

## MOŽNOSTI VYUŽITÍ TEORIE PODOBNOSTI PRO HODNOCENÍ NĚKTERÝCH VLASTNOSTÍ SILNIŠNÍCH VOZIDEL

Miroslav TESAŘ

Katedra dopravních prostředků

### 1. Úvod

Silnišní vozidlo představuje složitou mechanickou soustavu. K popisu jeho technických parametrů se používá řada údajů od těch nejjednodušších vyjádřených jednou základní veličinou (hmotnosti, rozměry) až po údaje zahrnující vsobí více vlivů (spotřeba paliva, hmotnostní výkon). Všechny tyto technické údaje o vozidle, které se dají souhrnně nazvat jako hodnotící parametry, mají jedno společné. Dají se jednoznačně vyjádřit jedním údajem (nebo jejich kombinací), které mají jasný fyzikální význam a jsou odvozené od základních měrných jednotek. Pro názornost je v tabulce *Tab. 1* uveden příklad několika běžně používaných technických údajů vozidel a jejich vazba na základní fyzikální veličiny.

### 2. Problematika hodnocení vozidel

Mnohem složitější situace nastává při snaze hodnotit vozidla z hlediska jejich jízdních vlastností. Při tom jízdními vlastnostmi rozumíme odezvy vozidla dané jeho technickými parametry na určité jízdní stavy, ve kterých se vozidlo právě nachází. Typickým příkladem může být souhrn vlastností, které se zahrnují pod název stabilita

vozidla. Stabilita vozidel zahrnuje stabilitu pŕeenu, stabilitu podélnou a stabilitu smì rovou.

**Tab. 1** Pŕíklad vyjádŕení níkterých údajù o vozidlech  
**Tab. 1** Example of formulation some data about vehicles

Technický údaj	Udává se v	Základní jednotky
rozmì ry	m	m
rychlost	km.h <sup>-1</sup>	m,s
mì má spotæba	g.kW <sup>-1</sup> .h <sup>-1</sup>	kg, m, s
výkon	kW	kg, m, s

Chování vozidla a tedy jeho vlastnosti z hlediska stability již nelze vyjádŕt jediným údajem nebo parametrem. To neplatí pouze pro stabilitu, která je zde uvedena jako pŕíklad. Týká se to i jiných vlastností vozidel souvisejících hlavnì s dynamikou jízdy, nebo s provozními vlastnostmi. Z toho důvodu tedy není ani možné vozidla z pohledu ti chto vlastností hodnotit. Zti ŕuje to i stanovení urèitých kritérií, napŕíklad pro schvalování vozidel k provozu.

Byla zpracována æada teorií pro posuzování vlastností souvisejících se stabilitou vozidel. Vždy se však jednalo o posouzení urèité díleí vlastnosti a vyjádŕení její závislosti na vybraném parametru vozidla, nebo jízdním stavu. To však umožňuje posuzovat a také zkoušet jednotlivé díleí vlastnosti bez jejich vzájemných souvislostí.

Problém spoèívá vtom, že základní technické parametry lze vyjádŕt jednoznaènì definovanou velièinou (rozmì ry, hmotnosti, spotæba paliva, množství emisí ve výfukových plynech, atd.) a podle této velièiny vozidla hodnotit, pŕípadnì stanovit omezující kritéria. Vlastnosti vozidel, jako napŕíklad již uvedenou stabilitu, takto jednoznaènì hodnotit nelze. A to platí i tehdy, budeme-li uvažovat pouze jednotlivé složky stability – smì rovou, pŕeenu, podélnou. Byla zpracována æada postupù se snahou tyto vlastnosti vozidel hodnotit. Zatím se však nepodaŕlo uspokojivì tuto problematiku vyæšit.

### 3. Rozbor mož ností využití teorie podobnosti pro hodnocení vozidel

Pro hodnocení takových vlastností vozidel, které jsou ovlivòovány více parametry a které nelze hodnotit jedním konkrétním údajem, je nutné najít takovou metodu hodnocení, která dokáže zahrnou všechny parametry, které danou vlastnost ovlivòují.

Jako pŕíklad lze použít již zmiòovanou stabilitu vozidel. Můžeme uvažovat napŕíklad stabilitu vozidla vzataèce. Pro zjednodušení budeme uvažovat pouze stabilitu proti pŕeklopení vozidla pŕ jízdi zataèkou. Z teoretického rozboru jízdy zataèkou vyplývá, že na stabilitu vozidla proti pŕeklopení mají vliv tyto velièiny:

- hmotnost vozidla  $m_a$ ,

- tíhové zrychlení  $g$ ,
- rozchod kol  $B$ ,
- výška tí žiští  $h_T$ ,
- poloměr zatáčky  $R$ ,
- rychlost jízdy  $v$ .

K tomu, aby bylo možné dané vozidlo hodnotit, je nutné přesně definovat podmínky hodnocení. To znamená stanovit která z uvedených veličin se bude hodnotit a jaké budou hodnoty ostatních veličin. Z toho důvodu ani nelze objektivně porovnávat více vozidel mezi sebou, pokud by neměla stejné výchozí parametry.

### 3.1 Podstata aplikace teorie podobnosti

Pro tyto případy se tedy nabízí využití teorie fyzikální podobnosti. Z obecné teorie podobnosti vyplývá, že u fyzikální podobných jevů, jsou všechny navzájem si odpovídající veličiny úměrné a aplikováním zákonů podobnosti získáme jen jejich poměry. V souladu s teorií podobnosti, která vychází z poměrů mezi veličinami modelu a díla, označíme veličiny modelu indexem 1 a veličiny díla indexem 2.

Základním předpokladem teorie fyzikální podobnosti je geometrická podobnost. Její podstata spočívá v tom, že poměr libovolných navzájem si odpovídajících délek modelu a díla je stálý:

$$l = \frac{l_1}{l_2} = \text{konstanta} \quad . \quad (1)$$

Stejně tak se dají podle teorie podobnosti definovat poměry i pro ostatní veličiny.

Platí tedy, že stejně jako poměr délek, je stálý i poměr hustoty

$$d = \frac{\rho_1}{\rho_2} = \text{konstanta} \quad (2)$$

a časů:

$$t = \frac{t_1}{t_2} = \text{konstanta}. \quad (3)$$

Pro poměr sil pak platí:

$$j = \frac{F_1}{F_2} = \frac{m_1 \cdot a_1}{m_2 \cdot a_2} = \frac{\rho_1}{\rho_2} \cdot l^3 \cdot t^{-2} = \text{konstanta}. \quad (4)$$

Výraz:

$$j = d \cdot l^4 \cdot t^{-2} \quad (5)$$

je definován jako obecný zákon dynamické podobnosti.

Aby tedy pohybové stavy dvou objektů byly úplně dynamicky podobné, musí být splněna podmínka (5).

Jestliže uvažujeme, že oba objekty mají stejnou hustotu ( $\rho_1 = \rho_2$ ) a pohybují se ve stejném gravitačním poli ( $g_1 = g_2$ ), pak poměr  $I$  tíhy obou objektů je:

$$\frac{G_1}{G_2} = \frac{\rho_1 \cdot g_1 \cdot l_1^3}{\rho_2 \cdot g_2 \cdot l_2^3} = \frac{l_1^3}{l_2^3} = I^3 . \quad (6)$$

Z podmínky rovnováhy sil vyplývá, že všechny vnitřní síly  $F$  působící na objekty, jsou úměrné tíze  $G$ . Tedy pro poměr  $I$  libovolných navzájem si odpovídajících sil

$$I = \frac{F_1}{F_2} \quad (7)$$

obecně platí, že:

$$I = l^3 . \quad (8)$$

Vzhledem k rovnici (8) se pak obecný zákon dynamické podobnosti (rovnice (5)) zjednoduší na tvar:

$$I \cdot t^{-2} = 1 . \quad (9)$$

Tato rovnice vyjadřuje rovnost poměrů dvou zrychlení a říká, že navzájem si odpovídající zrychlení jsou stejná. Rovnice (9) obecně udává vztah mezi navzájem si odpovídajícími délkami ( $I = l_1/l_2$ ) a časy ( $t = t_1/t_2$ ), takže z ní lze odvodit všechny potřebné kinematické veličiny.

Například poměr  $I$  libovolných navzájem si odpovídajících časů  $t$

$$\frac{t_1}{t_2} = t = I^{\frac{1}{2}} \quad (10)$$

a rychlostí  $v$

$$\frac{v_1}{v_2} = I \cdot t^{-1} = I^{\frac{1}{2}} \quad (11)$$

jsou přímo úměrné druhé odmocnině poměru délek  $\sqrt{I}$ .

Pro úplnost lze doplnit, že stejným způsobem se dají odvodit poměry mezi prací a výkonem dvou objektů.

Protože poměr drah  $ds_1 / ds_2$  odpovídá poměru délek a je tedy  $ds_1 / ds_2 = I$ , bude poměr práce:

$$\frac{A_1}{A_2} = \frac{F_1 \times ds_1}{F_2 \times ds_2} = I^A. \quad (12)$$

Poměr výkonů pak vyplývá z rovnic (10) a (12):

$$\frac{P_1}{P_2} = \frac{\frac{dA_1}{dt_1}}{\frac{dA_2}{dt_2}} = \frac{dA_1}{dA_2} \times \frac{dt_2}{dt_1} = I^{\frac{7}{2}}. \quad (13)$$

### 3.2 Rozbor stability na základě teorie podobnosti

Pro konkrétní aplikaci teorie podobnosti bude opět použít příklad stability vozidla v zatáčce. Prvním krokem v aplikaci teorie podobnosti je provedení rozměrové analýzy.

#### Předpoklady rozměrové analýzy

Pro vlastní aplikaci teorie podobnosti je nutné přijmout určité předpoklady, které daný problém zjednoduší a usnadní jeho řešení, ale pouze tak aby byla zachována objektivnost závěrů. Pro tento zvolený příklad lze stanovit následující předpoklady:

- jsou zanedbány všechny jízdní odpory,
- vozidlo se pohybuje stálou rychlostí,
- neuvažujeme možnost smyku vozidla.

#### Rozměrová analýza

Pro vozidlo, které je charakterizováno hmotností  $m_a$ , rozchodem kol  $B$ , (z praktických důvodů je vhodné použít polovinu rozchodu kol  $B/2$ ), výškou tížiště  $h_T$ , jedoucí zatáčkou o poloměru  $R$  rychlostí  $v$ , se dá konkrétní funkční závislost veličin ovlivňujících zda se toto vozidlo v zatáčce překlápí vyjádřit rovnicí:

$$f(m_a, g, B/2, h_T, R, v) = 0. \quad (14)$$

Z teorie podobnosti vyplývá, že jakákoliv závislost mezi  $n$  fyzikálními veličinami, na jejichž měření je použito  $k$  základních jednotek, je vyjádřena vztahem mezi  $(n-k)$  bezrozměrnými kombinacemi těchto veličin. V souladu s touto definicí se dá závislost (14) vyjádřit jako:

$$(p_1, p_2, p_3, \dots, p_{n-k}) = 0, \quad (15)$$

kde  $p_1, p_2, \dots, p_{n-k}$  jsou bezrozměrné parametry tvořené kombinacemi veličin z rovnice (14). Vzhledem k uvažovaným veličinám je řídící funkce rovnice (14) představována kombinacemi jednotek hmoty [M], délky [L] a času [T]. Pro přehlednost jsou exponenty základních jednotek veličin z rovnice (14) sestaveny do tabulky (Tab. 2).

**Tab. 2** Přehled exponentů základních jednotek veličin z rovnice (14)

**Fig. 2** Summary of index base element quantity from equation (14)

veličina	Exponent základní jednotky		
	[M]	[L]	[T]
$m_a$	1	0	0
$g$	0	1	-2
$B/2$	0	1	0
$h_T$	0	1	0
$R$	0	1	0
$v$	0	1	-1

Mezi uvažovanými proměnnými veličinami platí vztah, který se dá vyjádřit jako:

$$\sum m_a^{K1} \cdot g^{K2} \cdot \frac{B}{2}^{K3} \cdot h_T^{K4} \cdot R^{K5} \cdot v^{K6} = 0, \quad (16)$$

kde:  $K1, K2, \dots, K6$  jsou neznámé exponenty proměnných  $m_a, g, \dots, v$ , různé v jednotlivých součinech mocnin proměnných veličin. Podmínka nulových výsledných exponentů základních jednotek v jednotlivých součinech mocnin v rovnici (16) je vyjádřena následujícími rovnicemi (s využitím tabulky Tab. 2):

$$\begin{aligned} K1 &= 0, \\ K2 + K3 + K4 + K5 + K6 &= 0, \\ -2K2 - K6 &= 0. \end{aligned} \quad (17)$$

Z těchto tří rovnic můžeme vyjádřit exponenty  $K2$  a  $K3$ :

$$K2 = -\frac{1}{2}K6, \quad (18)$$

$$K3 = -\frac{1}{2}K6 - K4 - K5. \quad (19)$$

Dosažením exponentů  $K2$  a  $K3$  se rovnice (16) změní na tvar:

$$\sum m_a^{K1} \cdot g^{-\frac{1}{2}K6} \cdot \frac{B}{2}^{-\frac{1}{2}K6 - K4 - K5} \cdot h_T^{K4} \cdot R^{K5} \cdot v^{K6} = 0 \quad (20)$$

a úpravou dostaneme:

$$\sum m_a^{K1} \cdot \left( \frac{v}{\sqrt{g \cdot \frac{B}{2}}} \right)^{K6} \cdot \left( \frac{h_T}{\frac{B}{2}} \right)^{K4} \cdot \left( \frac{R}{\frac{B}{2}} \right)^{K5} = 0. \quad (21)$$

Tento tvar rovnice není jediný možný. Změnou pořadí veličin v rovnici (16), nebo volbou jiných exponentů pro vyjádření z rovnic (17) dojdeme k jinému tvaru rovnice (21). Tato změna ovlivní pouze to, zda jednotlivé členy rovnice (21) budou vyjádřeny ve vztahu k rozchodu  $B$ , nebo k výšce tížišti  $h_T$ , případně k poloměru zatáčky  $R$ . Volba závisí na tom, který parametr je pro dané závislosti významnější.

Jednotlivé členy rovnice (21) tedy představují tři bezrozměrné parametry z rovnice (15). Parametr  $m_a^{K1}$  je vzhledem k první z rovnic (17) roven jedné. To znamená, že hmotnost nemá na stabilitu z hlediska překlpení vozidla vzatáče vliv. Tato skutečnost odpovídá i teoretickému rozboru pro překlpení vozidla vzatáče, z kterého vyplývá například pro rychlost překlpení vztah:

$$v_{p \max} \leq 11,3 \sqrt{\frac{R \left( \frac{B}{2} + h_T \right)}{h_T - \frac{B}{2}}},$$

ve kterém se také hmotnost vozidla neobjevuje.

Dostáváme tedy tři bezrozměrné parametry z rovnice (15):

$$p_1 = \frac{v}{\sqrt{g \cdot B/2}}, \quad (22)$$

$$p_2 = \frac{h_T}{B/2}, \quad (23)$$

$$p_3 = \frac{R}{B/2}. \quad (24)$$

### 3.3 Fyzikální význam bezrozměrných parametrů

Pro praktické využití je potřebné, aby bezrozměrné parametry měly jednoznačný fyzikální význam. Uvedená forma bezrozměrných parametrů není totiž jediná možná. V souladu s teorií podobnosti je nezávislost bezrozměrných parametrů zachována i když jsou násobeny nebo děleny jiným faktorem. Tímto faktorem může být číslo, jiný bezrozměrný parametr, nebo jejich kombinace. Tak můžeme bezrozměrné parametry modifikovat na takový tvar, který má jasný fyzikální význam a pro daný řešený úkol jsou výhodnější. V tabulce Tab. 3 je jako příklad provedena modifikace získaných parametrů.

Tato modifikace vychází z následující úvahy. Stabilita vzatáče je schopnost vozidla projíždět zatáčkou o malém poloměru velkou rychlostí aniž by došlo k jeho překlpení přímými vozidla definovanými výškou tížišti a rozchodem kol. Těto úvaze odpovídá modifikovaný parametr  $p$ , který je možné nazvat jako hodnotící

parametr stability. Hodnota takto definovaného parametru stability ale neudává kdy, nebo zda se dané vozidlo překlápí nebo nepřeklápí. Umožňuje pouze stanovit určitou míru bezpečnosti proti překlápění, případně umožnit porovnání dvou nebo více vozidel mezi sebou. Ostatní parametry  $p_1$  a  $p_3$  není v tomto případě nutné modifikovat, protože jejich význam je zřejmý a lze je definovat jako:

- poměrná výška tížiště

$$\hat{h}_T = \frac{h_T}{\frac{B}{2}}, \quad (25)$$

- poměrný poloměr zatáčky

$$\hat{R} = \frac{R}{\frac{B}{2}}. \quad (26)$$

**Tab. 3** Modifikované bezrozměrné parametry  
**Tab. 3** Forced non-dimensional parameters

původní bezrozměrný parametr	faktor	modifikovaný bezrozměrný parametr
$p_1 = \frac{v}{\sqrt{g \cdot B/2}}$	$\frac{p_2}{p_3}$	$S_p = \frac{v \cdot h_T}{\sqrt{g \cdot B/2} \cdot R}$
$p_2 = \frac{h_T}{B/2}$	1	$\hat{h}_T = \frac{h_T}{\frac{B}{2}}$
$p_3 = \frac{R}{B/2}$	1	$\hat{R} = \frac{R}{\frac{B}{2}}$

Na základě takto provedené rozměrové analýzy a modifikace bezrozměrných parametrů je možné stanovit, že hodnotící parametr stability z hlediska překlápění v zatáčce je určen jako funkce dvou bezrozměrných parametrů:

$$S_p = S_p \left( \hat{h}_T, \hat{R} \right). \quad (27)$$

#### 4. Závěr

Ověřování platnosti popsané metody hodnocení vozidel s využitím teorie podobnosti je předmětem dalšího výzkumu. Stanovení hodnotících parametrů pro složité jízdní stavy vozidla, například směrové stability suvažováním všech vlivů bude mnohem náročnější. Důležitým krokem je stanovení všech významných parametrů, které zkoumaný děj charakterizují a tak tvoří základ rovnice funkce závislosti daného děje (rovnice (14)). Stanovení významnosti jednotlivých parametrů je možné zjišťovat pomocí simulace jízdních stavů na vhodném matematickém modelu vozidla. Vliv vybraných parametrů je pak nutné ověřit experimentálním měřením. Na takto vybrané významné parametry bude možné aplikovat teorii podobnosti a vybrat vhodné hodnotící parametry zkoumaných jízdních vlastností vozidla.

Tyto hodnotící parametry by umožnily například vypracování metodik pro homologační předpisy vozidel v takových oblastech, kde nelze stanovit jednoznačně limitní hodnoty jak tomu je například u rozměrů a hmotností vozidel, délky brzdné dráhy, množství emisí ve výfukových plynech atd. K takovým oblastem patří právě směrová stabilita vozidel, pro kterou dosud není stanoven způsob hodnocení.

Lektoroval: Prof. Ing. František Oberman, CSc.

Předloženo: v únoru 2002.

#### Literatura

1. Hošek, J. *Aplikace teorie fyzikální podobnosti*, Praha, 1976.
2. Kožešník, J. *Fyzikální podobnost a stavba modelů*, Praha, 1948.
3. Sedov, V. *Metody podobnosti a rozmírovosti v mechanice*. Praha, 1955.
4. Smolař V. *Příspěvek k řešení aerodynamické podobnosti*. Sborník VTA řada B, No.10, Brno, 1957, pp.3.
5. Kaneko, M. *IEEE Journal of Robotics and Automation*, Vol.RA-3, 1987, pp.19.

#### Resumé

### MOŽNOSTI VYUŽITÍ TEORIE PODOBNOSTI PRO HODNOCENÍ NĚKTERÝCH VLASTNOSTÍ SILNIČNÍCH VOZIDEL

Miroslav TESAŘ

Rozebírá možnosti využití teorie fyzikální podobnosti pro hodnocení vlastností vozidel, které jsou ovlivněny více či méně množstvím základních parametrů. Jako příklad je uvedena stabilita vozidla vztažená k rychlosti. Pro tento příklad je provedena rozmírová analýza, ze které vyplývají bezrozměrné parametry. V souladu s teorií fyzikální podobnosti jsou tyto parametry modifikovány na tvar, který má jasný fyzikální význam. Pomocí těchto modifikovaných parametrů je pak možné vzájemně porovnávat takové vlastnosti vozidel, které nelze vyjádřit jednou veličinou. Aplikace teorie fyzikální podobnosti dává možnost hodnotit a porovnávat takové vlastnosti vozidel, které jsou závislé na více či méně počtu základních veličin.

## Summary

### THE POSSIBLE TO APPLY THE THEORY OF PHYSICAL SIMILARITY FOR ASSESSMENT OF HIGHWAY VEHICLE CHARACTERISTICS

Miroslav TESAO

The vehicle is possible to appreciate comparing vehicle parameters. Description of vehicle behavior and handling characteristics are much more difficult, e.g. cornering stability could be mentioned. The theoretical analysis of cornering indicates there are many parameters involving rollover resistance of a vehicle there: the acceleration of gravity  $g$ , the wheel track  $B$ , the height of center of gravity  $h_T$ , radius of turn  $R$ , driving speed  $v$ .

In these cases it is possible to apply the theory of physical similarity. The basic analysis of the fundamental of the theory of similarity is accomplished. Essential relations among lengths and times are derived and used subsequently for derivation of relations among forces and powers. Defined general law of dynamical similarity enables to characterize all needed kinematical quantities.

Dimensional analysis is carried out for application of the theory of physical similarity. The cornering stability was taken as an example. Relationship of the parameters affecting the investigated process results from the dimensional analysis and could be expressed with following equation:

$$f(m_a, g, B/2, h_T, R, v) = 0. \quad (1)$$

According to the theory of similarity this equation is possible to expressed as:

$$(p_1, p_2, p_3, \dots, p_{n-k}) = 0. \quad (2)$$

where the  $p_1, p_2, \dots, p_{n-k}$  are nondimensional parameters consisting of a combination of parameters from the equation (1). Expressing indices of fundamental units of the parameters from the equation (1) the following functional relationship could be obtained:

$$\sum m_a^{K_1} \cdot g^{K_2} \cdot B/2^{K_3} \cdot h_T^{K_4} \cdot R^{K_5} \cdot v^{K_6} = 0. \quad (3)$$

The components of the relationship (3) are nondimensional parameters from equation (2).

For practical use it is needed the all the parameters to have evident physical meaning. That is why nondimensional parameters obtained are modified into physically meaningful forms. The modified nondimensional parameters could be defined as:

- the parameter of stability

$$S_p = \frac{v \cdot h_T}{\sqrt{g \cdot B/2 \cdot R}},$$

- the relative height of the center of gravity

$$\hat{h}_T = \frac{h_T}{\frac{B}{2}},$$

- the relative radius of turn

$$\hat{R} = \frac{R}{\frac{B}{2}}.$$

Miroslav Tesao

Pursuant to the this way carried dimensional analysis and modification of nondimensional parameters it is possible to determine the evaluative parameter of the rollover stability as a function of two nondimensional parameters:

$$S_p = S_p \left( \hat{h}_T, \hat{R} \right).$$

Application of the theory of physical similarity enables to evaluate and compare properties of vehicles depending on a large amount of fundamental quantities.

### **Zusammenfassung**

#### **ANWENDUNG DER THEORIE VON PHYSIKALISCHER ÄHNLICHKEIT FÜR DIE BEWERFUNG DER EINGESCHAFTEN DER VERKEHRMITTEL**

Miroslav TESAØ

Eine Analyse zur Anwendung der Theorie von physikalischer Ähnlichkeit für die Bewertung der Eigenschaften der Verkehrsmittel, die durch eine größere Menge von Grundparametern beeinflusst sind. Als Beispiel wird die Fahrzeugstabilität in einer Kurve angegeben. Für dieses Beispiel wurde eine dimensionale Analyse durchgeführt, aus der dimensionallose Parameter hervorgehen. Im Einklang mit der Theorie von physikalischer Ähnlichkeit sind diese Parameter auf die Form modifiziert, die eine klare physikalische Bedeutung hat. Mit Hilfe von diesen modifizierten Parametern ist dann möglich gegenseitig solche Fahrzeugeigenschaften zu vergleichen, die durch keine andere Größe auszudrücken sind. Die Anwendung der Theorie von physikalischer Ähnlichkeit ergibt die Möglichkeit, solche Fahrzeugeigenschaften zu bewerten und zu vergleichen die von einer größeren Menge der Grundparameter abhängig sind.