě dynamického modelu simulovaného vozidla. Rovnice pro výpočet velikosti deformace a velikosti rychlosti ve vazbě se odvodí na základě dynamického modelu vytvořeného pro daný typ vozidla. Vstupními hodnotami pro tyto rovnice jsou veličiny posuvů a natočení skříně, podvozků a dvojkolí a také jejich translační a úhlové rychlosti. Z vypočtených deformací se podle charakteristiky vazby určí velikost sil ve vazbě. Tyto síly jsou potom vstupními veličinami pro soustavu diferenciálních rovnic. Jestliže se má simulovat nové vozidlo, musí se vytvořit nový dynamický model a znovu odvodit rovnice pro výpočet deformace vazeb. Tato metoda tvorby rovnic pro výpočet velikosti deformace vazeb je dosti pracná, a proto existuje snaha odstranit a zevšeobecnit tento zdlouhavý postup odvozování a zamezit vzniku chyb a nepřesností vzniklých při odvozování. Jedním z řešení této problematiky by mělo být použití **teorie vázaných mechanických systémů** (maticové formulace) k výpočtu deformace vazeb.

Podstatou této metody je vytvoření transformačních matic pro každé těleso (dvojkolí, podvozek, skříň). Tyto matice budou součástí simulačního programu. Do simulačního programu k určení velikosti deformací vazeb potřebujeme pouze zadat velikost polohových vektorů z těžiště příslušného tělesa (skříně, podvozku a dvojkolí) do bodů na daném tělese (skříni, podvozku a dvojkolí), mezi nimiž se vazba uskutečňuje. Tyto body se mohou zadávat pomocí klávesnice nebo načtením příslušného datového souboru před zahájením simulačního výpočtu. Jestliže se modeluje nové vozidlo, které se velmi výrazně konstrukčně neliší od předešlého vozidla, stačí změnit velikost polohových vektorů.

2. Odvození transformační matice pohybu

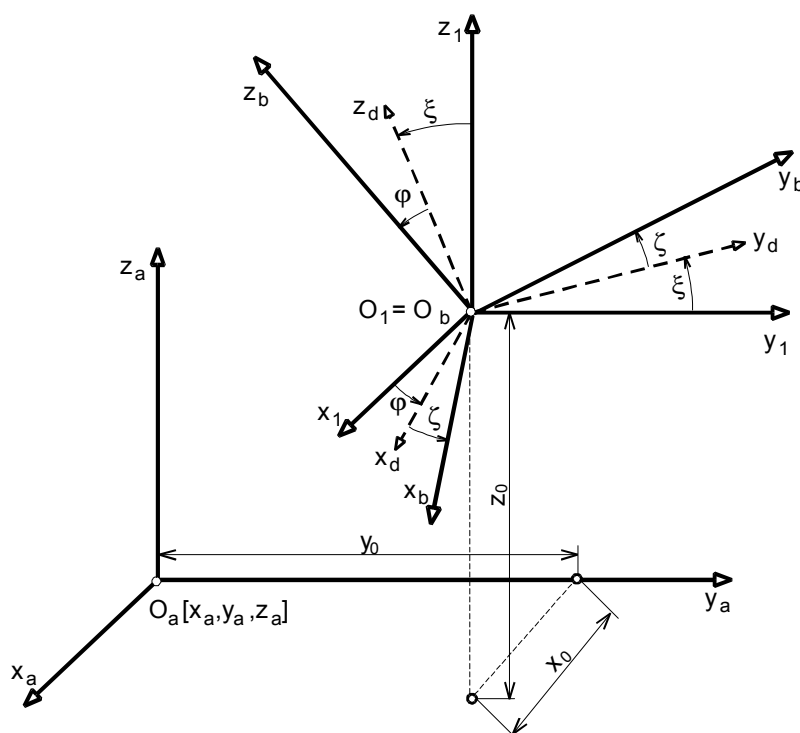
Jako teoretický podklad pro odvození transformační matice byla použita kapitola „Kinematika bodu a tělesa“ z knihy „Maticové metody v analýze prostorových vázaných mechanických systémů“ od Doc. Bráta. Pohyb dvou těles můžeme rozložit na konečný počet základních pohybů, a proto lze pomocí teorie současných pohybů snadno odvodit hledané matice. Zkoumaná tělesa jsou označena **a** a **b**, souřadnicové systémy v nich zvolené označíme O_a [x_a, y_a, z_a] a O_b [x_b, y_b, z_b].

Těleso umístěné do prostoru má šest stupňů volnosti. Tři stupně volnosti zaujímá translační pohyb ve směru os x_a, y_a, z_a . Zbývající tři stupně volnosti má sférický pohyb a za souřadnice můžeme zvolit Eulerovy nebo Cardanovy úhly. V našem případě volíme Cardanovy úhly, to znamená, že natočení okolo os x, y_1, z_b odpovídá úhlům ξ, φ, ζ .

Předpokládejme, že systém **b** původně splýval se systémem **a**. Do své obecné polohy se systém **b** dostane přemístěním z polohy **a** do polohy **1** (systém O_1 [x_1, y_1, z_1] je pevný v systému **a**) posunutím o x_0, y_0, z_0 ve směru os x_a, y_a, z_a . Do obecné polohy se systém **b** převede pootočením kolem osy x_1 o úhel ξ , pootočením kolem nynější osy y_d o úhel φ , a konečně pootočením kolem osy z_b o úhel ζ . Postup přemístění a natočení souřadného systému znázorňuje **obr. 1**. Potom transformační matice T_{ab} pohybu tělesa z **b** na **a** je

$$T_{ab} = T_{z_1}(x) \cdot T_{z_2}(y) \cdot T_{z_3}(z) \cdot T_{z_4}(\xi) \cdot T_{z_5}(\varphi) \cdot T_{z_6}(\zeta) . \quad (1)$$

- $T_{z_1}(x)$ transformační matice posuvného pohybu ve směru osy x
- $T_{z_2}(y)$ transformační matice posuvného pohybu ve směru osy y
- $T_{z_3}(z)$ transformační matice posuvného pohybu ve směru osy z
- $T_{z_4}(\xi)$ transformační matice rotačního pohybu okolo osy x
- $T_{z_5}(\varphi)$ transformační matice rotačního pohybu okolo osy y_1
- $T_{z_6}(\zeta)$ transformační matice rotačního pohybu okolo osy z_b



Obr. 1 Posunutí a natočení souřadného systému O_b

Fig. 1 Displacement and rotation of a coordinate system O_b

Osy x_1, y_1, z_1 systému **1** a osy x_a, y_a, z_a systému **a** zvolíme navzájem rovnoběžné. Pak transformační matice T_1 mezi systémem **1** a **a** má tvar

$$\mathbf{T}_1 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & x_0 \\ 0 & 1 & 0 & y_0 \\ 0 & 0 & 1 & z_0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}. \quad (2)$$

x_0 posunutí tělesa ve směru osy x

y_0 posunutí tělesa ve směru osy y

z_0 posunutí tělesa ve směru osy z

Dosazením do vztahu (1) za jednotlivé základní transformační matice pohybů dostaneme

$$\mathbf{T}_{ab}^S = \mathbf{T}_1 \cdot \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \xi & -\sin \xi & 0 \\ 0 & \sin \xi & \cos \xi & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \cos \varphi & 0 & \sin \varphi & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ -\sin \varphi & 0 & \cos \varphi & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \cos \zeta & 0 & -\sin \zeta & 0 \\ \sin \zeta & 1 & \cos \zeta & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (3)$$

po roznásobení matic získáme výsledný tvar transformační matice pro těleso se šesti stupni volnosti

$$\mathbf{T}_{ab}^S = \begin{bmatrix} \cos \varphi \cdot \cos \zeta & -\cos \varphi \cdot \sin \zeta & \sin \varphi & x_0 \\ \cos \xi \cdot \sin \zeta + \sin \xi \cdot \sin \varphi \cdot \cos \zeta & \cos \xi \cdot \cos \zeta - \sin \xi \cdot \sin \varphi \cdot \sin \zeta & -\sin \xi \cdot \cos \varphi & y_0 \\ \sin \xi \cdot \sin \zeta - \cos \xi \cdot \sin \varphi \cdot \cos \zeta & \sin \xi \cdot \cos \zeta + \cos \xi \cdot \sin \varphi \cdot \sin \zeta & \cos \xi \cdot \cos \varphi & z_0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (4).$$

Použitím Cardanových úhlů, zvláště výhodné pro vyjádření malých pohybů a za předpokladu zanedbaní veličin třetího řádu můžeme transformační matici přepsat do následujícího tvaru pokud platí

$$\sin \xi \doteq \xi, \quad \sin \varphi \doteq \varphi, \quad \sin \zeta \doteq \zeta, \quad \cos \xi \doteq 1, \quad \cos \varphi \doteq 1, \quad \cos \zeta \doteq 1,$$

pak dostaneme

$$\mathbf{T}_{ab}^S = \begin{bmatrix} 1 & -\zeta & \varphi & x_0 \\ \zeta + \xi \cdot \varphi & 1 & -\xi & y_0 \\ \xi \cdot \zeta - \varphi & \xi + \varphi \cdot \zeta & 1 & z_0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (5).$$

x_0 posunutí tělesa ve směru osy x

y_0 posunutí tělesa ve směru osy y

z_0 posunutí tělesa ve směru osy z

ξ natočení tělesa okolo osy x

φ natočení tělesa okolo osy y_1

ζ natočení tělesa okolo osy z_b .

Matice pro úhlové rychlosti se vypočte derivací vztahu (4) podle času po matematických úpravách a zanedbaní veličin druhého řádu dostaneme vztah

$$\dot{\mathbf{T}}_{ab}^S = \begin{bmatrix} 0 & -\dot{\zeta} & \dot{\varphi} & 0 \\ \dot{\zeta} & 0 & -\dot{\xi} & 0 \\ -\dot{\varphi} & \dot{\xi} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (6)$$

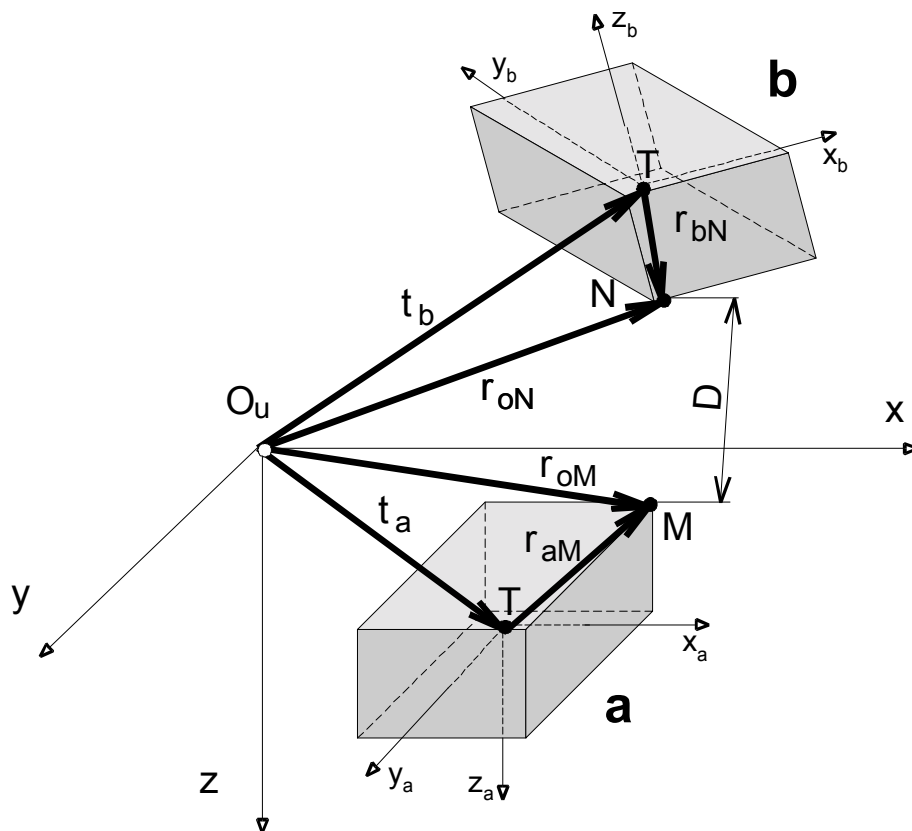
$\dot{\xi}$ úhlová rychlost tělesa okolo osy x

$\dot{\varphi}$ úhlová rychlost tělesa okolo osy y_1

$\dot{\zeta}$ úhlová rychlost tělesa okolo osy z_b .

3. Vzdálenost dvou těles v prostoru

Nyní rozšíříme výše uvedenou teorii na výpočet hodnoty vzdálenosti dvou bodů v prostoru. V prostoru zvolíme unášivý souřadný systém $O_u [x_u, y_u, z_u]$ a do tohoto prostoru libovolně umístíme dvě tělesa \mathbf{a} a \mathbf{b} se souřadnými systémy $O_a [x_a, y_a, z_a]$ a $O_b [x_b, y_b, z_b]$ v těžišti obou těles. Na tělese \mathbf{a} zvolíme libovolný bod \mathbf{M} a na tělese \mathbf{b} libovolný bod \mathbf{N} , jak ukazuje **Obr. 2**.



Obr. 2 Vzdálenost dvou bodů v prostoru
Fig. 2 Distance of two points in 3D space

Nechť jsou známy polohové vektory t_a a t_b z počátku unášivého souřadného systému do těžišť obou těles **a** a **b**. Jestliže známe polohové vektory r_{aM} a r_{bN} z těžišť obou těles do zvolených bodů **M** a **N**, na tělesech **a** a **b** a T_{aM} a T_{bN} , jsou transformační matice, pak nové polohové vektory r_{0M} a r_{0N} z počátku unášivého souřadného systému do zvolených bodů **M** a **N** na tělesech “**a**” a “**b**” vypočteme ze vztahu

$$\begin{aligned} r_{0M} &= T_{aM} \cdot r_{aM} \\ r_{0N} &= T_{bN} \cdot r_{bN} \end{aligned} \quad (7)$$

- r_{0M} rozšířený polohový vektor z počátku souřadného systému do zvoleného bodu **M**
- r_{0N} rozšířený polohový vektor z počátku souřadného systému do zvoleného bodu **N**
- T_{aM} transformační matice pro těleso **a**
- T_{bN} transformační matice pro těleso **b**
- r_{aM} rozšířený polohový vektor z těžiště tělesa **a** do zvoleného bodu **M**
- r_{bN} rozšířený polohový vektor z těžiště tělesa **b** do zvoleného bodu **N**.

Pokud se pro bod “**M**” rozepíše předchozí vztah, dostaneme

$$\begin{bmatrix} X_{0M} \\ Y_{0M} \\ Z_{0M} \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & -\zeta_{aM} & \varphi_{aM} & X_{ta} \\ \zeta_{aM} + \xi_{aM} \cdot \varphi_{aM} & 1 & -\xi_{aM} & Y_{ta} \\ \xi_{aM} \cdot \zeta_{aM} - \varphi_{aM} & \zeta_{aM} + \varphi_{aM} \cdot \zeta_{aM} & 1 & Z_{ta} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} X_{aM} \\ Y_{aM} \\ Z_{aM} \\ 1 \end{bmatrix} \quad (8)$$

Pokud se pro bod “**N**” rozepíše předchozí vztah, dostaneme

$$\begin{bmatrix} X_{0N} \\ Y_{0N} \\ Z_{0N} \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & -\zeta_{bN} & \varphi_{bN} & X_{tb} \\ \zeta_{bN} + \xi_{bN} \cdot \varphi_{bN} & 1 & -\xi_{bN} & Y_{tb} \\ \xi_{bN} \cdot \zeta_{bN} - \varphi_{bN} & \zeta_{bN} + \varphi_{bN} \cdot \zeta_{bN} & 1 & Z_{tb} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} X_{bN} \\ Y_{bN} \\ Z_{bN} \\ 1 \end{bmatrix} \quad (9)$$

Vzdálenost dvou bodů “**M**” a “**N**” v prostoru vypočteme pomocí analytické geometrie následujícím vztahem

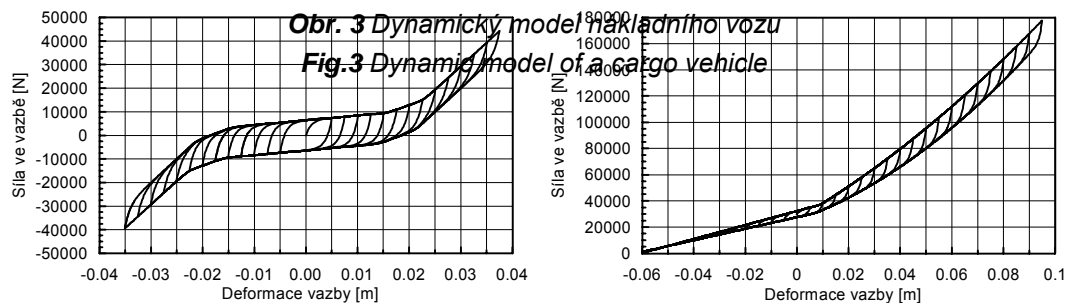
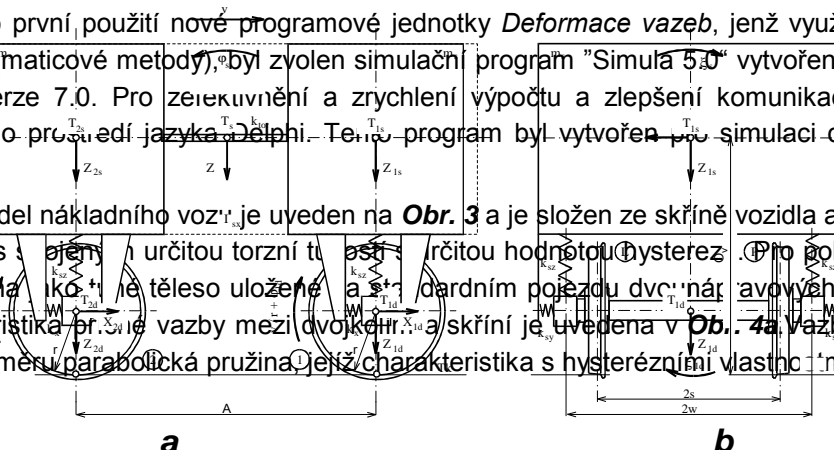
$$D = |MN| = \sqrt{(x_{0M} - x_{0N})^2 + (y_{0M} - y_{0N})^2 + (z_{0M} - z_{0N})^2} . \quad (10)$$

4. Programová jednotka deformace vazeb

Pro vytvoření nové programové jednotky (deformace vazeb) použijeme vztahy z předchozí kapitoly „Vzdálenost dvou těles v prostoru“ a existující simulační program “Simula 5.0”. Dále budeme předpokládat pohyb vozidla po přímé trati.

Pro první použití nové programové jednotky *Deformace vazeb*, jež využívá teorii vázaných mechanických systémů (maticové metody), byl zvolen simulační program “Simula 5.0” vytvořený v programovacím jazyku Borland pascal verze 7.0. Pro zrychlení a zkrácení výpočtu a zlepšení komunikace s programem byl převeden do vývojového prostředí jazyka Delphi. Tento program byl vytvořen pro simulaci dvounápravového nákladního vozu Gbgs.

Model nákladního vozu je uveden na **Obr. 3** a je složen ze skříně vozidla a dvojkolí. Skříně vozu se sestává ze dvou těles s určitou torzní tužností a určitou hodnotou hysteréz. Pro pohyby kolébaní, kývání a houpání je skříně brána jako těleso uložené na dvounápravovém vozu UIC s parabolickou pružnicí. Charakteristika pružné vazby mezi dvojkolím a skříní je uvedena v **Ob. 4a**. Vazbu mezi dvojkolím a skříní tvoří ve svislém směru parabolická pružina, její charakteristika s hysterézními vlastnostmi je zobrazena **Obr. 4b**.



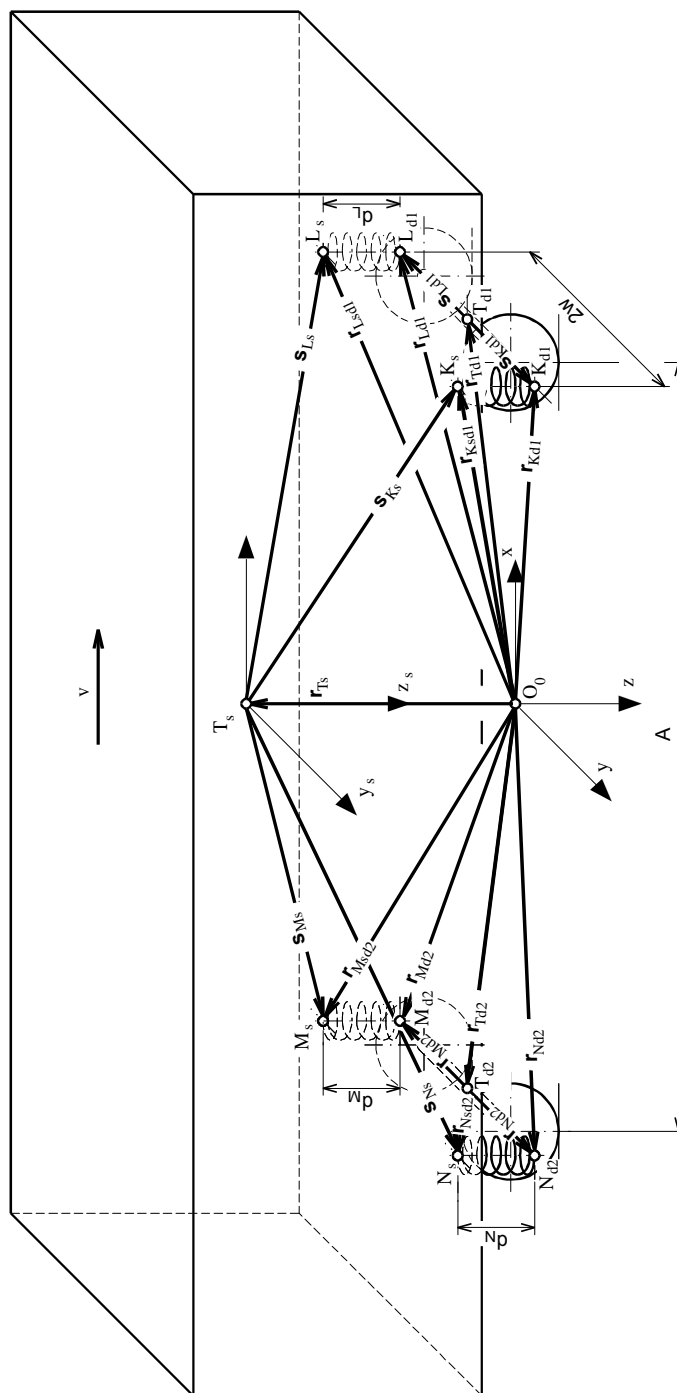
Obr. 3 Dynamický model nákladního vozu
Fig.3 Dynamic model of a cargo vehicle
Obr. 4 Charakteristiky parabolické pružiny v příčném a svislém směru
Fig. 4 Characteristic of a parabolic spring in a vertical and horizontal direction

Geometrickou vazbu dvojkolí a koleje určuje předem vypočtený soubor hodnot funkcí Δr a $\text{tg} \gamma$ v závislosti na příčném posunutí dvojkolí vůči koleji, na zadaném jízdním obrysu kola a tvaru obrysu hlavy kolejnice. Z tohoto souboru se při výpočtu v každém integračním kroku určují konkrétní hodnoty poloměrů kol a sklonů dotykových rovin kol s kolejnicemi.

Model koleje je tvořen redukovanou hmotu kolejnice pod každým kolem uloženou ve svislém a příčném směru na pružné lineární vazbě s lineárním viskózním tlumením. Kolejnice jsou uloženy ve jmenovité poloze dané trasováním koleje s konstantním rozchodem. Model umožňuje superponovat pod každým kolem na jmenovitou polohu kolejnic příčné i svislé odchylky, takže kolej jako celek vykazuje odchylky ve výškové i směrové poloze. Konkrétní hodnoty byly převzaty z Dynamického výzkumného ústavu v Mindenu, takže reprezentují již verifikované chování modelu koleje u DB.

5. Unita deformace vazeb

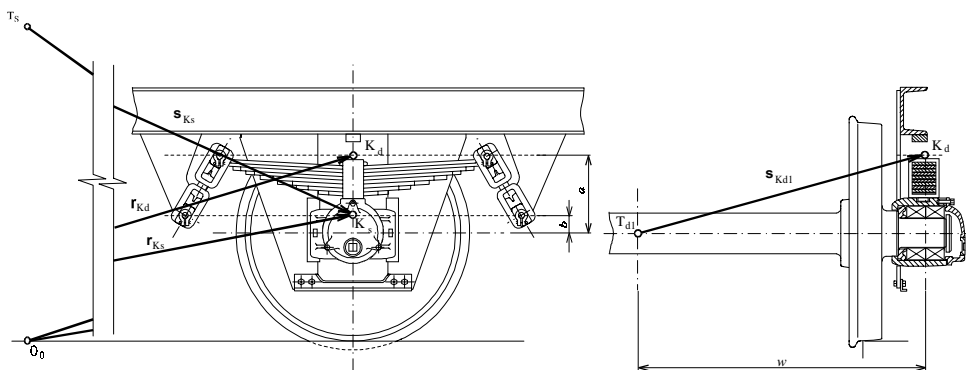
Pro vytvoření uvedené jednotky se předpokládá, že vozidlo se bude pohybovat po přímé trati. Vozidlo umístíme do unášivého souřadnicového systému, jehož střed O_0 se nachází v rovině temene kolejie pod těžištěm skříně vozidla, jak je patrné z **Obr. 5**. Potom se vyjádří polohové vektory těžiště dvojkolí a těžiště skříně vozidla vzhledem k definovanému počátku souřadnic.



Obr. 5 Polohové vektory vozidla pro výpočet deformací vazeb

Fig. 5 Position vectors of a vehicle for the calculation of deformation bonds

V následujícím kroku určíme polohu bodů obou dvojkolí a skříně, mezi kterými se uskutečňuje vazba. Neboť použití skutečného upevnění parabolické pružiny na dvojkolí v simulačním výpočtu je nereálné, použijeme náhradní zjednodušené uložení, jak ukazuje následující **Obr. 6**. Polohové vektory, jenž popisují vzdálenost mezi bodem těžiště daného tělesa (např. dvojkolí) a bodem upevnění pružné vazby na daném tělese, definujeme vzhledem k těžišti tělesa.



Obr. 6 Body náhradního upevnění pružiny pro simulační výpočet
Fig. 6 Points of an alternative support of a spring for simulation calculation

Transformační matice pro každé těleso, které budou trvale součástí programu, se sestaví podle rovnice (5) z předchozí kapitoly. Do transformačních matic se dosadí v každém integračním kroku příslušné hodnoty posuvů ve směru os x , y , z a úhlová natočení ξ okolo osy x , a natočení φ , ζ okolo pootočených os y_1 , z_2 pro dvojkolí a skříň vozů. Tyto hodnoty jsou získávány ze vstupních hodnot programové jednotky deformace vazeb.

Každé těleso by mělo mít vždy pouze jednu transformační matici. Tento předpoklad by platil, kdybychom u skříň vozidla neuvažovali určitou torzní poddajnost. Za těchto podmínek se musí vytvořit dvě matice pro skříň vozidla, jedna pro první dvojkolí a druhá pro druhé dvojkolí. Potom matice skříň pro první dvojkolí má následující tvar

$$T_{sd1} = \begin{bmatrix} 1 & -\zeta_s & \varphi_s & X_{Ts} + X_s \\ \zeta_s + (\xi_s + \xi_{st}) \cdot \varphi_s & 1 & -(\xi_s + \xi_{st}) & Y_{Ts} + Y_s \\ (\xi_s + \xi_{st}) \cdot \zeta_s - \varphi_s & (\xi_s + \xi_{st}) + \varphi_s \cdot \zeta_s & 1 & Z_{Ts} + Z_s \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (11)$$

kde $Y_s = [x_s \ y_s \ z_s]^T$ je vektor posuvů skříň. Matice skříň vozidla pro druhé dvojkolí se bude lišit pouze v členu pro torzní poddajnost skříň, který se změní z tvaru $(\zeta_s + \zeta_{st})$ na tvar $(\zeta_s - \zeta_{st})$.

Pro každé dvojkolí bude vytvořena vždy jedna matice. Pro první dvojkolí vypadá následovně:

$$T_{d1} = \begin{bmatrix} 1 & -\zeta_{d1} & \varphi_{sd1} & X_{Td1} + X_{d1} \\ \zeta_{d1} + \xi_{d1} \cdot \varphi_{d1} & 1 & \xi_{d1} & Y_{Td1} + Y_{d1} \\ \xi_{d1} \cdot \zeta_{d1} - \varphi_{sd1} & \xi_{d1} + \varphi_{d1} \cdot \zeta_{d1} & 1 & Z_{Td1} + Z_{d1} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (12)$$

kde $Y_{d1} = [x_{d1} \ y_{d1} \ z_{d1}]^T$ je vektor posuvů prvního dvojkolí. Matice pro druhé dvojkolí bude mít shodný tvar s maticí prvního dvojkolí, pouze místo hodnot posuvů a natočení první nápravy se do vztahů dosadí hodnoty pro druhou nápravu.

Velikost výsledného polohového r_{OM} vektoru od počátku našívisého souřadného systému k bodu upevnění dané vazby se vypočte podle obecného vztahu

$$r_{OM} = T_{aM} \cdot r_{aM} \quad (13)$$

- T_{aM} transformační matice pohybů
- r_{aM} rozšířený průvodič bodu M v prostoru a .

Jestliže tento vztah využijeme pro výpočet polohových r_{Kd1} a r_{Ksd1} vektorů z počátku souřadnicového systému do bodu K na prvním dvojkolí a skříni vozidla, dostaneme pro první dvojkolí vztah

$$r_{Kd1} = T_{d1} \cdot s_{Kd1} \quad (14)$$

- T_{d1} transformační matice pohybů pro první dvojkolí
- s_{Kd1} rozšířený průvodič z těžiště prvního dvojkolí do bodu K na prvním dvojkolí.

A pro skříň vozidla

$$r_{Ksd1} = T_{sd1} \cdot s_{Ksd1} \quad (15)$$

- T_{sd1} transformační matice pohybů skříň vozidla

s_{Ksd1} rozšířený průvodič z těžiště skříně vozidla do bodu **K** na skříní.

Pokud se předcházející maticová rovnice (14) pro první dvojkolí rozepíše, potom obdržíme

$$\begin{bmatrix} X_{Kd1} \\ Y_{Kd1} \\ Z_{Kd1} \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & -\zeta_{d1} & \varphi_{sd1} & X_{Td1} + X_{d1} \\ \zeta_{d1} + \zeta_{d1} \cdot \varphi_{d1} & 1 & \xi_{d1} & Y_{Td1} + Y_{d1} \\ \xi_{d1} \cdot \zeta_{d1} - \varphi_{sd1} & \zeta_{d1} + \varphi_{d1} \cdot \zeta_{d1} & 1 & Z_{Td1} + Z_{d1} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} X_{Kd1T} \\ Y_{Kd1T} \\ Z_{Kd1T} \\ 1 \end{bmatrix}. \quad (16)$$

Podle uvedených vztahů vypočteme polohové vektory všech bodů na skříní vozidla i dvojkolí. Nakonec z těchto polohových vektorů podle vztahu (10) pro výpočet vzdálenosti dvou bodů "M" a "N" se souřadnicemi x_a, y_a, z_a a x_b, y_b, z_b v prostoru určíme skutečnou velikost deformace. Výpočet velikosti pro bod **K** se provede podle následujícího vztahu

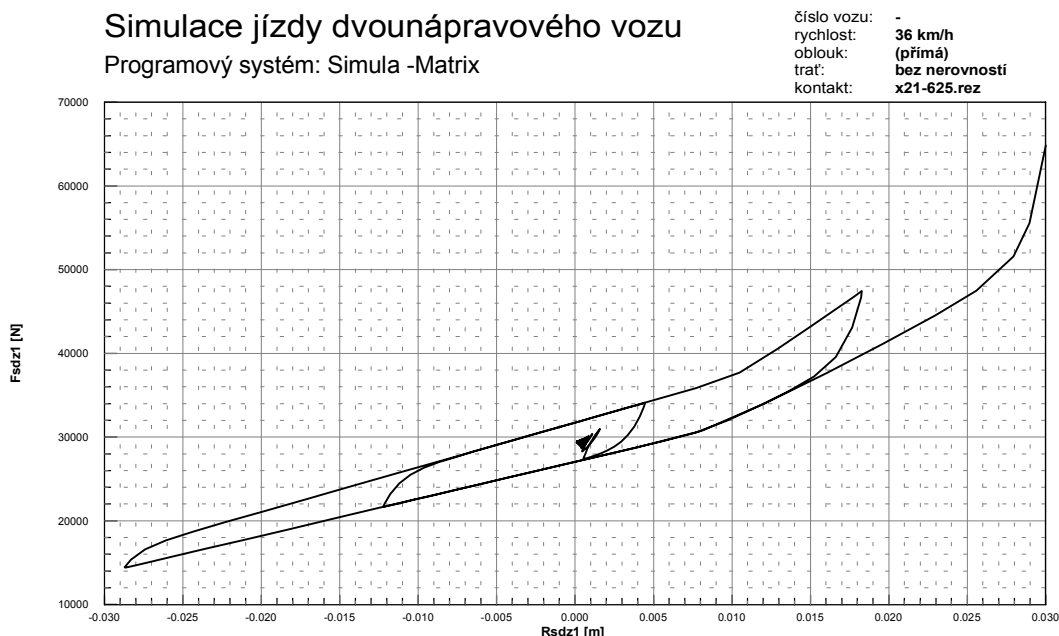
$$|K_s K_d| = \sqrt{(X_{Ks} - X_{Kd1})^2 + (Y_{Ks} - Y_{Kd1})^2 + (Z_{Ks} - Z_{Kd1})^2}. \quad (17)$$

Neboť výstupní veličinou programové jednotky deformace jsou pouze absolutní hodnoty velikostí deformací ve směru os x, y a z , stačí provést aritmetickou operaci rozdílu jednotlivých souřadnic ve směru os x, y, z pro každý bod. Tyto velikosti deformací vystupují z jednotky deformace vazeb a slouží k výpočtu velikosti síly ve vazbě podle uvedených charakteristik.

6. Závěr

Na základě odvozených matematických vztahů byl vytvořen program **Simula (Matrix)** s využitím maticové formulace. Výsledky simulačních výpočtů vytvořeným programem **Simula** byly porovnány již s existujícím programem **Simula 5.0**. Výpočty byly provedeny pro svislé a příčné kmitání skříně. Pro svislé kmitání byla zvolena počáteční výchylka $z_s = 0,03$ m. Pro příčné kmitání skříně bylo zvoleno natočení skříně okolo svislé osy z . Velikost natočení skříně je $\zeta_s = 0,005$ rad. Ukázky z výsledků simulačních výpočtů jsou uvedeny na **Obr. 7** a **Obr. 8**.

Pracovní charakteristika parabolické pružiny pro svislé kmitání skříně je zobrazena na **Obr. 7**. První graf na **Obr. 8** ukazuje průběh velikosti deformace při svislém kmitání skříně a na druhém grafu je uveden průběh síly při svislém kmitání skříně.

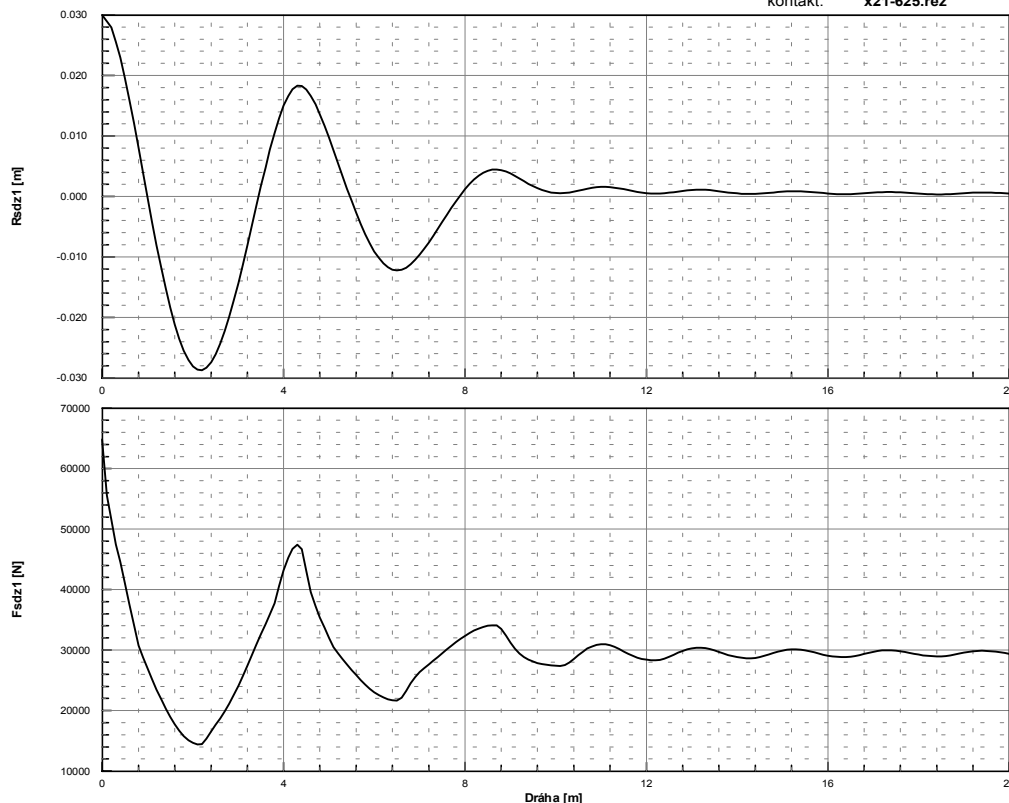


Obr. 7 Pracovní charakteristika parabolické pružiny vazby skříně dvojkolí ve svislém směru
Fig. 7 Working characteristic of a parabolic spring of the bond body axle in vertical direction

Simulace jízdy dvounápravového vozu

Programový systém: Sim(Maticová)

číslo vozu: -
rychlost: 36 km/h
oblouk: (přímá)
trať: bez nerovností
kontakt: x21-625.rez



Obr. 8 Časový průběh velikosti deformace $Rsdz1$ a síly $Fsdz1$ ve vazbě skříň dvojkolí ve svislém směru pro volné kmitání skříně

Obr. 8 Runing of the size of deformation $Rsdz1$ and force $Fsdz1$ in the bond body - axle in vertical direction for free vibration of the body

Výhodou teorie vázaných mechanických systémů je odstranění manuálního odvozování rovnic pro výpočet deformace vazeb a manuálního přepisování odvozených vztahů do programovacího jazyku. Tato metoda spočívá ve vytváření transformačních matic v simulačním programu pro dvojkolí, podvozek, skříň atd. Do simulačního výpočtu vstupují polohové vektory bodů, mezi kterými se uskutečňuje vazba. Pomocí transformačních matic a vstupních údajů simulační program vypočítá velikost deformace ve vazbách. Hlavní přínosy řešené problematiky:

- vytvoření nového způsobu výpočtu velikosti deformace vazeb pro simulační výpočty vozidel
- jednodušší princip tvorby nového programu nebo modifikace stávajícího programu na jiný typ vozidla
- odstranění chyb, které mohou vzniknout:
 - při odvozování rovnic pro výpočet deformace vazeb
 - při přepisování odvozených rovnic do programovacího jazyka

Na základě simulačních výpočtů lze konstatovat, že matematický model pro výpočet velikosti deformace ve vazbách a matematický model pro výpočet velikosti rychlosti ve vazbách je správně odvozen. Proto je možné jej aplikovat do již dříve vytvořených programů.

Lektoroval: Doc. Ing. Daniel Kalinčák, PhD.

Předloženo: v dubnu 2001

Literatura

- [1] Freibauer L., Rus L., Zahradka J., - Dynamika kolejových vozidel, Praha, NADAS 1991.
- [2] Izer J., Janda J., Maruna Z., Zdrůbek S. – Kolejové vozy, Bratislava, ALFA 1986.
- [3] Juliš K., Brepta R., - Technický průvodce, (svazek 65) Mechanika I. Díl, Praha, SNTL 1986.

[4] Brát V., - Maticové metody, Praha, ACADEMIA, 1981.

[5] Object Pascal - Language Guide, Borland Delphi 4 for Windows 95 and Windows NT, 1997,

Resumé

VYUŽITÍ TEORIE VÁZANÝCH MECHANICKÝCH SYSTÉMŮ K TVORBĚ SIMULAČNÍCH PROGRAMŮ

Pavel SÁLA

Příspěvek se zabývá využitím teorie vázaných mechanických systémů k tvorbě simulačních programů. Tato teorie je aplikována na výpočet velikosti deformace ve vazbách. Článek popisuje odvození matematického aparátu k výpočtu velikosti deformace ve vazbách a aplikaci tohoto aparátu na konkrétní simulační výpočet dvounápravového vozu.

Summary

THE THEORY OF BOND MECHANIC SYSTEM USED FOR THE CREATION OF A SIMULATION PROGRAMME

Pavel SÁLA

The paper deals with the theory of bond mechanic system used for the creation of a simulation programme. This theory is applied to the calculation of the size of bond deformation (of e.g. leaf spring and spiral spring) and to the calculation of the size of bond velocity (e.g. of dampening strands). There are bonds of horizontal, vertical and lateral direction between wheel set and bogie and between bogie and case. The number and the type of bond are determined on the basis of the dynamic model of the simulated vehicles.

Position vectors of the point on the case, the wheel set and the bogie from the centre of gravity and a transformation matrix are needed to calculate the size of the bond deformation. The chapter "Kinematika bodu a tělesa v maticové formulaci" from the book "Maticové metody" by Doc. Vladimír Brát has been used as a theoretical basis for the transformation matrix derivation.

Supposed, we can decompose the motion of two bodies into a finite number of motions. Translation motion in the direction x-axis, y-axis, z-axis occupies three degrees of freedom. Spherical motion has the surplus three degrees of freedom. We can choose between the angles of Eulers and the angles of Cardans for the spherical motion. The angles of Cardans are the best for our case. It means that turning around axis x, y, z matches the angles ξ , φ , ζ . The situation is shown in Fig.1. Assumed, that initially system **b** coincided with system **a**. System **b** gets to its common position by shifting within x, y and z in x_a , y_a and z_a axis direction of, by turning around axis- x_1 within angel ξ , by turning around axis- y_d within angel φ , and finally by turning around axis z_d within angel ζ . The transformation matrix of motion from body a to body b is calculated according to (1). After mathematical arrangement we can obtain the resulting transformation matrix given by equation (3).

This transformation matrix is used to calculate the distance between two points of two bodies placed in space. This situation is shown in Fig. 2. From equation (5) position vectors r_{OM} and r_{ON} can be determined. The distance of two points in space is calculated from the calculated positional vectors r_{OM} and r_{ON} and according to the equation of analytical geometry (8).

This paper further deals with the application of the theory of bond size deformation into simulation calculation of railway vehicle behaviour. A new programme unit "DeVa" in programme "Simula" has been created to test the validity of the above mentioned theory. This programme is used for the simulation of the behaviour of biaxial cargo railway vehicle. The dynamic model is shown in Fig 3.

The new programme unit contains the transformation matrixes for first and second wheelset according to the equation (14). The transformation matrixes for the body frame are derived from the equation (13). The position vectors needed for the size of the bond deformation calculation are shown in Fig. 5. After multiplying the matrixes by the position vectors according to equation (16) we obtain position vectors of the points between which the deformation is realised. The size of the deformation is calculated by the subtraction of the particular coordinates of the position vectors in axis x, y and z direction.

Calculations have been made by the simulation programme "Simula (Matrix)" and the result have been compared with the results of already existing programme Simula 5.0. Since the results of both programmes were identical we can regard the derived mathematical model and the created programme unit as correct.

The main contribution of the solved problems

- the creation of a new way of calculation of the bond deformation size for the simulation calculation of vehicles.
- an easier principle of the new programme creation or modification of existng programmes for a different vehicle type.
- removing the mistakes that can appear in case of:
 - derivation equation for calculation of the bond deformation size
 - transcription of derivation equation into the programme language

Zusammenfassung

DIE ANWENDUNG DER THEORIE DER GEBUNDEN MECHANISCHEN SYSTEME FÜR DIE SCHAFFUNG DIE SIMULATION PROGRAMME

Pavel SÁLA

Der Beitrag zeigt die Anwendung der Theorie der gebunden mechanischen Systeme für die Schaffung die simulation Programme. Diese Theorie ist für die Berechnung der Größe der Deformation in die Verbindungen applizieren. Der Artikel beschreibt die Ableitung der mathematischen Vorrichtung für die Berechnung der Größe der Deformation in die Verbindungen und die Applikation diese Vorrichtung für die konkrete simulatione Berechnung den zweiachsigen Wagen.